

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
( Н И У « Б е л Г У » )

**ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

**Факультет дошкольного, начального и специального образования**

**Кафедра теории, педагогики и методики начального образования  
и изобразительного искусства**

**РАЗВИТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ  
МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ  
ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ**

**Выпускная квалификационная работа  
студентки очной формы обучения  
направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование  
Профиль Начальное образование  
4 курса группы 02021202  
Шумагиной Татьяны Михайловны**

Научный руководитель:  
к.физ.-мат. н., доц. Аматава Г.М.

**БЕЛГОРОД 2016**

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение.</b> . . . . .	<b>3</b>
<b>Глава 1. Теоретические основы развития пространственных представлений младших школьников.</b> . . . . .	<b>8</b>
1.1. Понятие о развитии пространственных представлений в современной психолого-педагогической литературе . . . . .	8
1.2. Особенности развития пространственных представлений у детей младшего школьного возраста . . . . .	18
1.3. Развитие пространственных представлений на уроках математики. . . . .	27
<b>Глава 2. Опытнo-экспериментальная работа по развитию пространственных представлений младших школьников в процессе решения задач на движение.</b> . . . . .	<b>34</b>
2.1. Анализ опыта учителей по использованию задач на движение как средства развития пространственных представлений учащихся. . . . .	34
2.2. Экспериментальная работа по развитию пространственных представлений младших школьников при решении задач на движение. . . . .	40
<b>Заключение.</b> . . . . .	<b>63</b>
<b>Библиографический список.</b> . . . . .	<b>66</b>
<b>Приложение</b> . . . . .	<b>72</b>

## ВВЕДЕНИЕ

В современном обществе образование характеризуется тенденцией гуманизации обучения. Основная задача образования – создание условий для формирования гармонически развитой личности.

Достижение этой цели имеет не только теоретический, но и практический смысл. Современное начальное математическое образование является частью системы среднего образования и в то же время своеобразной самостоятельной ступенью обучения.

Кардинальное изменение приоритетов целей обучения потребовало обновление содержания и методов преподавания математики в начальной школе. Новое содержание математического образования сориентировано главным образом на формирование культуры и самостоятельности мышления младших школьников, а также элементов учебной деятельности средствами и методами математики. В процессе изучения математического содержания у младших школьников формируются приемы мыслительной деятельности: анализа и синтеза, сравнения, классификации, абстрагирования и обобщения. Учащиеся обучаются общим способам действия, осуществляя пошаговый контроль и самооценку выполненной деятельности с целью установления соответствия своих действий намеченному плану.

В настоящее время учителям традиционной начальной школы предлагается ряд обновленных и новых программ по математике, оснащенных учебно-методическими комплектами. Однако, несмотря на то, что необходимость изучения геометрического материала в курсе математики начальных классов и формирования на его основе пространственных представлений и пространственного мышления младших школьников не представляется спорной ни в одной из сегодняшних методических систем обучения математике в начальных классах, структурный анализ содержания наиболее популярных сегодня учебных пособий по математике показывает крайне недостаточную содержа-

тельную разработанность этого вопроса в курсе математики начальных классов.

Согласно психологической теории пространственные представления – представления о пространственных и пространственно-временных свойствах и отношениях: величине, форме, относительном расположении объектов, их поступательном и вращательном движении и т. д.

Особое место занимает пространственное воображение при изучении геометрии в интеллектуальной деятельности учащихся. На ранних этапах изучения геометрии пространственное воображение учащихся помогает реализовать наглядную, образную стратегию формирования знаний, в определенной мере обеспечивая необходимую последовательность рассуждений и логическую строгость выводов. так же пространственные представления необходимы при изобразительной деятельности. Для того чтобы успешно изображать, ребенку необходимо хорошо представлять предмет или явление.

Проблемой формирования пространственных представлений занимались многие ученые психологи и математики-методисты. Психологи Б.Г. Ананьев, Л.Л. Гурова, О.И. Галкина, Н.Ф. Талызина, В.П. Зинченко, Е.Н. Кабанова, А.М. Леонтьев, Б.Ф. Ломов, Меллер, Т.А. Мусейибова, И.П. Павлов, С.Л. Рубинштейн, Е.Ф. Рыбалко, И.М. Сеченов, Б.А. Сазонтъев и другие исследовали.

Конкретно-методические вопросы, связанные с разработкой методов формирования и развития пространственных представлений в процессе обучения элементам геометрии в младшем школьном возрасте, рассматривались авторами учебников И.И. Аргинской, М.А. Байтовой, Л.В. Занковым, А.М. Захаровой, Н.Б. Истоминой, М.И. Моро, А.М. Пышкало, Л.Г. Петерсон, А.А. Столяр, Л.В. Тарасовым, Т.И. Фещенко и другими, а также математиками-методистами О.А. Алексеенко, С.И. Волковой, Н.С. Подходовой, Л.П. Стойловой и другими.

Актуальность проблемы исследования связана с тем, что у школьников на разных ступенях обучения возникают немалые трудности при решении задач на движение. Традиционно причины этого сводятся к недостаточной сформированности в начальных классах понятий о величинах: скорость, время, расстояние, к отсутствию представлений о пропорциональной зависимости. Пространственные представления необходимы не только при изучении систематического курса геометрии, при изобразительной деятельности детей, но и главным образом при обучении решению задач на движение.

Всё сказанное обеспечило выбор темы исследования: «Развитие пространственных представлений младших школьников при обучении решению задач на движение».

**Проблема исследования:** каковы педагогические условия использования задач на движение как эффективного средства развития пространственных представлений младших школьников.

Решение данной проблемы составляет **цель исследования**.

**Объект исследования:** развитие пространственных представлений младших школьников.

**Предмет исследования:** задачи на движение как средство развития пространственных представлений младших школьников.

Проблема, цель, объект и предмет исследования позволили сформулировать **гипотезу**, согласно которой задачи на движение могут быть достаточно эффективным средством развития пространственных представлений младших школьников при соблюдении следующих условий:

- при ознакомлении с задачами данного вида соблюдается поэтапность развития представлений учащихся о видах прямолинейного движения тел;
- для рассмотрения детям предлагаются задачи на различные виды движений, доступные пониманию младшего школьника;

- в процессе работы над задачами ребенок поставлен в позицию субъекта учебной деятельности.

В соответствии с целью и гипотезой исследования были определены следующие **задачи**:

- 1) изучить психолого-педагогическую литературу по исследуемой проблеме;
- 2) изучить особенности развития пространственных представлений детей младшего школьного возраста;
- 3) определить роль и место задач на движение в развитии пространственных представлений учащихся.

Для решения поставленных задач и проверки гипотезы были использованы следующие **методы исследования**:

- теоретические (анализ и обобщение психолого-педагогической литературы по проблеме исследования; разработка упражнений и задач, направленных на достижение результата);
- эмпирические (беседы, тестирование, анкетирование).

**Практическая значимость исследования** состоит в определении и апробации педагогических условий использования задач на движение для развития пространственных представлений младших школьников.

Результаты исследования могут быть использованы в практике работы учреждений начального образования, в системе профессиональной подготовки педагогов и повышения квалификации работников образования.

**База исследования:** МБОУ СОШ № 11 города Белгорода. В исследовании приняли участие учащиеся 4 «Б» класса.

**Апробация и внедрение результатов исследования** осуществлялась в форме докладов и обсуждений на заседании проблемной группы «Математическое образование в начальной школе» (2015-2016 уч. год) и в рамках научной сессии НИУ «БелГУ» – апрель 2016 г. Кроме того, опубликована статья в

материалах Международной научно-практической конференции «Проблемы социализации и индивидуализации личности в образовательном пространстве» (г. Белгород, 26 ноября 2015 г.).

**Структура исследования.** Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы и приложения.

**Во введении** дается характеристика пространственных представлений, обосновывается актуальность темы исследовательской работы, формулируется научный аппарат исследования: проблема, цель, объект, предмет, определяется гипотеза, задачи, методы и база исследования.

**В первой главе** «Теоретические основы развития пространственных представлений младших школьников» рассматривается психолого-педагогическое обоснование проблемы развития пространственных представлений детей младшего школьного возраста, в частности на уроках математики.

**Во второй главе** «Опытно-экспериментальная работа по развитию пространственных представлений младших школьников в процессе решения задач на движение» представлен анализ опыта учителей по использованию задач на движение как средство развития пространственных представлений учащихся, описана работа на формирующем этапе исследования, определена динамика развития пространственных представлений учащихся на контрольном этапе и сделаны методические выводы.

**В заключении** содержатся выводы и обобщения по исследовательской работе.

**Библиографический список** включает 58 источников. Выпускная квалификационная работа расположена на 85 страницах.

**В приложении** содержатся описание заданий диагностических методик констатирующего и контрольного этапов эксперимента.

## **ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ**

### **1.1. Понятие о развитии пространственных представлений в современной психолого-педагогической литературе**

Пространственное воображение и пространственные представления младшего школьника являются предпосылками для формирования его пространственного мышления и обеспечиваются различными психическими процессами, такими как восприятие (первоосновой которого являются ощущения), воображение, память, внимание при обязательном участии речи. Ведущую роль при этом играют логические приемы мышления: синтез, сравнение, анализ, обобщение, абстрагирование, классификация.

Прежде всего, необходимо уточнить понятие «пространственное мышление», его содержательную и операциональную стороны. Основой для развития пространственного мышления, как уже сказано, являются пространственные представления, которые отражают соотношения и свойства реальных предметов, то есть свойства трехмерного видимого или воспринимаемого пространства (Пышкало, 1993). Пространственные представления – это образы памяти или образы воображения, в которых представлены по преимуществу пространственные характеристики объекта: форма, величина, взаимоположение составляющих его частей, расположение его на плоскости или в пространстве. Содержанием пространственного мышления является оперирование пространственными образами в видимом или воображаемом пространстве (на плоскости). Этим пространственное мышление отличается от других форм мышления, где выделение пространственных характеристик не является центральным моментом.

Пространственные представления – это представления о пространственных и пространственно-временных свойствах и отношениях, величине, форме,



относительном расположении объектов. Чтобы ребенок успешно учился в школе, он должен свободно ориентироваться в пространстве и владеть основными пространственными понятиями. Пространственные представления необходимы для обучения ребенка счету, письму, рисованию, чтению и другим дисциплинам, которые основаны на установлении соотношений между предметами и явлениями, их последовательности, а значит, их пространственных взаимосвязей (Вовчик-Блаkitная, 1991).

Пространственная организация мира представлена человеку в трех основных составляющих: реальное пространство окружающей среды, аналогичные ему представления о пространстве во внутреннем плане и так называемое квазипространство, которому нет аналогов в реальном мире. Сложнейший механизм развития пространственных представлений начинается еще в самом раннем детстве и формируется постепенно. Формирование пространственных представлений связано с использованием разных систем ориентации в пространстве (видимом и воображаемом). Базовой и наиболее естественной, онтогенетически более ранней системой ориентации в пространстве является схема тела. Освоение пространственных характеристик среды осуществляется на основе представлений о схеме собственного тела и двигательной активности в реальном, жизненном, заданном пространстве. Развитие идет от головы к рукам и в дальнейшем – к туловищу и к ногам, вначале анализируются представления по отношению к собственному лицу, затем – по отношению к телу в целом и только после этого – относительно собственных рук (Давыдов, 2001).

У человека нет специального органа чувств, который отвечал бы за ориентацию в пространстве. Мы воспринимаем пространство благодаря двигательной активности, взаимодействию зрения, слуха, осязания. Вот почему пространственное восприятие формируется по мере того, как обогащается чувственный опыт ребенка, углубляются его знания об окружающем мире, расширяется сфера его практической деятельности.

Пространственные представления имеют важное значение для формирования многих высших психических функций: праксиса (адекватно координированное действие, сопровождающееся развернутым контролем), гнозиса (процесс опознания стимулов разной модальности), устной и письменной речи, зрительно-пространственной памяти и мышления.

Говоря об информации, хранящейся в памяти, мы, так или иначе, отдаем себе отчет в том, что она не хранится там как попало, и извлекаем мы ее из своей памяти совсем не так, как извлекаются вслепую бочонки из мешочка при игре в лото. Выбирая нужную информацию, мы должны попасть в определенную точку пространства своей памяти.

Важное место занимает пространственный фактор и при развитии восприятия. Не секрет, что для получения более полной картины восприятия лучше потрогать воспринимаемый предмет, пощупать его, прикоснуться к нему. У детей тактильно-пространственное восприятие представлено в жизни довольно интенсивно. Например, из логопедической практики, известно, что при формировании образа буквы эффективным приемом является ощупывание и лепка ребенком букв (Гузеева, 1996).

Таким образом, чтобы ребенок успешно учился в школе, он должен свободно ориентироваться в пространстве, владеть основными пространственными понятиями. Нередко родители надеются, что с возрастом ребенок «выровняется», «подтянется», «станет стараться» и учеба пойдет на лад. Это очень опасное заблуждение. С возрастом данные трудности сами по себе не проходят, а только усугубляются и способствуют возникновению новых проблем в обучении ребенка (появлению специфических ошибок на письме). Более того, если ребенку не будет оказана квалифицированная помощь специалиста, то сложности могут возникнуть и при изучении геометрии, географии, истории, иностранного языка и т.д.

Профессор И.С. Якиманская считает, пространственное мышление струк-

турно представлено двумя видами деятельности: созданием пространственного образа и преобразованием уже созданного образа в соответствии с поставленной задачей. При создании любого образа, в том числе и пространственного, мысленному преобразованию подвергается наглядная основа, на базе которой он возникает. В качестве реальной основы может выступать и реальный предмет, и его графическая (рисунок, чертеж, график и т.д.) или знаковая (математические или иные символы) модель. В любом случае при создании образов происходит перекодирование, сохраняющее не столько внешний вид, сколько контур объекта, его структуру и соотношение частей.

При оперировании образом мысленно видоизменяется уже созданный образ, нередко в условиях полного отвлечения от первоначальной формы. Преобразование пространственных образов может осуществляться одновременно в нескольких направлениях или в каком-то одном, но при этом снова происходит отвлечение от первоначального образа (образов) и уже без сохранения либо контуров, либо структуры, либо соотношения частей.

В зависимости от сложности выполняемых преобразований, И.С. Якиманская выделяет три типа оперирования пространственными образами:

1-й тип – преобразуется пространственное положение и не затрагивается структура образа (это различные перемещения);

2-й тип – преобразуется структура образа путем различных трансформаций (наложения, совмещения, перегруппировка составных частей, добавление или удаление элементов);

3-й тип – исходный образ преобразуется длительно и неоднократно, что приводит к изменению и структуры, и пространственного положения.

Эта классификация достаточно условна, так как операция, относящаяся ко 2-му типу, может одновременно привести к изменению образа в пространстве (а это уже 3-й тип) и тому подобное (Якиманская, 1999)

Еще до школы дети накапливают большое число представлений о форме, величине и взаимном расположении различных предметов на плоскости и в окружающем пространстве. Но так как опыт младших школьников и накопление терминологии носят случайный и эпизодический характер, то осознанного понимания отношений между предметами, выражаемыми словами «одинаковые», «различные», «большой», «меньший», «справа», «слева», «между» и другими у детей до поступления в школу, как правило, нет. Восприятие пространства, осуществляемое в результате субъективного опыта ребенка на эмпирической основе, для младшего школьника осложнено тем, что пространственные признаки предметов сливаются с воспринимаемым содержанием, они не вычленяются как специальные отдельные объекты познания.

