изображения обнаруживается, что дефектными зачастую признаются отдельно стоящие пиксели, расположенные на границе объектов, либо небольшие области изображения, резко выделяющиеся по цвету, но визуально не являющиеся дефектными.

Для адаптации алгоритма к тем или иным видам дефектов в численных экспериментах использовались несколько параметров. Первый параметр относится к вайвлет-преобразованию и характеризует порог яркости границы дефекта в высокочастотных компонентах. Именно этот параметр ответственен за локализацию дефектов, остальные два параметра тестируют уже найденные участки изображения по дополнительным характеристикам. Второй параметр устанавливает уровень отличия дефекта от соседних к нему недефектных значений сигнала, а третий параметр определяет порог неоднородности самого дефекта, т.е. насколько сильно могут изменяться цвета внутри дефекта. Таким образом, алгоритм нацелен на распознавание дефекта любого цвета (достаточно выделяющегося), толщины, формы и местоположения в зависимости от настроек указанных параметров пользователем.

В докладе представлены результаты применения описанного выше метода нахождения резких неоднородностей и дефектов и их устранения.

Список литературы

1. Akay M. Wavelet applications in medicine / Akay M. // IEEE Spectrum. – 1997. – 34, №5. – P. 50-56.
2. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.
3. Игнатьев С.А. Применение вейвлет-преобразований при автоматизированном контроле качества колец подшипников // Автоматизация и управление в машино- и приборостроение Сб. науч. тр. – Саратов: СГТУ, 2008. – С.97–101.
4. Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов. – М.: Мир, 2005. – 671 с.
5. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. – Кемерово: Кемеровский госуниверситет, 2003. – 200 с.
6. Фрейзер М. Введение в вэйвлеты в свете линейной агебры. – М.: Бином, 2008.–487с.

Сведения об авторах

Евдокимова Анастасия Юрьевна, ведущий программист ООО «Электронная медицина».

Кряквин Вадим Донатович, кандидат физико-математических наук, доцент, заместитель директора, институт математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета, vadkr@math.sfedu.ru, математика и ее применение.

О НЕКОТОРЫХ БИНАРНЫХ АДДИТИВНЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

Зинченко Н.А.

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород, Россия

Аннотация

Рассмотрены две бинарные аддитивные задачи с полупростыми числами специального вида. Асимптотические формулы для числа решений диофантовых уравнений получены с помощью метода тригонометрических сумм И.М. Виноградова.

SOME BINARY ADDITIVE PROBLEMS NUMBER THEORY

Zinhcenko N.A.

Belgorod State National Research University, Belgorod, Russia

В двадцатых и тридцатых годах XX века Г. Харди, Дж. Литтлвуд и И.М. Виноградов развили общий метод в аналитической теории чисел, позволяющий вывести асимптотические формулы для числа решений многих аддитивных задач. С его помощью были решены тернарная проблема Гольдбаха, проблема Варинга, проблема Варинга с простыми числами и ряд других. Все эти проблемы были решены по схеме решения тернарной задачи, открытой И.М.Виноградовым.

В пятидесятых и шестидесятых годах XX века Ю.В. Линник разработал дисперсионный метод, с помощью которого ему удалось решить ряд бинарных аддитивных задач с простыми и полупростыми числами, которые не могут быть решены по схеме решения тернарной задачи. В частности, Ю.В. Линник дисперсионным методом решил проблему Харди-Литтлвуда с простыми [1] и с полупростыми [2] числами, и проблему делителей Титчмарша [3]. Как отмечал Ю.В. Линник, для некоторых из этих задач полученные дисперсионным методом результаты можно вывести из расширенной гипотезы Римана, но асимптотическая формула для числа решений диофантова уравнения $n=\xi^2+\eta^2+p_1p_2^a$, где $a\geq 2$ – заданное целое число и p_1,p_2 – простые числа из некоторых промежутков, непосредственно из гипотезы Римана не выводится.

Один из аналогов проблемы делителей Титчмарша с полупростыми числами был получен дисперсионным методом М.Б. Барбаном [4].

Заметим, что после появления в 1965 году теоремы Бомбьери-Виноградова [5, 6] для решения многих аддитивных бинарных задач вместо дисперсионного метода стала применяться эта теорема.

