

тебской и Брестской областей. Рассмотрены природные и экономические предпосылки развития и формирования этих комплексов, отраслевая структура и особенности территориальной организации, современное состояние и перспективы развития сельскохозяйственного и промышленного звеньев каждого комплекса, показана их роль в решении Продовольственной программы. Осуществлены исследования природных и социально-экономических условий развития народнохозяйственного комплекса динамично развивающегося региона республики — Белорусского Полесья. Вопросы территориальной организации хозяйства и повышения его эффективности изложены в монографии «Белорусское Полесье: проблемы развития и размещения производительных сил» (1983).

За годы XI пятилетки сотрудниками географического факультета опубликованы 21 монография, 11 сборников, 23 учебных пособия, 1185 статей общим объемом 2208 п. л. На ВДНХ СССР демонстрировалось пять работ, три из которых удостоены бронзовых медалей. Общий экономический эффект от внедрения работ в народное хозяйство за прошедшую пятилетку превысил 2,9 млн. руб. На базе геофака проведены шесть всесоюзных и четыре республиканских конференции. С целью концентрации научной тематики будет сокращено количество научных тем на факультете. Для активизации научно-исследовательской работы необходимо более широко привлекать профессорско-преподавательский состав к проведению научных исследований в проблемной и отраслевых лабораториях, активнее вести работу по развитию научно-производственных связей с предприятиями и организациями Минска и республики, повышать экономическую эффективность научных разработок, активизировать патентно-изобретательскую работу, добиваться более высокой результативности полученной на конференциях научной и методической информации в научных исследованиях и учебно-воспитательном процессе. Следует расширить стационарные исследования на Браславском лимнологическом стационаре, шире использовать для проведения НИР и стационарных наблюдений учебно-географическую станцию «Западная Березина». На факультете запланированы к изданию научные монографии по эволюции и трансформации мелиорированных почв и их оптимизации, рациональному использованию и охране природных ресурсов, территориальной организации народного хозяйства БССР. В течение 1986—1987 гг. будут опубликованы шесть монографий по специализированным отраслевым агропромышленным комплексам областей БССР. Планируется продолжить совместные научные исследования с географами Софийского и Берлинского университетов.

В Проекте ЦК КПСС «Основные направления перестройки высшего и среднего специального образования в стране» отмечается, что развитие вузовской науки — основа улучшения подготовки специалистов и важный резерв ускорения научно-технического прогресса. Перед учеными вузов ставится масштабная задача: увеличить вдвое объем фундаментальных исследований и примерно в три-четыре раза — конструкторско-технологических и опытно-экспериментальных работ. Преподаватели, сотрудники и студенты географического факультета готовы внести достойный вклад в решение этой грандиозной задачи.

УДК 556

*А. М. ТРОФИМОВ, В. М. ШИРОКОВ, В. М. МОСКОВКИН*

## **К ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ СКЛОНОВ**

Склоновые и гидрологические процессы, определяющие характер развития рельефа и природных ландшафтов в целом, можно рассматривать и совместно как геосистему более высокого ранга, в которой склоны и элементы речной сети взаимосвязаны и взаимообусловлены [1]. В гидро-

логических системах целесообразно дополнительно выделять береговые системы водоемов (водохранилищ, озер, морей и др.), так как по характеру функционирования и взаимодействия со склоновыми системами они существенно отличаются от других, например, флювиальных (речных) и др.

Наиболее распространенными и динамичными элементами рельефа являются склоны (склоновые системы), поэтому прежде всего целесообразно проанализировать их динамику и взаимодействие с гидрологическими системами с точки зрения влияния последних на склоны. Если склон не находится в сфере воздействия гидрологических систем, его развитие идет замедленно и имеет совершенно иной характер.

Анализируя динамику склоновых систем, необходимо обратиться к основным подходам, которые при этом используются. Наиболее универсален балансовый подход, позволяющий с общих позиций (уравнение баланса материала) описывать различные процессы денудации и аккумуляции в склоновых и гидрологических системах (плоскостной смыв, капельно-дождевая эрозия, течение грунта, развитие русел водотоков и береговой линии и др.). Применительно к склонам это анализ следующей системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial y}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial x}, \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q = -f\left(-\frac{\partial y}{\partial x}, y, x, t\right), \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $y$  — отметка высоты профиля склона;  $q$  — расход материала.

