УДК 339.057.7:330.142.2(477)

ГРАВИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ВНЕШНЕЙ ТОРГОВЛИ УКРАИНЫ СО СТРАНАМИ ЕС

МОСКОВКИН В. М.
доктор географических наук
Белгород (Россия)
КОЛЕСНИКОВА Н. И.
соискатель
Харьков
РИЛАЧ Н. М.
соискатель
Киев

На первом этапе исследования мы попытались построить ряд аппроксимационных статистических зависимостей внешнеторгового оборота Украины со странами ЕС от расстояния, как того требует гравитационная модель. Данные по внешнеторговому обороту брались на официальном сайте Госкомстата Украины (http://www.ukrstat.gov.ua), а расстояния между столицей Украины и столицами стран ЕС – на Картографическом Информационно-Справочном Сервере (http://www.eatlas.ru).

Результаты расчетов для стран ЕС-25 на уровень 2006 г. показаны на *рис. 1*. Отмечается очень низкий коэффициент детерминации этой зависимости. Для ЕС-15 этот коэффициент немного улучшился (*рис. 2*). Наилучшие значения для этого коэффициента были получены нами при выборе девяти стран ЕС (*табл. 1, рис. 3*).

Таблица 1

Средний товарооборот и расстояния между столицей Украины и девятью странами ЕС

Страна	Расстояние между столицей Украины и столицами стран ЕС, км	Среднее значение товарооборота Украины со странами ЕС за 2004 – 2006 гг., тыс. долл. США
1	2	3
Бельгия	2920	546757,86
Великобритания	3420	983374,98
Ирландия	4120	50615,41
Испания	4060	766643,37
Италия	2350	3106388,39
Нидерланды	2880	1069205,16
Германия	1930	4948271,74
Португалия	4700	54486,87
Франция	3160	1065490,52
Рассчитано по данным Госкомстата Украины [4]		

Введем теперь в числитель гравитационной модели ВВП стран ЕС.

Для исследования зависимости товарооборота (T) от ВВП и расстояния (d) воспользуемся нелинейной множественной регрессионной моделью степенного вида:

$$T = \frac{A \cdot (ВВП)^k}{d^m}, \tag{1}$$

где A, k и m – константы (параметры модели).

Согласно терминологии, предложенной в [2], данная регрессионная модель является «внутренне линейной», так как с помощью логарифмического преобразования она приводится к линеаризованной модели:

$$\ln(T) = \ln(A) + k \cdot \ln(ВВП) - m \cdot \ln(d). \tag{2}$$

Введя обозначения: $g = \ln(T)$, $u_1 = \ln(ВВП)$, $u_2 = \ln(d)$, $b_0 = \ln(A)$, $b_1 = k$ и $b_2 = -m$, переходим от уравнения (2) к уравнению линейной регрессии:

$$g = b_0 + b_1 h_1 + b_2 h_2. \tag{3}$$

Для приближенной оценки параметров модели можно воспользоваться классическим методом наименьших квадратов (МНК) для минимизации функционала:

$$S(b_0, b_1, b_2) = \sum_i (b_0 + b_1 h_{1i} + b_2 h_{2i} - g_i)^2. \tag{4}$$

При этом система нормальных уравнений МНК будет иметь вид:

