

УДК 658.51.012

DOI

**ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОТОКОМ МАТЕРИАЛА НА ВХОДЕ
МАГИСТРАЛЬНОГО КОНВЕЙЕРА****OPTIMAL MATERIAL FLOW CONTROL AT THE INPUT OF THE MAIN
CONVEYOR****О.М. Пигнастый¹, В.Д. Ходусов²****O.M. Pihnastyi¹, V.D. Khodusov²**

¹Национальный технический университет «ХПИ», Украина, 61002, Харьков,
ул. Пушкинская, д. 79-2

²Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразина, Украина, 61108, Харьков,
пр. Курчатова, д. 31

¹National Technical University "KhPI", 79-2 Pushkinskaya St, Kharkiv, 61102, Ukraine

²Karazin Kharkiv National University, 31 Kurchatov Ave., Kharkov, 61108, Ukraine

E-mail: pihnastyi@gmail.com, vdkhodusov@karazin.ua

Аннотация

В статье решена задача оптимального управления величиной входного потока материала магистрального конвейера с аккумуляющим бункером. Для описания магистрального конвейера использована PDE-модель поточной линии. Магистральный конвейер представлен в виде сложной динамической распределенной системы. Предложен алгоритм построения оптимального управления потоком материала из аккумуляющего бункера. Алгоритм позволяет обеспечить минимальное отклонение выходного грузопотока материала от заданного планового значения. Синтез оптимальных управлений выполнен с учетом ограничений на размер аккумуляющего бункера и ограничения на величину управления. При проектировании оптимальных управлений полагается, что скорость конвейерной ленты магистрального конвейера является постоянной. Детально анализируется динамика заполнения материалом аккумуляющего бункера для разных алгоритмов управления. Представлены варианты точек переключения значения оптимального управления. Отдельно анализируются случаи оптимального управления, когда фазовая координата не достигает фазовых ограничений и когда фазовая координата находится на фазовом ограничении.

Abstract

The article solves the problem of optimal control of the input flow of the material of the main conveyor with an accumulating bunker. The PDE-model of the production line is used to describe the main conveyor. The main conveyor is presented as a complex dynamic distributed system. The proposed algorithm for constructing optimal control of the material flow from the accumulating bunker. The algorithm allows ensuring the minimum deviation of the output cargo flow of the material from a given planned value. The optimal controls were synthesized taking into account restrictions on the size of the accumulating bunker and restrictions on the value of the control. When designing optimal controls, it is assumed that the speed of the conveyor belt of the main conveyor is constant. The dynamic of filling the accumulating bunker for various control algorithms is analyzed in detail. The options for switching points of the optimal control value are presented. The cases of optimal control are analyzed separately when the phase coordinates have no phase constraints and when the phase coordinates are in phase constraint.

Ключевые слова: конвейер, производственная линия, предмет труда, поточная линия, PDE-модель производства, параметры состояния поточной линии, технологическая позиция, переходной период, системы управления производством, оптимальное управление, функция Понтрягина, функция Лагранжа, дифференциальные связи, аккумуляющий бункер, распределенная система.

Keywords: conveyor, a subject of labour, production line, PDE-model of the production, parameters of the state of the production line, technological position, transition period, production management systems,

optimal control, Pontryagin function, Lagrange function, differential constraints, accumulating bunker, distributed system.

Общая постановка задачи исследования и её актуальность

Существует два принципиально отличающихся способа управления выходным грузопотоком конвейерной линии. Первый способ управления величиной выходного грузопотока заключается в регулировании скорости движения конвейерной ленты [Шахмейстер и др., 1972; Lauhoff, 2005; Halepoto, et al., 2016; BARTEC, 2020; Pihnastyi, Khodusov, 2017]. Второй способ управления величиной выходного грузопотока основан на использовании на входе в конвейера аккумулирующего бункера [Разумный, Рухлов, Козарь, 2006; Проценко, 2008; Прокуда и др., 2012]. Управление выходным потоком осуществляется с определенным запаздыванием посредством изменения величины поступающего материала на вход конвейера. Как правило, второй способ управления осуществляется при постоянной скорости движения ленты.

Способ регулировки скорости конвейера используется для снижения потребления энергии [Hiltermann, et al., 2011; DIN 22101:2002-08, 2002]. Это связано с тем, что в большинстве случаев конвейерные системы функционируют в режимах, значительно отличающихся от нормативного. Изменяющаяся во времени величина потока горной породы, поступающая на вход конвейера, оказывает существенное влияние на неравномерность загруженности ленты вдоль маршрута транспортировки при нерегулируемом приводе конвейера [Semenchenko, et al., 2016]. Возможность регулировки скорости движения ленты позволяет функционировать транспортной системе в нормативном режиме, обеспечивая при этом минимальное значение потребления электроэнергии на транспортировку породы единичной массы.

Согласно стандарту DIN 22101 (Германия) [DIN 22101:2002-08, 2002] ожидается, что потребление энергии ленточного конвейера будет уменьшено. При этом существенно возрастают потенциальные риски выхода из строя элементов ленточных конвейеров из-за частого перехода из одного режима скорости движения ленты в другой режим скорости [conveyorbeltguide, 2020], что приводит к значительным финансовым затратам. В переходных режимах изменение скорости движения конвейерной ленты приводит к натяжению ленты, что является основной причиной разрыва ленты в области срачивания (рис.1), [conveyorbeltguide, 2020]. При проектировании транспортной системы необходимо учитывать и другие риски, возникающие в результате функционирования конвейерной линии в переходном режиме: проскальзывание ремня вокруг приводного шкива; утечка материала в сторону от ремня; перегрев двигателя.



Рис. 1. Выход из строя транспортной системы в результате повреждения ленты конвейера
Fig. 1. Failure of the transport system as a result of damage to the conveyor belt

Наряду с наличием потенциальных рисков разрушения транспортной системы важной проблемой является динамический анализ транспортных систем с режимом регулирования скорости движения ленты и без режима регулирования скорости [Шахмейстер, Дмитриев, Лобачёва, 1972]. Сложность динамического анализа проявляется в том, что конвейер с движущейся горной породой вдоль транспортного маршрута – это распределенная система с рядом ограничений, среди которых немаловажным является ограничение по максимальной удельной линейной нагрузке на конвейерную ленту и ограничение по максимальному объему транспортируемой массы [Шахмейстер, Дмитриев, 1978]. Конвейерная система является статистически неопределенной. Статистическая неопределенность заключается в неопределенности величины поступающего потока породы на вход конвейера (неопределенность граничных условий), что требует при расчете конвейерной линии использовать вероятностные методы [Шахмейстер, 1983].

В настоящей работе основной упор сделан на построение оптимального управления грузопотоком магистральной конвейерной линии, оснащенной аккумулярующим бункером. При использовании системы транспортировки горной породы к портовому терминалу [Shanghai Keda Heavy Industry Group, 2020] (рис.2) грузовой поток материала на выходе конвейера должен изменяться в зависимости от количества и объема загрузочных емкостей сухогрузов, а также графика подачи сухогрузов на загрузку.