С работы И.М. Виноградова 1940 года [7] возник интерес к решению аддитивных задач с простыми числами из, так называемых, коротких или «виноградовских» промежутков:

$$\left[(2m)^c,(2m+1)^c\right), m\in N, c\in(1,2]. \qquad (1)$$

В работах [8-10] и некоторых других были решены тернарные аддитивные задачи или задачи, решаемые по схеме тернарной задачи, с простыми числами из промежутков вида (1).

При решении бинарных аддитивных задач с простыми числами из «виноградовских» промежутков возникают трудности, связанные с отсутствием вариантов теоремы Бомбьери-Виноградова, сопоставимых по силе с классическим образцом. Существующие аналоги этой теоремы [11,12] пока не позволяют применить ее для решения подобных задач.

Нами был решен ряд бинарных аддитивных задач [13-15] с, так называемыми, полупростыми числами вида p_1p_2 и $p_1p_2^a$, удовлетворяющими дополнительным условиям, из промежутков (1).

Одной из бинарных аддитивных задач с полупростыми числами из коротких промежутков является аналог проблемы делителей Титчмарша, то есть задача о получении асимптотической формулы для числа решений уравнения $p_1p_2-1=xy$, где p_1p_2 берутся из промежутков (1).

Теорема 1. Пусть T(n) – число решений уравнения $p_1p_2-1=xy$, где $p_1p_2\le n$, xy – натуральные числа и простые числа p_1 и p_2 больше, чем $\exp(\sqrt{\log n})$, а T$_1$(n) – число решений этого же уравнения с полупростыми числами p_1p_2 из промежутков (1).

Тогда

$$T_1(n)=\frac{1}{2}T(n)+O(n\log\log\log n), \tag{2}$$

где

$$T(n)\sim c_0 n\log\log n,\ \ c_0=\sum_{r=1}^{\infty}\frac{\mu^2(r)}{r\varphi(r)},$$

$\mu(n)$ – функция Мёбиуса, $\varphi(n)$ – функции Эйлера.

Доказательство этой теоремы проводится методом тригонометрических сумм И.М. Виноградова.

Формула (2) содержит в себе следующий эффект. Длина промежутка $\left[(2m)^c,(2m+1)^c\right)$ по порядку равна $m^{1-1/c}$ и, если c близко к 1, то эти промежутки очень коротки. Ни про один из них не известно, содержит ли он хотя бы одно полупростое число, и, тем не менее, из (2) следует, что число решений уравнения $p_1p_2-1=xy$ (с указанными условиями) на таких промежутках равно примерно половине числа решений этого уравнения на всей числовой прямой.

Также можно рассмотреть аналог проблемы Титчмарша с полупростыми числами вида $p_1p_2^a$ из промежутков вида (1).

Теорема 2. Пусть G(n) – число решений уравнения $p_1p_2^a-1=xy$, где $p_1p_2^a\le n$, $a\ge 2$, xy – натуральные числа и $p_1\in\left[1,\exp(-\sqrt{\log n})\right]=A_1$ и $p_2\in A_2=\left[1,\exp(-\sqrt{\log n})\right]$, а G$_1$($n$) – число решений этого же уравнения с полупростыми числами $p_1p_2^a$ из промежутков (1).

Тогда

$$G_1(n)=\tfrac{1}{2}G_1(n)\left(1+O\left(Q^{-\eta}\right)\right),$$

где $Q = \exp(\sqrt{\log n})$ и

$$G(n) = c_0 Li(\frac{n}{Q})\pi(Q^{\frac{1}{a}})\log n(1 + O(\frac{1}{\sqrt{\log n}})), \quad \eta > 0,$$

$Li(x)$ – интегральный логарифм и $\pi(x)$ – число простых чисел, не превосходящих x.

Доказательство теоремы проводится методом тригонометрических сумм И.М. Виноградова с использованием как теоремы о среднем, так и оценок ванн дер Корпута по s-й производной.

Особенность второй задачи состоит в том, что при $a \geq 2$ последовательность $p_1 p_2^a$ является более редкой, чем последовательность $p_1 p_2$ (при больших a она «близка» к последовательности простых чисел).