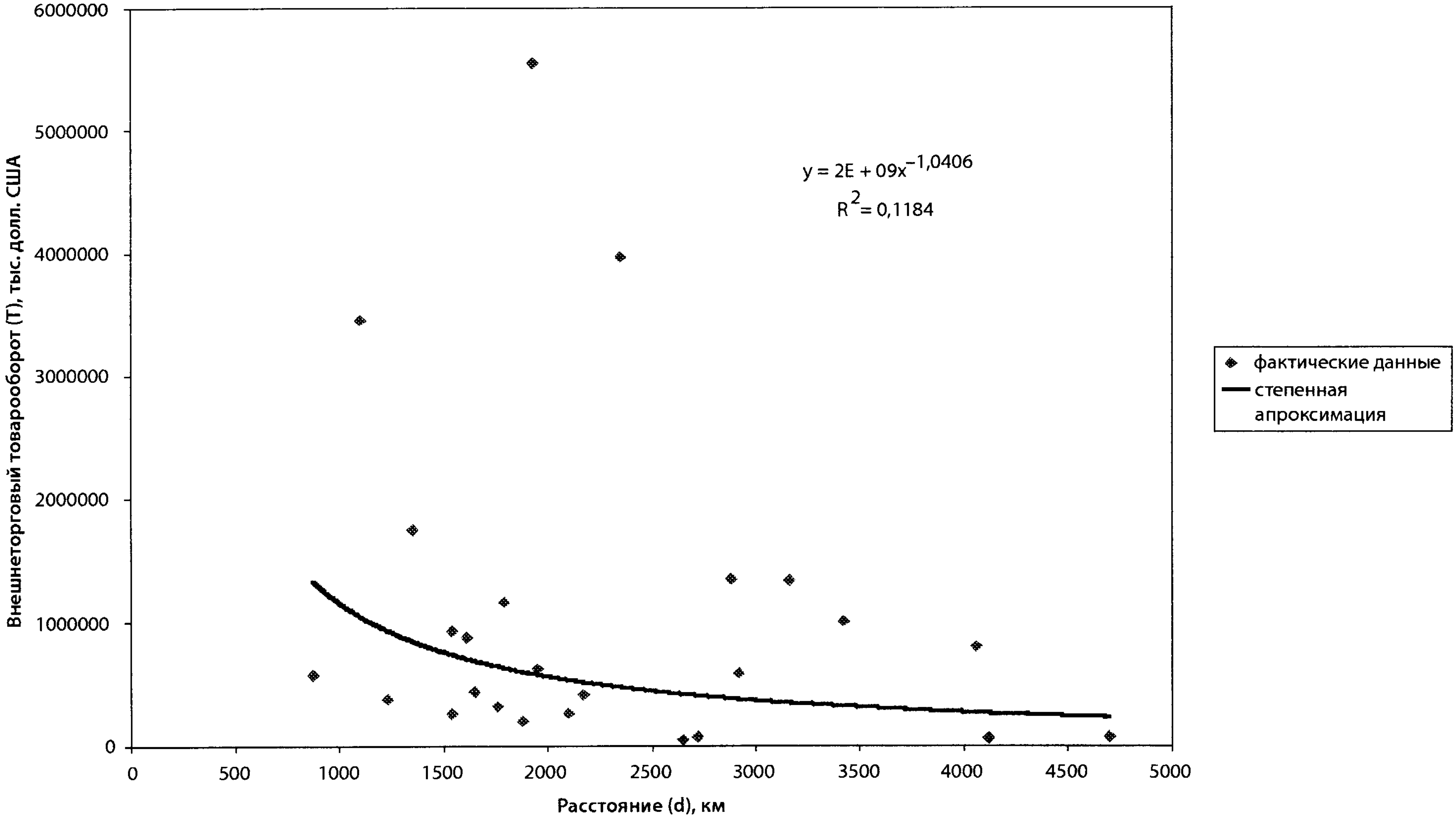

Рис. 1. Зависимость внешнеторгового оборота Украины со странами ЕС-25 от расстояния между столицами этих стран, 2006 г.