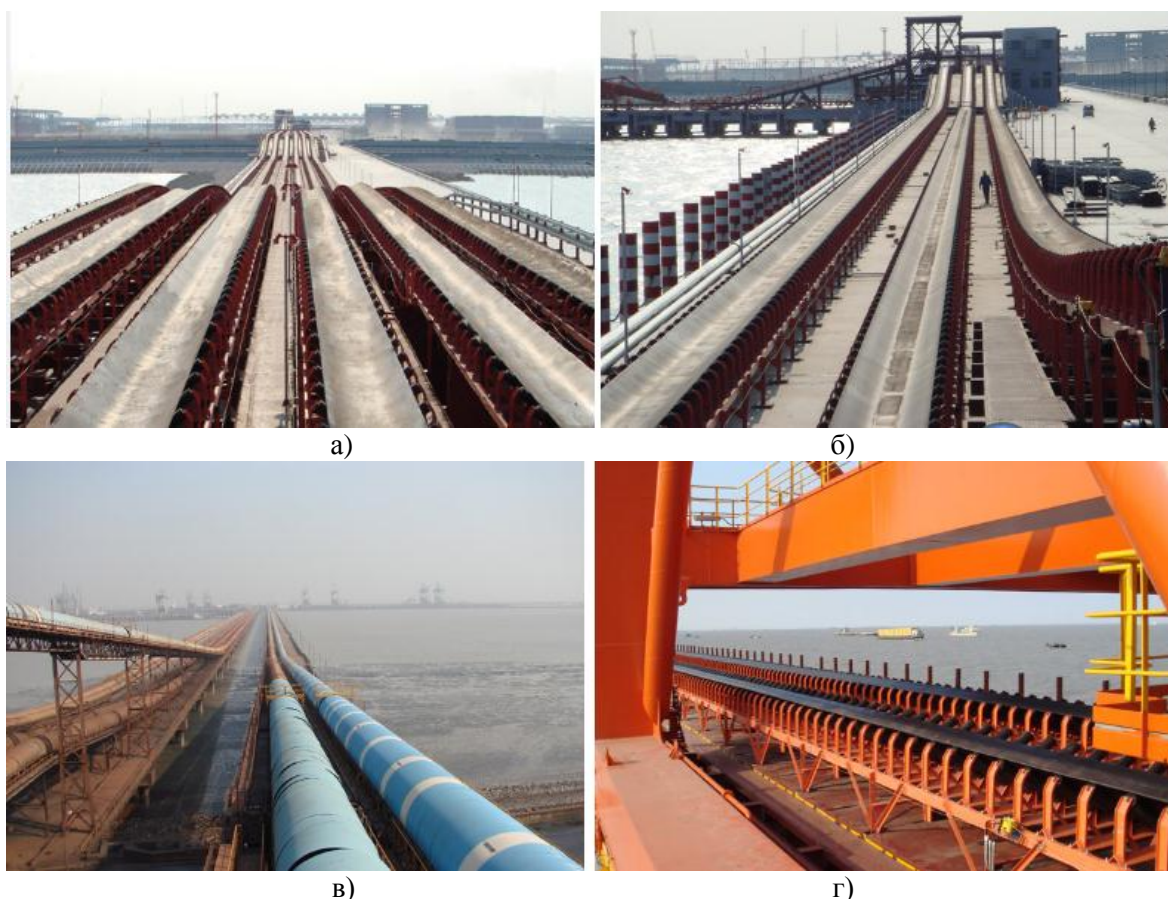


Рис. 2. Панорама портового ленточного конвейера:

Fig. 2. Panorama of the port belt conveyor:

a) Shanghai Port, Luojing Phase II ore terminal; б) Inner Mongolia Shenhua Group Wanli Burte conveyors; в) Rubber belt conveyors for the phase I, II, and III projects of the Raw Material Factory, Baosteel Group; г) Belt conveyors in the Phase II Project of Jiangsu Dafeng Port.

Это достигается за счет того, что входной поток материалов поступает в аккумулярующий бункер. Управление потоком, выходящим из аккумулярующего бункера

и поступающим на вход конвейерной линии, позволяет сформировать требуемый грузопоток на выходе с транспортной системы.

При построении оптимального управления грузопотоком магистральной конвейерной линии предполагается, что скорость конвейерной ленты постоянна. Возможность регулировать скорость движения конвейерной ленты отсутствует. На рис. 2 представлены современные портовые ленточные конвейеры, требуемый выходной грузопоток с которых может быть обеспечен наличием аккумулирующего бункера и системой управления поступления горной породы на вход транспортной системы [Shanghai Keda Heavy Industry Group, 2020].

В качестве аккумулирующего входного устройства может быть использован спиральный накопительный конвейер, принципиальная схема которого представлена на рис. 3. Применение таких аккумулирующих устройств обосновано для организации технологических маршрутов, которые требуют одновременной аккумуляции и перемещения продукции в производственном процессе в вертикальном и горизонтальном направлении. Поступление материала с аккумулирующего устройства на вход основного магистрального конвейера осуществляется посредством регулирования скорости движения ленты в спиральном конвейере.

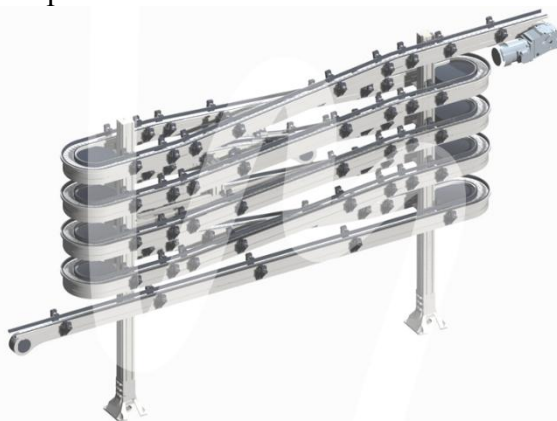


Рис. 3. Принципиальная схема спирального накопительного конвейера
Fig. 3. Schematic diagram of a spiral accumulate conveyor

Постановка проблемы и формулировка цели статьи

Целью настоящей статьи является построение распределенной модели магистральной конвейерной линии и определение оптимального управления грузопотоком магистральной конвейерной линии, оснащенной аккумулирующим бункером. При этом выделим отдельные задачи:

- а) построение модели распределенной транспортной системы с входным аккумулирующим бункером;
- б) постановка задачи оптимального управления потоком на входе конвейерной линии с аккумулирующего бункера;
- в) синтез оптимальных управлений состоянием материалов в емкости аккумулирующего бункера и зависимости оптимального значения емкости от протяженности транспортной системы.

Модель конвейерной линии

Конвейерные системы являются разновидностью производственных систем с поточным методом организации производства. Отличительной особенностью конвейерных систем является то, что элементы перемещаются вдоль маршрута транспортировки в синхронизированном темпе с одинаковой скоростью, равной скорости движения ленты конвейера. Модель поточной линии в одномоментном приближении может быть представлена в виде [Pihnastyi, 2018]:

$$\frac{\partial [\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1(t, S)}{\partial S} = 0 \quad (1)$$

$$[\chi]_1(t, S) = [\chi]_{1\nu}(t, S), \quad (2)$$

при начальных

$$[\chi]_0(0, S) = \Psi(S), \quad (3)$$

граничных условиях на входе поточной линии

$$[\chi]_1(t, 0) = \lambda(t), \quad (4)$$

где S_d – координата технологической позиции для заключительной операции; $[\chi]_0(t, S)$, $[\chi]_1(t, S)$ – плотность распределения и темп обработки предметов труда в момент времени t на технологической позиции, характеризующихся координатой $S \in [0, S_d]$. $\Psi(S)$ – начальное распределение предметов труда вдоль технологического маршрута, $[\chi]_{1\nu}(t, S)$ – нормативный темп обработки предметов труда на технологических позициях, определенный в технологической производственной документации (является заданным) $\lambda(t)$ – темп поступления предметов труда на вход поточной линии.

Конвейерная линия представляет собой разновидность поточной линии. Принципиальная особенность моделирования конвейерной линии для промышленного предприятия заключается в том, что предметы труда, расположенные на конвейерной ленте, движутся с одинаковой скоростью. Этот факт позволяет записать систему уравнений (1)–(4) в следующем виде [Pihnastyi, Khodusov, 2017]:

$$\frac{\partial [\chi]_0(t, S)}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1(t, S)}{\partial S} = \delta(S)\lambda(t), \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(S) dS = 1, \quad (5)$$

$$[\chi]_1(t, S) = a(t) \cdot [\chi]_0(t, S), \quad (6)$$

при начальных условиях

$$[\chi]_0(0, S) = H(S) \cdot \Psi(S), \quad H(S) = \begin{cases} 0, & S < 0, \\ 1, & S \geq 0, \end{cases} \quad S \in [0; S_d]. \quad (7)$$

Потоковые параметры $[\chi]_0(t, S)$ и $[\chi]_1(t, S)$ связаны между собой коэффициентом $a = a(t)$ (метр/час), который определяет скорость движения ленты конвейерной линии. Правая часть уравнения (5) $\delta(S)\lambda(t)$ учитывает источник поступления материала на первую технологическую операцию ($S = 0$ (метр)), $\delta(S)$ – дельта функция. Интенсивность поступления горной породы на конвейерную линию представлена функцией $\lambda(t)$, характеризующей мощность линии (тонна/час). В начальный момент времени $t = 0$ (час) на конвейерной линии находится материал, который распределен по ленте с линейной плотностью $[\chi]_0(0, S)$ (тонна/метр). Функция $\delta(S)$ определяет место поступления материала на конвейерную линию: $S = 0$. Система уравнений (5), (6) является замкнутой относительно потоковых параметров $[\chi]_0(t, S)$ и $[\chi]_1(t, S)$. Условие замыкания (6) отражает особенность функционирования конвейерной линии, заменило условие (2) в системе уравнений (1)–(4). Следует заметить, что условие (2) для проектирования поточных линий в одномоментном описании является приближенным [Пигнастый, 2007]. Точность приближения определяется количеством N_m предметов труда, которые находятся в межоперационных заделах перед каждой из m -ой технологической операцией. При $N_m \rightarrow \infty$ приближенное равенство (2) переходит в точное равенство. Таким образом, условие (6) позволяет построить точное решение системы уравнений (5)–(7) относительно потоковых параметров $[\chi]_0(t, S)$ и $[\chi]_1(t, S)$.