Первое уравнение представляет собой уравнение баланса материала, второе — связывает расход материала с формой поверхности склона и различными факторами. Абстрагируясь от реального склонового процесса, можно считать, что система уравнений описывает взаимодействие склоновых процессов перемещения материала с формой поверхности склона, в результате которого происходит саморазвитие склона. Конкретный анализ показывает, что указанное взаимодействие является обобщением взаимодействия: коренной склон  $\rightleftharpoons$  поток материала (или воды). Поток материала действует на коренной склон и изменяет его (см. уравнение (1)), а форма склона влияет на поток материала (уравнение (2)). Эндогенный фактор может изменять характер этого взаимодействия посредством изменения формы склона; его учитывают в правой части уравнения (1). Это влияние можно рассматривать как одностороннее. Таким образом, тектонические поднятия и опускания мы рассматриваем как внешнее воздействие на склоновую систему: коренной склон  $\rightleftharpoons$  поток материала (для речных систем: русло  $\rightleftharpoons$  поток воды). Строго говоря, воздействие формы рельефа на эндогенные рельефоформирующие процессы менее интенсивно, чем обратное воздействие.

Рассмотрение склонов как открытых систем заставляет учитывать процесс взаимодействия вещества на их границах. В модели (1) — (2) это реализуется введением различных граничных условий. Например, условие  $q=0$  соответствует точке водораздела склона, а  $q(x=0) = \lambda(t)$  свидетельствует о поступлении с вышележащего склона материала с переменным расходом. Другого вида условия могут задаваться у основания склона, например,  $y(x=e) = 0$ , что соответствует стабильному базису денудации и, кроме того, установившемуся с постоянной интенсивностью взаимодействию на границе склоновой и гидрологической систем (скольконосится материала со склона, столько же удаляется его потоком).

Более сложный процесс происходит обычно при подрезании основания склона потоком (образней, боковой эрозией); здесь имеет смысл говорить о сложном взаимодействии: форма склона — склоновый процесс — абразия или боковая эрозия [2].

Исследуем вначале динамику склоновых систем при отсутствии влияния на них гидрологических систем.

Рассматривая элементарный склон в замкнутых границах от водораздела до его основания, придем к представлению о склоне как закрытой системе, так как здесь не происходит воздействия на его границах. Развитие склона идет благодаря рассмотренному выше взаимодействию: форма склона  $\rightleftharpoons$  склоновые процессы. Характер этого взаимодействия и степень (точность) его учета определяются выражением (2). В простейших случаях используют соотношение  $q = -k(dy/dx)$  [3, 4] и приходят к линейному ( $k = \text{const}$ ) уравнению диффузии, которое хорошо описывает долговременную эволюцию делювиальных и дефлюкционных склонов, их выполаживание со все более замедленной (по экспоненте) скоростью, вплоть до полного выравнивания, снос на выпуклых и аккумуляцию на вогнутых участках склона.

В общем случае коэффициент  $k$  зависит от пространственной координаты и времени. Изменчивость его во времени регулирует скорость выполаживания склона, что обуславливается изменением притекающей извне энергии на поверхность склона (в закрытых системах обмен энергии допускается); другими словами, зависимость  $k(x, t)$  служит регулятором склонового процесса. Так, для делювиальных склонов изменение  $k$  во времени может означать в общем случае изменение интенсивности выпадения осадков при осушении или увлажнении климата. При другом масштабе рассмотрения процессов (например, кратковременные промежутки времени) коэффициент  $k$  может характеризовать изменчивость воздействия паводков на склон. Следует отметить, что влияние внешнего фактора большой интенсивности может внезапно полностью перестроить функционирование склоновой системы и ее развитие пойдет под действием других процессов. Например, воздействие тектоники может быстро преобразовать пологий склон в крутой уступ, а интенсивный паводок может преобразовать делювиальный склон в склон интенсивной линейной эрозии. Обычно смена ведущих процессов, формирующих склон, происходит постепенно, как это наблюдается, например, при переходе осыпного склона в результате перекрытия уступа осыпью в делювиальный [4]. Возвращаясь к диффузионной модели, отметим, что при развитии делювиального склона пространственная изменчивость коэффициента может соответствовать: 1) нарастанию расхода воды вниз по склону при выпадении осадков  $k(x) = ax$ ; 2) нарастанию расхода воды и дальнейшему его спаду  $k(x) = ax^2 + bx + c$ . Решения диффузионных моделей, соответствующих этим случаям, получены в виде рядов Фурье — Бесселя и Фурье — Лежандра [5].