Слово, как ориентир, позволяет из совокупности признаков объекта выделить единичный: либо форму, либо размер, либо положение относительно других объектов. Однако ребенок затрудняется сам охарактеризовать тот или иной признак. При дифференциации пространственных признаков некоторые сложности возникают у детей младшего школьного возраста также с использованием понятия «размер», которое формируется у них, как правило, в основном при изучении величин: длины, площади, объема. В младшем школьном возрасте, особенно на начальном этапе обучения, основным показателем сформированности пространственных представлений является узнавание и дифференцирование пространственных признаков на основе перцептивной деятельности (деятельности по восприятию объекта). Оперативной единицей пространственного восприятия объекта является образ, который характеризуется не только и не столько пространственными признаками (форма и размер), но в большей степени пространственными отношениями, определяющими направление (вперед – назад, вверх – вниз), расстояние (далеко – близко), местоположение (высокий – низкий, короткий – длинный) и так далее (Люблинская, 1996).

Одна из психологических особенностей детей младшего школьного возраста – преобладание наглядно-образного мышления и именно на первых этапах обучения математике используется образ, как основная оперативная единица пространственных представлений младших школьников. Однако большие возможности для дальнейшего развития этого вида мышления, а также для наглядно-действенного мышления дает такая работа с геометрическим материалом на уроках математики, когда образ, в котором представлены пространственные признаки объекта, и слово соотносятся ребенком взаимно однозначно. В этом случае сформированность пространственных представлений дает ребенку возможность оперировать ими не только на уровне узнавания и дифференциации объекта по пространственным признакам, но главное – на уровне мысленного воспроизведения образа объекта и изменения его положения в пространстве размещать и ориентировать объект в какой-либо системе отсчета, то есть понимать его положение среди совокупности других объектов.

«Именно такой подход к изучению геометрического материала делает его эффективным для развития детей», – считает Л.В. Занков (Занков, 2000). Формирование пространственных представлений у младших школьников способствует развитию восприятия, памяти, внимания, выработке у младших школьников математических понятий на основе содержательного обобщения, которое означает, что ребенок движется в учебном материале от частного к общему, от конкретного к абстрактному. Переход от наглядно-образного к наглядно-действенному мышлению требует сложной аналитико-синтетической работы, выделения деталей, сопоставления их друг с другом, что невозможно без наличия у ребенка развитых пространственных представлений и пространственного воображения. В этом процессе большое значение принадлежит и речи, которая помогает назвать признак, сопоставить признаки. Только на основе развития наглядно-действенного и наглядно-образного

мышления начинает формироваться в этом возрасте формально-логическое мышление, которое в совокупности с наглядно-образным и наглядно-действенным мышлением является основой умственного развития младшего школьника. При этом, с помощью каждого из них, у ребенка лучше формируются те или иные качества ума.

В исследованиях Д.Б. Эльконина и В.В. Давыдова было достаточно убедительно доказано, что проблема обновления содержания обучения в начальных классах является частью проблемы организации развивающего обучения ребенка младшего школьного возраста. Психологическое обоснование важности и особой значимости этой проблемы было разработано Д.Б. Эльconiным (1997) и В.В. Давыдовым (2003), в исследованиях которых было детально показано, что одним из решающих факторов в развитии мышления младших школьников выступает содержание обучения. Известный советский кибернетик А.А. Фельдбаум отмечал: «Накопление знаний играет в процессе обучения немалую, но отнюдь не решающую роль. Человек может забыть многие конкретные факты, на базе которых совершенствовались его качества. Но если они достигли высокого уровня, то человек справится со сложнейшими задачами, а это и означает, что он достиг высокого уровня культуры» (Фельдбаум, 1992).

Таким образом, связь между содержанием обучения и процессом развития мышления ребенка, несомненно, существует, но ее нельзя считать достаточным условием обеспечения математического развития ребенка. В то же время психологически и дидактически обоснованный отбор этого содержания, несомненно, будет играть значительную роль в процессе создания управляемой системы математического развития ребенка.

Под математическим развитием ребенка младшего школьного возраста будем понимать целенаправленное и методически организованное формирование и развитие совокупности взаимосвязанных основных (базовых) свойств

и качеств математического мышления ребенка и его способностей к математическому познанию действительности. Такое развитие задает главную целевую установку обучения математике детей младшего возраста.

Методическая система (включая технологию) непрерывного математического развития ребенка младшего возраста, предоставляющая каждому ребенку условия для индивидуального продвижения в математическом содержании (траектории) будет способствовать: практическому созданию единой системы преемственного дошкольного и начального обучения математике; достижению оптимально возможного для ребенка, соответствующего возрастному этапу уровня математического развития. Таким образом понятие «математическое развитие» ребенка дошкольного и младшего школьного возраста не следует полностью ассоциировать с понятием «математические способности» (природного характера). Успешность ребенка в освоении математического содержания во многих случаях связана с наличием этих природных способностей, но организация математического развития ребенка, обладающего слабыми природными способностями к математике, вполне возможна при условии применения соответствующих методик. При этом в одних случаях процесс целенаправленного математического развития ребенка будет приводить к дальнейшему развитию природных математических способностей, в других случаях – к оптимальному развитию необходимых для успешного усвоения математического содержания свойств и качеств мышления, в-третьих случаях – к коррекции недостатков познавательного развития ребенка и созданию предпосылок для более успешного усвоения математического содержания при дальнейшем обучении (Яковлева, 1995).

Целенаправленная работа по организации математического развития ребенка младшего школьного возраста будет способствовать общему повышению уровня развития интеллектуальных (умственных) способностей каждого ребенка, что в свою очередь благоприятно отразится на успешности обучения

детей предметному содержанию. Эта работа будет также способствовать личностному развитию ребенка, поскольку такие качества математического стиля мышления как целеустремленность, критичность, широта, гибкость, организованность, логичность и др. являются в то же время личностными характеристиками качеств ума и характера человека. Итак, цель математического развития ребенка младшего школьного возраста – это стимуляция и развитие математического мышления (соответствующих возрасту компонентов и качеств этого мышления).

Психолого-дидактическим обоснованием этого подхода является своеобразие возрастного развития познавательных и когнитивных процессов ребенка младшего возраста, обусловленное тем, что в возрасте 3-5 лет ведущим типом мышления ребенка является наглядно-действенный тип, а в возрасте 6-10 лет – наглядно-образный тип мышления. Возраст 10-12 лет является переходным к ведущему абстрактному (словесно-логическому) типу мышления.

Это обуславливает необходимость использования для организации математического развития ребенка на каждом из обозначенных этапов соответствующего содержания и методологии, максимально соответствующих «детскому способу» вхождения в математику оптимально возрасту ребенка. Опора на ведущий тип мышления ребенка дает основание сделать вывод: главным направлением организации математического развития ребенка дошкольного возраста является целенаправленное развитие конструктивного мышления, а ребенка младшего школьного возраста – развитие пространственного мышления. Эти виды математического мышления сенситивны указанным возрастам, и потому наиболее чувствительны к методическому развивающему воздействию педагога. Таким образом, наиболее способствующей математическому развитию ребенка младшего школьного возраста будет та система обучения математике (и, соответственно, те учебники), которая в 1 классе (6 лет) предусматривает специальную методическую работу по развитию конструктивного



мышления ребенка, а во 2-4 классах – специальную работу по развитию пространственного мышления в сочетании с активной пропедевтикой основ словесно-логического мышления.

Методологическим обоснованием предлагаемой концепции является выбор в качестве ведущего метода обучения детей математическому содержанию метода моделирования, с преимущественным использованием на каждом возрастном этапе того вида моделирования, который более всего соответствует возрастным особенностям развития мышления и других познавательных процессов. В возрасте 3-5 лет – это конструирование (вещественное моделирование); в возрасте 6-10 лет – сочетание конструирования с графическим моделированием (с постепенным перенесением акцента на последнее), в возрасте 10-12 лет – графическое моделирование с элементами конструирования (там, где необходимо практическое приложение знаний и умений ребенка в математике), и с элементами логико-символического моделирования (знакового и символического) в качестве подготовки к переходу ребенка на ведущий словесно-логический (абстрактный) тип мышления в старшем возрасте. Такой подход к выбору ведущего метода обучения обеспечивает эффективное развитие приемов умственной деятельности у ребенка (анализа, синтеза, абстрагирования, обобщения и др.), развитие практико-ориентированной интуиции в применении математических знаний, самостоятельности в учебно-познавательной деятельности и таких качеств математического мышления как гибкость, критичность, активность, целенаправленность и др.

Модель изучаемого математического понятия или отношения играет роль универсального средства изучения свойств математических объектов. При таком подходе к формированию начальных математических представлений не только учитывается специфика математики (науки, изучающей количественные и пространственные характеристики реальных объектов и процессов), но и происходит обучение ребенка общим способам деятельности с ма-

тематическими моделями реальной действительности и способам построения этих моделей.

Являясь общим приемом изучения действительности, моделирование позволяет эффективно формировать такие приемы умственной деятельности как классификация, сравнение, анализ и синтез, обобщение, абстрагирование, индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, что в свою очередь стимулирует в перспективе интенсивное развитие словесно-логического мышления. Таким образом, можно считать, что данный подход будет обеспечивать формирование и развитие математического мышления ребенка, а, следовательно, будет обеспечивать его математическое развитие и развитие пространственных представлений.

## **1.2. Особенности развития пространственных представлений у детей младшего школьного возраста**

Пространственные представления – это деятельность, включающая в себя определение формы, величины, местоположения и перемещения предметов относительно друг друга и собственного тела, относительно окружающих предметов (Карпенко, 2007, 92).

Пространственные представления имеют большую роль во взаимодействии человека с окружающей средой, являясь необходимым условием ориентировки в ней человека. Развитие пространственных представлений и формирование на их основе пространственного мышления школьников является важнейшей частью их интеллектуального развития в целом, поскольку играет большую роль не только при изучении геометрии, но и других учебных дисциплин. В частности, без сформированных пространственных представлений, на наш взгляд, невозможно эффективное изучение рисования, черчения, физики, географии, технологии и ряда других школьных предметов. Наличие хо-

рошего пространственного воображения необходимо и инженеру, и дизайнеру, и компьютерщику, и экономисту и специалистам многих других профессий. Невысокий уровень развития пространственного мышления и пространственного воображения на начальной ступени обучения является для ученика среднего и старшего звена обучения непреодолимым камнем преткновения для дальнейшей учебы. Формировать пространственные представления у 15-летних детей, рассчитывая, что это можно сделать быстро, – задача практически не выполняемая. Таким образом, мы вновь приходим к выводу о том, что формирование пространственного мышления должно начинаться в начальной школе, поскольку этот возраст, благодаря специфике психологического развития, наиболее благоприятен для формирования как базовой, так и операциональной стороны пространственного мышления.

Развитие пространственных представлений младших школьников мы считаем одной из важных задач обучения в школе, благодаря их немалому значению для усвоения знаний и навыков, как в учебной, так и практической деятельности. Конечно, ребёнок приходит в школу, имея определённый запас знаний, полученных в семье, в детском саду. В школе же продолжается работа по совершенствованию знаний детей о пространстве. Большое внимание этому уделяют не только учителя начальной школы, но также логопеды и психологи. В первую очередь они работают с теми детьми, у которых наблюдается недостаточная сформированность пространственных представлений.

Самые элементарные формы ориентировки в пространстве формируются уже в младенческом возрасте, они основываются на сложных оптико-вестибулярных и кинестетических связях первой сигнальной системы. Уже в работах Г.И.Челпанова отмечается, что представление о положении, форме вещей человек получает «благодаря представлению положения органа, движения органа, направления движения» (Челпанов, 1896, 312). Также И.М.Сеченов, указывая на особую роль в процессе восприятия пространства

двигательных и зрительных ощущений, писал, что при рассматривании предмета «мы бываем, вынуждены поворачивать в его сторону глаза и голову», вследствие чего «к зрительному чувствованию присоединяется мышечная реакция»

(Сеченов, 1947, 470). Прослеживая формирование восприятия пространства в процессе развития ребёнка, И.М. Сеченов обращал внимание на большую роль в этом двигательной активности ребёнка, возможности перемещаться в пространстве и действовать с различно расположенными предметами.

Исследования Б.Г. Ананьева и его сотрудников подтвердили, что «восприятие пространства есть сложная интермодальная ассоциация», которая образуется «из взаимодействия различных анализаторов внешней и внутренней среды человеческого организма» (Ананьев, 2009, 6) и возникает в результате не созерцательного, а «действенного отношения к миру» (Шемякин, 1999, 17).

Но восприятия предметов, движения и связанного с ним «мышечного чувства» (имеющих место в процессе практического овладения предметами), которые являются первыми необходимыми условиями познания пространства, ещё недостаточно, чтобы ребёнок знал, что такое «далеко», «рядом», «справа» и т.д. В преддошкольном возрасте на новый, более высокий уровень восприятия пространства поднимает «включение сигналов второй системы во всю отражательную деятельность ребёнка» (Люблинская, 1956, 47). Именно слово, которое наполняется конкретным содержанием, становится раздражителем, «замыкающим временные связи между первой и второй сигнальными системами»

(Сорокун, 1953, 13).

С этого момента развитие пространственной ориентации ребёнка происходит в неразрывной связи с формированием его мышления и речи. В результате взаимодействия взрослого и ребёнка, последний постепенно переходит от неточных общих словесных обозначений пространства («там», «тут», «здесь»

и т.п.) к освоению специальных слов, обозначающих пространственные признаки предмета и его взаиморасположение с другими («слева», «выше» и т.п.). Эти понятия становятся орудием для дальнейшего, более глубокого анализа пространственных представлений, обозначенный словом признак предмета вычленяется и превращается в самостоятельный объект познания. С течением времени подобные слова приобретают оттенок относительности, и ребёнок уже самостоятельно определяет отношения между 2-3 предметами, используя выражения «слева от», «справа от» и т.д. (Ломпшер, 1958). Это осуществляется благодаря тому, что при определении пространственных отношений между объектами ребенок переносит «схему своего тела», являющуюся для него основой освоения «словесной системы отсчёта» при определении пространственных направлений, на тот объект, который в тот момент служит для него фиксированной точкой отсчёта (Мусейибова, 1964).

К моменту поступления в школу ребёнок, как правило, уже различает свои правую и левую руку, понимает значение слов «вверх», «вниз», «дальше», «ближе», «впереди», «позади» и т.д., может не только практически воспроизвести, но и определить словами расположение предметов относительно самого себя. В младшем школьном возрасте в процессе усвоения знаний по различным учебным предметам (письму, математике; на уроках изобразительного искусства, труда, физической культуры), а также в средней и старшей школе (в процессе обучения геометрии, черчению, географии) происходит дальнейшее развитие пространственных представлений детей о величине, протяжённости, длине, ширине, высоте, расстоянии, направлениях по сторонам своего тела и т.д.