Разобьем технологический маршрут протяженностью S_d на M участков $\Delta S_m = S_m - S_{m-1}$, $S_0 = 0$. Проинтегрируем уравнение (5) в пределах участка длиной ΔS_m

$$\int_{S_{m-1}}^{S_m} \frac{\partial [\chi]_0(t, S)}{\partial t} dS + \int_{S_{m-1}}^{S_m} \frac{\partial [\chi]_1(t, S)}{\partial S} dS = \int_{S_{m-1}}^{S_m} \delta(S) \lambda(t) dS. \quad (8)$$

Принимая во внимание

$$\int_{S_{m-1}}^{S_m} \frac{\partial [\chi]_0(t, S)}{\partial t} dS = \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_{m-1}}^{S_m} [\chi]_0(t, S) dS = \frac{dN_m}{dt}, \quad \int_{S_{m-1}}^{S_m} [\chi]_0(t, S) dS = N_m, \quad (9)$$

$$\int_{S_{m-1}}^{S_m} \frac{\partial [\chi]_1(t, S)}{\partial S} dS = [\chi]_1(t, S_m) - [\chi]_1(t, S_{m-1}), \quad (10)$$

$$\int_{S_{m-1}}^{S_m} \delta(S) \lambda(t) dS = \lambda(t) \int_{S_{m-1}}^{S_m} \delta(S) dS = \begin{cases} \lambda(t), & \text{if } S_{m-1} = 0; \\ 0, & \text{if } S_{m-1} \neq 0, \end{cases} \quad (11)$$

уравнение (8) может быть представлено в следующем виде

$$\frac{dN_1}{dt} + [\chi]_1(t, S_1) = \lambda(t), \quad \frac{dN_m}{dt} + [\chi]_1(t, S_m) - [\chi]_1(t, S_{m-1}) = 0, \quad [\chi]_1(t, 0) \equiv 0. \quad (12)$$

Условие $[\chi]_1(t, 0) \equiv 0$ свидетельствует о том, что при условии отсутствия источника поступления материалов ($\lambda(t)=0$), поток материалов на входе конвейерной линии равен нулю. Если участок ΔS_m соответствует m -ой технологической операции производственной поточной линии, то уравнения (10)–(12) определяют изменения состояния межоперационных заделов перед m -ой технологической операцией. Система уравнений (12) наглядно демонстрирует, как влияет величина интенсивности источника $\lambda(t)$ поступления материалов и его месторасположение на состояние межоперационных заделов вдоль технологического маршрута производственной линии.

Принципиальная схема магистральной конвейерной линии с аккумулярующим бункером на входе представлена на рис. 4 [conveyorbelguide, 2020]. Поток горной породы должен поступать на вход конвейерной линии от аккумулярующего бункера с интенсивностью, необходимой для обеспечения требуемого заданного грузопотока на выходе. Дополним систему уравнений (5)–(7) уравнением, моделирующим работу аккумулярующего бункера:

$$\frac{dN_0(t)}{dt} = \lambda_b(t) - \lambda(t), \quad N_0(0) = N_{0start}, \quad 0 \leq N_0 \leq N_b, \quad 0 \leq \lambda(t) \leq \lambda_{max}, \quad (13)$$

$N_0(t)$ – текущее состояние количества материалов в аккумулярующем бункере емкостью N_b . Поток материалов на вход в аккумулярующий бункер $\lambda_b(t)$ является известным. Также будем полагать, что задан требуемый поток $\sigma(t)$ на выходе с транспортной системы, который определен графиком отгрузки породы потребителю. Представим систему уравнений (5)–(7), (12) в безразмерном виде. Состояние параметров конвейерной линии будем описывать безразмерными переменными [Pihnastyi, Khodusov, 2017]:

$$\tau = \frac{t}{T_d}, \quad \xi = \frac{S}{S_d}, \quad (14)$$

$$\theta_0(\tau, \xi) = \frac{[\chi]_0(t, S)}{\Theta}, \quad \psi(\xi) = \frac{\Psi(S)}{\Theta}, \quad n_0(\tau) = \frac{N_0(t)}{S_d \Theta}, \quad \mathcal{G}(\tau) = \sigma(t) \frac{T_d}{S_d \Theta},$$

$$\gamma(\tau) = \lambda(t) \frac{T_d}{S_d \Theta}, \quad \gamma_b(\tau) = \lambda_b(t) \frac{T_d}{S_d \Theta}, \quad (15)$$

$$g(\tau) = a(t) \frac{T_d}{S_d}, \quad \Theta = \max \left\{ \Psi(S), \frac{\lambda(t)}{a(t)} \right\}, \quad \delta(\xi) = S_d \delta(S), H(\xi) = H(S). \quad (16)$$

Полагаем, что при остановке конвейерной линии $a(t) = 0$ интенсивность поступления материалов $\lambda(t) = 0$. Значение погонной нагрузки на конвейерную ленту не должно превышать предельно-допустимого значения $[\chi]_0(t, S) \leq [\chi]_{0\max}$, что и определяет предел для отношения $\frac{\lambda(t)}{a(t)} = [\chi]_0(t, 0) \leq [\chi]_{0\max}$. Это позволяет определить промежуток времени $\Delta t_{[\chi]_{0\max}}$, в течение которого погонная нагрузка в окрестности позиции $S=0$ достигнет предельного значения $[\chi]_{0\max}$

$$\Delta t_{[\chi]_{0\max}} \approx \frac{[\chi]_{0\max} \Delta S_{[\chi]_{0\max}}}{\lambda(t)}, \quad (17)$$

где $\Delta S_{[\chi]_{0\max}}$ – протяженность пятна контакта насыпного материала с конвейерной лентой при остановке конвейера и продолжающемся поступлении материала из аккумулирующего бункера. Используемое ограничение $[\chi]_0(t, S) \leq [\chi]_{0\max}$ позволяет утверждать, что после перезапуска линии конвейер сможет функционировать в нормативном режиме. Следует обратить внимание на то, что при количественном значении безразмерной величины $n_0(\tau) = 1.0$ при $\Theta = [\chi]_{0\max}$ аккумулирующий бункер содержит такое количество материала $N_0(t)$, которое позволит заполнить конвейерную линию по всей длине с максимально допустимой нагрузкой $N_0(t) = S_d \Theta$.

С учетом введенных обозначений (14)–(16) уравнение баланса потоковых параметров конвейерной линии записывается в безразмерном виде [Pihnastyi, Khodusov, 2017]:

$$\frac{\partial \theta_0(\tau, \xi)}{\partial \tau} + g(\tau) \frac{\partial \theta_0(\tau, \xi)}{\partial \xi} = \delta(\xi) \gamma(\tau), \quad (18)$$

$$\theta_0(0, \xi) = H(\xi) \psi(\xi), \quad (19)$$

$$\frac{dn_0(t)}{dt} = \gamma_b(\tau) - \gamma(\tau), \quad (20)$$

$$n_0(0) = n_{0start}, \quad 0 \leq n_0(\tau) \leq n_b, \quad 0 \leq \gamma(\tau) \leq \gamma_{\max}. \quad (21)$$

Решение системы уравнений (5)–(7) с использованием безразмерных обозначений из (14)–(16) представлено в [Pihnastyi, Khodusov, 2017]. Принимая во внимание полученное решение, запишем (18)–(19) в виде

$$\theta_0(\tau, \xi) = \left[H(\xi) - H(-G(\tau_\xi)) \right] \frac{\gamma(\tau_\xi)}{g(\tau_\xi)} + H(-G(\tau_\xi)) \psi(-G(\tau_\xi)), \quad (22)$$

$$G(\tau) = \int g(\tau) d\tau, \quad G^{-1}(G(\tau) - \xi) = \tau_\xi, \quad (23)$$

$$\frac{dn_0(t)}{dt} = \gamma_b(\tau) - \gamma(\tau), \quad (24)$$

$$n_0(0) = n_{0start}, \quad 0 \leq n_0(\tau) \leq n_b, \quad 0 \leq \gamma(\tau) \leq \gamma_{\max}. \quad (25)$$