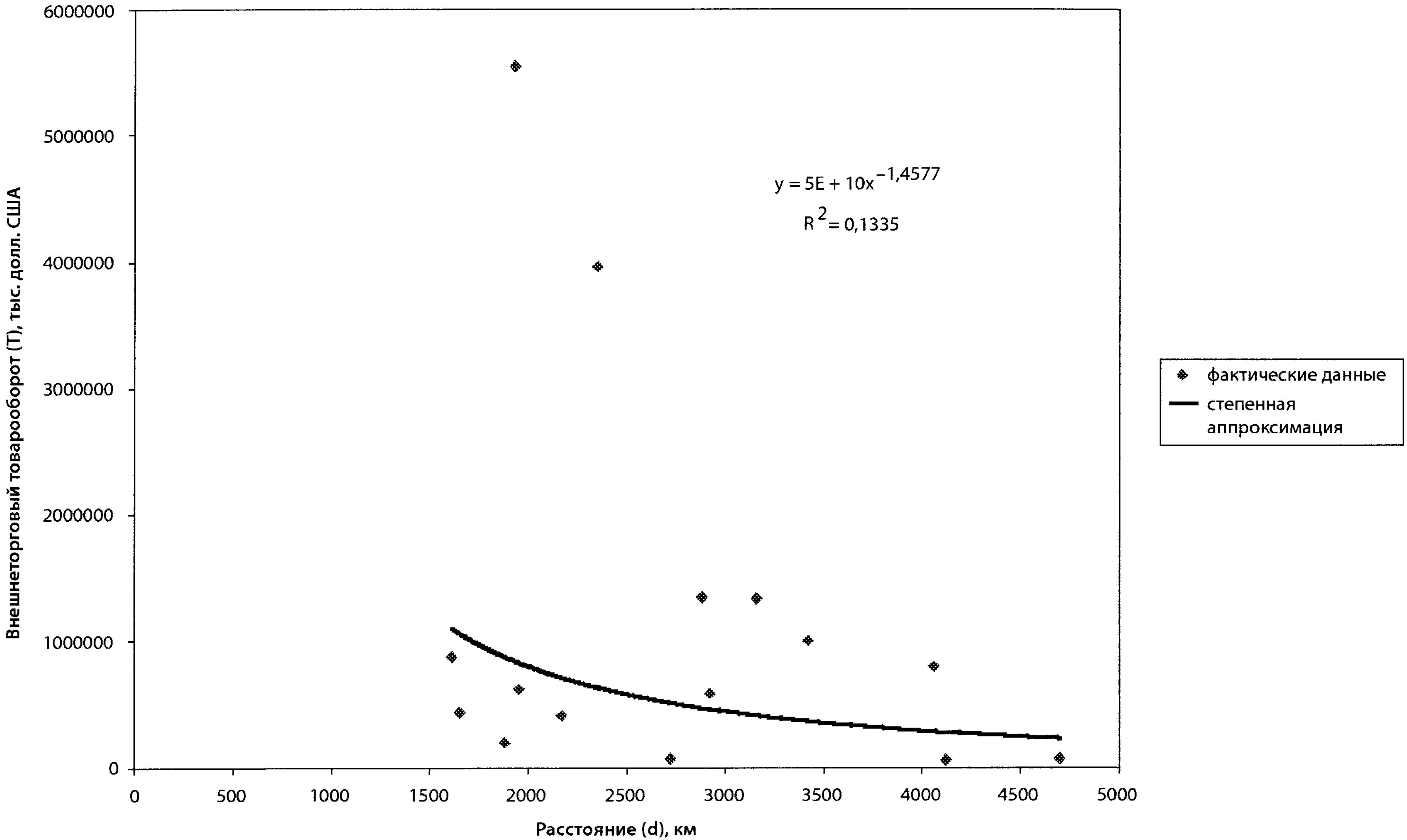

Рис. 2. Зависимость внешнеторгового оборота Украины со странами ЕС-15 от расстояния между столицами этих стран, 2006 г.