Исходя из анализа литературы, мы полагаем, что важными приемами работы по развитию пространственных представлений являются:

- опора на наглядность ситуации;
- практическая деятельность с конкретными предметами;

- использование в развивающей работе дидактических игр;
- создание игровых ситуаций (ведь именно игровая форма работы вызывает в этом возрасте неподдельный интерес ребёнка);
- активное употребление детьми в своей речи предлогов и слов, отражающих пространственное положение предметов (например, когда один из участников развивающего занятия предлагает другим свой вариант задания);
- введение упражнений на различение направления в условиях поворота (сначала реального, затем мысленного) на  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  в горизонтальной плоскости.

Обучение решению задач на движение в начальной школе сводится, как правило, к ознакомлению с простейшими задачами на движение, а иногда и вообще не изучают их. Такое положение противоречит, во-первых, опыту ориентирования в пространстве и оперирования трехмерными телами, с которыми ребенок приходит в школу, а во-вторых, результатам детской психологии. Как следствие, пространственное мышление детей оказывается недостаточно развитым, так как именно младший школьный возраст для его развития является наиболее благоприятным периодом. Этим в значительной мере обусловлены трудности изучения задач на движение в старших классах. Ослабление геометрической подготовки в аспекте развития пространственных представлений в начальной школе не только разрывает эту органическую связь, но и делает проблематичным решение важнейшей задачи общего математического образования – формирования культуры мышления. Пространственные представления, получаемые детьми в начальной школе, не только скудны, но и носят догматический характер, что приводит к тому, что школьники не испытывают никакой потребности в обосновании их истинности (Ломпшер, 1998). В отличие от арифметики, изучение задач на движение в пространстве требует преимущественно эмоционально-образных познавательных стратегий, органичных для младших школьников, и потому является исключительно важным для

полноценного интеллектуального, эмоционального и эстетического развития детей. В силу того, что умение ориентироваться в пространстве составляет необходимый компонент любого вида учебной деятельности, систематические занятия способствуют также общей успешности учения на начальной ступени обучения. Исходя из этого, можно выделить следующие взаимосвязанные цели изучения задач на движение в начальной школе:

- развитие пространственного мышления детей как разновидности образного;
- ознакомление ребенка с органическими для него методами познания как естественной составляющей математических методов;
- подготовка младших школьников к усвоению понятия о пространственности реального мира.

Под текстовой задачей в математике понимается описание некоторой ситуации на естественном языке с требованием дать количественную оценку некоторого компонента этой ситуации. Иногда требуется установить наличие/отсутствие определенного отношения между компонентами описанной ситуации или определить вид этого отношения. Например, «Автомобиль выехал из пункта А со скоростью 70 км/ч. Через 3 часа вслед за ним выехал второй автомобиль со скоростью 90 км/ч. На каком расстоянии от пункта А второй автомобиль догонит первый?» В задаче описывается движение двух автомобилей. Любое движение характеризуется тремя величинами: пройденным расстоянием, скоростью и временем движения. В данной задаче некоторые данные известны, а некоторые необходимо найти (пройденное расстояние).

При первоначальном знакомстве с задачами на движение, опора на наглядные представления неизбежна, поэтому использование метода наглядности при формировании пространственных представлений является существенным. При изучении решения задач на движение младшими школьниками опираться только на непосредственное созерцание недостаточно. Так как мо-

торика ребенка и связанное с ней мышечное чувство играет в развитии психики, интеллекта и личности фундаментальную роль, то наглядное обучение пространственным представлениям должно обеспечить возможность оперировать предметными. Это значит, что любое новое представление ребенка об объекте должно быть получено в результате активных действий самого ребенка, направленных на изменение положения объекта в пространстве. Отсюда с неизбежностью вытекает необходимость использования при формировании пространственного мышления младших школьников экспериментального метода.

На всех этапах изучения решения задач на движение в школе, в том числе и в начальных классах, ученики имеют дело с графическими моделями, реализованными на плоском листе бумаги. Это значит, что изображения схем движения должны быть в максимальной степени наглядными и правильными. В то же время такое положение требует от учащихся умения «читать» графическую информацию, умения оперировать такой информацией. Это умение состоит, с одной стороны, из умения представлять умозрительный образ, заданный его изображением, а с другой – изображать графическую модель, заданную другими способами, например, вербальным описанием или предметной моделью, изготовленной из тех или иных материалов. Таким образом, еще одним из методов формирования пространственных представлений младшего школьника является графическое моделирование, которое, являясь универсальным методом обучения решению задач на движение, выступает одновременно и как средство, и как цель обучения.

Задача эффективного развития пространственных представлений как основы пространственного мышления может быть решена только в том случае, если решение задач на движение направляется «сверху вниз», то есть от пространственных форм и пространственных отношений к плоским, как естественным составляющим пространственных.



Решая задачи, учащиеся приобретают новые математические знания, готовятся к практической деятельности. Задачи способствуют развитию их логического мышления. Большое значение имеет решение задач и в воспитании личности учащихся. Поэтому важно, чтобы учитель имел глубокие представления о текстовой задаче, о ее структуре, умел решать такие задачи различными способами.

Таким образом, текстовая задача есть описание на естественном языке некоторого явления (ситуации, процесса) с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этого явления, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между компонентами или определить вид этого отношения.

Так, Л.М. Фридман анализирует состав задачи и выделяет в ней следующие компоненты:

- условие, которое содержит множество названных элементов и множество связей и отношений между ними;
- требование, которое понимается как указание на цель решения задачи;
- оператор, который представляет собой "совокупность тех действий (операций), которые надо произвести над условием задачи, чтобы выполнить ее требование" (Фридман, 1994).

Также выделяет еще и четвертую компоненту – базис решения задачи, Ю.М. Колягин, что есть некоторая теоретическая или практическая основа решения. Ю.М. Колягин происхождение задачи связывает с существованием задачной системы и как о необходимом условии возникновения задачи говорит об осознании проблемности задачной системы, то есть существования в ней неизвестных элементов, отношений, связей (Колягин, 1997).

Вообще говоря, расхождение Фридмана и Колягина по поводу определения задачи вызвано тем, что у Фридмана сам термин "задача" обозначает определенную модель проблемной ситуации, и поэтому используется вне за-

висимости от того, испытывает ли данный человек какие-либо затруднения в ее решении, связан ли поиск и осуществление этого решения с некоторым умственным напряжением для него, то есть сопровождается ли процесс решения задачи созданием проблемной ситуации или, наоборот, данный человек уже неоднократно встречался с подобными задачами, способ их решения ему хорошо известен, у него выработаны все умения и навыки, необходимые для осуществления решения задачи. Колягин же полагает, что если в проблемной задачной системе выражена ситуация, которая не является для человека проблемной, то задачи как таковой для него не возникает. По сути, Колягин отождествляет задачу и проблемную ситуацию. Фридман в этом отношении говорит о принятии или непринятии задачи. Непринятие задачи имеет место также и в том случае, когда человек выполняет ее решение, полностью довольствуясь привычными действиями, которые были выработаны при решении многих подобных задач.

В психологии задачу рассматривают как объект изучения (анализа с целью нахождения пути решения) каким-либо субъектом, например, учеником. Г.А. Балл отмечает, что понятие «задача» употребляется в психологической литературе для обозначения объектов трех различных категорий:

- 1) как категория цели действия субъекта, требования, поставленного перед субъектом;
- 2) как категория ситуации, включающей наряду с целью условия, в которых она должна быть достигнута;
- 3) как категория словесной (знаковой) формулировки этой ситуации.

В психологической литературе наиболее распространено употребление термина «задача» как объекта второй категории. Определение задачи, предложенное Г.А. Баллом следующее: «Задача, в самом общем виде – это система, обязательными компонентами которой являются:

- а) предмет задачи, находящийся в исходном состоянии;

б) модель требуемого состояния предмета задачи»(Балл, 1990).

Предметом задачи может быть всякий предмет, для которого можно указать не совпадающие друг с другом исходное и требуемое состояние. Предмет задачи Балла и задачная система Колягина для уяснения сути задачи имеют одинаковую смысловую нагрузку. Начальное состояние задачной системы предполагает наличие в ней некоторой проблемности, а конечное состояние характеризуется устранением этой проблемности.

### **1.3. Развитие пространственных представлений на уроках математики**

Все предметы, окружающие нас в мире, находятся в пространстве, занимают в нем определенное место, имеют величину, объем и форму, расположены на том или ином расстоянии от нас и от других предметов. Отражение в нашем сознании этих пространственных свойств различных предметов называется восприятием пространства.

Пространственное мышление обеспечивает выявление пространственных свойств и отношений, оперирование ими в процессе решения задач, связанных с ориентацией в реальном (физическом) и теоретическом (геометрическом) пространстве. Поскольку пространственные свойства и отношения наиболее отчетливо выступают в геометрических объектах, являющихся абстракцией реальных предметов, то главная роль в развитии пространственного представления принадлежит математике в частности геометрии.

Основной задачей изучения геометрического материала в начальных классах является формирование у детей четких представлений и первичных понятий о таких геометрических фигурах, как точка, прямая линия, отрезок прямой, ломаная линия, угол, многоугольник, круг.

При этом система упражнений и задач, а также различные виды наглядности геометрического содержания должны способствовать развитию про-

странственных представлений у детей, умений наблюдать, сравнивать, абстрагировать и обобщать.

Одной из задач обучения является выработка у учащихся практических умений измерения и построения геометрических фигур с помощью чертежных и измерительных инструментов и без них (измерить на глаз, начертить от руки и т.п.). Следует также дать первоначальные представления о точности построений и измерений.

Процесс развития пространственных представлений может активно протекать лишь в тесной связи с развитием логического мышления и речи учащихся. Проблема восприятия пространства и пространственных представлений тесно смыкается с проблемой решения мыслительных задач и формирования геометрических понятий. Отсюда следует важный педагогический вывод: наиболее эффективны лишь такие методы формирования и развития пространственных представлений при обучении геометрии, которые обеспечивают органическое сочетание восприятия геометрических фигур, действий с ними, мышления и речи учащихся.

Психологи Б.Г. Ананьев, П.П. Блонский, Б.Ф. Ломов, Е.Н. Кабанова-Меллер и другие в своих исследованиях установили, что формирование пространственных представлений осуществляется в процессе деятельности, причем важная роль при этом принадлежит произвольному воображению - воображению, направляемому целью деятельности. В свою очередь качество деятельности становится показателем сформированности пространственных представлений.

Давно отмечаемые трудности усвоения многими школьниками курса геометрии уходят корнями в начальную математическую подготовку. Действительно, содержательный геометрический материал (особенно для развития пространственных представлений) в курсе математики начальных классов, несмотря на разнообразие существующих сегодня систем обучения, практиче-

ски отсутствует. Обучение элементам геометрии в начальной школе сводится, как правило, к ознакомлению с простейшими плоскими фигурами и измерению геометрических величин инструментальными средствами, а с пространственными фигурами и того менее.

Такое положение противоречит, во-первых, опыту ориентирования в пространстве и оперирования трехмерными телами, с которыми ребенок приходит в школу, а во-вторых, результатам детской психологии.

Как следствие, пространственное мышление детей оказывается недостаточно развитым, так как именно младший школьный возраст для его развития является наиболее благоприятным периодом. Этим в значительной мере обусловлены трудности изучения геометрии, особенно стереометрии, в старших классах. Но математика едина, и геометрия составляет ее органическую часть. Ослабление геометрической подготовки в аспекте развития пространственных представлений в начальной школе не только разрывает эту органическую связь, но и делает проблематичным решение важнейшей задачи общего математического образования – формирования культуры мышления. Геометрические же знания, в том числе и пространственные представления, получаемые детьми в начальной школе, не только скудны, но и носят догматический характер, что приводит к тому, что школьники не испытывают никакой потребности в обосновании их истинности (Галкина, 1996, 29).

В отличие от арифметики, изучение геометрии в пространстве требует преимущественно эмоционально-образных познавательных стратегий, органичных для младших школьников, и потому является исключительно важным для полноценного интеллектуального, эмоционального и эстетического развития детей. В силу того, что умение ориентироваться в пространстве составляет необходимый компонент любого вида учебной деятельности, систематические занятия геометрией способствуют также общей успешности учения на начальной ступени обучения.

Методы обучения младших школьников как вообще геометрии, так и пространственным представлениям в том числе, определяются, прежде всего, особенностями познавательных возможностей детей, а также самим предметом геометрии как науки о свойствах геометрических фигур (Бантова, 2004,87).

Геометрические фигуры – это пространственные формы в «чистом виде», потому методы геометрии необходимо умозрительны. Но при первоначальном знакомстве с геометрией, в том числе – пространственной, опора на наглядные представления неизбежна, поэтому использование метода наглядности при формировании пространственных представлений является существенным (Белошистая, 2007, 82).

При изучении геометрии младшими школьниками опираться только на непосредственное созерцание недостаточно. Так как моторика ребенка и связанное с ней мышечное чувство играет в развитии психики, интеллекта и личности фундаментальную роль, то наглядное обучение пространственным представлениям должно обеспечить возможность оперировать предметными моделями идеальных геометрических объектов, выявлять геометрические факты методами физического эксперимента наряду с экспериментом мысленным. Это значит, что любое новое представление ребенка об объекте должно быть получено в результате активных действий самого ребенка, направленных на преобразование объекта. Отсюда с неизбежностью вытекает необходимость использования при формировании пространственного мышления младших школьников экспериментального метода.

На всех этапах изучения геометрии в школе, в том числе и в начальных классах, ученики имеют дело с графическими моделями геометрических фигур, реализованными на плоском листе бумаги. Это значит, что изображения пространственных фигур, а именно с них надо начинать обучение геометрии, должны быть в максимальной степени наглядными и правильными. В то же

время такое положение требует от учащихся умения «читать» графическую информацию, умения оперировать такой информацией. Это умение состоит, с одной стороны, из умения представлять умозрительный образ, заданный его изображением, а с другой – изображать геометрический объект, заданный другими способами, например, вербальным описанием или предметной моделью, изготовленной из тех или иных материалов. Таким образом, еще одним из методов формирования пространственных представлений младшего школьника является графическое моделирование, которое, являясь универсальным методом обучения геометрии, выступает одновременно и как средство, и как цель обучения (Истомина, 2004, 56).

Задача эффективного развития пространственных представлений как основы пространственного мышления может быть решена только в том случае, если выделение геометрических фигур направляется «сверху вниз», то есть от пространственных форм и пространственных отношений к плоским, как естественным составляющим пространственных. Это значит, что пространственные и плоские геометрические фигуры должны изучаться взаимосвязано и взаимозависимо, то есть на основе принципа фузионизма. Процесс мысленного конструирования геометрических образов в целом, доминирующий на начальном этапе обучения, опирается на интуитивно понятное отношение прикосновения. Это отношение наглядно отражает свойство непрерывности, являющееся предметом изучения топологии, выделяя качественные свойства геометрических фигур и их положение в пространстве.

Важное место при изучении геометрического материала занимает наглядность.

Наглядность применяется и как средство познания нового, и для иллюстрации мысли, и для развития наблюдательности, и для лучшего запоминания материала. Средства наглядности используются на всех этапах процесса обу-

чения: при объяснении нового материала учителем, при закреплении знаний, при контроле усвоения учебного материала.