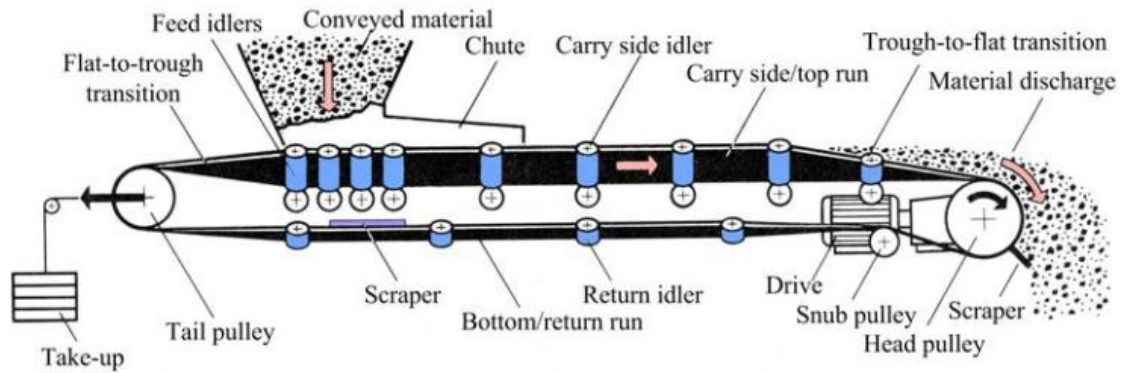


Рис. 4. Принципиальная схема магистральной конвейерной линии
Fig. 4. Schematic diagram of the main conveyor line

При управлении транспортным потоком с конвейерной линии, на которой присутствует аккумулирующий буфер, будем полагать скорость движения ленты постоянной $g(\tau) = g_0 = const$. Предполагается, что имеется возможность остановить конвейер при синхронном прекращении поступления материалов на его вход. Для постоянной скорости движения ленты конвейера

$$G(\tau) = \int g(\tau) d\tau = g_0 \tau \quad (26)$$

следует

$$\tau_\xi = G^{-1}(G(\tau) - \xi) = \frac{G(\tau) - \xi}{g_0} = \frac{g_0 \tau - \xi}{g_0} = \tau - \frac{\xi}{g_0}, \quad (27)$$

$$\theta_0(\tau, \xi) = [H(\xi) - H(\xi - g_0 \tau)] \frac{\gamma\left(\tau - \frac{\xi}{g_0}\right)}{g_0} + H(\xi - g_0 \tau) \nu(\xi - g_0 \tau). \quad (28)$$

Выражение (28) определяет состояние плотности распределения материала $\theta_0(\tau, \xi)$ вдоль маршрута транспортировки в произвольный момент времени τ . Остановим свое внимание на исследовании функционирования транспортной системы для времен $\tau > \frac{\xi}{g_0}$.

Это позволит представить решение (28) в упрощенном виде

$$\theta_0(\tau, \xi) = \frac{\gamma\left(\tau - \frac{\xi}{g_0}\right)}{g_0}, \quad \tau > \frac{\xi}{g_0}, \quad g_0 > 0. \quad (29)$$

Для того, чтобы определить в произвольном месте маршрута ξ величину линейной плотности $\theta_0(\tau, \xi)$ в момент времени τ требуется знать значение входного потока материалов на конвейерную линию $\lambda(t)$ в момент времени $\tau_\xi = \tau - \frac{\xi}{g_0}$, которое фиксируется измерительно-весовой аппаратурой конвейерной линии. Взаимосвязь между значениями величины линейной плотности $\theta_0(\tau, \xi)$ в произвольных точках транспортного маршрута ξ_1 и ξ_2 при постоянной скорости движения конвейерной ленты детально исследована в [Старков, 2000]. Принимая во внимание уравнения (26), (29), систему уравнений (22)-(25) приведем к виду:

$$\theta_0(\tau, 1) = \frac{\gamma(\tau - 1/g_0)}{g_0}, \quad 0 \leq \gamma(\tau) \leq \gamma_{\max}, \quad (30)$$

$$\frac{dn_0(t)}{dt} = \gamma_b(\tau) - \gamma(\tau), \tag{31}$$

$$n_0(0) = n_{0start}, \quad 0 \leq n_0(\tau) \leq n_b. \tag{32}$$

что позволяет определить потоковые параметры на выходе конвейерной линии $\xi = 1$. Поток материалов на выходе с конвейерной линии $\theta_1(\tau, 1)$ при постоянной скорости движения ленты определяется произведением g_0 и $\theta_0(\tau, 1)$

$$\theta_1(\tau, 1) = g_0 \theta_0(\tau, 1) = g_0 \frac{\gamma(\tau - 1/g_0)}{g_0} = \gamma(\tau - 1/g_0), \tag{33}$$

Задача оптимального управления потоком материала, поступающего из аккумулирующего бункера на вход конвейерной линии

Сформулируем задачу построения оптимальной программы управления потоком материала $\lambda(\tau) = u(\tau)$, поступающего на вход конвейерной линии из аккумулирующего бункера для установившегося режима работы конвейерной линии (22)–(25): определить выход продукции $\theta_1(\tau, 1) = g_0 \theta_0(\tau, 1)$ с конвейерной линии в течение промежутка времени $\tau = [0, \tau_k]$ при непрерывном управлении потоком материала $\lambda(\tau) = u(\tau)$, поступающего с аккумулирующего буфера на вход конвейерной линии, который приводит к минимуму функционал

$$\int_0^{\tau_k} |\theta_1(\tau, 1) - \mathcal{G}(\tau)| d\tau \rightarrow \min \tag{34}$$

при дифференциальных связях (18), (20)

$$\frac{\partial \theta_0(\tau, \xi)}{\partial \tau} + g_0 \frac{\partial \theta_0(\tau, \xi)}{\partial \xi} = \delta(\xi) u(\tau), \tag{35}$$

$$\frac{dn_0(t)}{dt} = \gamma_{buffer}(\tau) - u(\tau), \tag{36}$$

ограничениях на линейную плотность (21)

$$0 \leq \theta_0(\tau, \xi) \leq \theta_{0max}, \tag{37}$$

ограничениях на величину материала в аккумулирующем буфере (21)

$$0 \leq n_0(\tau) \leq n_b, \tag{38}$$

ограничениях на величину потока материалов, поступающего из аккумулирующего буфера (21)

$$0 \leq \gamma(\tau) \leq \gamma_{max},$$

ограничениях на управление

$$u_{min} \leq u(\tau) \leq u_{max}, \quad \mathcal{G}_{min} < \mathcal{G}(\tau) \leq \mathcal{G}_{max} < u_{max} \tag{39}$$

и начальных условиях (19), (32)

$$\theta_0(0, \xi) = H(\xi) \psi(\xi), \tag{40}$$

$$n_0(0) = n_{0start}. \tag{41}$$

Переформулируем задачу (34)–(41), принимая во внимание решение уравнения (30) $\theta_1(\tau, 1) = \theta_1(\tau - 1/g_0, 0)$: определить выход продукции $\theta_1(\tau, 1)$ с конвейерной линии в течение промежутка времени $\tau = [0, \tau_k]$ при непрерывном управлении потоком материала $\lambda(\tau) = u(\tau)$, поступающего с аккумулирующего бункера на вход конвейерной линии, который приводит к минимуму функционал

$$\int_0^{\tau_k - 1/g_0} |\theta_1(\tau, 0) - \mathcal{G}(\tau + 1/g_0)| d\tau \rightarrow \min, \quad \tau_k \geq 1/g_0. \tag{42}$$

при дифференциальных связях, основанных на системе уравнений (30)–(32)

$$\frac{dn_0(\tau)}{d\tau} = \gamma_b(\tau) - u(\tau), \quad \theta_1(\tau, 0) = u(\tau), \quad (43)$$

ограничениях на линейную плотность

$$0 \leq \theta_0(\tau, \xi) \leq \theta_{0\max}, \quad (44)$$

ограничениях на состояние величины материала в аккумулирующем буфере

$$0 \leq n_0(\tau) \leq n_b, \quad (45)$$

ограничениях на управление

$$0 \leq u(\tau) \leq \gamma_{\max}, \quad u_{\min} < \mathcal{G}_{\min} \leq \mathcal{G}(\tau) \leq \mathcal{G}_{\max} < u_{\max} \quad (46)$$

и начальных условиях

$$n_0(0) = n_{0\text{start}} \quad (47)$$

Функция Понтрягина и сопряженная система имеет вид [25]:

$$H = -|u(\tau) - \mathcal{G}(\tau + 1/g_0)| + \psi_1(\gamma_b(\tau) - u(\tau)) \rightarrow \max, \quad (48)$$

$$\frac{d\psi_1}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial n_0} = 0, \quad \psi_1(\tau_k - \tau_0) = 0. \quad (49)$$

