ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

ЭЛЕКТИВНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КУРС КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О МЕСТЕ МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННОЙ ЦИВИЛИЗАЦИИ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, магистерская программа Математическое образование
очной формы обучения, группы 02041510
Евсюковой Елены Викторовны

Научный руководитель
к. ф.- м. н., доцент
Мотькина Н.Н.

БЕЛГОРОД 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Математика является частью общечеловеческой культуры. Целью обучения математике в школе является развитие культуры каждого ребенка, его познавательных и творческих способностей, интеллекта. Изучая математику, обучающиеся вооружаются конкретными математическими знаниями, которые необходимы для изучения смежных дисциплин, а также в практической деятельности. Изучение математики способствует развитию личности ребенка, становлению его гуманитарной культуры.

Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования дала обучающимся возможность самостоятельного выбора уровня и направления математической подготовки. Для достижения этой цели были введены элективные курсы, позволяющие учитывать познавательные интересы обучающихся. Именно они дают возможность выстраивать индивидуальные образовательные программы, а также облегчают переход от общего к профессиональному математическому образованию.

Важная задача современного математического образования заключается в разработке программ элективных курсов. Это определяет актуальность темы исследования. Темой элективного курса мы выбрали «Решение алгебраических уравнений высших степеней».

Объект: профильное обучение в старших классах общеобразовательной школы.

Предмет: элективные курсы в профильном обучении.

Цель работы – изучить возможности формирования представления о месте математики в современной цивилизации при проведении занятий элективного курса «Решение алгебраических уравнений высших степеней».

Постановка данной цели предопределила формулировку следующих **задач:**

1) рассмотреть цели и особенности профильного обучения по математике в школе;

2) изучить роль элективных курсов в профильном обучении;

3) исследовать методические рекомендации по созданию элективного курса;

4) рассмотреть теоретические основы темы «Решение алгебраических уравнений высших степеней»;

5) подобрать материал для разработки элективного курса.

Для достижения поставленных целей и задач применялись следующие **методы исследования**:

1) изучение психолого-педагогической, методической и математической литературы;

2) ознакомление с предыдущим опытом разработки программ элективных курсов;

3) опытное преподавание;

4) наблюдение за обучающимися при проведении занятий элективного курса.

Структура выпускной квалификационной работы: работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1. Цели, задачи и типы профильного обучения

Профильное обучение на современном этапе является важным шагом в развитии российского образования. Основные принципы профильного образования заложены в «Концепции профильного обучения на старшей ступени профильного образования».

Министерством образования и науки РФ предложено 12 профилей обучения. К основным профилям обучения относят: гуманитарный, естественно-математический, социально-экономический и технологический. Общеобразовательные учреждения, исходя из своих возможностей и образовательных запросов, обучающихся и их родителей, самостоятельно формируют профили обучения (определенный набор предметов, изучаемых на базовом или профильном уровнях) [26].

Профильное обучение в старших классах общеобразовательной школы ориентировано на индивидуализацию обучения и социализацию обучающихся, в том числе с учётом реальных потребностей рынка труда, а также на объединение старшей ступени школы с учреждениями начального, среднего и высшего профессионального образования [30].

Главной целью профильного образования является дифференциация и индивидуализация обучения, которая позволяет более полно учитывать интересы, склонности и способности обучающихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования [33, 156].

Основные задачи профильного образования:

- обеспечить углубленное изучение отдельных предметов программы полного общего образования;
- создать условия для дифференциации и индивидуализации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими

возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ;

- способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям школьников в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями;
- расширить возможности социализации обучающихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить обучающихся к освоению программ высшего профессионального образования [15].

Профильное обучение направлено на реализацию личностно-ориентированного учебного процесса, на возможность выстраивания учеником индивидуальной образовательной программы [18].

В учебных планах профильного обучения в отличие от планов основной школы, объём инвариантной части сокращён, а доля вариативного (школьного) компонента выросла. За счёт этого и дифференцируется содержание образования. Но инвариантная часть сохраняется в оптимальном объёме, соответствующем требованиям федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования [29, 8].

Профильное обучение в старшей школе позволяет обучающимся выбрать конкретную приоритетную область для более глубокого изучения, позволяет школьникам изучать не один, а группу предметов. Это предметы, которые дополняют, поддерживают друг друга [9].

Общеобразовательные учреждения с профильным обучением на старшей ступени предусматривают возможность разнообразных комбинаций учебных предметов, что обеспечивает гибкую систему профильного обучения. Профильное обучение включает в себя следующие типы учебных предметов:

- Базовые общеобразовательные предметы – это предметы, которые являются обязательными для всех обучающихся. К ним относятся:

математика, русский и иностранные языки, история, физическая культура и интегрированные курсы. Базовые общеобразовательные предметы составляют 50% образовательной программы при профильном обучении.

- Профильные предметы – это предметы повышенного уровня, которые определяют направленность каждого конкретного профиля обучения. Например, в естественно-научном профиле такими предметами являются химия, физика и биология. На профильные предметы выделяется 30% от общего количества учебных часов.
- Элективные курсы – это курсы по выбору обучающихся, которые обязательны для посещения. Они входят в состав профиля обучения на старшей ступени школы. Например, изучение профильного предмета экономика поддерживает элективный курс «Математическая статистика». Элективные курсы составляют 20% образовательной программы при профильном обучении [36].

Выделяют несколько вариантов (моделей) организации профильного обучения:

1) Модель внутришкольной профилизации. Общеобразовательное учреждение может быть однопрофильным (реализовывать только один избранный профиль) и многопрофильным (организовать несколько профилей обучения). Общеобразовательное учреждение может быть в целом не ориентированно на конкретные профили, но за счет значительного увеличения числа элективных курсов давать школьникам возможность осуществлять свои индивидуальные образовательные программы, включая в них те или иные профильные и элективные курсы [1].

2) Модель сетевой организации. При данной модели профильное обучение учащихся конкретной школы осуществляется за счет целенаправленного и организованного привлечения образовательных ресурсов иных образовательных учреждений. Оно может строиться в двух основных вариантах.

Первый вариант предполагает объединение нескольких общеобразовательных учреждений вокруг наиболее сильного общеобразовательного учреждения, которое обладает достаточным материалом и кадровым потенциалом. Такое учреждение выполняет функцию «ресурсного центра». В этом случае каждое общеобразовательное учреждение данной группы обеспечивает преподавание в полном объеме базовых общеобразовательных предметов, а ту часть профильного обучения (профильные предметы и элективные курсы), которую оно не способно реализовать, берет на себя «ресурсный центр».

Второй вариант основан на кооперации общеобразовательного учреждения с учреждениями дополнительного, высшего, среднего и начального профессионального образования и привлечении дополнительных образовательных ресурсов. В этом случае обучающимся предоставляется право выбора получения профильного обучения не только там, где он учится, но и в кооперированных с общеобразовательным учреждением образовательных структурах. К ним относятся дистанционные курсы, заочные школы, учреждения профессионального образования [7].

3) Свободная модель. При таком варианте организации профильного обучения, обучающийся самостоятельно реализует программы профильного обучения путем самостоятельной организации образовательного процесса преимущественно вне образовательных учреждений – домашнее, дистанционное, открытое обучение [2].

Выделяют несколько типов профильного обучения:

1) индивидуальный тип – обучение старшеклассника по индивидуальной образовательной программе;

2) социализирующий тип – подготовка обучающегося к получению начального или среднего профессионального образования, а также к трудовой деятельности;

3) предвузовский тип – подготовка старшеклассника к получению высшего профессионального образования.

Содержание программ профильного обучения определяют виды профильного обучения: углубленное и расширенное. Углубленное изучение школьных предметов и соответствующих им элективных курсов осуществляется при углубленном профильном обучении. При расширенном профильном обучении изучаются дисциплины, которые не входят в школьные предметы [16].

В концепции профильного обучения сказано, что профильное обучение в старших классах ставит выпускника основной ступени перед необходимостью совершения ответственного выбора – предварительного самоопределения в отношении профилирующего направления собственной деятельности [46].

Для создания образовательного пространства, способствующего самоопределению обучающегося основной ступени, вводится предпрофильная подготовка через организацию курсов по выбору. В этих целях в общеобразовательных учреждениях:

- увеличивают часы вариативного (школьного) компонента Базисного учебного плана в выпускном классе основной ступени общего образования;
- при организации обязательных занятий по выбору вводят деление класса на необходимое число групп;
- используют часы вариативного компонента, прежде всего на организацию предпрофильной подготовки [5].

Основная функция курсов по выбору – профориентационная. Поэтому число таких курсов должно быть по возможности значительным. Они должны носить краткосрочный и чередующийся характер, являться своего рода учебными модулями [11]. Курсы по выбору необходимо вводить постепенно. Единовременное введение целого спектра разнообразных курсов по выбору может поставить ученика (семью) перед трудно разрешимой задачей. Необходима целенаправленная, опережающая работа по освоению учеником самого механизма принятия решения, освоения «поля возможностей и ответственности» [3].

Таким образом, введение профильного обучения в общеобразовательных школах позволило учитывать склонности, способности и интересы учащихся, дало возможность индивидуализации и дифференциации обучения.

Существует три модели организации профильного обучения: модель внутришкольной профилизации, модель сетевой организации и свободная модель. Выделяют несколько типов профильного образования. Это индивидуальный тип, социализирующий тип и предвузовский тип. При профильном обучении учебные предметы делятся на несколько видов: базовые общеобразовательные предметы, профильные предметы и элективные курсы.

1.2. Элективные курсы в профильном обучении

Элективные курсы – это курсы по выбору, которые дополняют содержание профиля и удовлетворяют различные познавательные интересы обучающихся. Они были введены в 2003 году Министерством образования и науки Российской Федерации и составляют компонент базисного учебного плана образовательного учреждения [4].