Наиболее эффективно усвоение геометрического материала достигается в процессе выполнения различного рода практических упражнений, связанных с деятельностью самих учащихся. Эти виды деятельности программа конкретизирует следующим образом: изготовление геометрических фигур, их вычерчивание, вырезание развёрток и склеивание, черчение, образование фигур на подвижных моделях, а также путём перегибания листа бумаги. Полученные знания используются детьми на практике не только на уроках арифметики, когда находят периметр, площадь и др., но и на уроках труда, рисования, в работе на школьном учебно-опытном участке.

### **Выводы по 1 главе**

Изучив теоретические основы развития пространственных представлений младших школьников, можно сделать следующие выводы:

- развитие пространственных представлений у младших школьников способствует: развитию восприятия, памяти, внимания; выработке у младших школьников математических понятий на основе содержательного обобщения, которое означает, что ребенок движется в учебном материале от частного к общему, от конкретного к абстрактному;
  - одна из психологических особенностей детей младшего школьного возраста – преобладание наглядно-образного мышления и именно на первых этапах обучения математике используется образ, как основная оперативная единица пространственных представлений младших школьников;
  - целенаправленная работа по организации математического развития ребенка младшего школьного возраста будет способствовать общему повышению уровня развития интеллектуальных (умственных) способностей каждого



ребенка, что в свою очередь благоприятно отразится на успешности обучения детей предметному содержанию;

- формирование пространственного мышления должно начинаться в начальной школе, поскольку этот возраст, благодаря специфике психологического развития, наиболее благоприятен для формирования как базовой, так и операциональной стороны пространственного мышления;

- процесс развития пространственных представлений может активно протекать лишь в тесной связи с развитием логического мышления и речи учащихся;

- изучение задач на движение в пространстве требует преимущественно эмоционально-образных познавательных стратегий, органичных для младших школьников, и потому является исключительно важным для полноценного интеллектуального, эмоционального и эстетического развития детей;

- существует необходимость использования при формировании пространственного мышления младших школьников экспериментального метода;

- пространственное мышление обеспечивает выявление пространственных свойств и отношений, оперирование ими в процессе решения задач, связанных с ориентацией в реальном (физическом) и теоретическом (геометрическом) пространстве;

- пространственные представления используются детьми на практике не только на уроках арифметики, когда находят периметр, площадь и др., но и на уроках труда, рисования, в работе на школьном учебно-опытном участке.

## ГЛАВА 2. ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РАБОТА ПО РАЗВИТИЮ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ

### 2.1. Анализ опыта учителей по использованию задач на движение как средства развития пространственных представлений учащихся

Рассмотрим, как организуют работу на уроках математики при обучении младших школьников решению задач на движение учителя-практики.

Учителя начальных классов М.М. Халидов и В.М. Мукина в своём опыте предлагают начинать знакомство с задачами на движение во 2-ом классе. При знакомстве с величинами  $v$  – скорость,  $t$  – время,  $S$  – путь они используют игрушечные машины. Учащиеся должны понимать, что  $v$  – путь, пройденный за единицу времени,  $S$  – отрезок пути, который прошёл предмет за определённое время. Задаётся вопрос: «Какая величина самая большая?». Дети «открывают»  $S$ . Далее идёт практическая работа.

«Мальчик шёл со скоростью 4 км/ч и был в пути 2 часа. Какой путь прошёл мальчик?».

Учащиеся рассуждают, что  $S$  – это самая большая величина, и находят её умножением:  $S = v \cdot t$ .

Ученики решают задачу, выводят формулу и берут её в рамку. Учитель записывает фломастером на альбомном листе эту же формулу (листок прикрепляется к доске).

Учитель задаёт вопрос:

- Что вы открыли? (Чтобы найти  $S$ , надо  $v$  умножить на  $t$ ).
- А теперь составьте обратную задачу. Как находят  $v$ ?

Дети выполняют задание самостоятельно. Потом проверяется только условие. «Мальчик был в пути 2 часа и прошёл путь, равный 8 км. С какой скоро-

стью шёл мальчик?». Решение проверяется и затем дети сами выводят формулу:  $v = S : t$ . Эта формула также записывается на альбомном листе.

Снова учитель задаёт вопрос:

- Что вы открыли? (Чтобы найти  $v$ , надо  $S$  разделить на  $t$ ).
- А теперь составьте ещё одну обратную задачу.

Дети составляют задачу. Проверка производится поэтапно:

1. Текст составленной задачи: «Мальчик шёл со скоростью 4км/ч и прошёл расстояние 8 км. Сколько времени он был в пути?».
2. Способ нахождения времени – дети выводят формулу:  $t = S : v$ .

После проверки эта формула записывается на альбомном листе.

Учитель задаёт традиционный вопрос:

- Что вы открыли?

И дети подводят итог:  $S = v \cdot t$ ;  $v = S : t$ ;  $t = S : v$ .

Листок с формулами остаётся висеть на доске, учитель его не снимает.

Далее идёт закрепление материала в практических упражнениях: предлагается задача, дети её решают и выполняют проверку. Потом по заданию учителя составляют две обратные задачи (кому трудно, могут смотреть на листок своих «открытий»). Далее проходит проверка по формулам.

Затем даётся самостоятельная работа: составить и решить две обратные задачи и вывести формулы. Если у детей не возникает трудностей, то учитель приступает к решению задач на встречное движение.

Но перед этим проводится подготовительное упражнение: учитель ставит песочные часы (1 минута); учитель, стоящий в одном конце класса, и ученик, стоящий в другом конце класса, начинают двигаться навстречу друг другу. Ученики следят за песочными часами. Через 1 минуту учитель и ученик встречаются; и здесь учащиеся осуществляют вывод физического закона: «Время движения двух тел, вышедших одновременно навстречу друг другу, до их встречи – одинаковое».

Учитель: А почему один прошёл больше? От чего это зависит?

Дети: От скорости.

Учитель: Какая это задача?

Дети: На встречное движение.

Учитель: Какую заповедь мы помним?

Дети: Тела, движущиеся одновременно навстречу друг другу, затрачивают до встречи одинаковое время.

Затем решается задача на встречное движение: «От двух пристаней отошли одновременно навстречу друг другу два парохода. Скорость первого 28 км/ч, а скорость второго 22 км/ч. Они встретились через 4 часа. Вычислите расстояние между пристанями». Задачу читают два ученика, а третий читает и записывает задачу кратко в виде чертежа.

Учащиеся решают задачу самостоятельно. Затем начинается проверка. Практически все дети решают задачу в три действия. Отсюда следует вопрос учителя: «А как можно короче её решить?».

При нахождении краткого способа решения учитель опирается на сильного ученика. В ходе проверки делается акцент на то, что при одновременном движении навстречу друг другу тела затрачивают одинаковое время и всегда можно найти общую скорость, а потом её умножить на время и получить расстояние.

Учитель: Какой же способ рациональный? А теперь составьте к этой задаче две обратные. Выполните чертёж для каждой задачи и решите их.

Можно разбить работу на этапы:

- сначала дать задание составить обратную задачу, где будет неизвестна одна из скоростей,
- затем составить обратную задачу, где неизвестно время.

Дети составляют, решают задачу, а потом проверяют решение. Для быстрого овладения умением решать задачи на картоне делается схема с карманчи-

ками; в карманчики вставляются числа, которые ученики используют при составлении задач. Решение в тетради учащиеся записывают сразу без краткой записи.

В 3 классе вводятся так же новые задачи на движение. Пройденное повторяется, так как задачи на встречное движение являются фундаментом, на котором строится решение задач, когда «один вышел раньше другого».

«От пристани А вышел катер со скоростью 45 км/ч встретился через 4 часа с другим катером, который вышел от пристани В на три часа раньше первого. Найти скорость второго катера, если расстояние между пристанями 530 км».

Условия задачи дети читают два раза. Под комментирование выполняется чертеж, и записываются кратко данные. Ученики повторяют задачу по чертежу и получают возможность решить её самостоятельно.

Если дети затрудняются в решении задачи, учитель, закрыв на чертеже путь, который второй катер прошёл за 3 часа, показывает детям, что дальше – знакомая задача, на встречное движение (а эти задачи ученики уже умеют решать).

1.  $45 \cdot 4 = 180$  (км) – прошёл первый катер до встречи;
2.  $530 - 180 = 350$  (км) – прошёл второй катер до встречи;
3.  $3 + 4 = 7$  (ч) – был в пути второй катер;
4.  $350 : 7 = 50$  (км/ч) – скорость второго катера.

Учитель: А теперь составьте обратную задачу, где надо узнать расстояние ( $S$ ).

Дети составляют обратную задачу и выполняют к ней чертёж.

Далее:

1. Проверка составленной учеником задачи.
2. Проверка решения.
3. Проверка других вариантов решения (если они имеются).

Учитель: А теперь составьте обратную задачу, где надо найти, через какое время встретятся эти катера.

Дети составляют задачу и выполняют чертёж.

Далее:

1. Проверка условий задачи.
2. Проверка решения задачи:
  - 1)  $50 \cdot 3 = 150$  (км) – прошёл за 3 часа второй катер;
  - 2)  $45 + 50 = 95$  (км/ч) – общая скорость;
  - 3)  $530 - 150 = 380$  (км) – общий путь;
  - 4)  $380 : 95 = 4$  (ч) – через такое время катера встретятся.

Затем решаются задачи, когда один объект догоняет другой: «Из пункта А вышел поезд со скоростью 50 км/ч. Через 4 часа вслед за ним из пункта А вышел второй поезд со скоростью 70 км/ч. Через сколько часов второй поезд догонит первый и на каком расстоянии от пункта А?»

1. Составление чертежа.
2. Учитель задаёт вопрос: Почему второй поезд догонит первый?

Дети: Потому что у него скорость больше.

Учитель: Какой вопрос напрашивается сразу?

Дети: **Насколько** скорость второго поезда больше скорости первого?

3. Учащимся даётся возможность самим решить задачу.

4. Далее идёт проверка решения с объяснением:

Учитель: Какой путь между поездами **к моменту выхода второго поезда**?

Дети:  $50 \cdot 4 = 200$  (км).

Учитель: Какова разность скоростей?

Дети:  $70 - 50 = 20$  (км/ч).

Учитель: Через сколько часов второй поезд догонит первый?

Дети:  $t = s : v; \quad 200 : 20 = 10$  (ч).

Учитель: На каком расстоянии от А второй поезд догонит первый?

Дети: 1 способ:  $70 \cdot 10 = 700$  (км).

2 способ:  $10 + 4 = 14$  (ч).

$50 \cdot 14 = 700$  (км).

Выводится алгоритм решения этой задачи: чтобы найти время, когда один объект догоняет другой объект, надо расстояние разделить на разность скоростей.

В данном опыте можно отметить как положительные, так и отрицательные моменты. К положительным моментам можно отнести использование приёма с песочными часами и то, что в описанном опыте предусмотрена самостоятельная работа учащихся, в частности, когда детям предоставляется возможность сначала самим решить задачу. Из положительных моментов стоит отметить и то, что при составлении обратных задач учащимся даётся задание выполнить чертёж к этим задачам. Это помогает проверить, действительно ли дети понимают, какие задачи являются обратными, или составляют их формально, глядя на формулы. Отрицательным является то, что в данном опыте не раскрывается, на основе каких знаний дети делают вывод, что из трёх величин – скорости, времени, расстояния (пути) – именно расстояние является самой большой величиной (Халидов, 2006).

Изучив опыт учителей-практиков, выяснили, что методическая работа по развитию пространственных представлений младших школьников в процессе решения задач на движение ранее не изучалась. Поэтому данная проблема является актуальной.

## **2.2. Экспериментальная работа по развитию пространственных представлений младших школьников при решении задач на движение**

Экспериментальная работа проводилась на базе 4 «Б» класса МБОУ СОШ №11 г. Белгород в течении 2015-2016 учебного года.

Классный руководитель этого класса учитель начальных классов Бостанова Ирина Юрьевна. Её педагогический стаж составляет 11 лет. Отлично владеет методикой преподавания математики в начальной школе, проходила курсы повышения квалификации по внедрению стандартов ФГОС НОО. Класс занимается по учебно-методическому комплексу «Перспективная начальная школа», автор учебников математики А.Л. Чекин.

В 4 «Б» классе обучается 22 ученика: 9 мальчиков и 13 девочек. Возраст 10-12 лет: 2004 г. р. – 3 человека, 2005 г. р. – 17 человек, 2006 г. р. – 2 человека. В коллективе 2 ребят из многодетных семей, 7 – из неполных семей, 1 – находится под опекой.

В классе высокая успеваемость по всем предметам. На уроках учащиеся внимательны, добросовестно относятся к выполнению домашних заданий. Учатся на «отлично» – 3 человек, на «4» и «5» – 15 человек, на «3» – 4 человека.

Результаты ежегодного медицинского обследования свидетельствуют о том, что здоровье детей находится в пределах допустимых норм: основную группу здоровья имеют 75 % четвероклассников.

В коллективе имеются лидеры – это Анна К, Эвелина Н, Евгений П. Они самостоятельны, активны, способны повести за собой класс. Кроме этого есть группа ребят, которые обладают организаторскими способностями (Кристина М., Денис У., Виктория Л., Андрей Р.).

Ребята проявляют активность и творчество в проведении классных и школьных мероприятий. Инициативность, активность, живой оклик на новые дела, творческие начинания – вот основные черты классного коллектива.



Все дети занимаются в учреждениях дополнительного образования, как спортивного, так и эстетического направления.

У ребят привито бережное отношение к труду. Они понимают ценность труда, добросовестно относятся к самообслуживанию, бережливы в сохранности учебников и школьной мебели, проявляют огромный интерес к общественным делам.

В соответствии с гипотезой и задачами исследования нами был разработан план педагогического эксперимента, который включал три этапа: констатирующий, формирующий и контрольный.

**Констатирующий этап** эксперимента проходил в период педагогической практики 16 ноября 2015 года.

Целью данного этапа эксперимента было определение уровня развития пространственных представлений учащихся экспериментального класса. На этом этапе были поставлены следующие задачи:

1. Изучение состояния проблемы развития пространственных представлений младших школьников в учебном процессе.
2. Определение уровня развития пространственных представлений учащихся начальных классов.
3. Намечить пути повышения уровня развития пространственных представлений младших школьников путем использования подобранного методического материала в процессе обучения математике.

На данном этапе эксперимента использовалась диагностика уровня развития пространственных представлений с помощью методики М.А. Габовой.

Диагностика пространственных представлений и графических умений у детей 10–12 лет

Цель: Выявление особенностей пространственного мышления и графических умений у детей 10–12 лет.

Общая характеристика методики

Методика диагностики особенностей пространственного мышления и графических умений детей 10–12 лет включает 15 заданий комплексного характера. Все задания строятся на основе деятельности по оперированию графической информацией, как в плане реальных практических действий, так и во внутреннем, мысленном плане. При выполнении заданий детям необходимо оперировать как плоскостными (двухмерными), так и объемными (трехмерными) объектами и их изображениями.