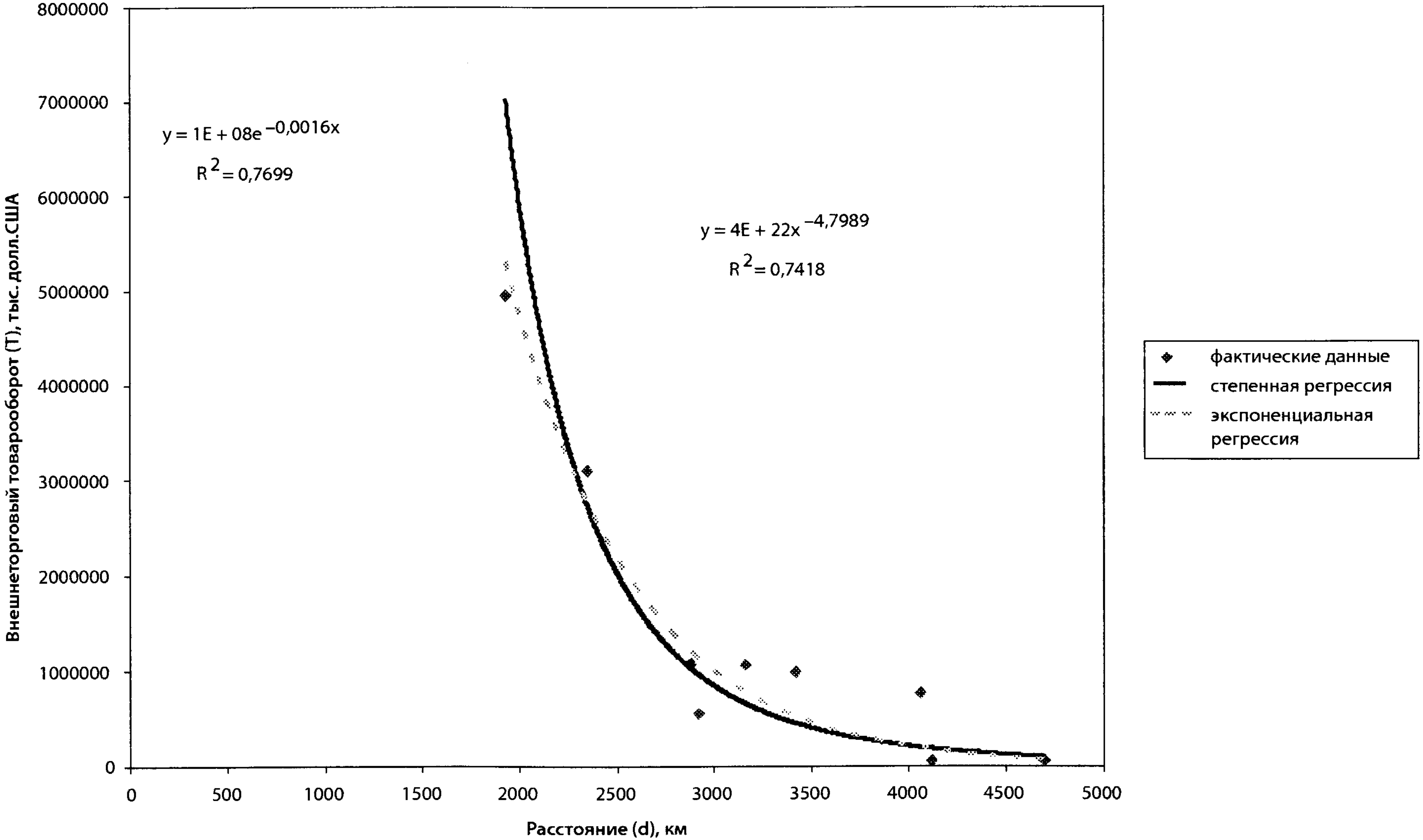

Рис. 3. Зависимость внешнеторгового оборота Украины со странами ЕС-9 от расстояния между столицами этих стран, внешнеторговый оборот осреднен за трехлетний период (2004 – 2006 гг.)

$$\begin{cases} nb_0 + b_1\sum_i h_{1i} + b_2\sum_i h_{2i} = \sum_i g_i \\ b_0\sum_i h_{1i} + b_1\sum_i h_{1i}^2 + b_2\sum_i h_{1i}h_{2i} = \sum_i g_i h_{1i} \\ b_0\sum_i h_{2i} + b_1\sum_i h_{1i}h_{2i} + b_2\sum_i h_{2i}^2 = \sum_i g_i h_{2i} \end{cases}. \quad (5)$$

Решение линейной системы уравнений (5) приводит к следующим значениям для коэффициентов b_i: $b_0 = 11{,}522$; $b_1 = 0{,}732$; $b_2 = -1{,}85$. Переходя от коэффициентов b_i к параметрам нелинейной регрессионной модели (1), получим: $A = 100960$; $k = 0{,}732$; $m = 1{,}85$.

Для оценки достоверности модели вычислим стандартную ошибку регрессии:

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\sum_i (T_i^p - T_i)^2}{n-3}}, \quad (6)$$

где T_i^p – расчетные (по формуле (1) значения товарооборота;

T_i – фактические значения;

n – число точек данных,

и коэффициент детерминации:

$$B = 1 - \frac{\sigma_u^2}{\sigma_T^2}, \quad (7)$$

где $\sigma_T^2 = \frac{\sum_i (T_i - \overline{T})^2}{n-1}$ – дисперсия величины T;

$\overline{T}$ – среднее значение.

Получим: $\sigma_u = 584{,}6$; $B = 0{,}8$.

В связи с тем, что функция $g(T) = \ln(T)$ является нелинейной, рассматриваемая регрессионная модель является, согласно терминологии, используемой в [1], нелинейной моделью 2-го рода. Для таких моделей классический МНК минимизирует сумму квадратов отклонений линейной регрессионной функции от фактических значений функции $g(T)$, то есть функционал (4). Сумма квадратов отклонений нелинейной регрессионной функции (1) от фактических значений T_i при этом может отличаться от минимальной. Таким образом, применение классического МНК не приводит к оптимальным оценкам параметров нелинейной регрессии.