Процесс развития природных систем, протекающий, согласно свойствам их вещества, под действием или с участием неизменного по интенсивности внешнего источника энергии, получил название саморазвития [6]. По этому определению, диффузионная модель с коэффициентом  $k$ , не зависящим от времени, описывает процесс саморазвития склона. При этом мы, конечно, предполагаем, что взаимодействие на границах склона либо отсутствует, либо происходит с постоянной интенсивностью. Саморазвитие в таком понимании приводит к старению и смерти формы [6]. В диффузионной модели это соответствует предельному профилю склона ( $\lim_{t \rightarrow \infty} y(x, y)$ ).

При решении конкретных инженерных задач моделирование последних уравнениями (1) — (2) или диффузионной моделью не всегда приемлемо. Здесь уже требуется более точный учет характера взаимодействия вышележащего подвижного слоя грунта или потока воды с коренной поверхностью склона, что приводит к системе дифференциальных уравнений в частных производных. Подобные модели, которые мы назвали геометрическими, в зависимости от характера склонового процесса имеют различный вид [5, 7]. Они строятся с помощью замыкания уравнения баланса материала уравнениями движения грунта или воды, уравнением деформации и другими в зависимости от типа процесса. В некоторых случаях для склонового стока уравнение баланса может не рас-

смагиваться. Это будет соответствовать случаю эрозионного склона, когда происходит только его размыв. Так, геомеханическая эрозионная модель для инерционного (неравномерного) течения воды по склону может ставиться в виде

$$\begin{cases} -\frac{\partial y}{\partial t} \left[ 1 + \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right]^{1/2} = \varepsilon (v^2 - v_{\text{пер}}^2), \\ v \frac{dv}{dx} + \frac{gn^2}{h^{4/3}} \left[ 1 + \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right]^{1/2} = -q \frac{\partial y}{\partial x}, \\ \frac{d(vh)}{dx} = I\sigma, \end{cases} \quad (3)$$

где первое уравнение есть уравнение деформации (размыва) склона;  $v_{\text{пер}}$  — неразмывающая скорость потока;  $\varepsilon = \text{const}$ ; второе уравнение — уравнение движения воды в гидравлическом аспекте;  $h$  — глубина потока;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $n$  — параметр шероховатости; третье уравнение — уравнение неразрывности;  $I$  — интенсивность дождя;  $\varepsilon$  — коэффициент стока.

Следует заметить, что система уравнений (3) является наиболее подходящей при моделировании развития на не очень короткие промежутки времени. Прогнозирование размыва склона (при действии на него одного или нескольких интенсивных ливней) целесообразнее производить не стационарными уравнениями движения и неразрывности. Это обусловлено двумя причинами: нестационарностью стока в начальной и конечной фазе на фоне кратковременности воздействия склонового стока на склон; нестационарностью стока, вызванной изменениями профиля склона во время его размыва.

Возвращаясь к понятию закрытых и открытых систем, отметим, что моделирование последних затрудняется в связи с усложнением механизма их функционирования из-за дополнительного взаимодействия на границах. Но обычно наличие отрицательных обратных связей обуславливает достижение динамического равновесия. Гомеостаз склона есть способность нейтрализовать изменения, происходящие в каких-либо его частях, при помощи механизма отрицательной обратной связи.

Рассмотрим теперь открытые склоновые системы, на которые оказывают влияние гидрологические системы (подрезание основания склона). Эффект подрезания основания склона в диффузионных моделях может учитываться через нулевое граничное условие на движущейся границе [8, 9]. В простейшем случае при постоянной скорости подрезания ( $b$ ) основания склона ( $y(bt, t) = 0$ ) могут быть получены аналогичные решения для диффузионной модели. При определенном соотношении параметров подрезания и денудации такая модель приводит к стационарно-динамическому (автомодельному) режиму (стадия параллельного отступания склона), который разделяет устойчивый режим развития склона (стадия выполаживания) от неустойчивого (стадия нарастания крутизны склона).