Каждое задание предполагает решение двух типов исследовательских задач: на выявление особенностей пространственных представлений и на выявление особенностей графических умений детей старшего дошкольного возраста и младшего школьного возраста. Оценивание результата ведется по каждому типу задач отдельно.

Задания предлагаются детям в игровой форме, при этом диагностическая задача реализуется через игровую. Все задания объединяются общим сюжетом.

При выполнении заданий предусматривается смена видов деятельности, чтение графических изображений чередуется с деятельностью по созданию и преобразованию графических изображений.

При разработке заданий и критериев уровней развития использованы идеи методик И.Я. Каплунович, А.Э. Симановского, А.И. Савенкова, И.С. Якиманской.

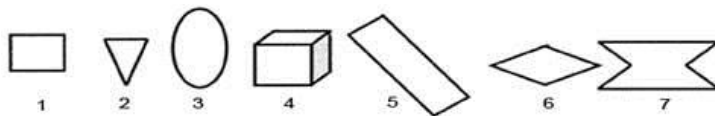
Ниже приведем несколько примеров заданий. Весь список заданий смотрите в приложении 1.

#### Задание 1

Задача 1. Выявить особенности представлений детей о геометрических фигурах, умения воспринимать, различать и называть их независимо от пространственного расположения, опираясь на существенные признаки и их связь с геометрической терминологией.

Задача 2. Выявить особенности умений детей декодировать графическую информацию, читать графические изображения двумерных и трехмерных объектов, соотносить изображение фигуры с ее названием.

Содержание: Ребенку предлагается лист с изображениями 7 фигур, расположенных в ряд и пронумерованных. Требуется дать название каждой фигуре.



Инструкция: «Ты помнишь сказку о Белоснежке и ее друзьях-гномах? Сколько их было? Каждый гном построил себе дом, но не простой, а в виде какой-либо геометрической фигуры. Все эти дома изображены на этом листе. Каждый дом имеет свой номер. Назови форму каждого дома, дай название каждой фигуре».

Верный ответ: 1 – квадрат, 2 – треугольник, 3 – овал, 4 – куб, 5 – прямоугольник, 6 – ромб (допускается ответ «четыреугольник»), 7 – шестиугольник (допускается ответ «многоугольник»).

Оценка результатов: Верно названы до 2 фигур – 1 балл. Верно названы 3–5 фигур – 2 балла. Верно названы 6–7 фигур – 3 балла.

#### Задание 5

Задача 1. Выявить особенности умений ориентироваться на плоскости листа, устанавливать взаимно-обратные пространственные отношения между объектами, изменять точку отсчета, передавать в изображении форму фигур и их пространственное расположение.

Задача 2. Выявить особенности умений кодировать графическую информацию; создавать изображение в соответствии с заданными условиями; точно передавать форму фигур при помощи линий – прямых, кривых; использовать чертежно-графические инструменты.

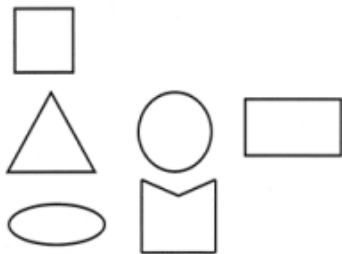
Содержание: Ребенку предлагается лист бумаги, карандаши, ручка, линейка, трафареты с фигурами. Требуется изобразить фигуры, соблюдая определенные условия: изобразить круг, квадрат, прямоугольник, овал, треугольник и пятиугольник так, чтобы: круг был между треугольником и прямоугольником, прямоугольник был справа от круга, треугольник был выше овала, но ниже квадрата, пятиугольник был справа от овала и под кругом.

Инструкция: «У Белоснежки сегодня день рождения. Гномы испекли для нее печенье в форме геометрических фигур и хотят красиво разложить его на блюде. Помоги гномам разложить печенье. Изобрази круг, квадрат, прямоугольник, овал, треугольник и пятиугольник так, чтобы: круг был между треугольником и прямоугольником, прямоугольник был справа от круга, треугольник был выше овала, но ниже квадрата, пятиугольник был справа от овала и под кругом. Можешь использовать все предметы, лежащие на столе».

Инструкцию допускается повторить не более трех раз.

Оценка результатов: Верно передана форма и расположение до 2 фигур или отсутствие ответа – 1 балл. Верно передана форма и расположение 3–4 фигур – 2 балла. Верно передана форма и расположение 5–6 фигур – 3 балла.

Примечание: Все фигуры есть на предлагаемых шаблонах, но их нужно выбрать среди других фигур. При оценке учитывается передача пространственных отношений между фигурами. Сами фигуры могут быть повернуты.



### Задание 12

Задача 1. Выявить особенности умений изменять точку отсчета при ориентировке на реальном трехмерном объекте, соотносить форму граней объекта

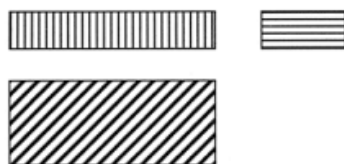
и форму изображения (проекции); характеризовать положение объекта в пространстве.

Задача 2. Выявить особенности умений читать графическое изображение трехмерного объекта; выполнять штриховку прямыми линиями – горизонтальными, вертикальными, наклонными.

Содержание: Ребенку предлагается модель параллелепипеда (все три измерения различны), лежащая на столе, и лист с изображением этой модели сверху, спереди и сбоку (проекции). Предлагается определить, какому направлению соответствует каждая проекция, и заштриховать изображения определенным образом: вид сбоку – горизонтальными линиями, вид спереди – вертикальными линиями, вид сверху – наклонными линиями.



Инструкция: «Белоснежка принесла с почты посылку для гнома из домика в форме куба и положила ее на стол (кладется модель параллелепипеда). Как выглядит посылочный ящик сверху? Найди эту фигуру на чертеже и заштрихуй ее наклонными линиями с наклоном вправо. Гном смотрит на ящик спереди. Что он видит? Заштрихуй нужную фигуру вертикальными линиями (пояснить – сверху вниз). А что можно увидеть сбоку? Заштрихуй эту фигуру горизонтальными линиями (пояснить – слева направо).



Верный ответ:

Примечание: Штриховка выполняется от руки. Расстояние между линиями не задается.

Оценка результатов: Отсутствие ответа или верный выбор одной проекции – 1 балл. Верный выбор двух проекций – 2 балла. Верный выбор трех проекций – 3 балла.

#### Обработка результатов диагностики

Результаты выполнения задач каждого типа в баллах суммируются, затем вычисляется средний оценочный балл, по которому определяются уровни развития пространственных представлений и уровни развития графических умений детей.

Характеристика уровней развития пространственных представлений детей старшего дошкольного и младшего школьного возраста

Низкий уровень (Н) – 1,1-1,6 баллов –ребенок затрудняется в определении, различении и назывании основных пространственных направлений, местоположения объектов относительно других объектов в трехмерном и двухмерном реальном пространстве; испытывает трудности при определении и назывании формы объектов и их частей; не обобщает объекты по наличию / отсутствию пространственных признаков, не выделяет закономерности в пространственном расположении объектов; не отражает последовательность своих действий и их результаты в речи.

Средний уровень (С) – 1,7-2,3 балла –ребенок определяет и называет форму объектов и их частей, расчленяет реальные объекты и образы на части и воссоздает их с незначительными затруднениями; обобщает объекты по признакам формы, структуры, пространственного расположения; испытывает некоторые трудности при оперировании объектами в воображаемом трехмерном и двухмерном пространстве, в реальном не затрудняется; способен выразить словесно результат своих действий, но испытывает затруднения в отражении способов достижения результата, в доказательстве суждений.

Высокий уровень (В) – 2,4-3 балла – ребенок определяет и называет пространственные направления, отношения между объектами как в реальном, так

и в воображаемом трехмерном и двухмерном пространстве; не испытывает трудностей в определении и назывании формы объектов и их частей, в расчленении объектов и воссоздании их из частей в реальном и мысленном плане, в обобщении объектов по форме и пространственному расположению; свободно выражает в речи результаты деятельности и способы их достижения, доказывает свои суждения, использует геометрическую терминологию.

Мы получили следующие результаты, которые занесли в таблицу 2.1.

Таблица 2.1.

Уровни развития пространственных представлений учащихся  
4 «Б» класса (на констатирующем этапе эксперимента)

№ п/п	Список учащихся	Результаты выполненных заданий в баллах															Уровни развития пространственных представлений
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1.	Софья Б.	3	2	2	3	3	3	1	3	3	2	2	3	3	1	3	Н
2.	Никита Г.	3	1	3	2	2	3	1	3	3	1	1	1	3	1	3	Н
3.	Екатерина Ф.	2	3	3	2	2	3	1	3	1	1	2	1	1	3	3	С
4.	Алексей Л.	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	1		В
5.	Дмитрий П.	3	3	3	2	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3	1	С
6.	Елизавета К.	3	2	2	2	3	3	1	3	3	2	2	2	3	2	3	В
7.	Анна Р.	2	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	1	С
8.	Анна К.	3	3	3	2	3	3	3	3	3	1	2	3	1	3	3	В
9.	Дмитрий Г.	3	3	2	1	2	3	1	3	3	2	2	1	3	3	1	Н
10.	Андрей В.	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	1	1	3	3	3	В
11.	Кристина М.	3	3	3	2	3	3	1	3	3	3	3	2	3	3	3	С
12.	Богдан М.	3	3	3	2	2	3	1	3	3	2	2	1	3	3	3	С
13.	Дарья П.	2	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2	1	3	3	3	В
14.	Юлия	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	2	1	1	3	3	С
15.	Виктория Л.	3	3	3	2	3	3	1	3	3	3	2	1	3	3	3	В
16.	Антон Н.	2	1	3	2	3	2	3	3	1	3	2	1	3	1	1	Н
17.	Родион О.	3	3	2	3	3	3	1	3	3	3	2	3	3	3	3	В
18.	Екатерина С.	3	3	3	2	3	3	1	3	3	2	1	1	3	3	1	С
19.	Эвелина Н.	3	3	3	1	3	3	1	3	3	2	3	1	3	3	3	В
20.	Татьяна П.	2	3	3	2	3	2	1	3	3	1	1	3	3	3	1	С
21.	Денис У.	2	3	3	1	3	3	2	3	3	2	1	3	2	3	1	С
22.	Анна Ш.	1	2	2	2	3	3	1	3	3	1	2	1	2	3	1	Н

Полученные результаты отразим на рисунке 2.1.



Рис. 2.1. Уровни развития пространственных представлений учащихся 4 «Б» класса (на констатирующем этапе эксперимента)

Таким образом, учащихся с низким уровнем развития пространственных представлений – 5 человек, что составляет 23%;

со средним уровнем – 9 человек, что составляет 41%;

с высоким – 8 человек, что составляет 36%.

Что говорит о среднем уровне развития пространственных представлений.

Наша задача повысить уровень пространственных представлений, путем включения в процесс обучения математике подобранного методического инструментария.

В качестве контрольного класса был взят 4 «А». В данном классе учитель работает по УМК «Начальная школа XXI», в классе 20 учащихся. Мы так же диагностировали уровень пространственных представлений при помощи методики М.А. Габовой. И получили следующие результаты, которые занесли в таблицу 2.2.

Таблица 2.2.



Уровни развития пространственных представлений учащихся 4 «А» класса  
(на констатирующем этапе эксперимента)

№ п/п	Список уча- щихся	Результаты выполненных заданий в баллах															Уровни раз- вития про- странствен- ных пред- ставлений
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1.	Алексей Л.	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	1	В
2.	Анна Б.	3	2	2	3	3	3	1	3	3	2	2	3	3	1	3	С
3.	Анна К.	3	3	3	2	3	3	3	3	3	1	2	3	1	3	3	С
4.	Анна Р.	2	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	1	С
5.	Анна Т.	1	2	2	2	3	3	1	3	3	1	2	1	2	3	1	Н
6.	Антон Ш.	2	1	3	2	3	2	3	3	1	3	2	1	3	1	1	Н
7.	Валентина Ф.	2	3	3	2	2	3	1	3	1	1	2	1	1	3	3	С
8.	Виктория З.	3	3	3	2	3	3	1	3	3	3	2	1	3	3	3	С
9.	Дарья К.	3	2	2	2	3	3	1	3	3	2	2	2	3	2	3	В
10.	Дарья П.	2	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2	1	3	3	3	В
11.	Денис Э.	2	3	3	1	3	3	2	3	3	2	1	3	2	3	1	С
12.	Екатерина С.	3	3	3	2	3	3	1	3	3	2	1	1	3	3	1	С
13.	Иван М.	3	3	3	2	2	3	1	3	3	2	2	1	3	3	3	С
14.	Игорь О.	3	3	2	3	3	3	1	3	3	3	2	3	3	3	3	В
15.	Кристина М.	3	3	3	2	3	3	1	3	3	3	3	2	3	3	3	С
16.	Матвей В.	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	1	1	3	3	3	В
17.	Никита В.	3	1	3	2	2	3	1	3	3	1	1	1	3	1	3	Н
18.	Татьяна И.	2	3	3	2	3	2	1	3	3	1	1	3	3	3	1	С
19.	Элеонора Н.	3	3	3	1	3	3	1	3	3	2	3	1	3	3	3	В
20.	Юлия З.	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	2	1	1	3	3	С

Представленные в таблице результаты, отразим на рисунке 2.2.

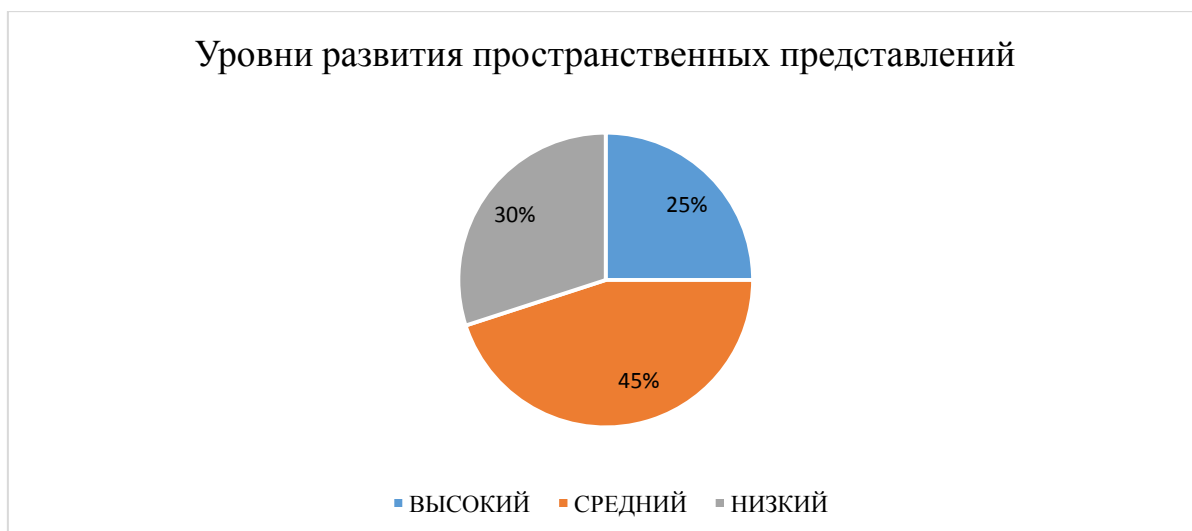


Рис. 2.2. Уровни развития пространственных представлений учащихся 4 «А» класса (на констатирующем этапе эксперимента)

Мы получили следующие результаты:

в контрольном классе на констатирующем этапе эксперимента учащихся с высоким уровнем развития пространственных представлений – 5 человек (25%);

со средним уровнем – 9 человек (45%);

с низким уровнем – 6 человек (30%).