Элективные курсы отличаются от факультативных тем, что они обязательны для обучающихся старших классов. Тематика таких занятий может отличаться от школьной программы [34].

Главные цели элективных курсов – это оказание поддержки обучающимся в выборе профиля обучения, направления продолжения образования в профессиональных учебных заведениях или дальнейшего трудоустройства, а также создание условий для подготовки старшеклассников к профессиональному, культурному и социальному самоопределению [38].

Элективные курсы выполняют следующие задачи:

1) способствуют самоопределению старшеклассника и выбора профессиональной деятельности;
2) знакомят обучающихся с ведущими видами деятельности для данного профиля обучения;
3) создают положительную мотивацию обучения на планируемом профиле;
4) активизируют познавательную деятельность учащихся;
5) являются средством построения индивидуальной образовательной программы с выбором содержания образования в зависимости от интересов, последующих жизненных планов [20].

Элективные курсы в профильном обучении выполняют различные функции:

1) дополняют и углубляют изучение базовых общеобразовательных предметов;

2) направляют учащихся при построении индивидуальных образовательных программ;

3) «компенсируют» ограниченные возможности обучающихся в удовлетворении разнообразных образовательных потребностей;

4) осведомляют об особенностях будущей профессиональной деятельности [37].

Каждая из этих функций может быть ведущей, но все они выполняются взаимосвязано.

Элективные курсы должны соответствовать целям обучения, потребностям и мотивам выбора курса, так как выбираются самими школьниками. При разработке и реализации элективных курсов необходимо учитывать основные мотивы выбора:

- поддержка изучения базовых предметов;
- подготовка к ЕГЭ по базовым и профильным предметам;
- приобретение знаний и навыков, освоение способов деятельности для решения практических задач;
- профессиональная ориентация;
- интеграция имеющихся представлений в целостную картину мира;
- возможности успешной карьеры, продвижения на рынке труда [17].

По назначению выделают элективные курсы предметные, межпредметные и элективные курсы по предметам, не входящим в базисный учебный план.

На углубленное и расширенное изучение предметов, входящих в базисный учебный план школы, направлены предметные элективные курсы. Они делятся на несколько групп:

1) элективные курсы повышенного уровня, которые направлены на углубленное изучение учебного предмета. Они могут иметь тематическое или временное согласование с этим предметом. Такой элективный курс позволяет изучать выбранный предмет на углубленном, а не на профильном уровне;

2) элективные курсы, на которых углубленно изучаются только определенные разделы обязательной программы школьного предмета;

3) элективные курсы, на которых углубленно изучаются только определенные разделы школьного предмета, не входящие в его обязательную программу;

4) прикладные элективные курсы знакомят обучающихся с важнейшими путями и методами применения знаний на практике, развивают интерес учеников к производству и современной технике;

5) элективные курсы, которые посвящены изучению методов познания природы;

6) элективные курсы, которые посвящены истории предмета, входящего в учебный план школы (история физики, математики, химии, биологии);

7) элективные курсы, которые посвящены истории предмета, не входящего в учебный план школы (история астрономии, религии, техники);

8) элективные курсы, которые посвящены изучению методов решения задач (математических, химических, физических, биологических и т.д.), составлению и решению задач на основе химического, биологического и физического эксперимента [6].

Задачами предметных элективных курсов являются:

- подтверждение готовности и способности изучать предмет на повышенном уровне;
- реализация учащимся интереса к выбранному предмету;
- организация условий для подготовки к сдаче ЕГЭ по предметам по выбору [31].

Межпредметные элективные курсы – это курсы, которые обеспечивают межпредметные связи, дают возможность изучать смежные учебные предметы на профильном уровне. Эти элективные курсы знакомят учеников с комплексными задачами и проблемами, которые требуют синтеза знаний, а также со способами их разработки в различных профессиональных сферах [24].

К задачам межпредметных элективных курсов относят:

- поддержание мотивации обучающегося к выбранному профилю;
- знакомство на практике с особенностями типичных видов деятельности, которые соответствуют самым распространенным профессиям;
- создание базы для ориентации школьников в мире современных профессий [31].

Существует другая классификация элективных курсов:

1) элективные курсы, которые обеспечивают изучение учебного предмета на повышенном уровне для наиболее способных учеников;

2) элективные курсы, которые обеспечивают межпредметные связи и дают возможность изучать смежные дисциплины на профильном уровне. Например, элективный курс «Математическая статистика» для учеников, выбравших экономический профиль, «Компьютерная графика» для индустриально-технологического профиля;

3) курсы, которые помогут школьнику подготовиться к сдаче ЕГЭ на повышенном уровне по базовому предмету;

4) элективные курсы, ориентированные на приобретение учеником образовательных результатов для успешного продвижения на рынке труда. Например, «Деловой английский язык», «Делопроизводство»;

5) «внепредметный» или «надпредметный» элективные курсы. Они удовлетворяют потребности учеников в получении знаний в областях, выходящих за рамки школьных предметов. Например, «Основы рационального питания» [34].

Профильное обучение не только дифференцирует содержание образования, но и по-другому строит образовательный процесс [19, 124]. В 10-11 классах выделяются часы на организацию проектов, учебных практик, исследовательской деятельности в рамках времени, отводимого на элективные курсы. Эти формы обучения являются важным фактором успешного проведения элективных занятий [39].

В качестве учебной литературы используются учебные пособия для кружковой работы, факультативных курсов, справочные издания и научно-популярная литература [44].

Учитель, ведущий элективный курс, должен предоставить обучающимся информацию для занятий в классе, для выполнения домашней работы, для подготовки творческих проектов, а также для самостоятельной работы по освоению курса [28, 102]. Учитель должен контролировать уровень учебных достижений школьников – наблюдать за активностью на занятиях, анализировать рефераты, беседовать со старшеклассниками, анализировать результаты тестирования и выполнения диагностических заданий [8, 220].

Важно использовать оценку промежуточных достижений в качестве инструмента положительной мотивации, а также своевременной коррекции работы обучающихся и учителя [42, 35].

Учитель может проводить итоговую аттестацию по результатам изучения курса с помощью специальной зачётной работы (контрольная работа, тест), а также учитывать совокупность самостоятельно выполненных работ (рефератов, исследовательских работ) [23].

В письме Департамента государственной политики в образовании Минобрнауки России указаны базовые требования к содержанию программ элективных курсов:

1) ориентация на современные образовательные технологии;
2) соответствие учебной нагрузки нормативам;
3) соответствие принятым правилам оформления программ;

4) наличие пособия, которое содержит необходимую информацию;

5) краткосрочность проведения курса (не более 72 часов) [47].

Критерии оценки программы элективного курса:

- Новизна для обучающихся. Программа элективного курса должна включать материал, который не содержится в базовых программах.
- Мотивирующий потенциал программы. Содержание программы интересно школьникам.
- Развивающий потенциал программы. Содержание программы курса способствует творческому, интеллектуальному, эмоциональному развитию обучающихся, а также предполагает широкое использование методов активного обучения.
- Полнота и завершенность содержательных линий программы в соответствии с поставленными целями.
- Связность и систематичность изложенного материала. Содержание построено таким образом, что изучение всех последующих тем обеспечивается предыдущими или знаниями базовых курсов, между частными и общими знаниями прослеживаются связи.
- Методы обучения. Программа основывается преимущественно на методах активного обучения (исследовательских, проектных, игровых).
- Степень контролируемости. В программе элективного курса конкретно определены ожидаемые результаты обучения и методы проверки их достижимости.
- Реалистичность с точки зрения ресурсов. Программа реалистична с точки зрения использования учебно-методических и материально-технических средств, кадровых возможностей школы.
- Формальная структура программы. Наличие в программе необходимых разделов: пояснительной записки (с обязательным целеполаганием), основного (тематического) содержания, ожидаемых результатов обучения, списка литературы [45].

Так как элективные курсы являются курсами по выбору, они проводятся для небольшого числа обучающихся. Уровень учебных достижений школьников весьма различен, поэтому элективные курсы должны ориентироваться на различные группы учеников. Это является важнейшей особенностью элективных курсов [22]. С точки зрения математики учеников профильных классов классифицируют следующим образом:

1) Математические вундеркинды. Это весьма немногочисленная группа, в которую входят победители математических олимпиад высокого уровня. Для таких учеников школьная программа является простой, им интересно изучать предметы, не выходящие в школьную программу.

2) Старшеклассники, которые изучают математику с увлечением, участвуют в олимпиадах, занимаются в кружках.

3) Ученики, которые хорошо занимаются математикой в силу врожденной старательности. У них наиболее развита техника, а не свобода математических вычислений.

4) Учащиеся, которым легко дается математика, у них развита интуиция «от природы», они быстро чувствуют, что хочет от них учитель. Таких школьников раздражают, утомляют громоздкие вычисления, они не изучают теорию, их пугают не получающиеся с ходу задачи. Они невнимательно слушают ответы своих товарищей и объяснения учителя, особенно если чувствуют, что нельзя быстро получить пятерку.

5) Обучающиеся, которые были сильными в слабых классах. Они не слушают ответы своих одноклассников, отвлекаются во время объяснения учителя. Таким ученикам свойственна завышенная самооценка.

6) Ученики, которым математика не интересна. Они пришли в профильный класс, потому что в него пошло много обучающихся. Такие ученики постепенно могут начать не успевать, и это становится серьезной проблемой.

7) Слабые ученики, которые вообще неспособны освоить профильную программу по математике [27, 156-159].

Выделяют основные задачи математических элективных курсов:

- формирование и развитие у обучающихся умения пользоваться литературой;
- развитие у школьников практических и интеллектуальных способностей;
- повышение интереса к изучению математики;
- формирование умения самостоятельно приобретать и применять полученные знания;
- развитие умения работать в группе, отстаивать свою точку зрения, вести дискуссию;
- развитие творческих способностей школьников [25].