Так как условие $n_0(\tau_k)$ не задано, то $\psi_1(\tau_k - \tau_0) = 0$. Введенный критерий качества (42) соответствует исходному критерию качества (34):

$$\begin{aligned} & \int_0^{\tau_k} |\theta_1(\tau, 1) - \mathcal{G}(\tau)| d\tau = \int_0^{\tau_k} |\theta_1(\tau - 1/g_0, 0) - \mathcal{G}(\tau)| d\tau = \\ & = A + \int_{1/g_0}^{\tau_k} |\theta_1(\tau - 1/g_0, 0) - \mathcal{G}(\tau)| d\tau = A + \int_0^{\tau_k - 1/g_0} |\theta_1(\tau, 0) - \mathcal{G}(\tau + 1/g_0)| d\tau \rightarrow \min, \\ & A = \int_0^{1/g_0} |\theta_1(\tau - 1/g_0, 0) - \mathcal{G}(\tau)| d\tau = \text{const} \end{aligned}$$

Наличие константы A свидетельствует о том факте, что в случае постоянной скорости движения конвейерной ленты $g_0 = \text{const}$ на интервале $\tau = [0, 1/g_0]$ критерий качества инвариантен относительно управления $u(\tau)$ входными параметрами конвейерной линии. На этом интервале выходной поток с конвейерной линии является неуправляемым.

Синтез оптимальных управлений

Для синтеза оптимальных управлений зададим вид функций $\mathcal{G}(\tau)$ и $\gamma_b(\tau)$. Положим, что материалы поступают в буфер с постоянной интенсивностью $\gamma_b(\tau) = 1$. Вид функции $\mathcal{G}(\tau)$ определим как $\mathcal{G}(\tau) = 1 + \sin(\pi\tau)$. При отсутствии фазовых ограничений (45) оптимальное управление определяется значением функции $\mathcal{G}(\tau)$ в момент времени $(\tau + 1/g_0)$

$$u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + 1/g_0) = 1 + \sin(\pi(\tau + 1/g_0)), \quad (50)$$

так как из интегрирования уравнения (49) следует $\psi_1(\tau) = \text{const} = 0$.

Это позволяет записать функцию Понтрягина в сокращенной форме

$$H = -|u(\tau - 1/g_0) - \mathcal{G}(\tau)| \rightarrow \max. \quad (51)$$

Получим для оптимального управления динамику изменения состояния запаса материалов $n_0(\tau)$ в аккумулирующем бункере. С учетом (50) уравнение (43) будет иметь вид

$$\frac{dn_0(\tau)}{d\tau} = \gamma(\tau) - \mathcal{G}(\tau + \tau_0) = -\sin(\pi(\tau + \tau_0)), \tag{52}$$

где $\tau_0 = 1/g_0$ – величина опережения. Значение функции $\mathcal{G}(\tau)$ в момент времени $(\tau + \tau_0)$ известно, определяется, например, планами загрузки материалами поступивших на загрузку сухогрузов. Используя теорему опережения оригинала

$$f(\tau + \tau_0) \Leftarrow e^{p\tau_0} \left(F(p) - \int_0^{\tau_0} f(\zeta) e^{-p\zeta} d\zeta \right),$$

найдем изображение функции $\sin(\pi(\tau + \tau_0))$:

$$\begin{aligned} \sin(\pi(\tau + \tau_0)) &\Leftarrow e^{p\tau_0} \left(\frac{\pi}{p^2 + \pi^2} - \int_0^{\tau_0} \sin(\pi\zeta) e^{-p\zeta} d\zeta \right) = \\ &\left[\int_0^{\tau_0} \sin(\pi\zeta) e^{-p\zeta} d\zeta = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\tau_0} e^{-p\zeta} d \cos(\pi\zeta) = -\frac{1}{\pi} \left(e^{-p\zeta} \cos(\pi\zeta) \Big|_0^{\tau_0} - (-p) \int_0^{\tau_0} \cos(\pi\zeta) e^{-p\zeta} d\zeta \right) = \right. \\ &= -\frac{1}{\pi} \left(e^{-p\tau_0} \cos(\pi\tau_0) - 1 + p \int_0^{\tau_0} \cos(\pi\zeta) e^{-p\zeta} d\zeta \right) = -\frac{1}{\pi} \left(e^{-p\tau_0} \cos(\pi\tau_0) - 1 + \frac{p}{\pi} \int_0^{\tau_0} e^{-p\zeta} d \sin(\pi\zeta) \right) = \\ &= -\frac{1}{\pi} \left(e^{-p\tau_0} \cos(\pi\tau_0) - 1 + \frac{p}{\pi} \left(e^{-p\zeta} \sin(\pi\zeta) \Big|_0^{\tau_0} - (-p) \int_0^{\tau_0} \sin(\pi\zeta) e^{-p\zeta} d\zeta \right) \right) = \\ &= -\frac{1}{\pi} \left(e^{-p\tau_0} \cos(\pi\tau_0) - 1 + \frac{p}{\pi} \left(e^{-p\tau_0} \sin(\pi\tau_0) + p \int_0^{\tau_0} \sin(\pi\zeta) e^{-p\zeta} d\zeta \right) \right) = \\ &= -\frac{1}{\pi} e^{-p\tau_0} \cos(\pi\tau_0) + \frac{1}{\pi} - \frac{p}{\pi^2} e^{-p\tau_0} \sin(\pi\tau_0) - \frac{p^2}{\pi^2} \int_0^{\tau_0} \sin(\pi\zeta) e^{-p\zeta} d\zeta; \\ &\left. \int_0^{\tau_0} \sin(\pi\zeta) e^{-p\zeta} d\zeta = \frac{(-\pi e^{-p\tau_0} \cos(\pi\tau_0) + \pi - p e^{-p\tau_0} \sin(\pi\tau_0))}{p^2 + \pi^2} \right] = \\ &= e^{p\tau_0} \left(\frac{\pi}{p^2 + \pi^2} - \frac{(-\pi e^{-p\tau_0} \cos(\pi\tau_0) + \pi - p e^{-p\tau_0} \sin(\pi\tau_0))}{p^2 + \pi^2} \right) = \frac{\pi \cos(\pi\tau_0) + p \sin(\pi\tau_0)}{p^2 + \pi^2}. \end{aligned}$$

Запишем решение уравнения (52) в изображениях [Араманович, Лунц, Эльсгольц, 1968; Старков, 2000]

$$pN_0(p) - n_{0start} = -\frac{\pi \cos(\pi\tau_0) + p \sin(\pi\tau_0)}{p^2 + \pi^2}, \quad N_0(p) = \frac{n_{0start}}{p} - \frac{\pi \cos(\pi\tau_0)}{p(p^2 + \pi^2)} - \frac{\sin(\pi\tau_0)}{p^2 + \pi^2}. \tag{53}$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{1}{p} \rightarrow 1, \quad \frac{1}{p(p^2 + \pi^2)} \rightarrow \frac{1}{\pi^2} (1 - \cos(\pi\tau)), \quad \frac{1}{p^2 + \pi^2} = \frac{1}{\pi} \sin(\pi\tau),$$

решение уравнения (52), (53) примет окончательную форму (рис.5)

$$\begin{aligned} n_0(\tau) &= n_{0start} - \frac{1}{\pi^2} (1 - \cos(\pi\tau)) \pi \cos(\pi\tau_0) - \frac{1}{\pi} \sin(\pi\tau) \sin(\pi\tau_0) = \\ &= n_{0start} - \frac{1}{\pi} \cos(\pi\tau_0) + \frac{1}{\pi} \left(\cos(\pi\tau) \cos(\pi\tau_0) - \sin(\pi\tau) \sin(\pi\tau_0) \right) = \\ &= n_{0start} + \frac{1}{\pi} \cos(\pi(\tau + \tau_0)) - \frac{1}{\pi} \cos(\pi\tau_0) \end{aligned} \tag{54}$$

Выражение (54) определяет решение задачи оптимального управления аккумулярующим буфером при отсутствии фазовых ограничений на $n_0(\tau)$ при



оптимальном управлении (50). Для определенности будем полагать, что скорость движения конвейерной ленты $g_0 = 1$, откуда $\tau_0 = 1/g_0 = 1$ и следовательно

$$n_0(\tau) = n_{0start} + \frac{1 - \cos(\pi\tau)}{\pi} .$$

Функция $n_0(\tau)$ принимает значение в диапазоне

$$n_{0start} \leq n_0(\tau) \leq n_{0start} + \frac{2}{\pi} .$$

Очевидно, что при

$$0 \leq n_0(\tau) \leq n_{0start} + \frac{2}{\pi} \leq n_b \tag{55}$$

решение с фазовыми ограничениями (45) будет совпадать с (54).