Сравним уровни развития пространственных представлений учащихся 4 «Б» и 4 «А» классов на констатирующем этапе эксперимента, отразим результаты на рисунке 2.3.

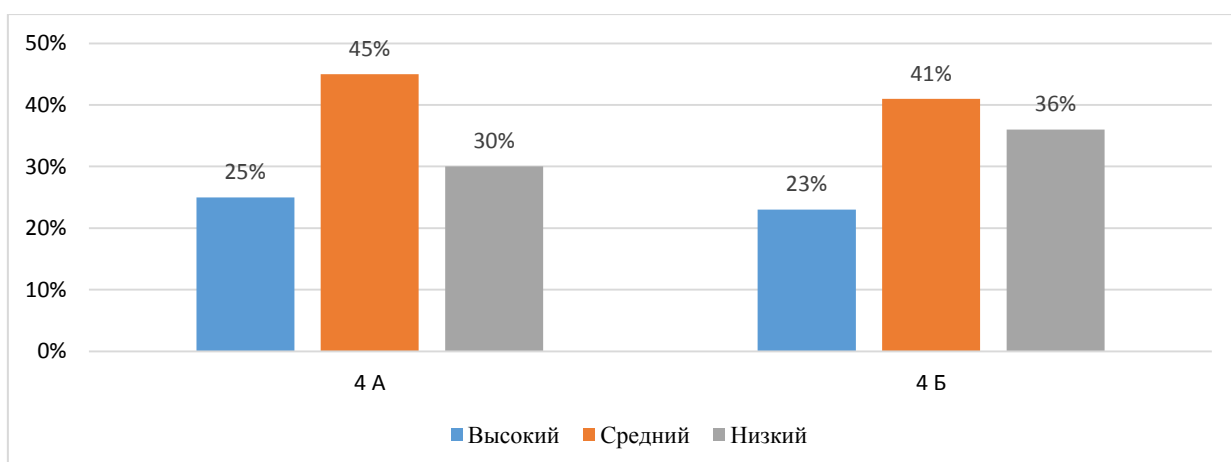


Рис. 2.3. Уровни развития пространственных представлений учащихся 4 «А» и 4 «Б» классов на констатирующем этапе эксперимента

Из гистограммы видно, что уровень пространственных представлений учащихся 4 «Б» и 4 «А» класса на констатирующем этапе эксперимента отличается незначительно.

Переходим к формирующему этапу эксперимента.

**Формирующий этап эксперимента** проходил в ноябре – декабре 2015 г. Здесь велась работа по развитию пространственных представлений в ходе решения текстовых задач на движение. Руководствуясь в целом программными требованиями УМК «Перспективная начальная школа» и используя учебники А.Л. Чекина – Математика, 4 класс, части I и II, мы использовали задачи из других источников, в том числе авторские. Все задания были усилены специальными требованиями, направленными на развитие пространственных представлений учащихся. В качестве примера ниже приведем фрагменты, разработанных нами уроков.

Вначале детям предлагалось поэтапное решение задач на движение в одном направлении. Важно было довести до сознания учащихся понимание того, как меняется ситуация на дороге через каждую минуту или час, в зависимости от условия задачи.

### **Фрагмент 1**

*Тема урока: Движение в одном и том же направлении*

*Задание № 147 (У-2, с. 44)*

*Маша, проиграв соревнование в скорости Мише, предложила соревноваться по-другому: сначала она уедет вперёд на 200 м, а только потом Миша начнёт её догонять. Сможет ли Миша догнать Машу, если весь путь составит 1 км, а скорость передвижения у них будет прежней – 200 м/мин у Маши и 250 м/мин у Миши?*

- Моделируем ситуацию движения, описанного в задаче (дети в тетрадях, учитель на интерактивной доске):

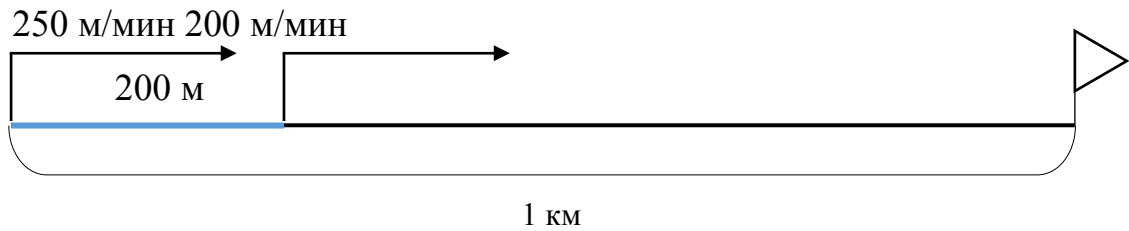


Рис. 2.4.

- Спрашиваем у детей: догонит ли Миша Машу? Как вы думаете?

Ответы учащихся были разными, и это только вызвало дополнительный интерес к задаче.

- Выслушиваем предположения и предлагаем совместно заполнить таблицу, которую проецируем на доску.

Ребята, поскольку мнения разошлись, давайте посмотрим, что происходило на дороге в каждую минуту движения.

Данные предлагается занести в таблицу.

Заполнение таблицы проходило коллективно с синхронным вписыванием в нее обсуждаемых результатов.

Так, начальное расстояние между Мишей и Машей до момента совместного движения? (200 м). Эти и последующие данные постепенно вводим в таблицу:

Время в пути (мин)	0	1	2	3	4
Расстояние, которое преодолел Миша (м)	0	250	500	750	1000
Расстояние, которое отделяет Машу от начала старта (м)	200	400	600	800	1000
Расстояние между Мишей и Машей (м)	200	150	100	50	0

- Далее, в ходе анализа данных таблицы, выясняем, что через 4 минуты совместного движения Маша и Миша придут на финиш одновременно. То

есть, поскольку каждую минуту расстояние между Мишей и Машей будет сокращаться на 50 м, то через 4 минуты Миша догонит Машу.

После решения задачи проводим с ней дополнительную работу, которая сводится к выделению двух разностей: разностей скоростей и разностей пройденных путей при одновременном движении.

Очевидно, что без достаточного уровня развития пространственных представлений, ребенок не сможет выделить эти величины. А в дальнейшем, такие задачи относятся по классификатору к задачам с пропорциональными величинами на нахождение неизвестных по двум разностям.

### **Фрагмент 2**

*Задание № 151\* (У-2, с. 45)*

*От одной пристани одновременно вниз по течению реки отплыли катер и плот. На каком расстоянии они окажутся друг от друга через 2 ч движения, если скорость катера в стоячей воде 20 км/ч?*

*Нужно ли для ответа на требование задачи знать скорость движения плота, которая совпадает со скоростью течения реки?*

*Можно ли найти расстояние, пройденное катером за 2 ч движения вниз по течению реки, если мы знаем только скорость катера в стоячей воде?*

*Почему? Что для этого нужно ещё знать? Вычисли это расстояние, если скорость течения реки 2 км/ч.*

- Учащиеся самостоятельно читают текст задачи, включая второй абзац, разъясняющий, что скорость плота равна скорости течения реки.

- Спрашиваем, проверяя понимание учащимися прочитанного текста:

*Одновременно ли началось движение плота и катера? (Одновременно.)*

*Было ли направление движения объектов одним и тем же? (Да, вниз по течению реки.)*

*Чему равна скорость движения плота? (2 км/ч – скорости течения реки.)*

*Чему равна скорость движения катера в стоячей воде? (20 км/ч.)*

Чему равна скорость движения катера, направляющегося вниз по течению реки, если течение имеет скорость 2 км/ч? ( $20 \text{ км/ч} + 2 \text{ км/ч} = 22 \text{ км/ч}$ .)

- В процессе беседы рисуем на доске схему движения плота и катера, которые одновременно начали двигаться вниз по течению реки.



Рис. 2.5.

- Просим: (1) перечертить схему в тетради; (2) заполнить таблицу, которую проецируем на доску; (3) записать решение задачи по действиям с пояснением.

Объект	Скорость	Время	Расстояние
Катер	22 км/ч	2 ч	?
Плот	2 км/ч		?

На каком расстоянии катер и плот окажутся друг от друга через 2 часа?

- Проверяем устно или на доске:

- 1)  $20 \text{ км/ч} + 2 \text{ км/ч} = 22 \text{ км/ч}$  – скорость катера по течению;
- 2)  $22 \text{ км/ч} \cdot 2 \text{ ч} = 44 \text{ км}$  – преодолет катер за 2 ч;
- 3)  $2 \text{ км/ч} \cdot 2 \text{ ч} = 4 \text{ км}$  – преодолет плот за 2 ч;
- 4)  $44 \text{ км} - 4 \text{ км} = 40 \text{ км}$  – расстояние, разделяющее катер и плот через 2 ч.

Ответ: на расстоянии 40 км.

- Проецируем таблицу на доску и рассматриваем с учащимися еще один способ решения задачи.

Объект	Скорость	Время	Расстояние, разделяющее плот и катер через 2 ч
Катер	22 км/ч	2 ч	?
Плот	2 км/ч		

1)  $22 \text{ км/ч} - 2 \text{ км/ч} = 20 \text{ км/ч}$  – скорость изменения расстояния между плотом и катером;

3)  $20 \text{ км/ч} \cdot 2 \text{ ч} = 40 \text{ км}$  – расстояние между плотом и катером через 2 ч.

Спрашиваем: какой из способов решения более рациональный?

Выслушиваем мнение учащихся и предлагаем переписать в тетради таблицу и решение.

### Фрагмент 3

Задание № 153 (У-2, с. 46)

• Сами читаем задачу, а учащиеся следят по учебнику: «*Два поезда двигались в противоположных направлениях. После их встречи прошел 1 час, в течение которого первый поезд двигался с постоянной скоростью 80 км/ч, а второй – 70 км/ч. На каком расстоянии друг от друга находятся эти поезда?*»

• Совместно строим схему движения поездов через 1 ч после их встречи.

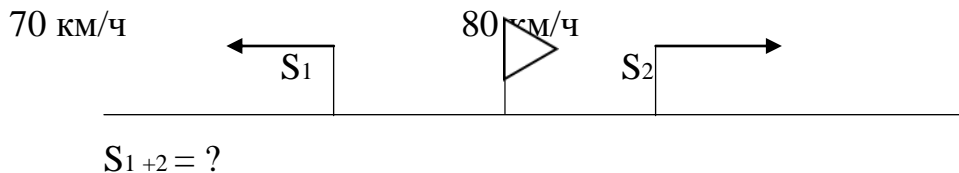


Рис. 2.6.

• Характеризуем движение.

Движение началось одновременно из одного пункта, в противоположных направлениях, с разной скоростью. Необходимо узнать, на каком расстоянии поезда будут друг от друга через 1 час.

Проецируем на доску запись задачи в виде таблицы:

Объект	Скорость	Время	Расстояние
1-й поезд	80 км/ч	1 ч	$S_1 - ?$
2-й поезд	70 км/ч		$S_2 - ?$
1-й и 2-й поезд вместе	?		$S_1 + S_2 = ?$

• Решаем задачу устно, используя таблицу:

- 1)  $80 \text{ км/ч} \cdot 1 \text{ ч} = 80 \text{ км}$  – расстояние, пройденное поездом 1;
- 2)  $70 \text{ км/ч} \cdot 1 \text{ ч} = 70 \text{ км}$  – расстояние, пройденное поездом 2;
- 3)  $80 \text{ км} + 70 \text{ км} = 150 \text{ км}$  – расстояние между поездами, пройденное за 1 ч.

• Делаем вывод: расстояние между поездами за 1 час увеличилось на 150 км, то есть оно увеличивалось со скоростью 150 км/ч. Это и есть скорость изменения расстояния между поездами.

Скорость увеличения расстояния между объектами, движущимися в противоположных направлениях, выражается суммой скорости этих объектов и вычисляется действием сложения.

• Спрашиваем: на каком расстоянии будут находиться поезда через 2 ч после встречи, если скорость увеличения расстояния между ними составляет 150 км/ч?

Ожидаемый ответ:  $150 \text{ км/ч} \cdot 2 \text{ ч} = 300 \text{ км}$ .

#### Фрагмент 4

*Тема урока: Движение в одном и том же направлении*

*Авторская задача: Если лыжник побежит со скоростью 10 км/ч, то опоздает в пункт обеда ровно на 1ч, а если побежит со скоростью 15 км/ч, то прибудет на 1ч раньше обеда. С какой скоростью должен бежать лыжник, чтобы прибыть точно к обеду? Какое расстояние он должен пробежать?*

Схематическую модель задачи представили на интерактивной доске.

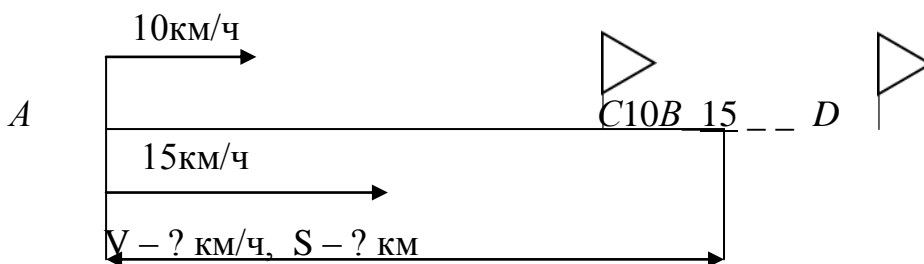


Рис. 2.7.



Детям было предложено рассмотреть движение с разными скоростями как два разных движения. Итак, пробегая трассу со скоростью 10 км/ч, лыжник к моменту обеда будет находиться в пункте *C* (возле первого флажка), опаздывая к пункту обеда *B* ровно на 1 час. Двигаясь же со скоростью 15 км/ч, он прибудет в пункт обеда на 1 час раньше. Если он не будет ждать обеда, а продолжит движение, то в момент обеда окажется в пункте *D* (возле второго флажка). Таким образом, отрезок *CD* выражает разность пройденных путей при разных скоростях движения. И поскольку числовое значение скорости характеризуется расстоянием, пройденным в единицу времени (в данном случае это 1 час), то эту разницу легко найти.

Дети самостоятельно нашли не только разность скоростей, но и разность пройденных путей, выполнив сложение  $(10 + 15)$ . И нам уже не приходилось объяснять, почему эта сумма называется разностью. Мы считаем это одним из показателей эффективности нашей работы.

Полное решение задачи выглядело следующим образом:

- 1)  $10 + 15 = 25$  (км) – разность пройденных путей;
- 2)  $15 - 10 = 5$  (км/ч) – разность скоростей;
- 3)  $25 : 5 = 5$  (ч) – время движения до состояния представленного на модели;
- 4)  $5 - 1 = 4$  (ч) – время движения до пункта *B* при повышенной скорости;
- 5)  $15 \cdot 4 = 60$  (км) – расстояние до пункта обеда;
- 6)  $60 : 5 = 12$  (км/ч) – оптимальная скорость лыжника.

