УДК 551.435

Н. В. КУЦЕНКО, В. М. МОСКОВКИН

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПОЛЯ В ГЕОГРАФИИ

В настоящее время отчетливо проявляется тенденция изучения географических явлений с позиции теории поля. В геоморфологии — это, начиная с П. К. Соболевского, представления о рельефе, как о скалярном поле высот (Девдариани, 1967, Krcho, 1973). Различные поля рассматриваются в физической и экономической географии.

Исследуем векторные поля потоков. Такие поля в геоморфологии отражают динамику рельефообразующих факторов и формируют искомый рельеф, т. е. приводят к тому или иному скалярному полю высот $z(x, y, t)$.

Пусть $\bar{q}=q_x i+q_y j$ — векторное поле расхода твердого материала, где q_x и q_y — расходы материала на единицу линейных размеров. Для русловых потоков иногда целесообразно рассматривать векторное поле плотности расхода твердого материала $\overline{r}=\frac{\overline{G}}{S}$, где $\overline{G}$ — полный твердый расход, S — площадь поперечного сечения потока. Поле $\overline{q}$ осреднено во времени и в пространстве. Наиболее оправдано рассматривать его для склонов медленного течения материала (крипа), плоскостного смыва и т. п.

Рассматривая векторное поле плотности расхода твердого материала, придем к известному уравнению баланса расходов материала, записанному здесь в операторной форме:

$$\frac{\partial z}{\partial t}+\operatorname{div}\overline{q}=0 \qquad (1)$$

или для русел—к уравнению: $\frac{\partial(zB)}{\partial t}+\frac{\partial G}{\partial x}=0$,

где B — ширина русла.

В стационарном случае придем к уравнению $\operatorname{div}\overline{q}=0$ (2).

При рассмотрении вектора плотности потока $\overline{r}$ в условиях динамического равновесия потока с руслом по теореме о дивергенции Гаусса — Остроградского получим уравнение, аналогичное уравнению (2) $\operatorname{div}\overline{r}=0$.

Поверхность рельефа можно рассматривать как русло потока массы, движущегося по этой поверхности. В таком случае область транзита геоморфологической системы (ГМС) можно моделировать уравнением (2), сводящемуся к уравнению Лапласа с переменными коэффициентами. Наиболее эффективно данное уравнение решается на аналоговых установках типа ЭГДА. Точно установив граничные условия из этого уравнения и накладывая полученное решение на соответствующий реальный рельеф, мы с определенным приближением сможем выделять область динамического равновесия данной ГМС. Это позволит в значительной мере охарактеризовать состояние ГМС.

В общем случае, когда известны дивергенция и ротор вектора, поле вектора по теореме разложения Гельмгольца представляется в виде суммы без вихревого (потенциального) и соленоидального (бездивергентного) полей $\overline{q}=\overline{q}_1+\overline{q}_2=-\operatorname{grad}\psi+\operatorname{rot}A$, где $\operatorname{rot}\overline{q}_1=0$, $\operatorname{div}\overline{q}_2=0$. При известных $\operatorname{div}\overline{q}$ и $\operatorname{rot}\overline{q}$ существуют эффективные методы отыскания функций $\overline{q}_1$, $\overline{q}_2$, а следовательно, $\overline{q}$. Важный частный случай имеет место при $\operatorname{div}\overline{q}=\operatorname{rot}\overline{q}=0$, тогда $\overline{q}=-\operatorname{grad}\psi$ *и* $\Delta\psi=0$, где Δ — лапласиан.

В том случае, когда физические свойства потока материала и подстилающей поверхности постоянны, в качестве потенциала ψ можно взять функцию $\psi=-kz$, где $k=\text{const}$, что обычно и делается при выводе уравнения эволюции рельефа (уравнение типа уравнения диффузии). В этом случае при $\overline{q}_2=0$ векторное поле твердого расхода материала $\bar{q}$ называется потенциальным, а при условии (2) также и лапласовым. Говорить о рельефе, как о потенциальном поле (Сергеева, Девдариани, 1976) не совсем точно. Рассматривая рельеф и его динамику, следует говорить о скалярном нестационарном поле высот $z(x, y, t)$ и о векторном поле расхода материала $\bar{q}$, которые связаны уравнением (1) и взаимно влияют друг на друга.