Таким образом, элективные курсы – это курсы по выбору, введенные в 2003 году Министерством образования и науки Российской Федерации. Они являются средством построения индивидуальной образовательной программы. Элективные курсы предназначены для активизации познавательной деятельность учащихся, а также для помощи старшеклассникам в выборе профессиональной деятельности.

По назначению выделают элективные курсы предметные, межпредметные и элективные курсы по предметам, не входящим в базисный учебный план. Требования к содержанию и оформлению программ элективных курсов указаны в письме Департамента государственной политики в образовании Минобрнауки России.

1.3. Теоретические основы элективного курса «Решение алгебраических уравнений высших степеней»

1.3.1. История открытия комплексных чисел и решение уравнений высших степеней

Древнегреческие математики «настоящими» считали только натуральные числа. Появление действительных чисел было связано с нуждами математики. Сначала возникли дробные положительные числа для выполнения деления чисел; потом появилось число нуль и отрицательные числа для выполнения вычитания; а понятие иррациональных чисел для извлечения корней из положительных чисел. На множестве действительных чисел выполнимы все перечисленные операции. Однако извлечение квадратного корня из отрицательного числа невыполнимо на этом множестве. Это и стало основанием для расширения множества действительных чисел до множества комплексных [12, 123-125].

В III веке Архимед разработал систему обозначения вплоть до такого громадного числа как $10^{8\cdot10^{16}}$. Кроме натуральных чисел в вычислениях использовали дроби – числа, которые составлены из целого числа и долей единицы. Они использовались в древнем Вавилоне и древнем Египте в практических расчетах за две тысячи лет до н. э. Долгое время полагали, что результат измерения всегда выражается или в виде натурального числа, или в виде отношения таких чисел, то есть дроби.

Отрицательные числа были открыты китайскими математиками за два века до н. э. Это был важный этап в развитии математической науки. Древнегреческий математик Диофант применял отрицательные числа в III веке, а индийские ученые в VII веке стали подробно изучать эти числа, сравнивая их с долгом.

С помощью отрицательных чисел можно было единым образом описывать изменения величин. Уже в VIII веке установили, что квадратный корень из положительного числа имеет два значения - положительное и отрицательное, а из отрицательных чисел квадратный корень извлекать нельзя: нет такого числа x, чтобы $x^2 = -9$ [41, 243-246].

Необходимость извлекать квадратные корни из отрицательных чисел появилась в XVI веке в связи с изучением кубических уравнений. В формуле для корней кубического уравнения вида $x^3 + px + q = 0$ квадратные и кубические корни:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

Формула действовала в случае, когда уравнение имело один действительный корень, а если оно имело три действительных корня – под знаком квадратного корня оказывалось отрицательное число. Получалось, что путь к этим корням вел через операцию извлечения квадратного корня из отрицательного числа. А эта операция невыполнима на множестве действительных чисел [12, 125-127].

После решения уравнений 4-й степени, математики стали искать формулу для нахождения корней уравнения 5-й степени. На рубеже XVIII и XIX веков Руффини (Италия) доказал, что в уравнении 5-й степени вида

$$x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

нельзя выразить корень через буквенные величины a, b, c, d, e с помощью шести алгебраических действий (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня). Т.е. такое уравнение нельзя решить алгебраически.

Галуа (Франция) в 1830 году доказал, что общее уравнение, степень которого больше чем 4, нельзя решить алгебраически. Еще в XVII веке математики были убеждены, что всякое уравнение n-й степени имеет (если рассматривать и комплексные числа) n корней (среди которых могут быть и равные). Но эта теорема была доказана Гауссом лишь на рубеже XVIII и XIX веков [21, 351-355].

Джероламо Кардано (Италия), занимавшийся выводом формулы для нахождения корней уравнения 3-й степени, в 1545 году предложил ввести числа новой природы. Он доказал, что система уравнений

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x \cdot y = 40 \end{cases},$$

которая не имеет решений на множестве действительных чисел, имеет решения вида $x = 5 \pm \sqrt{-15}$, $y = 5 \mp \sqrt{-15}$. Нужно только считать, что $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-a} = -a$ и действовать над такими выражениями по правилам обычной алгебры.

Кардано считал такие числа бесполезными и старался их не использовать. Он назвал их «чисто отрицательными» и даже «софистически отрицательными». Действительно, с помощью таких чисел нельзя выразить ни изменение какой-нибудь величины, ни результат измерения какой-нибудь величины [41, 198-201].

В 1572 году вышла книга Р. Бомбелли (Италия), в которой были установлены первые правила арифметических операций над такими числами, вплоть до извлечения из них кубических корней. В 1637 году Р. Декарт (Франция) ввел название «мнимые числа», в 1777 году Л. Эйлер для обозначения мнимой единицы $\sqrt{-1}$ предложил использовать первую букву французского слова imaginaire (мнимый). Во всеобщее употребление этот символ вошел благодаря К. Гауссу. В 1831 году термин «комплексные числа» так же был введен Гауссом. Слово комплекс (от латинского complexus) означает связь, сочетание, совокупность понятий, предметов, явлений, образующих единое целое.

В течение XVII века продолжалось обсуждение арифметической природы мнимых чисел, возможности дать им геометрическое обоснование.

Общая теория корней n-ых степеней сначала из отрицательных, а затем из любых комплексных чисел, основанная на формуле (1.1) английского математика А. Муавра (1707 год)

$$(\cos\varphi + i\cdot\sin\varphi)^n = \cos n\cdot\varphi + i\cdot\sin n\cdot\varphi \tag{1.1}$$

была построена на рубеже XVII и XVIII веков. С помощью этой формулы были выведены формулы для косинусов и синусов кратных дуг.

В 1748 году Эйлер вывел формулу (1.2), связывающую показательную и тригонометрическую функции воедино

$$e^{i\cdot x} = \cos x + i\cdot\sin x. \tag{1.2}$$

С помощью формулы (1.2) можно возводить число e в любую комплексную степень. Любопытно, что $e^{i\cdot\pi} = -1$. Также можно находить sin и cos от комплексных чисел, вычислять логарифмы таких чисел, т.е. строить теорию функций комплексного переменного.

В конце XVIII века Ж. Лагранж (Франция) показал, что математический анализ уже не затрудняют мнимые величины. С помощью мнимых чисел научились решать линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Эти уравнения встречаются, например, в теории колебаний материальной точки в сопротивляющейся среде. Бернулли (Швейцария) применял комплексные числа для решения интегралов.

С помощью комплексных чисел в течение XVIII века были решены многие вопросы, в том числе и прикладные задачи, связанные с гидродинамикой, картографией и т. д. Но строго логического обоснования теории этих чисел еще не было. Поэтому французский ученый П. Лаплас считал, что результаты, полученные с помощью мнимых чисел, – только наведение, которое приобретает характер настоящих истин лишь после подтверждения прямыми доказательствами [12, 143-147].

Геометрическое истолкование комплексных чисел было получено на рубеже XVIII и XIX веков. Независимо друг от друга К. Вессель (Дания), Ж. Арган (Франция) и К. Гаусс (Германия) предложили изображать комплексное число $z = a + i \cdot b$ точкой $M(a; b)$ на координатной плоскости. Позднее оказалось, что ещё удобнее изображать число не самой точкой M, а вектором $\overline{OM}$, идущим в эту точку из начала координат. При таком истолковании сложению и вычитанию комплексных чисел соответствуют эти же операции над векторами.

Вектор $\overline{OM}$ можно задавать не только его координатами a и b, но так же длиной r и углом φ, который он образует с положительным направлением оси абсцисс. При этом $a = r \cdot \cos\varphi$, $b = r \cdot \sin\varphi$ и число z принимает вид

$$z = r \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi), \qquad (1.3)$$

где r – модуль комплексного числа (обозначают $|r|$);
φ - аргумент z (обозначают ArgZ).

Формула (1.3) – это тригонометрическая форма комплексного числа. Если $z = 0$, значение ArgZ не определено, а при $z \neq 0$ оно определено с точностью до кратного 2π.

Формула Эйлера позволяет записать число z в виде $z = r \cdot e^{i \cdot \varphi}$. Это показательная форма комплексного числа.

Геометрическое истолкование комплексных чисел позволило определить многие понятия, которые связанны с функцией комплексного переменного, расширило область их применения. Стало ясно, что комплексные числа полезны во многих вопросах, где имеют дело с величинами, которые изображаются векторами на плоскости: при изучении течения жидкости, задач теории упругости.

Большой вклад в развитие теории функций комплексного переменного внесли русские и советские ученые. Н.И. Мусхелишвили занимался её применением к упругости, М.В. Келдыш и М.А. Лаврентьев – к аэро- и гидродинамике, Н.Н. Богомолов и В.С. Владимиров – к проблемам квантовой теории поля [21, 401-405].

Таким образом, необходимость извлечения квадратного корня из отрицательного числа – основание расширения множества действительных чисел до множества комплексных.

Первым ввести числа новой природы предложил в 1545 году Кардано, а правила арифметических операций над ними, включая операцию извлечения кубических корней, в своей книге описал Бомбелли в 1572 году. Термин «комплексные числа» в 1831 был введен Гауссом.

Геометрическая форма комплексного числа была получена независимо друг от друга Весселем и Гауссом на рубеже XVIII и XIX веков. Они предложили изображать комплексное число $z = a + i \cdot b$ точкой $M(a; b)$ на координатной плоскости. Позднее комплексные числа стали изображать вектором $\overline{OM}$, идущим в точку $M(a; b)$ из начала координат.

Комплексные числа применяются при изучении течения жидкости, при решении задач теории упругости, в аэро- и гидродинамике, в квантовой теории поля.

1.3.2. Алгебраическое решение уравнений третьей степени. Формула Кардано

Рассмотрим, как формула Кардано выводится учебнике Д.К. Фаддеева «Лекции по алгебре» [43, 146-149].