Ответ: 12 км/ч – оптимальная скорость лыжника, 60 км – расстояние до пункта обеда.

К концу формирующего этапа эксперимента, мы снова исследовали уровень развития пространственных представлений с помощью методики М.А. Габовой. Полученные результаты занесли в таблицу 2.5.

Таблица 2.5.

Уровень развития пространственных представлений учащихся 4 «Б» класса  
(на формирующем этапе эксперимента)

№ п/п	Список учащихся	Результаты выполненных заданий в баллах															Уровни развития пространственных представлений
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1.	Софья Б.	3	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	1	3	С
2.	Никита Г.	3	1	3	2	2	3	2	3	3	1	3	3	3	1	3	Н
3.	Екатерина Ф.	2	3	3	2	2	3	2	3	1	1	2	1	1	3	3	В
4.	Алексей Л.	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	3	В	
5.	Дмитрий П.	3	3	3	2	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3	С	
6.	Елизавета К.	3	2	2	2	3	3	3	3	3	2	2	2	3	2	3	В
7.	Анна Р.	2	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	2	3	2	В	
8.	Анна К.	3	3	3	2	3	3	3	3	3	1	2	3	1	3	3	В
9.	Дмитрий Г.	3	3	2	1	2	3	3	3	3	2	2	1	3	3	2	Н
10.	Андрей В.	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	1	1	3	3	3	В
11.	Кристина М.	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	С	
12.	Богдан М.	3	3	3	2	2	3	2	3	3	2	2	1	3	3	3	С
13.	Дарья П.	2	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2	2	3	3	3	В
14.	Юлия Л.	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	2	2	1	3	3	С
15.	Виктория Л.	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	1	3	3	3	В
16.	Антон Н.	2	1	3	2	3	2	3	3	1	3	2	3	3	1	3	В
17.	Родион О.	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	В
18.	Екатерина С.	3	3	3	2	3	3	2	3	3	2	1	1	3	3	3	С
19.	Эвелина Н.	3	3	3	1	3	3	2	3	3	2	3	2	3	3	3	В
20.	Татьяна П.	2	3	3	2	3	2	2	3	3	1	1	3	3	3	2	В
21.	Денис У.	2	3	3	1	3	3	2	3	3	2	1	3	2	3	3	С
22.	Анна Ш.	1	2	2	2	3	3	3	3	3	1	2	1	2	3	3	С

Отразим полученные результаты на рисунке 2.8.

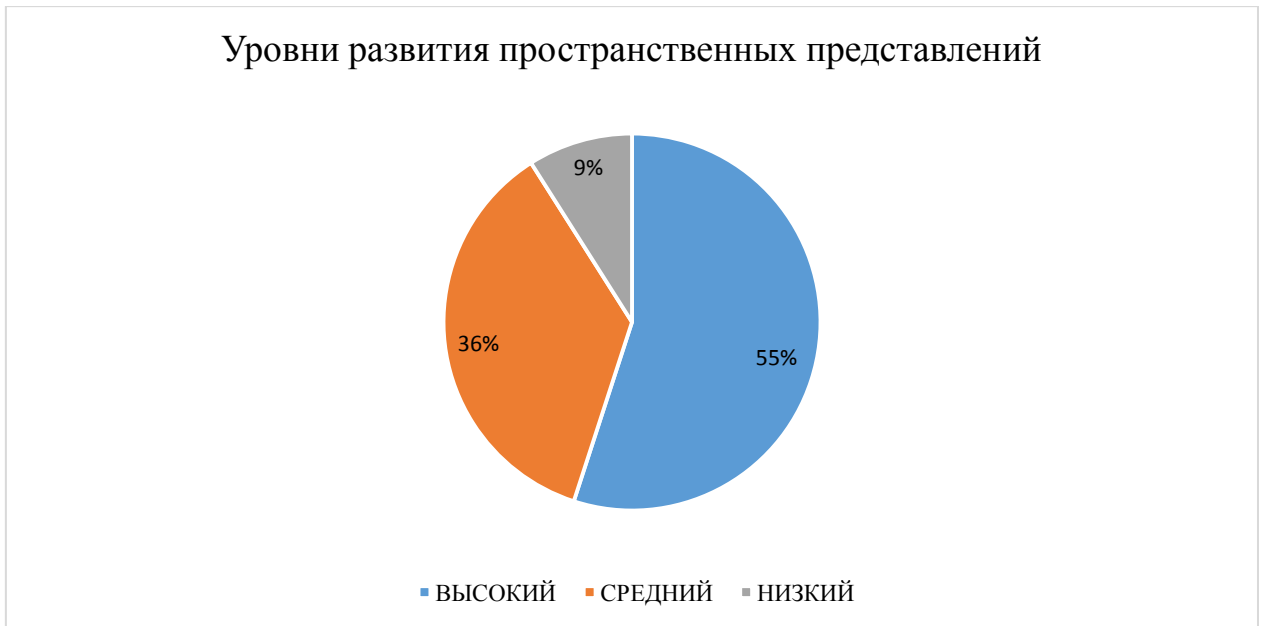


Рис.2.8. Уровень развития пространственных представлений учащихся 4 «Б» класса (на формирующем этапе эксперимента)

Таким образом, на формирующем этапе эксперимента мы получили следующие результаты:

Высокий уровень– 12 человек (55%);

Средний уровень – 8 человек (36%);

Низкий уровень– 2 человека (9%).

Что позволяет нам сделать вывод о том, что уровень пространственных представлений учащихся 4 «Б» класса повысился. Для подтверждения выдвинутой нами гипотезы сопоставим полученные результаты с результатами контрольного класса.

На **контрольном этапе** нашего эксперимента, который проходил в период преддипломной практики (май 2016), мы решили проверить эффективность проведенной нами работы, для этого мы использовали в 4 «А» (контрольном классе) ту же методику, что и на констатирующем этапе эксперимента, и получили следующие результаты, которые занесли в таблицу 2.6. Данные результаты помогут нам посмотреть, как же изменился уровень разви-

тия пространственных представлений в контрольном классе и сравнить их с результатами экспериментального класса.

Таблица 2.6.  
Уровни развития пространственных представлений учащихся 4 «А» класса  
(на контрольном этапе эксперимента)

№ п/п	Список учащихся	Результаты выполненных заданий в баллах															Уровни развития пространственных представлений
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1.	Алексей Л.	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	1	В
2.	Анна Б.	3	2	2	3	3	3	1	3	3	2	2	3	3	1	3	С
3.	Анна К.	3	3	3	2	3	3	3	3	3	1	2	3	1	3	3	С
4.	Анна Р.	2	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	1	С
5.	Анна Т.	1	2	2	2	3	3	1	3	3	1	2	1	2	3	1	Н
6.	Антон Ш.	2	1	3	2	3	2	3	3	1	3	2	1	3	1	1	Н
7.	Валентина Ф.	2	3	3	2	2	3	1	3	1	1	2	1	1	3	3	С
8.	Виктория З.	3	3	3	2	3	3	1	3	3	3	2	1	3	3	3	С
9.	Дарья К.	3	2	2	2	3	3	1	3	3	2	2	2	3	2	3	В
10.	Дарья П.	2	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2	1	3	3	3	В
11.	Денис Э.	2	3	3	1	3	3	2	3	3	2	1	3	2	3	3	В
12.	Екатерина С.	3	3	3	2	3	3	1	3	3	2	1	1	3	3	1	С
13.	Иван М.	3	3	3	2	2	3	1	3	3	2	2	1	3	3	3	С
14.	Игорь О.	3	3	2	3	3	3	1	3	3	3	2	3	3	3	3	В
15.	Кристина М.	3	3	3	2	3	3	1	3	3	3	3	2	3	3	3	С
16.	Матвей В.	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	1	1	3	3	3	В
17.	Никита В.	3	1	3	2	2	3	1	3	3	1	1	1	3	1	3	С
18.	Татьяна И.	2	3	3	2	3	2	1	3	3	3	3	3	3	3	1	С
19.	Элеонора Н.	3	3	3	1	3	3	1	3	3	2	3	1	3	3	3	В
20.	Юлия З.	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	2	1	1	3	3	С

Полученные результаты отразим на рисунке 2.9.

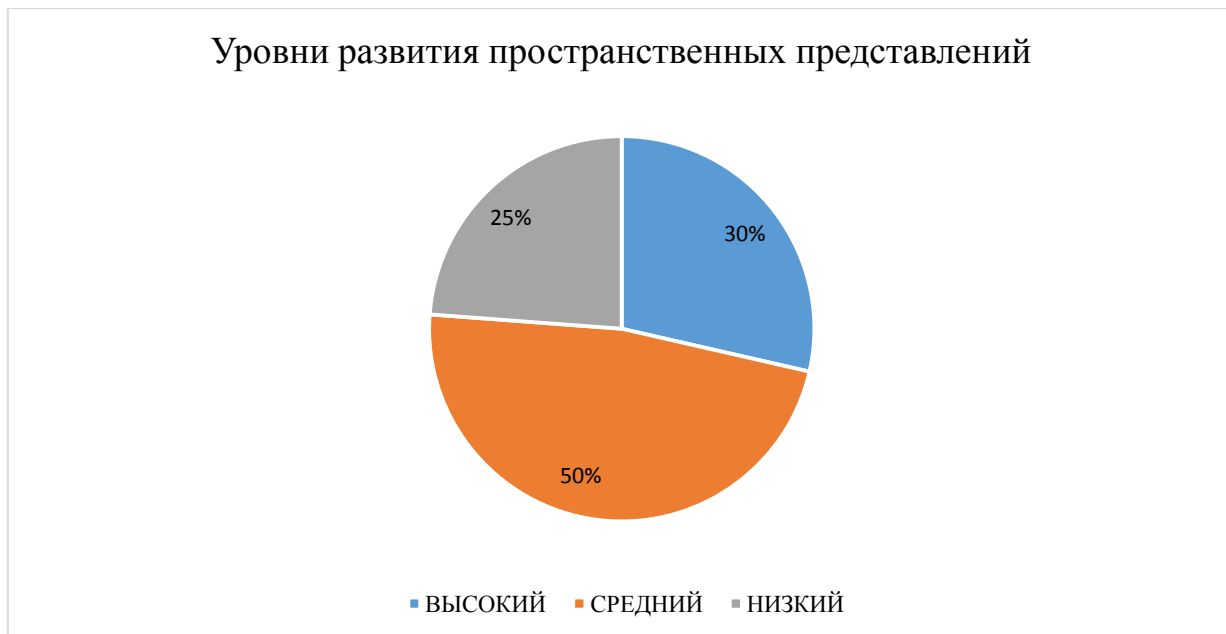


Рис.2.9. Уровень развития пространственных представлений учащихся 4 «А» класса (на контрольном этапе эксперимента)

Из таблицы и диаграммы можно заметить, что уровень развития пространственных представлений у учащихся 4 «А» класса практически не изменился.

Сравним уровень развития пространственных представлений учащихся 4 «Б» и 4 «А» классов на контрольном этапе эксперимента. Полученные результаты отразим на рисунке 2.10.

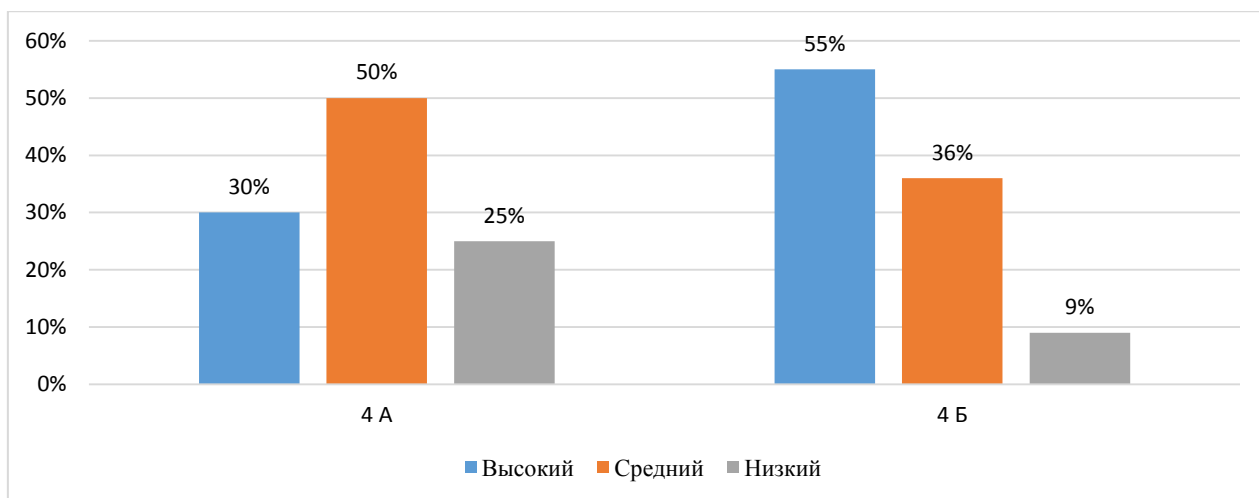


Рис. 2.10. Уровень пространственных представлений (экспериментальный и контрольный классы) на конец эксперимента

Из рисунка 2.10 видно, что уровень развития пространственных представлений учащихся 4 «Б» класса стал выше, чем у учащихся 4 «А» класса, что подтверждает правильность выдвинутой нами гипотезы.

### **Выводы по 2 главе**

В результате исследования мы подтвердили правильность выдвинутой гипотезы: при ознакомлении с задачами данного вида соблюдается поэтапность развития представлений учащихся о новых видах движения тел; для рассмотрения детям предлагаются задачи на все возможные виды движения, доступные пониманию младшего школьника; процессе работы над задачами ребенок поставлен в позицию субъекта учебной деятельности.

Экспериментальные занятия в четвертом классе были достаточно продуктивными, нам удалось определить оптимальные условия и конкретные средства развития пространственных представлений в начальной школе. Предложенные нами фрагменты уроков, задачи помогут учителям начальных классов сделать время пребывания детей в школе более содержательным и интересным.

После решения задач, на формирующем этапе исследования, проводили с ними дополнительную работу, которая сводилась к выделению двух разностей: разностей скоростей и разностей пройденных путей при одновременном движении. Очевидно, что без достаточного уровня развития пространственных представлений, ребенок не сможет выделить эти величины. А в дальнейшем, такие задачи относятся по классификатору к задачам с пропорциональными величинами на нахождение неизвестных по двум разностям.

В начальной школе именно математика наиболее ярко воздействует на развитие пространственных представлений детей. Задача формирования и развития пространственных представлений младших школьников продолжает оставаться одной из важнейших задач начальной школы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Согласно психологической теории пространственные представления – представления о пространственных и пространственно-временных свойствах и отношениях: величине, форме, относительном расположении объектов, их поступательном и вращательном движении и т. д. Пространственные представления – это необходимый элемент познания и всей практической деятельности, особенно профессионально-технической.