Вектор $\bar{q}_2$ в случае $\psi = -kz$, $k = \text{const}$ может обусловливаться, например, кориолисовыми и центробежными силами. Заметим, что этот вектор не влияет на уравнение (1), так как $\operatorname{div}\bar{q}_2 = 0$. Кроме этого, например, твердые расходы потоков, обусловленных силой кориолиса, ничтожны по сравнению с градиентными потоками, обусловленными силой тяжести. Поскольку потоки пропорциональны силам, получим следующую оценку для отношения указанных потоков: g/a, где g — ускорение силы тяжести; a — ускорение силы Кориолиса. Для крипа, где скорости порядка 1 мм/год, это отношение очень велико ($g \gg a$).

Если физические свойства движущегося потока и подстилающей поверхности переменны $k(x, y, t)$, то, рассматривая потоки, обусловленные только силой тяжести, запишем $\bar{q}$ в виде

$$\bar{q} = -k(x, y, t)\,\operatorname{grad} z. \tag{3}$$

В плоском случае $\left(k(x, y, t) = k(x),\ \operatorname{grad} z = -\frac{\partial z}{\partial x}\right) \operatorname{rot}\bar{q} = 0$, но уже в пространственном случае $\operatorname{rot}\bar{q} = I(k, z) = \frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial x} \neq 0$, где функция $I(k, z)$ называется якобианом.

Подставляя выражение (3) в уравнение (1), придем к уравнению диффузии с переменным коэффициентом.

Назовем поле вектора $\bar{q}$ в случае (3) квазипотенциальным, а при дополнительном условии (2) — квазилапласовым. В последнем случае нами разработаны эффективные методы решения уравнения Лапласа с переменным коэффициентом

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\left(k_{(x_1, y_1)}\frac{\partial z}{\partial x_1}\right) + \frac{\partial}{\partial y_1}\left(k_{(x_1, y_1)}\frac{\partial z}{\partial y_1}\right) = 0. \tag{4}$$

Аналогичное уравнение на модели установки ЭГДА имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\gamma_{(x,y)}\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\gamma_{(x,y)}\frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0, \tag{5}$$

$\gamma_{(x,y)}$ — удельная проводимость проводника; u — разность потенциалов; x, y — текущие координаты.

Сравнивая (4) и (5), находим аналогии: масса m; электрический заряд q; перепад высот Δz; разность потенциалов Δu; расход материала $|\bar{q}|$; сила тока I.

Изоморфизм этих уравнений позволяет сформулировать конкретные условия, при которых реализуется подобие между указанными полями (полем вектора плотности расхода твердого материала и полем вектора плотности тока). В данном случае — это константы подобия:

$$\alpha_z = \frac{z}{u} = \text{const}; \ \alpha_k = \frac{k}{\gamma} = \text{const};$$
$$\alpha_x = \frac{x}{x_1} = \text{const}; \ \alpha_y = \frac{y}{y_1} = \text{const}. \tag{6}$$

При соблюдении условия (6) уравнение (4) моделируется уравнением (5) на аналоговых установках.

Решение уравнения (4) в многосвязной области при $k=\text{const}$ на аналоговой установке, не требующее выводов специальных аналогий, получено Ягодиной-Сергеевой Л. Л. (Ягодина, 1973; Сергеева, Девдариани, 1976).

Кроме выше перечисленных аналогий, нами получен ряд аналогий, которые не учитываются уравнением (4):

сила Кориолиса ($2mv\omega\sin\psi$) — сила Лоренца ($e'VB\sin\alpha$);
объемная плотность пород — электроемкость элементарного участка проводника;
тектоническая сила — электродвижущая сила.