Общее кубическое уравнение имеет вид

$$a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0.$$

Пусть коэффициенты – комплексные числа. Задача состоит в нахождении комплексных корней. Без нарушения общности можно считать, что $a_0 = 1$. Так как $a_0 \neq 0$, то на него можно поделить обе части уравнения. Сделав замену $x = y - \frac{a_1}{3}$, получим

$$(y - \tfrac{a_1}{3})^3 + a_1(y - \tfrac{a_1}{3})^2 + \left(y - \tfrac{a_1}{3}\right) + a_3 = 0.$$

Раскрыв скобки и приведя подобные члены, получим уравнение

$$y^3 + \left(a^2 - \frac{a_1^2}{3}\right)y + \left(a_3 - \frac{a_1a_2}{3} + \frac{2}{27}a_1^3\right) = 0.$$

Обозначим $a^2 - \frac{a_1^2}{3}$=р, $a_3 - \frac{a_1a_2}{3} + \frac{2}{27}a_1^3 = q$. Получим уравнение

$$y^3 + py + q = 0. \tag{1.4}$$

Для дальнейшего исследования рассмотрим следующую лемму.

Лемма 1. Существует пара чисел таких, что $\alpha + \beta = a$ и $\alpha\beta = b$. Эти числа – корни квадратного уравнения $z^2 - az + b = 0$ [35, 226].

Пусть $y = \alpha + \beta$. Тогда уравнение (1.4) примет вид

$$\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3 + p(\alpha+\beta) + q = 0$$

или

$$\alpha^3 + \beta^3 + (3\alpha\beta + p)(\alpha+\beta) + q = 0.$$

Пусть $3\alpha\beta + p = 0$, тогда $\alpha^3 + \beta^3 + q = 0$. Очевидно, что если $\alpha^3 + \beta^3 + q = 0$ и $3\alpha\beta + p = 0$, то $y = \alpha + \beta$ будет удовлетворять уравнению (1.4).

Таким образом, нужно решить систему

$$\begin{cases} \alpha^3 + \beta^3 + q = 0 \\ 3\alpha\beta + p = 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \alpha^3 + \beta^3 = -q \\ \alpha\beta = -\frac{p}{3} \end{cases}.$$

Возведем второе уравнение в куб

$$\begin{cases} \alpha^3 + \beta^3 = -q \\ \alpha^3\beta^3 = -\frac{p^3}{27} \end{cases}.$$

Получаем, что для α^3 и β^3 известны сумма и произведение. По лемме 1 эти числа находятся как корни квадратного уравнения.

$$z^2 + qz - \frac{p^3}{27} = 0.$$

Отсюда,

$$\alpha^3 = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}$$

$$\beta^3 = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}.$$

Находим, что

$$\alpha = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$\beta = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

Для y получаем так называемую формулу Кардано

$$y = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}. \qquad (1.5)$$

Каждый кубический корень в поле комплексных чисел имеет три значения, и для обоих корней имеется девять комбинаций. Однако из них нужно оставить только те корни, для которых $\alpha\beta = -\frac{p}{3}$ т.е. $\beta = -\frac{p}{3\alpha}$. Пусть ω_1 и ω_2 – первообразные кубические корни из 1, т.е.

$$\omega_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\omega_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Пусть α_1 и β_1 – подходящая пара значений для α и β. Остальные подходящие значения для α будут $\alpha_1\omega_1$ и $\alpha_1\omega_2$, соответствующие значения для β – $\beta_1\omega_1$ и $\beta_1\omega_2$. Отсюда получаем, что формула Кардано даёт три корня уравнения:

$$y_1 = \alpha_1 + \beta_1,$$
$$y_2 = \alpha_1\omega_1 + \beta_1\omega_2,$$
$$y_3 = \alpha_1\omega_2 + \beta_1\omega_1.$$

Пример 1. Решить уравнение $y^3 + (3-3i)y + (-2+i) = 0$ [40, 17].

Используя формулу Кардано (1.5), получим

$$y = \sqrt[3]{1 - \frac{i}{2} + \sqrt{(1-\frac{i}{2})^2 + (1-i)^3}} + \sqrt[3]{1 - \frac{i}{2} - \sqrt{(1-\frac{i}{2})^2 + (1-i)^3}}$$

$$y = \sqrt[3]{1 - \frac{i}{2} + \sqrt{-\frac{5}{4} + 3i}} + \sqrt[3]{1 - \frac{i}{2} - \sqrt{-\frac{5}{4} + 3i}}$$

$$y = \sqrt[3]{1 - \frac{i}{2} + (\frac{3}{2}i - 1)} + \sqrt[3]{1 - \frac{i}{2} - (\frac{3}{2}i - 1)}$$

$$y = \sqrt[3]{i} + \sqrt[3]{2-2i}.$$

При извлечении кубических корней нужно помнить, что их произведение должно равняться $-\frac{p}{3} = -1 + i$. Поэтому, если для первого корня взять значение $-i$, для второго нужно взять $-1 - i$.

Находим корни данного уравнения

$$y_1 = -i + (-1-i) = -1 - 2i,$$

$$y_2 = -i\omega_1 + (-1-i)\omega_2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)i,$$

$$y_3 = -i\omega_2 + (-1-i)\omega_1 = \frac{1}{2} + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)i.$$

Пример 2. Решить уравнение $y^3 - 9y + 28 = 0$ [40, 18].

Используя формулу Кардано (1.5), получим

$$y = \sqrt[3]{-14 + \sqrt{14^2 - 3^3}} + \sqrt[3]{-14 - \sqrt{14^2 - 3^3}}$$

$$y = \sqrt[3]{-14 + 13} + \sqrt[3]{-14 - 13}$$

$$y = \sqrt[3]{-1} + \sqrt[3]{-27}.$$

При извлечении кубических корней нужно помнить, что их произведение должно равняться $-\frac{p}{3} = 3$. Поэтому, если для первого корня взять значение -1, для второго нужно взять -3. Находим корни данного уравнения

$$y_1 = -1 - 3 = -4,$$

$$y_2 = -\omega_1 - 3\omega_2 = 2 + i\sqrt{3},$$

$$y_3 = -\omega_2 - 3\omega_1 = 2 - i\sqrt{3}.$$

Данный пример решился очень благополучно, что является скорее исключением, чем правилом.

1.3.3. Алгебраическое решение уравнений четвёртой степени методом Феррари

Рассмотрим, как метод Феррари выводится в учебнике Д.К. Фаддеева «Лекции по алгебре» [43, 224-226].

После публикации Кардано способа решения кубических уравнений, его ученики и последователи нашли способы сведения общего уравнения четвертой степени к кубическому уравнению. Наиболее простой способ предложил Л. Феррари.

Для исследования необходимо рассмотреть следующую лемму.

Лемма 2. Для того, чтобы квадратный трехчлен Ax^2+Bx+C был квадратом линейного двучлена, необходимо и достаточно, чтобы

$$D = B^2 - 4AC = 0,$$

где D – дискриминант квадратного трехчлена.

Доказательство.

Необходимость. Пусть $Ax^2+Bx+C=(kx+l)^2$. Тогда получим, что $A=k^2$, $B=2kl$, $C=l^2$ и $B^2-4AC=0$.

Достаточность. Пусть $B^2-4AC=0$

Тогда

$$Ax^2+Bx+C=\left(\sqrt{A}x+\frac{B}{2\sqrt{A}}\right)^2+c-\frac{B^2}{4A}=\left(\sqrt{A}x+\frac{B}{2\sqrt{A}}\right)^2+\frac{4AC-B^2}{4A}=$$
$$=(\sqrt{A}x+\frac{B}{2\sqrt{A}})^2.$$

Лемма доказана.

Идея метода Феррари состоит в том, что необходимо левую часть уравнения $x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$ представить в виде разности двух квадратов, чтобы разложить ее на два множителя второй степени. Тогда решение уравнения приведётся к решению двух квадратных уравнений. Для этого левую часть представим в виде:

$$(x^2+\frac{a}{2}x+\frac{y}{2})^2-\frac{a^2}{4}x^2-\frac{ay}{2}x-\frac{y^2}{4}-yx^2+bx^2+cx+d=$$
$$=(x^2+\frac{a}{2}x+\frac{y}{2})^2-[\left(\frac{a^2}{4}+y-b\right)x^2+\left(\frac{ay}{2}-c\right)x+\left(\frac{y^2}{4}-d\right)].$$

В полученном уравнении y – вспомогательная неизвестная. Ее нужно подобрать так, чтобы выражение в квадратных скобках оказалось квадратом линейного двучлена. В силу леммы 2 для этого необходимо и достаточно выполнения условия

$$\left(\frac{ay}{2}-c\right)^2-4\left(\frac{a^2}{4}+y-b\right)\left(\frac{y^2}{4}-d\right)=0.$$

Получили уравнение третьей степени относительно y. После раскрытия скобок оно преобразуется к виду

$$y^3-by^2+(ac-4d)y-(c^2+a^2d-4bd)=0.$$

Пусть y_1 – один из корней этого уравнения. Тогда при $y=y_1$ условие будет выполнено, так что имеет место

$$\left(\frac{a^2}{4}+y_1-b\right)x^2+\left(\frac{ay_1}{2}-c\right)x+\left(\frac{{y_1}^2}{4}-d\right)=(kx+l)^2.$$

При некоторых k и l. Исходное уравнение примет вид

$$(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y_1}{2})^2 - (kx + l)^2 = 0.$$

Получили разность квадратов двух выражений, разложим уравнение на два множителя

$$(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y_1}{2} + kx + l)(x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y_1}{2} - kx - l) = 0.$$

Приравняв к нулю каждый из сомножителей, найдём четыре корня исходного уравнения.