Пространственные представления играют важную роль во взаимодействии человека с окружающей средой, являясь необходимым условием ориентировки в ней человека. Поэтому развитие пространственных представлений и формирование на их основе пространственного мышления школьников является важнейшей частью их интеллектуального развития в целом. В частности, без сформированных пространственных представлений невозможно эффективное обучение изобразительному искусству, технологии, окружающему миру, а позднее, черчению, физике, географии, и целому ряду других дисциплин. Наличие хорошего пространственного воображения необходимо и инженеру, и дизайнеру, и программисту, и экономисту и представителям многих других профессий.

Невысокий уровень развития пространственного мышления и пространственного воображения на начальной ступени обучения является для ученика среднего и старшего звена обучения непреодолимым камнем преткновения для дальнейшей учебы. Формировать пространственные представления у 15-летних детей, рассчитывая, что это можно сделать быстро, – задача практически не выполнимая.

Формирование и развитие пространственных представлений не является прерогативой исключительно математики и осуществляется с раннего дошкольного возраста в процессе различных манипуляций с игрушками или другими предметами, в ходе которых формируются представления о форме,

величине, части, целом и т.д. Дальнейшее развитие пространственного представления способствует формированию и развитию пространственного воображения ребенка, а вместе они служат предпосылками для формирования пространственного мышления. Пространственное мышление обеспечиваются различными психическими процессами: восприятием, вниманием, воображением, памятью, речью. Исследования В.В. Давыдова подтвердили выводы о том, что формирование пространственного мышления должно начинаться в начальной школе, поскольку этот возраст, благодаря специфике психологического развития, наиболее благоприятен для формирования как базовой, так и операциональной стороны пространственного мышления.

Принято считать, что пространственные представления наилучшим образом развиваются в процессе изучения геометрического материала. Мы же в данной исследовательской работерассмотрели развитие пространственных представлений младших школьников, используя текстовые задачи на движение.

Под текстовой задачей в математике понимается описание некоторой ситуации на естественном языке с требованием дать количественную оценку некоторого компонента этой ситуации. Иногда требуется установить наличие/отсутствие определенного отношения между компонентами описанной ситуации или определить вид этого отношения.

К отдельной группе задач начального курса математики относятся текстовые задачи на движение. В силу своей специфики эти задачи, кроме знания прямой и обратной пропорциональной зависимости, требуют от учащихся определенного уровня развития пространственных представлений, что вызывает дополнительные трудности при решении.

В начальном курсе математики изучаются задачи:

- на *движение в противоположных направлениях*, где рассматриваются две ситуации: 1) встречное движение, когда тела отправляются из двух раз-



ных пунктов навстречу друг другу; 2) когда тела отправляются из одного или двух разных пунктов в разных направлениях;

- на *движение в одном направлении*, где рассматривается процесс движения двух тел с разными скоростями, отправившихся одновременно из одного или двух разных пунктов (один вдогонку к другому);
- на *движение по реке*, где рассматривается процесс движения тел по течению и против течения реки.

Таким образом, чтобы научиться решать задачи на движение, ребенку необходимо овладеть умением переходить от текста задачи к представлению его на графической модели, а от нее – к записи решения в математических символах. Очевидно, что без должного уровня развития пространственных представлений учащихся, добиться этого практически невозможно.

Для эффективного формирования у младших школьников пространственных представлений о видах движения в ходе педагогической практики мы использовали следующие специальные виды деятельности:

- 1) предметное моделирование различных видов движений с использованием «пешеходов» в классе;
- 2) предметное моделирование различных видов движений с использованием игрушечных машинок в классе;
- 3) компьютерные игры на движение;

В заключение следует отметить, что текстовые задачи на движение содержат не только богатейший потенциал для развития пространственных представлений у детей младшего школьного возраста, но и активно способствуют их социально-психическому развитию в целом.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Александрова Э.И. Психолого-педагогические основы построения современного курса математики / Э.И. Александрова // Начальная школа. – 2013. – № 1. – С. 56-58.
2. Алмазова И.Р. Сборник задач и примеров по математике для начальных классов / И.Р. Алмазова. – М.: Просвещение, 2005. – С. 61-77.
3. Ананьев Б.Г. Системный механизм восприятия пространства и парная работа полушарий головного мозга /Б.Г. Ананьев // Психология и проблемы человекознания: Избранные труды. 3 изд., стер. – М.: МПСИ, 2009. – 432с.
4. Балл Г.А. Теория учебных задач. Психолого-педагогический аспект / Г.А. Балл. – М.: Педагогика, 1990. –184 с.
5. Бантова М.А. Методика обучения математике в 1-3 классах / М.А. Бантова. – М.: Просвещение, 2004. – 236 с.
6. Белошистая А.В. Методика обучения математике в начальной школе / А.В. Белошистая. – М.: ВЛАДОС, 2007. – 455 с.
7. Блонский П.П. Избранные педагогические и психологические сочинения / П.П. Блонский. – М.: Педагогика, 2003. – 210 с.
8. Брейтнгам Э.К. Обучение математике в личностно-ориентированной модели образования / Э.К. Брейтнгам // Педагогика. – 2000. – № 10. – С. 45-48.
9. Будаева Л.Н. Использование приемов моделирования текстовых задач в начальном курсе математики / Л.Н. Будаева // Мир науки, культуры, образования. – 2013. – № 3(40). – С. 119-121.
10. Венгер Л.А. Развитие восприятия и сенсорное воспитание в дошкольном возрасте: автореферат дисс. на соиск. уч. степ. докт. пед. наук. / Леонид Абрамович Венгер. – М.: Просвещение, 1998. –С. 19.

11. Вовчик-Блаkitная М.В. Развитие пространственного различения в дошкольном возрасте / М.В. Вовчик-Блаkitная // Проблемы восприятия пространства и пространственных представлений. Под ред. Ломова Б.Ф. – М.: «Известия АПН РСФСР», 1991. – 200с.
12. Воловичева Л.А. Развивающие возможности задач на движение / Л.А. Воловичева // Начальная школа. – 2000. – №5. – С. 106-108.
13. Волокитина М.Н. Очерки психологии младших школьников / М.Н. Волокитина. – М.: Педагогика, 2005. – 120с.
14. Выготский Л.С. Педагогическая психология / Л.С. Выготский. – М.: Педагогика, 2008. – 480 с.
15. Галкина О.И. Развитие представлений о пространстве у детей на уроках рисования в 1-х классе / О.И. Галкина // Формирование восприятия пространства и пространственных представлений у детей. Сб. ст. под ред. Ананьева Б.Г. – М.: Педагогика, 1996. – 223с.
16. Гальперин П.Я. Методы обучения и умственного развития ребенка / П.Я. Гальперин. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2007. – 45 с.
17. Глейзер Г.Д. Развитие пространственных представлений школьников при обучении геометрии / Г.Д. Глейзер. – М.: Педагогика, 1998. – 104с.
18. Глейзер Г.И. История математики в школе: Пособие для учителя / Г.И. Глейзер. – М.: Просвещение, 2004. – 123 с.
19. Голубева Н.И. Опыт изучения ориентировки ребёнка в пространстве на первом году жизни. / Н.И. Голубева // Формирование восприятия пространства и пространственных представлений у детей. Сб. ст. под ред. Ананьева Б.Г. – М.: Педагогика, 1996. – 223 с.
20. Гузеева М.А. Особенности дифференцировки пространства у детей на уроках ручного труда. / М.А. Гузеева // Формирование восприятия пространства и пространственных представлений у детей. Сб. ст. под ред. Ананьева Б.Г. – М.: Педагогика, 1996. – 223 с.

21. Давыдов В.В. Психическое развитие в младшем школьном возрасте / В.В. Давыдов // Возрастная и педагогическая психология. – М.: Просвещение, 2003. – 370 с.
22. Демидова Т.Е. Алгебраический метод решения текстовых задач для нахождения арифметического способа их решения / Т.Е. Демидова, А.П. Тонких // Начальная школа. – 2001. – №3. – С. 25-28.
23. Дубровина И.В. Психология: Учебник для студентов средних педагогических учебных заведений / И.В. Дубровина. – М.: Академия, 2004. – 165 с.
24. Дунаева З.М. Формирование пространственных представлений у детей с задержкой психического развития. / З.М. Дунаева. – М.: Педагогика, 2006. – 144с.
25. Зайцев Г.Г. Теоретические основы обучения решению задач в начальных классах: Учебное пособие / Г.Т. Зайцев. – М.: Просвещение, 1995. – 205 с.
26. Истомина Н.В. Методика обучения математике в начальных классах / Н.В. Истомина. – Ярославль: ЛИНКА – ПРЕСС. – 2004. – 378 с.
27. Калачев М.С. Развитие пространственных представлений у учащихся восьмилетней школы в процессе обучения черчению: автореферат дисс. на соиск. уч. степ. канд. пед. наук. / М.С. Калачев. – М.: Педагогика, 1995. –С. 15.
28. Карпенко Л.А. Психология развития: Энциклопедический словарь / сост. Л.А. Карпенко. – М.: ПЕР СЭ, 2007. – 176 с.
29. Кириченко Н.В. Развитие пространственных представлений на уроках изобразительного искусства: автореферат дисс. на соиск. уч. степ. канд. пед. наук. / Н.В. Кириченко. – М.:Педагогика, 1993. –С. 17.
30. Кладницкая Л.А. Ориентировка детей в пространстве на уроках физкультуры / Л.А. Кладницкая // Формирование восприятия пространства

- и пространственных представлений у детей. Сб. ст. под ред. Ананьева Б.Г. – М.: Педагогика, 1996. – 223с.
31. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: учебное пособие в 2 частях / Ю.М. Колягин. – М.: Просвещение, 1997. – 360 с.
  32. Ломов Б.Ф. Особенности развития представлений о пространстве в процессе первоначального обучения черчению / Б.Ф. Ломов //Формирование восприятия пространства и пространственных представлений у детей. Сб. ст. под ред. Ананьева Б.Г. – М.: Педагогика, 1996. – 223с.
  33. Ломпшер И. О развитии понимания детьми некоторых пространственных отношений: автореферат дисс. на соиск. уч. степ. канд. пед. наук / И.О. Ломпшер.– Л.: 1998. –С. 14.
  34. Люблинская А.А. Особенности освоения пространства детьми дошкольного возраста / А.А. Люблинская // Формирование восприятия пространства и пространственных представлений у детей. Сб. ст. под ред. Ананьева Б.Г. – М.: Педагогика, 1996. – 223с.
  35. Мусейибова Т.А. Развитие пространственной ориентировок у детей дошкольного возраста: автореферат дисс. на соиск. уч. степ. канд. пед. наук / Т.А. Мусейибова. – Л.: 1994. –С. 19.
  36. Петерсон Л.Г. Как перейти к реализации ФГОС второго поколения по образовательной системе деятельностного метода обучения «Школа 2000»: методическое пособие / Л.Г. Петерсон, М.А. Кубышева, Т.В. Текнеджян, Л.А. Аверкиева, Е.А. Гусева. – М.: Ювента, 2010. – 160 с.
  37. Подходова Н.С. Моделирование как универсальное учебное действие при изучении математики / Н.С. Подходова // Начальная школа. – 2011. – № 9. – С. 34-41.

38. Сеченов И.М. Избр. Философия и психология произведения / И.М. Сеченов. – М.: Госполитиздат, 1997. – 580с.
39. Сорокун П.А. Формирование пространственных представлений у младших школьников: автореферат дисс. на соиск. уч. степ. канд. пед. наук / П.А. Сорокун. –М.:Педагогика, 1993. –С. 16.
40. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования (утвержден приказом Минобрнауки России от 6 октября 2009 г. № 373; в ред. приказов от 26 ноября 2010 г. № 1241, от 22 сентября 2011 г. № 2357) [Электронный ресурс]. Режим доступа:<http://минобрнауки.рф//922> (дата обращения: 23.03.2015).
41. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи: Беседы о решении математических задач / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 1994. – 136 с.
42. Фройденталь Г. Математика, как педагогическая задача: Пособие для учителей / Г. Фройденталь. – М.: Просвещение, 2002. – 165 с.
43. Хрипкова А.Г. Мир детства: Младший школьник / А.Г. Хрипкова. – М.: Педагогика, 2002. – С. 28-30.
44. Челпанов Г.И. Проблема восприятия пространства в связи с учением об априорности и врожденности. Ч.1. / Г.И. Челпанов. – Киев: Педагогика, 1996. – 388с.
45. Шемякин Ф.Н. Некоторые актуальные проблемы исследования пространственных восприятий и представлений / Ф.Н. Шемякин //Восприятие пространства и времени. Под ред. Ананьева Б.Г. – Л.: «Наука», 1999. – 136с.
46. Шикова Р.Н. Использование моделирования в процессе обучения решению текстовых задач / Р.Н. Шикова // Начальная школа. – 2004. – №12. – 158 с.
47. Шикова Р.Н. Методика обучения решению задач, связанных с движением тел/ Р.Н. Шикова // Начальная школа. – 2000. – №5 – С. 28-31.

48. Шикова Р.Н. Решение задач на движение в одном направлении / Р.Н. Шикова // Начальная школа. – 2000. – №12 – С. 48-51.
49. Шуба М.Ю. Занимательные задания в обучении математике: Книга для учителя. – 2-е изд. / М.Ю. Шуба. – М.: Просвещение, 2005. – 238 с.
50. Чекин А.Л. Математика: 4 класс: Учебник: в 2 ч. Ч. 1. – 5-е изд., перераб. / А.Л. Чекин, под ред. Р.Г Чураковой. – М.: Академкнига/Учебник, 2015. – 128 с.
51. Чекин А.Л. Математика: 4 класс: Учебник: в 2 ч. Ч.2. – 5-е изд., перераб. / А.Л. Чекин, под ред. Р.Г Чураковой. – М.: Академкнига/Учебник, 2015. – 136 с.
52. Чекин А.Л. Математика: 4 класс: методическое пособие для учителя / А.Л. Чекин. – М.: Академкнига/Учебник, 2015. – 286 с.
53. Эднеев И.П. Математика в начальных классах / И.П. Эднеев. – М.: Просвещение, 2004. – С. 35-50.
54. Эльконин Д.Б. Психическое развитие в детских возрастах: Под редакцией Д. И. Фельдштейна / Вступительная статья Д. И. Фельдштейна. 2-е изд. – М.: «Институт практической психологии», 1997. – 416 с.
55. Якиманская И.С. Возрастные и индивидуальные особенности развития образного мышления учащихся / Под ред. И.С. Якиманской. – М.: Просвещение, 1999. – 120 с.
56. Яковлева Н.М. Развитие пространственных представлений в процессе усвоения мер длины у учащихся 2 классов: автореферат дисс. на соиск. уч. степ. канд. пед. наук / Н.М. Яковлева – Л.: «Наука», 1995. – С. 17.
57. Якушева Н.И. Игровые и занимательные задания по математике / Н.И. Якушева. – М.: Просвещение, 2003. – С.15-17.
58. Ярмоленко А.В. Роль речи в отражении пространства / А.В. Ярмоленко // Проблемы восприятия пространства и пространственных представлений. Под ред. Ломова Б.Ф. – М.: Педагогика, 1991. – 200с.