Предположим, что в момент времени τ условия $0 \leq n_0(\tau)$ или $n_0(\tau) \leq n_b$ не выполняются. С учетом обозначений (48), Лагранжиан запишем следующим образом [Понтрягин, Болтянский, Гамкрелидзе, 1983]

$$L = H + \mu_1 n_0 + \mu_2 (n_b - n_0) = -|u(\tau) - \mathcal{G}(\tau + \tau_0)| + \psi_1(1 - u) + \mu_1 n_0 + \mu_2 (n_b - n_0), \tag{56}$$

$$\mu_1 \geq 0, \mu_1 n_0 = 0, \quad \mu_2 \geq 0, \quad \mu_2 (n_b - n_0) = 0, \quad \tau_0 = 1.$$

$$\frac{dn_0}{d\tau} = 1 - u, \quad \frac{d\psi_1}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial n_0} = -\mu_1 + \mu_2, \quad \psi_1(\tau_k - \tau_0) = 0. \tag{57}$$

Максимум функции Понтрягина (48) при $0 < n_0(\tau) < n_{buffer}$ может достигаться на конечных значениях $u(\tau)$:

	$u(\tau) < \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$	$u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$	$u(\tau) > \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$
$\psi_1 < -1$	–	–	u_{max}
$\psi_1 = -1$	–	$u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$	$u(\tau) > \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$
$-1 < \psi_1 < 0$	–	$u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$	–
$\psi_1 = 0$	–	$u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$	–
$0 < \psi_1 < 1$	–	$u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$	–
$\psi_1 = 1$	$u(\tau) < \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$	$u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$	–
$\psi_1 > 1$	u_{min}	–	–

Функция Понтрягина (48) будет иметь вид

$$H = -u + \mathcal{G}(\tau + \tau_0) + \psi_1(1 - u) = -u(1 + \psi_1) + \mathcal{G}(\tau + \tau_0) + \psi_1 \rightarrow \max, \quad u(\tau) \geq \mathcal{G}(\tau + \tau_0);$$

$$H = \psi_1(1 - u) = \psi_1 - \mathcal{G}(\tau + \tau_0) \rightarrow \max, \quad u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0);$$

$$H = u - \mathcal{G}(\tau + \tau_0) + \psi_1(1 - u) = u(1 - \psi_1) + \mathcal{G}(\tau + \tau_0) + \psi_1 \rightarrow \max, \quad u(\tau) < \mathcal{G}(\tau + \tau_0). \tag{59}$$

Последовательно рассмотрим возможные варианты с уравнениями для связей и сопряженными с ними.

а) $\psi_1 < -1 \rightarrow u_{max}$. Движение начинается при величине управления $u(0) = u_{max}$ и параметрах $\psi_1(0) = \psi_{10}, n_0(0) = n_{0start}$

$$\frac{dn_0}{d\tau} = 1 - u_{max}, \quad \frac{d\psi_1}{d\tau} = -\mu_1 + \mu_2.$$

Решение системы уравнений

$$n_0(\tau) = n_{0start} = 0, \quad \psi_1(\tau) = \psi_{10} - \mu_1 \tau,$$

если величина запасов в бункере находилась нижнем ограничении, и

$$n_0(\tau) = n_{0start} + \tau - u_{max} \tau, \quad \psi_1(\tau) = \psi_{10}, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_1 = \frac{n_{0start}}{u_{max} - 1},$$

в противном случае. При $\tau_1 = \frac{n_{0start}}{u_{max} - 1}$ значение фазовой переменной $n_0(\tau)$ достигнет

нижнего ограничения $n_0(\tau_1) = 0$ и останется на нем

$$n_0(\tau) = 0, \quad \psi_1(\tau) = \psi_{10} - \mu_1(\tau - \tau_1),$$

и условие $\psi_1(\tau_k - \tau_0) = 0$ не будет выполнено (рис.6). Это противоречит предположению о существовании решения и принципу максимума.

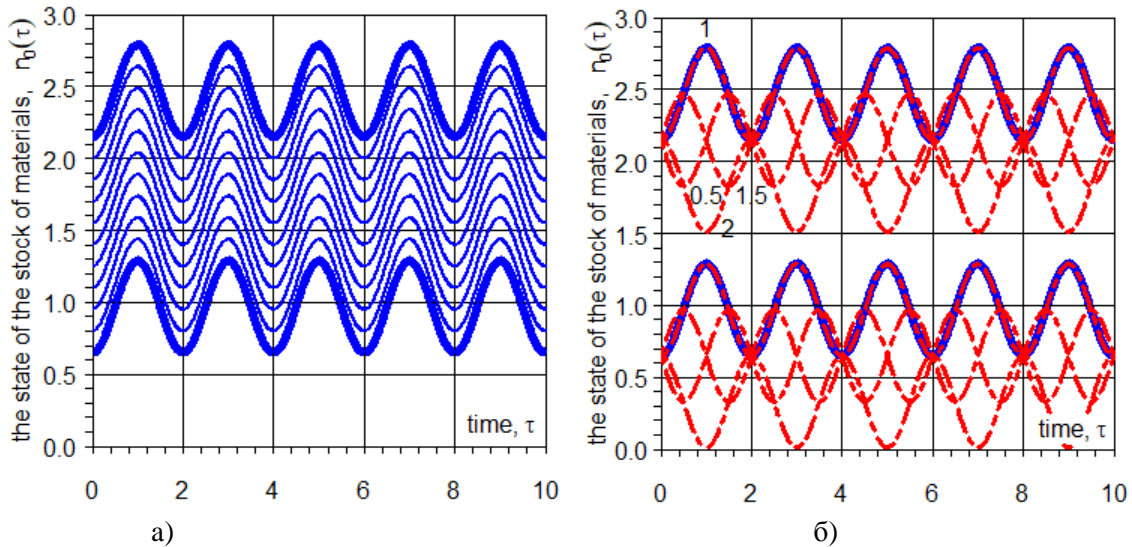


Рис. 5. Динамика изменения количества материала в бункере (а – для начальных состояний $n_{0start} = 0.65 + 0.15 \cdot i, i = 0..10$; б – для $\tau_0 = \{0.5, 1.0, 1.5, 2.0\}, \tau_0 = 1/g_0$)

Fig. 5. Dynamics changes in the amount of material in the hopper (a – for initial conditions $n_{0start} = 0.65 + 0.15 \cdot i, i = 0..10$; b – for $\tau_0 = \{0.5, 1.0, 1.5, 2.0\}, \tau_0 = 1/g_0$)

б) $\psi_1 > 1 \rightarrow u_{min}$. Аналогично предыдущему случаю, условие $\psi_1(\tau_k - \tau_0) = 0$ не будет выполнено (рис.6).

в) $-1 < \psi_1 < 0, 0 < \psi_1 < 1$ содержит допустимое решение для $u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$. Действительно, например, для $u(\tau) > \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$ из (59) следует $u = u_{min}$. Но это противоречит исходному условию $u(\tau) = u_{min} \geq \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$ в силу (46), где $\mathcal{G}(\tau + \tau_0) \geq u_{min}$. Вариант $\psi_1 = 0$ также приводит к оптимальному управлению $\mathcal{G}(\tau + \tau_0)u_{min}$.

г) $\psi_1 = -1$. Начальное управление должно быть выбрано таким образом, чтобы нижнее ограничение не было достигнуто первым. В противном случае, достигнув нижнего ограничения первым, фазовая координата n_0 останется на нижнем ограничении. Это накладывает условие на управление $1 > u$.

д) $\psi_1 = 1$. Для данного случая в силу аналогичных рассуждений, начальное управление должно быть выбрано таким образом, чтобы верхнее ограничение не было достигнуто первым. В противном случае, достигнув верхнего ограничения первым, фазовая координата n_0 останется на верхнем ограничении. Это накладывает условие на управление $1 < u$.