Замечание. Пусть x_1 и x_2 – корни первого сомножителя, x_3 и x_4 – корни второго. Тогда $x_1 x_2 = \frac{y_1}{2} + l$, $x_3 x_4 = \frac{y_1}{2} - l$. Сложив эти равенства, получим, что $y_1 = x_1 x_2 + x_3 x_4$. Таким образом, мы получили выражение корня y_1 вспомогательного кубического уравнения через корни исходного уравнения четвёртой степени.

Пример 1. Решить уравнение $x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x + 2 = 0$ [40, 37].

Используем изложенный выше метод. Для этого преобразуем левую часть уравнения

$$x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x + 2 =$$
$$= \left(x^2 + x + \frac{y}{2}\right)^2 - yx^2 - x^2 - xy - \frac{y^2}{4} - 6x^2 - 5x + 2 =$$
$$= \left(x^2 + x + \frac{y}{2}\right)^2 - [(y+7)x^2 + (y+5)x + \left(\frac{y^2}{4} - 2\right)].$$

Теперь положим, что дискриминант равен нулю, т.е.

$$(y+5)^2 - 4(y+7)\left(\frac{y^2}{4} - 2\right) = 0.$$

Преобразуем полученное уравнение, получим

$$y^3 + 6y^2 - 18y = 0.$$

Заметим, что одним из корней этого уравнения является число $y_1 = -3$. Подставив его в преобразованную левую часть исходного уравнения, получим:

$$x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x + 2 = \left(x^2 + x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left[4x^2 + 2x + \frac{1}{4}\right] =$$
$$= \left(x^2 + x - \frac{3}{2}\right)^2 - (2x + \frac{1}{2})^2 = (x^2 + 3x - 1)(x^2 - x - 2).$$

Приравнивая сомножители нулю, найдем четыре корня исходного уравнения

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2},$$
$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2},$$
$$x_3 = 2,$$
$$x_4 = -1.$$

Для уравнений пятой степени и выше были известны только некоторые классы уравнений частного вида, которые допускают алгебраические решения в радикалах, т.е. в виде результатов арифметических действий и действия извлечения корня. Однако попытки дать решение общих уравнений выше четвертой степени были безуспешны. Лишь в начале XIX Руффини и Абель доказали, что решение такого рода для общих уравнений пятой степени и выше невозможно [13, 456].

Наконец, в 1830 г. гениальный математик Э. Галуа (Франция) нашел необходимые и достаточные условия, которые проверяются довольно сложно, для разрешимости в радикалах конкретно заданного уравнения. При этом он создал и использовал новую для своего времени теорию групп подстановок [32, 238-240].

Итак, способ Феррари заключается в сведении уравнения четвертой степени к двум квадратным уравнениям. Для этого необходимо левую часть уравнения 4-й степени представить в виде разности двух квадратов, а затем, используя формулу сокращённого умножения, разложить ее на два множителя второй степени

ГЛАВА 2. ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РАБОТА ПО КОНСТРУИРОВАНИЮ И ОРГАНИЗАЦИИ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «РЕШЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ СТЕПЕНЕЙ»

2.1. Разработка программы элективного курса для 11 класса

Несмотря на то, что программы элективных курсов разрабатываются, принимаются и реализуются образовательными учреждениями самостоятельно, при их разработке необходимо учитывать определенные правила.

В письме Департамента государственной политики в образовании Минобрнауки России сказано, что программа элективного курса должна включать следующие структурные элементы: титульный лист, пояснительную записку, учебно-тематический план, содержание изучаемого курса, методические рекомендации, список литературы.

Титульный лист должен включать:

– наименование образовательного учреждения;
– сведения о том, где, когда и кем утверждена программа;
– название элективного курса;
– класс, на который рассчитана программа;
– ФИО, должность автора (авторов) программы;
– название города, населенного пункта;
– год разработки программ.

Пояснительная записка должна включать:

– аннотацию, обоснование необходимости введения данного курса в школе;
– указание на место и роль курса в профильном обучении (при этом необходимо показать какие межпредметные связи реализуются при

изучении элективных курсов, какие общеучебные и профильные умения и навыки при этом развиваются, каким образом создаются условия для активизации познавательного интереса обучающихся, профессионального самоопределения);

– цель и задачи элективного курса (цель курса – для чего он изучается, какие потребности субъектов образовательного процесса удовлетворяет: обучающихся, учителей, школьного сообщества, общества; задача курса – что необходимо для достижения целей);

– сроки реализации программы (продолжительность обучения, этапы);

– основные принципы отбора и структурирования материала;

– методы, формы обучения, режим занятий;

– предполагаемые результаты (какие знания, умения, навыки, необходимые для построения индивидуальной образовательной программы в школе и успешной профессиональной карьеры по ее окончании, будут получены, какие виды деятельности будут освоены, какие ценности будут предложены для усвоения);

– инструментарий для оценивания результатов.

Учебно-тематический план включает:

- перечень разделов, тем;
- количество часов на изучение каждой темы;
- вид занятий.

Содержание элективного курса включает перечень тем и их реферативное описание.

Методические рекомендации включают:

– основные содержательные компоненты по каждому разделу или теме;

– описание приемов и средств организации учебно-воспитательного процесса, форм проведения занятий;

– дидактические материалы.

В программе должен быть список литературы, а также других видов учебно-методических материалов и пособий, необходимых для изучения курса как для учителя, так и для учеников.

Пользуясь этими рекомендациями, мы разработали программу элективного курса «Решение алгебраических уравнений высших степеней», который, с одной стороны является развитием базового курса математики, с другой стороны поддерживает изучение профильного предмета математика, так как углубляет раздел «Комплексные числа».

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №42» г.Белгорода

Рассмотрено	Согласовано	«Утверждаю»
Руководитель МО	Заместитель директора	Директор
_____/Лукашова Ю.В./	_____/Набокова Н.В./	МБОУ СОШ № 42
Протокол №____ от	«___» _________ 20__г.	_____/Чаплыгина И.Б./
«___» _________ 20__г.		Приказ № ______ от
		«___» _________ 20__г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧИТЕЛЯ
Евсюковой Елены Викторовны

Элективный курс в 11 классе на тему:

«Решение алгебраических уравнений высших степеней»

БЕЛГОРОД, 2016

Пояснительная записка

Настоящая программа описывает математический элективный курс «Решение алгебраических уравнений высших степеней», предназначенный для изучения в 11 классе профильной школы (физико-математический профиль).

Предполагаемый объем учебного времени – 1 час в неделю, 17 часов за полугодие.

В целях формирования интереса и положительной мотивации к математическому профилю через освоение новых аспектов содержания и более сложных способов деятельности, содержание данного элективного курса включает материал, который выходит за рамки профильной части школьного курса.

Роль математической подготовки в общем образовании современного человека ставит следующие цели обучения математике в школе:

- овладение конкретными математическими знаниями, которые необходимы для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования;
- интеллектуальное развитие обучающихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых для продуктивной жизни в обществе;
- формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания действительности;
- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, понимания значимости математики для общественного прогресса.

Цель изучения элективного курса «Решение алгебраических уравнений высших степеней» – ознакомление с приложениями теории комплексных чисел к вопросам решения уравнений высших степеней, а также – развитие математических способностей обучающихся.

Курс характеризуется содержательным раскрытием понятий, утверждений и методов, относящихся к решению уравнений, выявлением их практической значимости. Характерной особенностью курса являются систематизация и обобщение знаний обучающихся, закрепление и развитие умений и навыков, полученных в разделе «Комплексные числа» из профильного курса алгебры. Это осуществляется как при изучении нового материала, так и при проведении повторения.

После изучения данного элективного курса обучающиеся 11 класса должны знать:

- определения алгебраической и тригонометрической форм комплексного числа;
- формулировку основной теоремы алгебры;
- формулу Кардано для решения уравнений 3-й степени (с доказательством);
- вывод способа Феррари для решения уравнений 4-й степени;
- историю развития комплексных чисел;
- историю вывода формулы Кардано и метода Феррари.

Обучающиеся должны уметь:

- переводить запись комплексных чисел из одной формы в другую;
- выполнять арифметические действия с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме;
- возводить комплексные числа в натуральную степень и извлекать корни любой натуральной степени;
- решать уравнения 3-й и 4-й степени.

Учебно-тематический план

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов	Тип занятия
1.	**Действия с комплексными числами**	**2**	
1.1.	Действия с комплексными числами в алгебраической форме, перевод из алгебраической в тригонометрическую форму	1	Урок-практикум повторения
1.2.	Действия с комплексными числами в тригонометрической форме	1	Урок-практикум повторения
2.	**Основная теорема алгебры**	**4**	
2.1.	Решение алгебраических уравнений. Корни уравнений. Основная теорема алгебры	2	Лекции
2.2.	Решение квадратных уравнений с комплексными коэффициентами	1	Урок-практикум
2.3.	Нахождение рациональных корней уравнений высших степеней	1	Урок-практикум
3.	**Решение уравнений 3-й степени**	**4**	
3.1.	Вывод формулы Кардано	1	Лекция
3.2.	Решение кубических уравнений	2	Уроки-практикумы
3.3.	Исследование уравнений 3-й степени	1	Комбинированный
4.	**Решение уравнений 4-й степени**	**3**	
4.1.	Способ Феррари решения уравнений 4-й степени	1	Лекция
4.2.	Решений уравнений 4-й степени	2	Уроки-практикумы
5.	**История вывода способов решения уравнений 3-й и 4-й степени**	**2**	Семинары
6.	**Контрольная работа**	**1**	**Контроля знаний**

7.	**Итоговое занятие**	**1**	**Обобщения и систематизации**
	Итого	**17**	

Содержание курса:

Раздел 1. Действия с комплексными числами

1.1. Действия с комплексными числами в алгебраической форме (сложение, умножение, вычитание, деление), перевод из алгебраической в тригонометрическую форму.

1.2. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня, геометрическая интерпретация).