Для получения оценок параметров нелинейной регрессии, близких к оптимальным, следуя [1], применим взвешенный МНК. Согласно данному методу при минимизации суммы квадратов отклонений линеаризованной регрессионной функции от фактических значений функции $g(T_i)$ различные данные берутся с различным весом w_i, в зависимости от крутизны графика функции $g(T)$: точки с меньшей крутизной берутся с большим весом. Как показано в [1], близкие к оптимальным оценки параметров регрессии достигаются при выборе весовых множителей в виде: $w_i = \frac{1}{[g'(T_i)]^2}$, то есть при минимизации функционала:

$$S(b_0, b_1, b_2) = \sum_i \frac{1}{g'(T_i)^2}(b_0 + b_1 h_{1i} + b_2 h_{2i} - g_i)^2. \quad (8)$$

В нашем случае $g'(T) = \frac{1}{T}$, и минимизация функционала (8) приводит к следующей системе нормальных уравнений МНК:

$$\begin{cases} b_0\sum T_i^2 + b_1\sum_i h_{1i}T_i^2 + b_2\sum_i h_{2i}T_i^2 = \sum_i g_i T_i^2 \\ b_0\sum_i h_{1i}T_i^2 + b_1\sum_i h_{1i}^2 T_i^2 + b_2\sum_i h_{1i}h_{2i}T_i^2 = \sum_i g_i h_{1i}T_i^2 \\ b_0\sum_i h_{2i}T_i^2 + b_1\sum_i h_{1i}h_{2i}T_i^2 + b_2\sum_i h_{2i}^2 T_i^2 = \sum_i g_i h_{2i}T_i^2 \end{cases}. \quad (9)$$

Решение линейной системы уравнений (9) приводит к следующим значениям для коэффициентов *bi*: *b*0 = 7,707; *b*1 = 0,715; *b*2 = –1,272. Переходя от коэффициентов *bi* к параметрам нелинейной регрессионной модели (1), получим: $A = 2224{,}479$; $k = 0{,}715$; $m = 1{,}272$.

Оценка достоверности регрессионной модели по формулам (6) – (7) приводит к следующим значениям стандартной ошибки регрессии и коэффициента детерминации: $\sigma_u = 509{,}9$ и $B = 0{,}85$, то есть применение взвешенного МНК позволило уменьшить стандартную ошибку регрессии приблизительно на 15%.

Зависимость фактических значений *T* и ln*T* от их расчетных значений для взвешенного МНК приведены на *рис. 4* и *рис. 5*, а детальные расчеты – в *табл. 2*.

Таким образом, при гравитационном моделировании внешнеторгового оборота между Украиной и странами ЕС нам удалось значительно повысить точность модели при введении в нее ВВП этих стран.

Использование взвешенного МНК позволило уменьшить стандартную ошибку регрессии приблизительно на 15% и увеличить коэффициент детерминации с 0,8 до 0,85. Полученная регрессионная гравитационная модель может использоваться при оценках внешнеторгового оборота между рассматриваемыми странами по данным расстояний между их столицами и ВВП стран ЕС. Эта же модель может быть использована для оценки внешнеторгового оборота между Украиной и другими европейскими странами, не входящими в ЕС-25.