Литература

1. Линник Ю.В. Асимптотическая формула в аддитивной проблеме Гарди-Литтльвуда // Известия АН СССР. Серия математическая. – 1960. – 24, № 5. С. 629-706.
2. Линник Ю.В. О некоторых аддитивных задачах // Математический сборник. – 1960. – 2. – С. 129-154.
3. Линник Ю.В. Дисперсионный метод в бинарных аддитивных задачах /Ю.В. Линник. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1961. – 208 с.
4. Барбан М.Б. Об аналогах проблемы делителей Титчмарша // Вестник Ленинградского ун-та. – 1963 – №19. – С. 5-13.
5. Виноградов А.И. О плотностной гипотезе для L-рядов Дирихле // Известия АН СССР, серия Математическая. – 1965. – 29, №4. – С. 903-934.
6. Bombieri E. On the large sieve // Mathematica. – 1965. – 12. – P. 201-225.
7. Виноградов И.М. Некоторое общее свойство распределения простых чисел // Математический сборник. – 1940. – № 7. – С. 365 - 372.
8. Гриценко С.А. Тернарная проблема Гольдбаха и проблема Гольдбаха-Варинга с простыми числами, лежащими в промежутках специального вида // УМН. – 1988. – 43, 4 (262). – С. 203-204.
9. Гриценко С.А. Три аддитивные задачи // Известия РАН. Серия математическая. – 1992. – 56, №6. – С. 1198-1216.
10. Balog A., Friedlander K.J.. A hybrid of theorems of Vinogradov and Piatetski-Shapiro // Pacific. J. Math. – 1992. – 156. – P. 45-62.
11. Tolev D. I. On a theorem of Bombieri-Vinogradov type for prime numbers from a thin set // Acta Arithmetica. – 1997. – 81, 1 – P. 57-68.
12. Гриценко С.,А., Зинченко Н.,А. Об оценке одной тригонометрической суммы по простым числам // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия Математика. Физика. – 2013. №5(148). – С. 48-52.
13. Зинченко Н.А. Бинарная аддитивная задача с полупростыми числами специального вида. // Чебышевский сборник. – 2005. – 6, №2 (14). – С. 145-162.
14. Зинченко Н.А. Об одной аддитивной бинарной задаче. // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Математика. Механика, информатика. – 2007. – 7, №1. – С. 9-13.
15. Зинченко Н.А. Об одном варианте проблемы делителей Титчмарша с полупростыми числами специального вида // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия Математика. Физика. – 2015 – №5(202). – С. 53-70.

Сведения об авторах

Зинченко Наталья Алексеевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, e-mail: zinchenko@bsu.edu.ru, область научных интересов: аддитивная теория чисел.

НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ ААРОНОВА-БОМА

Зудинова Е.В., Тлячев В.Б.
Адыгейский государственный университет, Майкоп, Россия

SOME MATHEMATICAL ASPECTS OF THE CHARACTERISTICS OF RELATIVISTIC PARTICLES IN THE AHARONOV-BOHM FIELD

Zudinova E.V., Tlyachev V.B.
Adygeya State University, Maikop, Russia.

Как известно плотность тока вероятности и плотность потока вероятности играют фундаментальную роль в квантовой электродинамике. При этом эти величины определяются, как правило, видом волновой функции. Так как зависимость фазы волновой функции от потенциалов поля может приводить к интерференционным эффектам даже в отсутствие прямого силового воздействия, то представляет интерес изучения плотности тока и потока вероятности для этих эффектов [1-3]. К таким эффектам относится хорошо известный эффект Аронова-Бома. В частности, в работах [1, 3] доказано, что дифференциальная система, описывающая для нерелятивистского случая плотность тока вероятности в поле Ааронова-Бома на плоскости является гамильтоновой системой с гамильтонианом определенного вида. Показано, что семейство определенных комплексных аналитических функций представляет собой семейство квантовых комплексных потенциалов плотности тока вероятности. В нашем случае, рассмотрена задача адекватного математического описания, по аналогичной схеме, как и в [1-3], с помощью уравнения непрерывности и его компонент квантово-механического эффекта Ааронова-Бома в релятивисткой области значений энергии заряженной частицы. Такое рассмотрение основано на точных решениях 3+1- и 2+1-мерных релятивистских волновых уравнений Клейна-Гордона и Дирака во внешних электромагнитных полях специальной формы [4, 5]. Поля представляют собой комбинацию соленоидального поля Ааронова-Бома и дополнительных (внешних) электромагнитных полей: продольных электрического и магнитного полей и перпендикулярных неоднородных электрического и магнитных полей.