Уравнениями типа (1), (2) могут по-видимому, моделироваться и другие потоки в физической и экономической географии. Для этого следует выписать универсальное уравнение неразрывности для сплошной среды: $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\rho\bar{v} = 0$, (7)

где $\rho\bar{v}$ — вектор плотности потока; $\bar{v}$ — скорость потока; ρ — плотность среды.

В некоторых случаях это уравнение, возможно, найдет применение при анализе людских потоков (тогда $\rho\bar{v} = \bar{r}$ — вектор плотности людского потока, чел/м·с; $\bar{v}$ — скорость потока, м/с; ρ — плотность, чел/м^2), а также при анализе миграции населения, где ρ в чел/км^2; $\bar{v}$ в км/год.

В некоторых случаях, возможно, будет оправдана гипотеза $\bar{r} = -k\operatorname{grad}\rho$, тогда уравнение (7) с учетом этой гипотезы покажет выравнивание плотности населения. Последнее может быть справедливым при приблизительно одинаковых условиях жизни ($k=\text{const}$), в противном случае возникает притяжение к местам с более высоким уровнем жизни и целесообразно использовать модели демографического потенциала, плотности населения города, тяготения и др. (Архипов и др., 1976; Изард, 1976).

При рассмотренном подходе необходимы статистические исследования для определения функции $\bar{r}$. Тогда откроется возможность для решения задач целесообразного размещения трудовых ресурсов, регулирования миграционными потоками.

Применение уравнений типа (7) требует дополнительного анализа и обоснования (например, требование сплошности среды) при моделировании различных потоков (людских, информационных, материально-вещественных) в физической и экономической географии.

Список литературы: 1. *Девдариани А. С.* Математический анализ в геоморфологии. М.: Недра, 1967. 155 с. 2. *Изард В.* Анализ пространственных взаимодействий: некоторые идеи, связанные с общей теорией относительности. — В кн.: Новые идеи в географии. Проблемы моделирования и информации. М., 1976, вып. 1, с. 204—233. 3. *Сергеева Л. Л., Девдариани А. С.* Рельеф Земли как потенциальное поле, описываемое уравнением Лапласа. В кн.: Количественные методы в географии. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976, с. 57—62. 4. *Ягодина Л. Л.* Математические модели рельефа. Автореф. дис. ... канд. географ. наук. Л., 1973. 23 с. 5. *Krcho I.* Morphometrie analysis of relief on the basis of geometrie aspects of field theory. — Haverlic I., Krcho J., Mathematical generalisation of forming isoline thematic maps by Computer exemplified by morphometrie analysis of relief and dynamics of relief insolation, Acta geographica Universitetis Comenianal. Geographica — physica, Nr 1., Bratislava, 1973. 426 p.

УДК 91 : 796.5/477.5/6

Б. Б. АНДРИЕНКО, И. И. ВОЛКОВА, Т. П. ИВЛЕВА,
Г. Е. МИРКА, Н. П. ПАСЮГА

ПУТИ ОПТИМИЗАЦИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИРОДНЫХ РЕКРЕАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ ХАРЬКОВСКОЙ И СЕВЕРНОЙ ЧАСТИ ДОНЕЦКОЙ ОБЛАСТЕЙ

Создание благоприятных условий для отдыха трудящихся является важнейшей социальной проблемой, значение которой особенно повышается в условиях современного научно-технического прогресса, развития урбанизации и роста численности населения. Загрязнение и обеднение среды в процессе хозяйственной деятельности человека, нерегулируемое использование мест отдыха настойчиво требуют научной организации рекреационного обслуживания населения, обеспечения рационального использования и охраны природных рекреационных ресурсов.

На Украине с наибольшей остротой данная проблема ощущается в промышленно развитых областях и в крупных про-