Раздел 2. Основная теорема алгебры

2.1. Понятие алгебраического уравнения и его корня. Разрешимость уравнений в различных числовых множествах. Основная теорема алгебры.

2.2. Решение квадратных уравнений с комплексными коэффициентами.

2.3. Нахождение рациональных корней уравнений высших степеней.

Раздел 3. Решение уравнений третьей степени

3.1. Вывод формулы Кардано.

3.2. Решение кубических уравнений.

3.3. Исследование уравнений 3-й степени.

Раздел 4. Решение уравнений четвертой степени

4.1. Способ Феррари для решения уравнений четвертой степени.

4.2. Решение уравнений 4-й степени.

Раздел 5. История открытия формул для решения уравнений 3-й и 4-й степени

Задачи, приведшие к возникновению комплексных чисел. Основные этапы истории развития теории комплексных чисел. Кардано и его работы. Тарталья и Кардано. Способ Феррари для решения уравнений 4-й степени.

6. Контрольная работа.

7. Итоговое занятие.

Методические рекомендации по изучению элективного курса

Исторически теория комплексных чисел возникла в связи с решением алгебраических уравнений и, в частности, с необходимостью определения корней четной степени из отрицательных действительных чисел. В современной математике, особенно в прикладных разделах, применение комплексных чисел, начатое еще в средние века, также занимает большое место. Поэтому изучение этих вопросов школьниками представляет большой интерес.

Элективный курс начинается с углубленного повторения свойств операций над комплексными числами и вопросов, связанных с решением алгебраических уравнений. Этот материал входит в профильный курс математики в 10 классе. Твердые знания по этому разделу необходимы для успешного усвоения элективного курса. Следует обратить внимание на теорию и научить школьников доказывать свойства и теоремы, которые ранее им были известны без доказательств. Изучение основных тем элективного курса (решение уравнений 3-й и 4-й степени) должно сопровождаться решением большого количества задач как теоретического, так и вычислительного характера.

Литература:

1. Гордиенко, Н.А. Комплексные числа и их приложения: Учебное пособие / Н.А. Гордиенко [и д.р.] – Воронеж: ВГПУ, 2004 – 92 с.

2. Звавич, Л.И. Алгебра и начала анализа. Решение задач письменного экзамена / Л.И. Звавич [и д.р.] – М.: Дрофа, 2000. – 212 с.

3. Карп, А.П. Сборник задач по алгебре и началам анализа: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / А.П. Карп – М.: Просвещение, 1995. – 176 с.

4. Никольский, С.М. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / С.М. Никольский [и д.р.] – 8-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 430 с.

2.2. Содержательная характеристика элективного курса

Рассмотрим краткие конспекты учебных занятий элективного курса.

Урок 1

Тема: «Действия с комплексными числами в алгебраической форме».

Тип урока: практикум.

Цель: организовать деятельность учащихся по активизации понятий и свойств комплексных чисел в алгебраической форме.

Этапы урока:

1. Организационный момент.

1. Повторение правил для арифметических операций над комплексными числами в алгебраической форме.

2. Решение примеров: найти сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел z_1 и z_2, если:

а) $z_1 = -1 - 3i,\ z_2 = 3 + 2i$;

б) $z_1 = 17 - 35i,\ z_2 = 15 + 5i$;

в) $z_1 == -2 + 3i,\ z_2 = 4i$;

г) $z_1 = -7i,\ z_2 = 5 + i$;

д) $z_1 = 12 + 7i,\ z_2 = 2 + 3i$;

е) $z_1 = -7 - 7i,\ z_2 = -2 - 4i$;

ж) $z_1 = 12 + 7i,\ z_2 = 5 + i$.

3. Повторение формул для перевода комплексных чисел из алгебраической формы в тригонометрическую.

4. Решение примеров: перевести комплексное число из алгебраической формы в тригонометрическую $z_1 = -1 - 3i$, $z_2 = 3 + 2i$, $z_3 = 17 - 35i$, $z_4 = 15 + 5i$, $z_5 = -2 - 2i$, $z_6 = 12i$, $z_7 = -2 + 4i$, $z_8 = -21 - 4i, z_9 = 5i, z_{10} = 15$.

5. Домашнее задание:

1) найти сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел z_1 и z_2, если $z_1 = -2 + 10i$ и $z_2 = 3i$;

2) перевести комплексное число из алгебраической формы в комплексную $z_1 = -2 + 10i$ и $z_2 = 3i$.

6. Подведение итогов урока.

<u>Урок 2</u>

Тема: «Действия с комплексными числами в тригонометрической форме».

Тип урока: практикум.

Цель: организовать деятельность учащихся по активизации понятий и свойств комплексных чисел в тригонометрической форме.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение правил для умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической форме.
3. Решение примеров:

Найти произведение и частное комплексных чисел z_1 и z_2, если:

а) $z_1 = 3(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}),\ z_2 = 2(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2});$

б) $z_1 = 10(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}),\ z_2 = 2(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4});$

в) $z_1 = \sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}),\ z_2 = 4(\cos\pi + i\sin\pi);$

г) $z_1 = 12(\cos(-\frac{5\pi}{6}) + i\sin(-\frac{5\pi}{6})),\ z_2 = 2(\cos(-\pi) + i\sin(-\pi));$

4. Повторение формулы Муавра для возведения комплексных чисел в тригонометрической форме в натуральную степень.
5. Решение примеров:

1) найти z^{20}, если $z = 3 + 3i$;

2) найти z^{15}, если $z = -5 + i$;

3) найти z^{998}, если $z = -13i$;

4) найти z^{12}, если $z = 5i$.

5) найти z^{1995}, если $z = 1 + \sqrt{3}i$

6. Повторение формулы для извлечения корня из комплексных чисел в тригонометрической форме.

7. Решение примеров: $\sqrt[3]{-13i}$, $\sqrt[5]{-i}$, $\sqrt[3]{3+4i}$, $\sqrt{-2i+2}$.

8. Домашнее задание:

1) Найти произведение и частное комплексных чисел z_1 и z_2, если: $z_1 = 5(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$, $z_2 = \sqrt{3}(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2})$;

2) найти z^{995}, если $z = -2 - 13i$;

3) $\sqrt{-3i+1}$, $\sqrt[5]{2-i}$, $\sqrt[3]{6-i}$.

9. Подведение итогов урока.

<u>Урок 3</u>

Тема: «Алгебраические уравнения и их корни».

Тип урока: лекция.

Цель: организовать деятельность учащихся по восприятию материала, обобщающего их знания по теории алгебраических уравнений.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение основных понятий теории алгебраических уравнений.
3. Сообщение нового материала учителем.
4. Домашнее задание: выучить теорию.
5. Подведение итогов урока

<u>Урок 4</u>

Тема: «Основная теорема алгебры».

Тип урока: лекция.

Цель: организовать деятельность учащихся по восприятию материала.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Проверка домашнего задания.
3. Сообщение нового материала учителем.
4. Домашнее задание: выучить теорию.
5. Подведение итогов урока.

Урок 5

Тема: «Решение квадратных уравнений с комплексными коэффициентами».

Тип урока: практикум

Цель: отработать навыки решения квадратных уравнений с комплексными переменными.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение правил решения квадратных уравнений.
3. Решение уравнений двумя способами (через дискриминант и используя теорему Виета):

1) $z^2-(7-2i)z+13-13i=0$;

2) $iz^2+(3-2i)z-6=0$;

3) $z^2+(3+2i)z-5+3i=0$;

4) $4z^2+(18-i)z+i=0$;

5) $(2-i)z^2+(5+2i)z-33=0$;

6) $z^2-(10-i)z+18=0$;

7) $3iz^2-(28-2i)z-42=0$;

8) $z^2-(7-2i)z+13-13i=0$;

9) $z^2-(12+5i)z+12i=0$;

10) $(12+2i)z^2+(13+82i)z-8-8i=0$.

4. Домашнее задание: решить уравнения двумя способами (через дискриминант и используя теорему Виета): $iz^2-(11+9i)z-28-1i=0$; $z^2+(15-27i)z+i=0$.

5. Подведение итогов урока.

Урок 6

Тема: «Нахождение рациональных корней уравнений высших степеней».

Тип урока: практикум

Цель: отработать навыки решения уравнений высших степеней.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение способов решения уравнений высших степеней
3. Решение уравнений:

1) $x^8 + 4x^6 - 10x^4 + 4x^2 + 1 = 0$;
2) $2x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 5x + 2 = 0$;
3) $3x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 7x + 3 = 0$;
4) $2x^8 - 3x^6 - x^4 - 3x^2 + 2 = 0$;
5) $5x^8 - 4x^6 - 2x^4 - 4x^2 + 1 = 0$;
6) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$;
7) $x^4 + x^3 + 5x^2 + 4x + 4 = 0$;
8) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$;
9) $x^3 - 6x - 9 = 0$;
10) $3x^3 - x^2 - 12x + 4 = 0$.

4. Домашнее задание: решить уравнения $x^5 + 3x^3 + 2x = 0$, $2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$.
5. Подведение итогов урока.

Урок 7

Тема: «Вывод формулы Кардано».

Тип урока: лекция.

Цель: организовать деятельность учащихся по восприятию материала.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Проверка домашнего задания.
3. Сообщение нового материала учителем.
4. Домашнее задание: выучить теорию.
5. Подведение итогов урока.

Урок 8

Тема: «Решение кубических уравнений».

Тип урока: практикум

Цель: формировать умения и навыки решения кубических уравнений, используя формулу Кардано.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение формулы Кардано.
3. Решение уравнений:

1) $3y^3 - 8y + 8 = 0$;
2) $3x^3 - 2x^2 + 14 = 0$;
3) $x^3 - 4x^2 - 10x + 2 = 0$;
4) $3x^3 + 4x^2 + 2x = 0$;
5) $5x^3 - 8x^2 - 8x + 5 = 0$;
6) $2x^3 - 5x^2 + 5x - 2 = 0$;
7) $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$;
8) $x^3 - 9x^2 + 36x - 80 = 0$;
9) $x^3 + 15x^2 + 124 = 0$;

4. Домашнее задание: решить уравнения $x^3 + 3x^2 - 4x + 2 = 0$, $-2x^3 - 12x + 12 = 0$.
5. Подведение итогов урока.