При действии абразии скорость подрезания имеет тенденцию затухать благодаря механизму отрицательной обратной связи (например, в результате удлинения и выполаживания абразионной, волно-пробойной, террасы). При расчете скорости ( $b$ ) необходимо поэтому понять, как расходуется энергия волн при прохождении их по абразионной террасе и определить максимальное их воздействие на основание склона.

Другой механизм отрицательной обратной связи наблюдается при слабой интенсивности различных прибрежных течений, т. е. когда скатывающийся в основании склона и прибрежной зоне материал слабо перерабатывается волнами и течениями и служит естественной защитой склона от абразии. В этом случае полагаем, что скорость подрезания основания склона является функцией скапливающегося в его основании материала ( $W$ ):  $b(t) = F(W)$ . Этот материал может перераспределяться и формировать аккумулятивную отмель. Наиболее просты и реальны следующие виды функции:

$$\begin{aligned} b(t) &= b_0 \exp(-\alpha W), \\ b(t) &= \beta (W_0 - W), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $b_0, \alpha, \beta = \text{const}$ ;  $W_0$  — предельный объем материала, при котором заканчивается абразия склона.

Объем материала можно определить по изменению профиля надводного склона за время  $t$  и интенсивности ( $q$ ) убыли материала из прибрежной (береговой) зоны:

$$W(t) = k \int_0^{\infty} [y(x, 0) - y(x, t)] dx - qt, \quad (5)$$

где  $k$  — коэффициент, учитывающий твердую часть (обломки) сносимого со склона материала;  $y(x, 0)$  — начальный профиль склона.

Эволюцию профиля склона можно определить, например, по диффузионной модели подрезаемого склона [8, 9]:

$$\begin{cases} \frac{\partial y}{\partial t} = k \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \\ y\left(\int_0^t b(t) dt, t\right) = 0, \\ y(x, 0) = \varphi(x). \end{cases} \quad (6)$$

Алгоритм для решения системной модели (4) — (5) — (6) может быть следующим. За небольшое время от 0 до  $t_1$  считаем, что  $b(t) = b_{01} = \text{const}$  и решаем задачу (6) при простейшем граничном условии  $y(b_{01}t, t) = 0$ . Получив профиль склона в момент времени  $t_1$ , вычисляем объем сносимого материала по выражению (5):  $W_{01} = k \int_0^{\infty} [y(x, 0) - y(x, t_1)] dx - qt_1$  и

рассчитаем новую скорость подрезания по одной из формул (4), например,  $b_{12} = b_{01} \exp(-\alpha W_{01})$ . Далее считаем, что на отрезке  $t_2 - t_1$  скорость  $b_{12}$  постоянна, и решаем вновь задачу (6) при граничном  $y(b_{12}t, t) = 0$  и начальном условии  $-y(x, t_1)$  до момента времени  $t_2$ . Далее вся процедура повторяется вновь.

На развитие надводного склона влияет не только узкая береговая зона, где происходят основные взаимодействия, но и подводный склон. В связи с этим возникает задача моделирования всего берегового склона в целом. Рассматриваем его как единую систему: надводная часть склона  $\rightleftharpoons$  подводная часть склона. Обе эти части развиваются в неодинаковых условиях и под воздействием различных процессов, а значит, и описываются разными моделями. Главная трудность состоит в сопряжении (синтезе) этих моделей с помощью учета механизма взаимодействия на границе рассматриваемых частей берегового склона. Здесь задача расчета скорости может рассматриваться в единстве с задачей развития всего

берегового склона. В этом случае граница  $s(t) = \int_0^t b(t) dt$  называется свободной и на ней ставится условие, определяющее скорость ее движения. Усматривается некоторая аналогия такой постановки задачи с известной в механике двухфазной задачей Стефана.

Более универсальные возможности анализа динамических состояний природных систем открываются в связи с использованием качественной теории динамических систем [10]. Динамические модели позволяют исследовать на устойчивость стационарно-динамические режимы природных систем, решать задачи на оптимальное управление, учитывать фактор запаздывания в системах. Анализ различных динамических склоновых систем показывает, что при постоянном по интенсивности действующем факторе, благодаря наличию отрицательных связей, развитие систем идет в сторону установления динамического равновесия. Следовательно, одна из возможных задач оптимального управления может состоять в скорейшем переводе в устойчивое состояние [11].