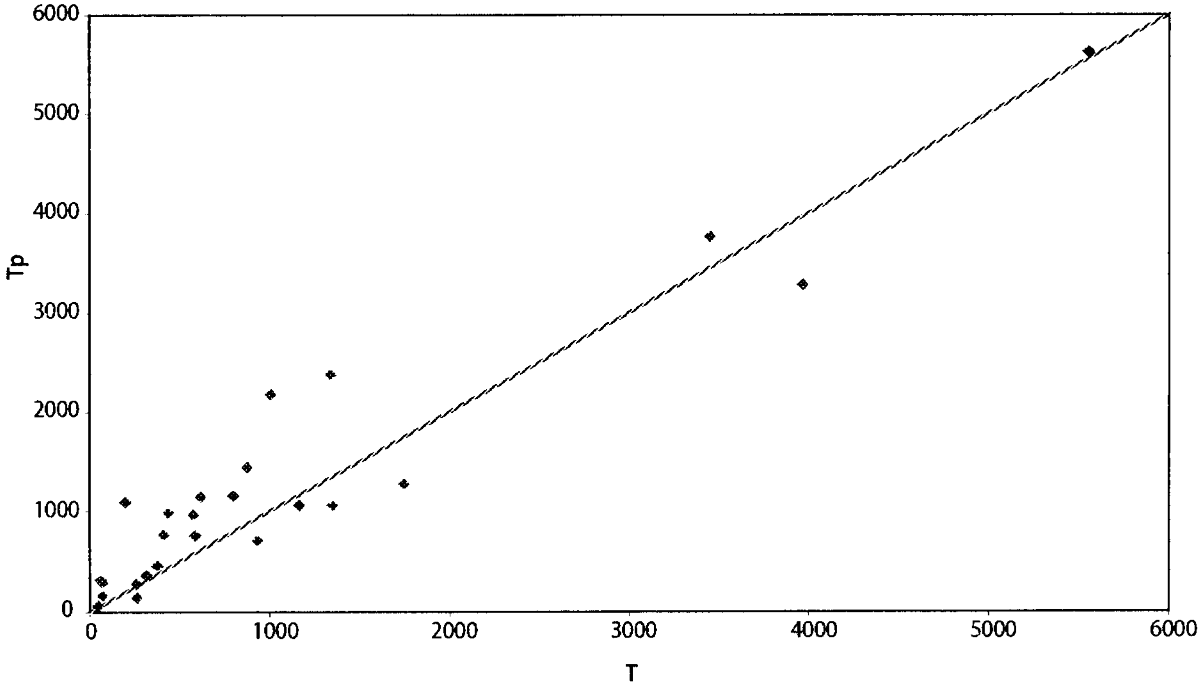

Рис. 4. Зависимость фактических значений Т (млн долл. США) от расчетных для взвешенного МНК

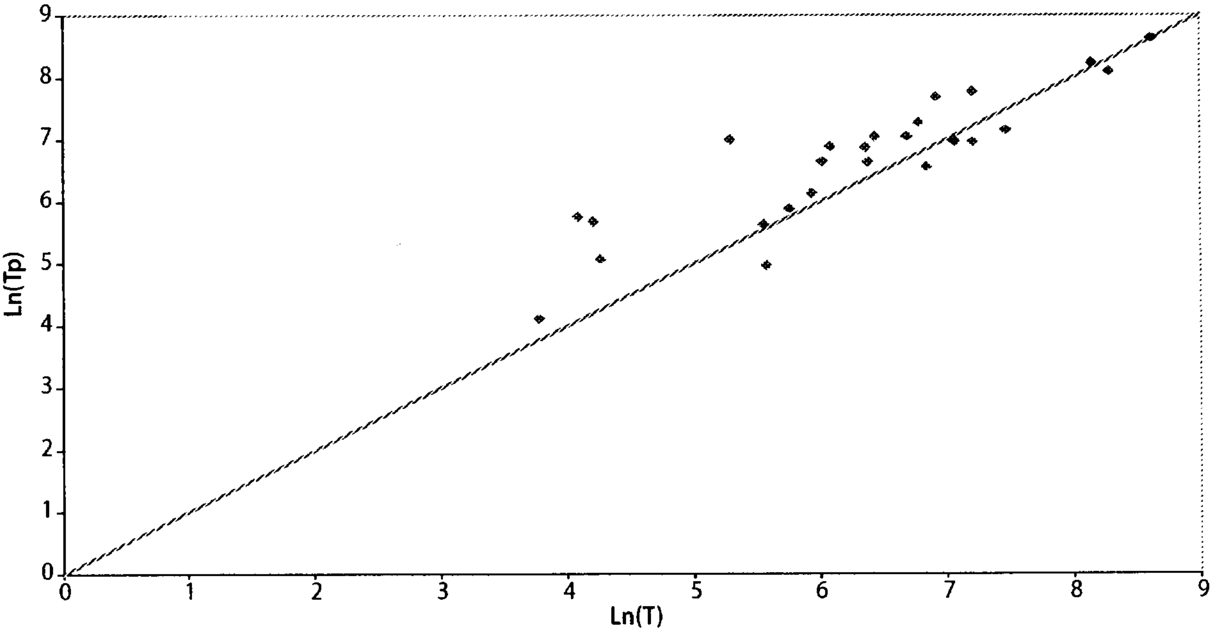

Рис. 5. Зависимость фактических значений lnT от расчетных для взвешенного МНК

ЛИТЕРАТУРА

1. **Айвазян С. А.** Статистические исследования зависимостей.– М.: Металлургия, 1969.– 227 с.