Урок 9

Тема: «Решение кубических уравнений».

Тип урока: практикум

Цель: формировать умения и навыки решения кубических уравнений, используя формулу Кардано.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение формулы Кардано.
3. Решение уравнений:

1) $x^3 + x^2 - 1 = 0$;
2) $2x^3 - x^2 + x - 7 = 0$;
3) $x^3 - (3 + 45i)x^2 + 15 - i = 0$;
4) $(2 - i)x^3 - (6 + 24i)x^2 + 57x - 196 + 9i = 0$;
5) $27x^3 + (9 - i)x^2 - 48ix + 20 - 13i = 0$;
6) $-18x^3 - (6 + 14i)x^2 - (39 + i)x - 10 = 0$;
7) $-5x^3 + (3 - 12i)x^2 - 3x - 14 + 2i = 0$;
8) $x^3 - (7 - 2i)x + 16i = 0$;
9) $x^3 - (19 + 3i)x + 30 - 2i = 0$.

4. Домашнее задание: решить уравнения

$x^3 - (5 + 32i)x^2 + 8x - 4 - 6i = 0$, $x^3 - (3 - 3i)x - 4 + 5i = 0$.

5. Подведение итогов урока.

<u>Урок 10</u>

Тема: «Исследование кубических уравнений».

Тип урока: комбинированный.

Цель: ознакомить учащихся со способом исследования кубических уравнений; формировать навык исследования кубических уравнений.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение метода Кардано.

3. Решение уравнений: $x^3 - 9x^2 + 18x - 28 = 0$, $x^3 - 6ix^2 + 4(1 - i) = 0$, $x^3 - 3x^2 + 12x - 36 = 0$.

4. Изучение нового материала.

5. Решение примеров:

1) не решая следующие уравнения, определите характер корней каждого из них: $x^3 - 3x^2 + 2x - 5 = 0$, $x^3 - 6x^2 + 7x + 5 = 0$, $x^3 - 12x^2 + 45x + 54 = 0$;

2) при каких значениях параметра a данные уравнения имеют кратные корни $x^3 + 3x + a = 0$, $x^3 + ax + 6 = 0$, $x^3 + ax + a = 0$?

3) при каких значениях параметра a уравнение $ax^3 + 3x - 9 = 0$ имеет два различных корня? Найдите эти корни.

6. Домашнее задание: не решая следующие уравнения, определите характер корней каждого из них: $x^3 + 3x - 5 = 0$, $x^3 - 5x + 1 = 0$, $x^3 - 6x + 4\sqrt{2} = 0$.

7. Подведение итогов урока.

Урок 11

Тема: «Способ Феррари решения уравнений 4-й степени».

Тип урока: лекция.

Цель: организовать деятельность учащихся по восприятию материала.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Проверка домашнего задания.
3. Сообщение нового материала учителем.
4. Домашнее задание: выучить теорию.
5. Подведение итогов урока.

Урок 12

Тема: «Решение уравнений 4-й степени».

Тип урока: практикум.

Цель: формировать навык решения уравнений 4-й степени, используя способ Феррари.

Этапы урока:

1. Организационный момент.

2. Повторение способа Феррари для решения уравнений 4-й степени.

3. Решение уравнений:

1) $3x^4 - 3x^3 + 4x^2 - x + 1 = 0$;

2) $2x^4 + 2x^3 + 5x^2 + x + 2 = 0$;

3) $x^4 - 3x^3 + 6x - 4 = 0$;

4) $x^4 - 3x^2 - 11x - 21 = 0$;

5) $x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 3 = 0$;

6) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$;

7) $2x^4 - x^3 - 6x^2 + 3x = 0$;

8) $x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12 = 0$;

9) $x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x - 3 = 0$.

4. Домашнее задание: решить уравнения $2x^4 + 2x^3 - 3x + 6 = 0$, $x^4 + x^3 + 2x^2 - 5x - 10 = 0$.

5. Подведение итогов урока.

Урок 13

Тема: ««Решение уравнений 4-й степени».

Тип урока: практикум.

Цель: формировать навык решения уравнений 4-й степени.

Этапы урока:

1. Организационный момент.

2. Повторение способа Феррари для решения уравнений 4-й степени.

3. Решение уравнений:

1) $x^4 - x^3 - 11x - 21 = 0;$

2) $2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 4 = 0;$

3) $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 5x - 12 = 0;$

4) $x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 3x - 6 = 0;$

5) $x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 3 = 0;$

6) $2x^4 - 3x^3 + 8x^2 + 3x - 2 = 0;$

7) $x^4 + x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0;$

8) $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 3 = 0;$

9) $x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 1 = 0.$

4. Домашнее задание: решить уравнения

$2x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0,\ x^4 - 5x^3 + x^2 - 4 = 0.$

5. Подведение итогов урока.

Урок 14

Тема: «История вывода способов решения уравнений 3-й и 4-й степени».

Тип урока: семинар.

Цель: ознакомить учащихся с историей вывода способов решения уравнений 3-й и 4-й степени.

Этапы урока:

1. Организационный момент.

2. Выступление учащихся с докладами.

3. Подведение итогов урока.

Урок 15

Тема: «История вывода способов решения уравнений 3-й и 4-й степени».

Тип урока: семинар.

Цель: ознакомить учащихся с историей вывода способов решения уравнений 3-й и 4-й степени

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Выступление учащихся с докладами.
3. Подведение итогов урока.

Урок 16

Тема: «Контрольная работа».

Тип урока: контроля знаний.

Цель: контроль знаний, умений и навыков по элективному курсу «Решение алгебраических уравнений высших степеней».

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Выполнение работы:

Вариант I

1) Найдите сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел z_1 и z_2, если: $z_1 = 11 + \sqrt{2}i$, $z_2 = -6 - i$.

2) Переведите комплексное число из алгебраической формы в тригонометрическую $z = 11 + 3i$.

3) Найдите z^{2017}, если $z = 13 + 23i$.

4) Вычислите $\sqrt[5]{-6 - 2i}$.

5) Решите уравнения: $2z^2 + (8 - 2i)z + 10 = 0$, $z^2 - (5 + 3i)z - 3 + 13i = 0$.

6) Решите уравнения, используя формулу Кардано: $x^3 - 6x^2 + 9 = 0$, $-2x^3 + (5 - i)x^2 - (12 + 4i)x + 1 = 0$.

7) Решите уравнения, используя метод Феррари $x^4 + 3x^3 + 3x^2 - x - 6 = 0$, $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 4x - 8 = 0$.

8) При каких значениях параметра a уравнение $ax^3 + 3x - 1 = 0$ имеет два различных корня? Найдите эти корни.

Вариант II

1) Найдите сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел z_1 и z_2, если: $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = \sqrt{3} + 2i$.

2) Переведите комплексное число из алгебраической формы в тригонометрическую $z = -6 - 2i$.

3) Найдите z^{2017}, если $z = 22 - 14i$.

4) Вычислите $\sqrt[3]{-7 - 25i}$.

5) Решите уравнения: $2z^2 - (15 + i)z + 8 = 0$, $z^2 + (-8 + 2i)z + 13 - 13i = 0$.

6) Решите уравнения, используя формулу Кардано: $x^3 + 12x^2 + 63 = 0$, $-2x^3 - (7 - 6i)x^2 - (3 + 8i)x + 1 = 0$.

7) Решите уравнения, используя метод Феррари $x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 20x - 5 = 0$, $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 3x + 10 = 0$.

8) При каких значениях параметра a уравнение $4x^3 - ax - 1 = 0$ имеет два различных корня? Найдите эти корни.

Урок 17

Тема: «Итоговое занятие».

Тип урока: обобщения и систематизации.

Цель: обобщить и систематизировать знания обучающихся по элективному курсу «Решение алгебраических уравнений высших степеней».

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение формулы Кардано, способа Феррари для решения уравнений высших степеней.
3. Обобщение и систематизация знаний, полученных при проведении занятий элективного курса.
4. Решение примеров:

1) решить уравнения, используя формулу Кардано $x^3+6x^2+6x-13=0$, $x^3-6x+4=0$, $x^3-3x^2+9x-7+2i=0$;

2) решить уравнения, используя метод Феррари $x^4-x^3-3x^2+5x-10=0$, $x^4-2x^3+4x^2-2x+3=0$, $x^4-6x^3+10x^2-2x-3=0$;

3) при каких значениях параметра a уравнение $ax^3-2x-4=0$ имеет отрицательные корни?

4) при каких значениях параметра a уравнение $4x^3-2ax+1=0$ имеет два различных корня? Найдите эти корни.

5. Подведение итогов элективного курса «Решение алгебраических уравнений высших степеней».

2.3. Опытное преподавание

Опытное преподавание реализовывалось в первом полугодии 2016-2017 учебного года в 11 «А» классе МБОУ СОШ №42 г. Белгорода. Профиль обучения данного класса – физико-математический.

Занятия проводились по вторникам для 8 учащихся класса, которые для дальнейшего обучения выбирают технические направления. Элективный курс был рассчитан на 17 часов (1 час в неделю). Проведены все занятия по плану.

В начале проведения элективного курса все старшеклассники показали твердые знания по теме «Комплексные числа».

На занятиях элективного курса все учащиеся работали активно, многие хотели решать задачи у доски. Трудности возникли с исследованием корней кубических уравнений. Но проверка домашней работы показала, что и эта тема была усвоена старшеклассниками.