Семейство фазовых траекторий $n_0(\tau)$ представлено на рис. 7–9. Семейство фазовых траекторий отвечает критерию качества управления (34). Рис. 7 демонстрирует алгоритм управления: при старте конвейерной линии используется управление $u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$. Достигнув верхнего ограничения, происходит переключение управления $u(\tau) = 1$. Это дает возможность обеспечить постоянную величину материалов в бункере $n_0(\tau) = n_b$. Бункер

полностью заполнен. Излишнее количество материалов подается на вход конвейерной линии. Подача сырья превышает потребности $u(\tau) > \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$. Дальнейшее увеличение потребности во входном потоке приводит к тому, что фазовая переменная $n_0(\tau)$ сходит с фазового ограничения $n_0(\tau) = n_b$. Количество материала в бункере уменьшается. Выдерживается управление $u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$ до того момента, пока не достигнуто нижнее ограничение $n_0(\tau) = 0$. Достигнув нижнего ограничения используется управление $u(\tau) = 1$. Весь материал, поступающий в бункер, подается на вход конвейерной линии, $u(\tau) < \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$. Такое управление выдерживается до тех пор, пока потребность в материале не достигнет точки выхода с фазового ограничения. Рассмотренный цикл повторяется. Окончательно алгоритм управления можно сформулировать следующим образом: $u(\tau) = 1$ для фазовых ограничений и $u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$ за пределами фазовых ограничений. Следует заметить, что на фазовых ограничениях происходит изменение сопряженной переменной $\psi_1(\tau)$, $\frac{d\psi_1}{d\tau} \neq 0$. На рис. 8 демонстрируется алгоритм управления, когда точки переключения управления выбраны таким образом, чтобы избежать достижения верхнего и нижнего ограничения для фазовой переменной $n_0(\tau)$. Начальное движение осуществляется с точек $n_0(0) = \{0.3; 0.2; 0.1\}$ с постоянной начальной интенсивностью $u(0) = 1.5$ поступления материалов на вход конвейерной линии. Это обеспечивает выход для $n_0(\tau)$ на фазовую траекторию, которая касается ограничения в своей верхней точке. Выдерживается управление $u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$ до того момента, пока не окажется целесообразным осуществить переход на фазовую траекторию, которая касается ограничения в своей нижней точке. Переход на фазовую траекторию выполняется с управлением $u(\tau) = 0$. Оказавшись на новой фазовой траектории, выдерживается управление $u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$ до следующей точки переключения.

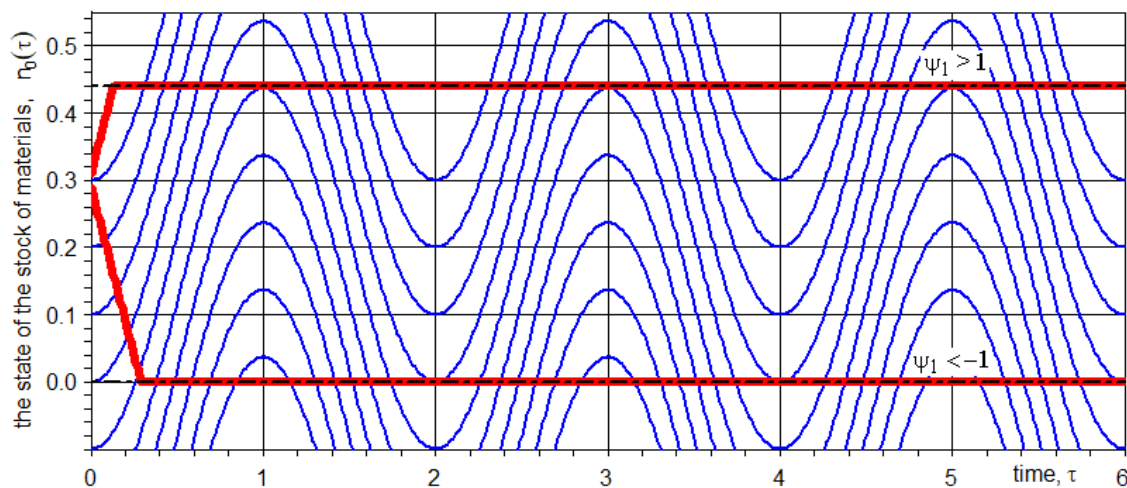


Рис. 6. Количество материала в бункере для $\psi_1 < -1$ и $\psi_1 > 1$

Fig. 6. The amount of material in the bunker for and $\psi_1 < -1$ и $\psi_1 > 1$

Алгоритм управления можно сформулировать следующим образом: используем $u(\tau) = 1.5$ для перехода на фазовую траекторию, которая касается верхнего ограничения и $u(\tau) = 0.0$ для перехода на фазовую траекторию, которая касается нижнего ограничения. Управление между переходами выдерживается $u(\tau) = \mathcal{G}(\tau + \tau_0)$. Обратим внимание на то, что при $\psi_1(0) = 0$ на фазовых траекториях также будет выдержано $\psi_1(\tau) = 0$. Алгоритм

управления, определяющий поведение фазовой переменной $n_0(\tau)$ на рис. 9, аналогичен алгоритму, определяющему поведение фазовой переменной $n_0(\tau)$ на рис. 8. Отличие состоит в том, что все переходы выполнены при оптимальном управлении $u(\tau) = 1.0$. Алгоритм управления $\{u = \mathcal{Q}(\tau + \tau_0); u = 1.0\}$ сходен с алгоритмом рис. 7. При одинаковых выборах управления для фазовых траекторий $u = \mathcal{Q}(\tau + \tau_0)$ и переходов $u(\tau) = 1.0$ точки переключения управления расставлены таким образом, что удалось избежать выход на верхнее и нижнее ограничения.

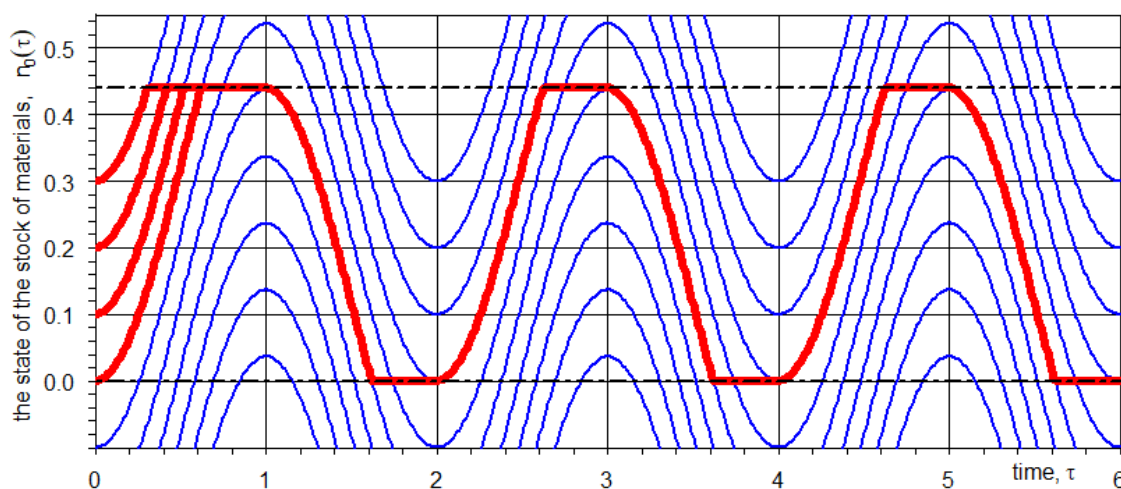


Рис. 7. Количество материала в бункере при переключении управления на фазовых ограничениях
 Fig. 7. Amount of material in the bunker when switching control at phase restrictions

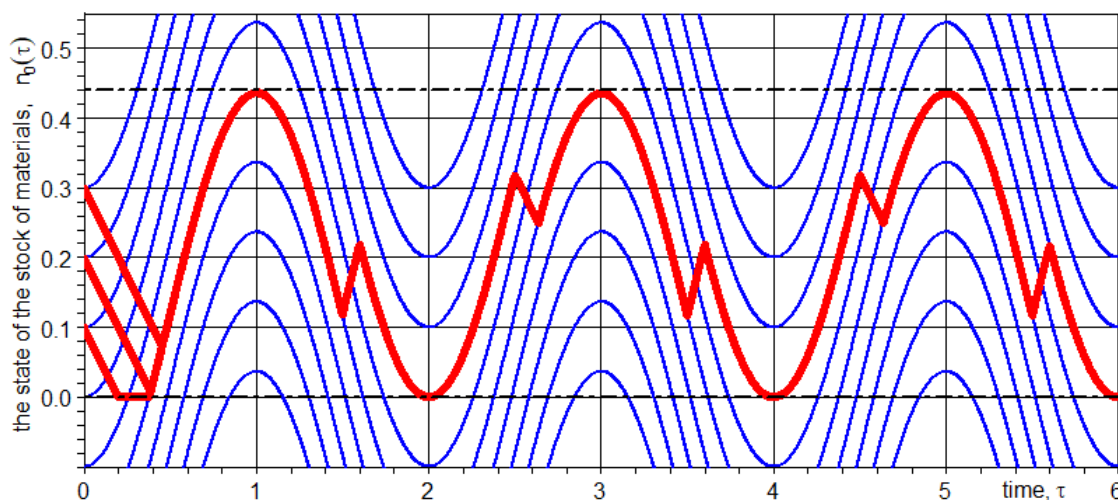


Рис. 8. Количество материала в бункере при переключении управления за пределами фазовых ограничений
 Fig. 8. Amount of material in the hopper when switching control outside phase limits

