MSC 32A55

ДИСКРЕТНЫЙ СИНГУЛЯРНЫЙ ИНТЕГРАЛ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

А.В. Васильев

Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
ул. Студенческая, 14/1, Белгород, 308007, Россия, e-mail: alexvassel@gmail.com

Дискретным сингулярным интегралом в полупространстве $\mathbf{Z}^m_{h,+} = \{\tilde{x} \in \mathbf{Z}^m_h \,|\, \tilde{x} = (\tilde{x}_1, ..., \tilde{x}_m), \tilde{x}_m > 0\}, \mathbf{Z}^m_h$ – целочисленная $(mod\ h, h > 0)$ решетка в $\mathbf{R}^m$, мы называем оператор

$$K_h:\ u_h(\tilde{x}) \longmapsto \sum_{\tilde{y}\in\mathbf{Z}^m_{h,+}} K(\tilde{x}-\tilde{y})u_h(\tilde{y})h^m\,, \quad \tilde{x} \in \mathbf{Z}^m_{h,+}, \tag{1}$$

определенный на функциях дискретного аргумента $u_h(\tilde{x}), \tilde{x} \in \mathbf{Z}^m_{h,+}$, который порождается интегралом

$$K:\ u \longmapsto \text{v.p.} \int\limits_{\mathbf{R}^m_+} K(\tilde{x}-\tilde{y})u(y)dy, \tag{2}$$

где $K(x)$, $K(0) = 0$, – ядро Кальдерона – Зигмунда [1] в m-мерном пространстве, $\mathbf{R}^m_+ = \{x \in \mathbf{R}^m:\ x = (x_1, ..., x_m), x_m > 0\}$.

Введем функцию $r(x) = (\frac{x_m}{1+x_m})^\alpha(1+|x|)^\beta$, и будем предполагать, что функция $u \cdot r$ удовлетворяет условию Гельдера

$$|(u\cdot r)(x) - (u\cdot r)(y)| \le C|x-y|^\gamma\,, \quad \forall x, y \in \mathbf{R}^m_+\,,$$

$0 < \gamma < 1,\ \gamma < \alpha < \gamma+1,\ 0 < \beta+\gamma < m$, C – постоянная, не зависящая от x, y. Если обозначить l_h оператор сужения на решетку $\mathbf{Z}^m_{h,+}$, $l_h : \mathbf{R}^m_+ \to \mathbf{Z}^m_{h,+}$, то имеет место

Теорема. *Справедлива оценка*

$$|(K_h u_h - l_h K u)(\tilde{x})| \le \text{c}h^\gamma \ln(1/h).$$

В случае пространств $\mathbf{Z}^m_h$ и $\mathbf{R}^m$ некоторые численные результаты, иллюстрирующие близость операторов (1) и (2), представлены в [2].

Литература

1. Михлин С.Г. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения / Москва: ГИФМЛ, 1962.

2. Vasilyev A.V., Vasilyev V.B. Numerical analysis for some singular integral equations // Neural, Parallel and Scientific Computations. – 2012. – 20, No. 3-4. – P.313-326.