В динамических моделях может быть учтен и стохастический фактор. В настоящее время разработан математический аппарат для анализа устойчивости динамических систем при малых случайных возмущениях [12]. Здесь оценивается время выхода траектории из устойчивого состояния на границу области, а также характер этого выхода. Разрабатывается приложение этого аппарата для анализа устойчивости экосистем [13].

При анализе модели баланса материала в конкретной точке склона, полученной на основе комплексной концепции развития склона [14],

$$\frac{dh}{dt} = B \exp(-\gamma h) - Ah^r \sin \alpha, \quad (7)$$

где первый член справа есть скорость физического выветривания;  $B$ ,  $\gamma = \text{const}$ ; второй член справа — общий вынос материала из рассматриваемой точки;  $A$ ,  $r = \text{const}$ ;  $\sin \alpha$  — уклон склона. Нами [15] показано, что уравнение (7) приводит к устойчивому состоянию ( $h = \bar{h}$ ) для выветрелого слоя материала ( $h$ ), которое определяется условием  $dh/dt = 0$ .

Введем теперь в правую часть уравнения (7) малые случайные возмущения  $\varepsilon W_t$ , где  $\varepsilon$  — малый параметр,  $W$  — случайный Винеровский процесс. Оценим время выхода системы из устойчивого состояния  $h = \bar{h}$  на границу области  $h = 0$ . Это соответствует времени деградации системы и переходу ее в другую систему. Например, пологий склон ( $h \neq 0$ ) при действии возмущений может перейти в крутой склон ( $h = 0$ ), функционирование которого пойдет другим способом. Используя результаты предшествующих работ [12, 13], это время получим в виде

$$M_x \tau_1^\varepsilon \sim \exp \left\{ \left[ \left( \frac{Ah^{-2} \sin \alpha}{B} - 1 \right) \left[ \frac{(-2B\bar{h})}{\ln(A\bar{h}^r \sin \alpha/B)} \right] + \frac{2A}{r+1} \bar{h}^{r+1} \sin \alpha \right] / \varepsilon^2 \right\}.$$

Числитель этого выражения под знаком экспоненты при  $\bar{h} \rightarrow 0$  также стремится к нулю, т. е. когда система находится в устойчивом состоянии с малой глубиной выветрелого слоя, необходимо и малое время для перевода ее в состояние  $h = 0$ . При  $\bar{h} \rightarrow \infty$  рассматриваемый числитель также стремится к бесконечности, т. е. система при больших  $\bar{h}$  устойчива к малым возмущениям. Действительно, при большой мощности выветрелого слоя материала маловероятно быстрое его удаление при малых воздействиях.

С помощью анализа динамических систем, описывающих реальные природные системы, можно определить такую важную их характеристику, как время релаксации.

В отличие от балансовых (диффузионные и геомеханические) моделей, которые позволяют моделировать изменения состояния склонов в виде эволюции их профилей ( $y(x, t)$ ), динамические модели склоновых систем в основном описывают потоки материала в системах, и в математическом отношении представляют собой в наиболее общем случае автономные системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассмотренные подходы и модели наиболее перспективны при анализе динамических состояний склоновых, а также природных систем в целом.

### Список литературы

1. Демек Я. Теория систем и изучения ландшафта.— М., 1977.
2. Широков В. М. Конструктивная география рек: основы преобразования и природопользования.— Минск, 1985.
3. Девдариани А. С. Математический анализ в геоморфологии.— М., 1967.
4. Culling W. E. H. // J. Geol.— 1963.— V. 71.— № 2.— P. 127.
5. Трофимов А. М., Московкин В. М. Математическое моделирование в геоморфологии склонов.— Казань, 1983.
6. Арманд Д. Л. Наука о ландшафте.— М., 1975.
7. Есин Н. В., Скоркин Н. А. // Вестн. МГУ. Сер. геогр.— 1971.— № 3.— С. 34.
8. Trofimov A. M., Moskovkin V. M. // Z. Geomorphol.— 1976.— В. 25.— S. 110.