Во время объяснения нового материала все ученики были сосредоточены, внимательны и записывали конспекты. Дисциплина на занятиях не нарушалась.

Результаты контрольной работы показали, что все учащиеся усвоили элективный курс «Решение алгебраических уравнений высших степеней», поэтому зачет получили все обучающиеся.

Таким образом, данный элективный курс разнообразил учебную деятельность учеников и способствовал развитию их математических способностей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги данного исследования можно сделать вывод, что поставленная цель достигнута.

В первой главе нами были рассмотрены теоретические основы проведения элективных курсов в старших классах общеобразовательной школы. Также мы рассмотрели историю открытия комплексных чисел, вывод формулы Кардано для решения уравнений 3-й степени, способ Феррари решения уравнений 4-й степени.

Целью профильного образования является дифференциация и индивидуализация обучения. Существует несколько моделей организации профильного обучения: модель внутришкольной профилизации, модель сетевой организации и свободная модель. Выделяют три варианта организации профильного обучения: индивидуальный тип, социализирующий тип и предвузовский тип. При профильном обучении учебные дисциплины делятся на базовые общеобразовательные предметы, профильные предметы и элективные курсы.

Элективные курсы были введены Министерством образования и науки России в 2003 году. Они составляют 20% от общего количества учебных часов. Несмотря на то, что элективные курсы являются курсами по выбору, они обязательны для посещения учащимися. Существует несколько видов элективный курсов. Это предметные, межпредметные и элективные курсы по предметам, не входящим в базисный учебный план.

Во второй главе мы разработали элективный курс «Решение алгебраических уравнений высших степеней». Этот курс не только развивает базовый курс математики, но и расширяет изучение профильного предмета, так как углубляет раздел «Комплексные числа».

Программа математического элективного курса предназначена для изучения в 11 классе профильной школы. Профиль обучения класса: физико-математический. Количество часов при продолжительности учебного года 34 недели составляет – 17 часов за полугодие (1 час в неделю).

Цель изучения элективного курса «Решение алгебраических уравнений высших степеней» – ознакомление с приложениями теории комплексных чисел к вопросам решения уравнений высших степеней, а также – развитие математических способностей обучающихся.

Также нами были составлены краткие конспекты учебных занятий элективного курса.

Данный элективный курс был проведен нами в первом полугодии 2016-2017 учебного года в 11 «А» классе МБОУ СОШ №42 г. Белгорода.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксёнова, Э.А. Профильное образование школьников / Э.А. Аксёнова // Образование в Сибири. – 2002. – №1. – С. 2–5.

2. Арефьев, И.П. Подготовка учителя к профильному обучению старшеклассников / И.П. Арефьев // Педагогика. – 2003. – №5. – С. 49-55.

3. Артемова, Л.К. Профильное обучение: опыт, проблемы, пути решения / Л.К. Артемова // Школьные технологии. – 2003. – №4. – С. 22-32.

4. Артюхова, И.С. Проблема выбора профиля обучения в старшей школе / И.С. Артюхова // Педагогика. – 2004. – №2. – С. 28–33

5. Бабичева, Л. Школа будущего / Л. Бабичева // Лидеры образования. – 2003. – №6. – С. 18–21.

6. Баранников, А.В. Элективные курсы в профильном образовании / А.В. Баранников // Первое сентября, 2004. - №2. – С.1-2.

7. Безденежных, Т. Профильное обучение: реальный опыт и сомнительные нововведения / Т. Безденежных, В. Шмелёв // Директор школы. – 2003. – №1. – С. 7–12.

8. Блох, А.Я. Методика преподавания математики в средней школе: общая методика [Текст]: учебное пособие для студентов педагогических институтов по физико-математической специальности / А.Я. Блох [и д.р.] – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.

9. Болотов, В.А. Образование на старшей ступени во всех развитых странах является профильным / В.А. Болотов // Математика в школе. – 2003. – №9. – С. 4–8.

10. Болотов, В.А. Перспективы перехода школы на профильное обучение / В.А. Болотов // Воспитание школьников. – 2004. – №1. – С. 2–8.

11. Буравова, Н.И. Профильное обучение в 9 классе / Н.И. Буравова // Математика в школе. – 2000. – №5. – С. 48–55.

12. Василенко, Ю.К. История и методология математики / Ю.К. Василенко.; под.ред. Л.Л. Коцарева. – Белгород: Политерра, 2015. – 189 с.

13. Выгодский, М.Я. Справочник по элементарной математике / М.Я. Выгодский. – М.: Наука, 1973. – 512 с.

14. Гужавина, Н.А. Положение о программе элективных курсов / Н.А. Гужавина // Управление современной школой. Завуч. – 2008. – №3. – С. 53-56.

15. Гузеев, И.С. Содержание образования и профильное обучение в старшей школе / И.С. Гузеев // Народное образование. – 2002. – №9. – С. 113–123.

16. Ермаков, Д.С. Профильное обучение: проблемы и перспективы / Д.С. Ермаков // Народное образование, 2004. – №7. – С.101-107.

17. Ермаков, Д.С. Элективные учебные курсы для профильного обучения / Д.С. Ермаков // Народное образование, 2004. – №2. – С. 114-119.

18. Захарова, Т.Б. Дифференциация содержания обучения в старшей школе как условие эффективной преемственности общего и профессионального образования / Т.Б. Захарова, Л.О. Филатова // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2003. – №5. – С. 26-29.

19. Каспржак, А.Г. Проблема выбора: элективные курсы в школе / А.Г. Каспржак. – М.: Новая школа, 2004. – 160 с.

20. Каспржак, А.Г. Элективные курсы – ответ на запросы ученика и учителя, семьи и государства / А.Г. Каспржак // Директор школы. – 2006. – №1. – С. 3-9.

21. Клейн, Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии / Ф. Клейн. – М.-Л.: ГОНТИ, 1937. – 434 с.

22. Кленов, Н. Как подготовить школу к профильному обучению / Н. Клёнов // Народное образование. – 2003. – №7. – С. 106–114.

23. Колосов, В. Углублённое математическое образование / В. Колосов // Математика. – 2004. – №.2 – С. 2–7.

24. Колягин, Ю.М. О прикладной и практической направленности обучения математике / Ю.М. Колягин, В.В. Пикал // Математика в школе. – 1995. – №6. – С. 27–32.

25. Колягин, Ю.М. Профильная дифференциация обучения математике / Ю.М. Колягин // Математика в школе. – 1990. – №4. – С. 21–27.

26. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования [Текст] // Официальные документы в образовании. – 2002. – №27. – С. 3–12.

27. Крутецкий, В.А. Психология математических способностей школьников / В.А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1968. – 431 с.

28. Крутецкий, В.А. Психология обучения и воспитания школьников: книга для учителей и классных руководителей [Текст] / В.А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1976. – 303 с.

29. Крутихина, М.В. Элективные курсы по математике [Текст]: учебно-методические рекомендации / М.В. Крутихина, З.В. Шилова. – Киров: ВятГГУ. – 2006. – 40 с.

30. Кузнецов, А.А. Профильное обучение: проблемы, перспективы развития / А.А. Кузнецов // Народное образование. – 2003. – №4. – С. 85-88.

31. Кузнецов, А.А. Базовые и профильные курсы: цели, функции, содержание / А.А. Кузнецов // Педагогика. – 2004. – №2. – С. 28–33.

32. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – М.: Наука, 1975. – 431 с.

33. Марков, В.И. Деятельностный подход в обучении математике в условиях предпрофильной подготовки и профильного обучения [Текст] / В.И. Марков. – Киров: КИПК и ПРО, 2006. – 200 с.

34. Об утверждении Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования: Приказ Министерства образования Российской Федерации от 18.07.2002г. № 2783 // Официальные документы в образовании. – 2002. – №27. – С. 12-34.

35. Окунев, Л.Я. Высшая алгебра: учебник / Л.Я. Окунев. – СПб.: Лань, 2009. – 336 с.

36. Романовская, М. Профильная школа [Текст] / М. Романовская [и д.р.] // Директор школы. – 2003. – №7. – С. 12–21.

37. Савицкая, Н. Элективные курсы в профильном обучении / Н. Савицкая // Народное образование. – 2004. – №6. – С. 275-277.

38. Сафонов, Г. Элективные курсы в профильных классах / Г. Сафонов // Народное образование. – 2005. – №6. – С. 213-219.

39. Симонова, И.М. Профильная модель обучения математике [Текст] / И.М. Симонова // Математика в школе. – 1997. – №1. – С. 32–36.

40. Солодовников, А.С. Задачник-практикум по алгебре / А.С. Солодовников, М.А. Родина. – М.: Просвещение, 1985. – 128 с.

41. Стройк, Д.Я. Краткий очерк истории математики: пер. с нем. / Д.Я. Стройк – М.: Наука, 1978. – 256 с.

42. Терешин, Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: книга для учителя [Текст] / Н.А. Терешин. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

43. Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пособие для вузов / Д.К. Фадеев – М.: Наука, 1984. – 416 с.

44. Шестакова, Л.Г. Математика в гуманитарных классах [Текст] / Л.Г. Шестакова // Математика в школе. – 1996. – №1. – С. 10–13.

45. Элективные курсы в профильном обучении: Письмо Департамента общего и дошкольного образования №14-51-277/13 от 13.11.2003г. // Народное образование. – 2004. – №2. – С. 265-266.

46. Концепция долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2020 года [электронный ресурс]: распоряжение правительства РФ от 17.11.2008 №1662-р.: ред. 10.02.2017. – Режим доступа: http://www.consultant.ru, свободный. (Дата обращения: 15.04.2017г.).

47. Письмо Департамента государственной политики в образовании Минобрнауки России от 4.03.2010г. № 03-413 «О методических рекомендациях по реализации элективных курсов» [электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.consultant.ru, свободный. (Дата обращения: 16.04.2017г.).