2. **Дрейпер Н., Смит Г.** Прикладной регрессионный анализ.– М.: Статистика, 1-73.– 392 с.

3. **Ферстер Э., Ренц Б.** Методы корреляционного и регрессионного анализа.– М.: Финансы, 1983.– 302 с.

Таблица 2

Детальные расчеты по модели (1) для взвешенного МНК

Страна	T	ВВП	d	Ln(T)	Ln(ВВП)	Ln(d)	$Ln(T_p)$	T_p	$(T - T_p)/T$	$(T - TP)^2$
Австрия	876,310	279500	1610	6,776	12,541	7,384	7,276	1444,707	–0,65	323075,3
Бельгия	587,772	330400	2920	6,376	12,708	7,979	6,638	763,4366	–0,30	30858,04
Великобритания	1008,780	1903000	3420	6,916	14,459	8,137	7,688	2182,025	–1,16	1376504
Греция	198,228	251700	1880	5,289	12,436	7,539	7,004	1100,541	–4,55	814167,9
Дания	410,096	198500	2170	6,016	12,199	7,682	6,651	773,8393	–0,89	132309,2
Ирландия	59,463	177200	4120	4,085	12,085	8,324	5,755	315,6444	–4,31	65628,89
Испания	799,999	1070000	4060	6,685	13,883	8,309	7,058	1162,471	–0,45	131386,2
Италия	3968,604	1727000	2350	8,286	14,362	7,762	8,096	3281,351	0,17	472317,3
Люксембург	70,974	32600	2720	4,262	10,392	7,908	5,073	159,6504	–1,25	7863,512
Нидерланды	1351,115	512000	2880	7,209	13,146	7,966	6,968	1062,528	0,21	83282,67
Германия	5551,451	2585000	1930	8,622	14,765	7,565	8,635	5623,676	-0,01	5216,497
Португалия	66,918	203100	4700	4,203	12,221	8,455	5,685	294,2851	–3,40	51695,8
Финляндия	436,818	171700	1650	6,080	12,054	7,409	6,896	988,5398	–1,26	304396,9
Франция	1341,119	1871000	3160	7,201	14,442	8,058	7,776	2383,866	–0,78	1087322
Швеция	620,702	285100	1950	6,431	12,561	7,576	7,046	1148,365	–0,85	278428,6
Эстония	258,539	26000	1540	5,555	10,166	7,340	5,635	280,0598	–0,08	463,1465
Кипр	263,301	17790	2100	5,573	9,786	7,650	4,969	143,9191	0,45	14252,04
Латвия	376,645	35080	1230	5,931	10,465	7,115	6,135	461,7436	–0,23	7241,765
Литва	575,689	54030	873	6,356	10,897	6,772	6,880	972,4483	–0,69	157418
Мальта	43,612	8122	2650	3,775	9,002	7,882	4,113	61,12926	–0,40	306,8543
Польша	3453,633	542600	1100	8,147	13,204	7,003	8,234	3768,149	–0,09	98920,4
Словакия	932,411	96350	1540	6,838	11,476	7,340	6,571	714,1602	0,23	47633,39
Словения	316,440	47120	1760	5,757	10,760	7,473	5,890	361,4249	–0,14	2023,645
Венгрия	1748,367	172700	1350	7,466	12,059	7,208	7,156	1281,349	0,27	218105,9
Чехия	1166,760	221400	1790	7,062	12,308	7,490	6,974	1068,809	0,08	9594,43

Du	D_T	B	B*
260019	1817966	0,86	0,85

$Ln(T) = 7,707 + 0,715 \cdot Ln(ВВП) - 1,272 \cdot Ln(d)$	$R^2 = 0,85$	b_0	7,707
		b_1	0,715
		b_2	–1,272

$T = A \cdot (ВВП)k / dm$	k	0,715
	m	1,272
	A	2224,479

Т, млн долл. США; ВВП, млн долл. США; d, км