Определим затраты, которые характеризуют переход с фазовой траектории, которая касается верхнего ограничения, на фазовую траекторию, которая касается нижнего ограничения. Уравнение траектории, на которую требуется перейти

$$n_{01}(\tau) = n_{01}(\tau_1) + \int_{\tau_1}^{\tau} (\gamma_b(\xi) - \nu(\xi + \tau_0)) d\xi.$$

Переход осуществляется по траектории

$$n_{02}(\tau) = n_{02}(\tau_1) + \int_{\tau_1}^{\tau} (\gamma_b(\xi) - u(\xi)) d\xi,$$

которая определяется управлением $u(\tau)$. В любой момент времени τ_1 для этих траекторий справедливо $n_{02}(\tau_1) - n_{01}(\tau_1) = \Delta n_0(\tau_1) = const$. В момент окончания перехода $n_{02}(\tau) = n_{01}(\tau)$. Это позволяет записать

$$n_{02}(\tau) - n_{01}(\tau) = n_{02}(\tau_1) + \int_{\tau_1}^{\tau} (\gamma_b(\xi) - u(\xi)) d\xi - n_{01}(\tau_1) - \int_{\tau_1}^{\tau} (\gamma_b(\xi) - v(\xi + \tau_0)) d\xi = 0,$$

откуда

$$n_{02}(\tau_1) - n_{01}(\tau_1) = \Delta n_0(\tau_1) = \int_{\tau_1}^{\tau} (u(\xi) - v(\xi + \tau_0)) d\xi.$$

Так как переход осуществляется как в прямом, так и в обратном направлении, то разница по модулю $\Delta n_0(\tau_1)$ постоянна

$$|\Delta n_0(\tau_1)| = \int_{\tau_1}^{\tau} |(u(\xi) - v(\xi + \tau_0))| d\xi = const.$$

Последнее выражение является следствием, вытекающим из заданного критерия качества (34). Произвольность выбора момента времени τ_1 определяет произвольность выбора точек переключения управлений, что определяет множество решений задачи.

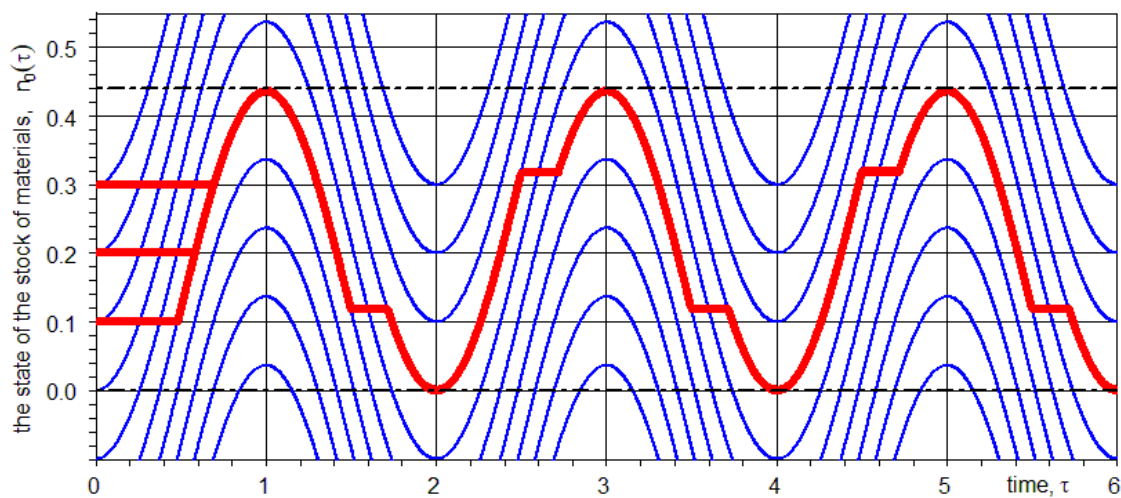


Рис. 9. Количество материала в бункере при управлениях
Fig. 9. The amount of material in the hopper for controls $\{u = \mathcal{A}(\tau + \tau_0); u = 1.0\}$

Выводы

В работе проведен анализ PDE-модели конвейерной транспортной системы и синтезировано семейство оптимальных управлений потоком материалов, поступающего с аккумулялирующего бункера на вход конвейерной транспортной системы.

Определен критерий качества управления выходным потоком с конвейерной линии и выполнена постановка задачи оптимального управления транспортной системой. Проведен анализ допустимых решений задачи управления.

Представленные в работе результаты позволяют сделать следующие выводы:

– системы управления выходным потоком конвейерной линии с аккумулялирующего бункера на входе может иметь большое количество алгоритмов;

- точки переключения оптимального управления определяются из большого множества допустимых решений из практических соображений;
- множество допустимых оптимальных управлений определяется размером аккумулирующего бункера.

Перспективами дальнейших исследований является:

- синтезировать оптимальные управления для конвейерной системы с входным и выходным аккумулирующим бункером.

Список литературы

1. Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э., 1968. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. М., Изд-во «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 416.
2. Пигнастый О.М., 2007. Статистическая теория производственных систем. Х., Изд. ХНУ им. Каразина, 388.
3. Пигнастый О.М., Ходусов В.Д., 2016. Модель одноузловой конвейерной линии с постоянной скоростью перемещения предметов труда. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління. Харків, ХНУ. 32: 60–74.
4. Пигнастый О.М., Ходусов В.Д., 2017. Диффузионное описание производственного процесса Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління. Харків: ХНУ. 35(1): 61–73. <https://periodicals.karazin.ua/mia/article/view/9842>
5. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., 1983. Математическая теория оптимальных процессов. М., Наука, 392.
6. Прокуда В.Н., Мишанский Ю.А., Проценко С.Н., 2012. Исследование и оценка грузопотоков на магистральном конвейерном транспорте ПСП «Шахта «Павлоградская» ПАО ДТЭК «Павлоградуголь». Горная электромеханика. 88: 107–111.
7. Проценко С.Н., 2008. Снижение энергопотребления на конвейерном транспорте угольных шахт. Горная электромеханика и автоматика, Науч.-техн. сб. 81: 31–40. <http://vde.nmu.org.ua/ua/science/ntz/archive/81/5.pdf>.
8. Разумный Ю.Т., Рухлов А.В., Козарь А.В., 2006. Повышение энергоэффективности конвейерного транспорта угольных шахт. Горная электромеханика и автоматика, Науч.-техн. сб. 76: 24–28. <http://masters.donntu.org/2011/fkita/makarov/library/5.pdf>.
9. Старков В.Н., 2000. Операционное исчисление и его применения. СПб., Санкт-Петербургский государственный университет, 65.
10. Шахмейстер Л.Г., 1983. Вероятностные методы расчета транспортирующих машин. М., Машиностроение, 312.
11. Шахмейстер Л.Г., Дмитриев В.Г., 1978. Теория и расчет ленточных конвейеров. М.: Машиностроение, 392.
12. Шахмейстер Л.Г., Дмитриев В.Г., Лобачёва А.К., 1972. Динамика грузопотоков и регулирование скорости ленточных конвейеров. М., Недра, 173.
13. BARTEC GmbH (Germany). <https://www.bartec.de> (2020) – Available at <http://www.bartec.kz/files/mining/for-conveyance.pdf> (accessed 10 January 2020).
14. DIN 22101:2002-08., 2002. Continuous conveyors. Belt conveyors for loose bulk materials. Basics for calculation and dimensioning. Normenausschuss Bergbau (FABERG) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Normenausschuss Maschinenbau (NAM) im DIN51.
15. Halepoto I.A., Shaikh M.Z., Chowdhry B.S., 2016. Design and Implementation of Intelligent Energy Efficient Conveyor System Based on Variable Speed Drive Model. Control and Physical Modeling International Journal of Control and Automation. 9(6): 379–388. DOI10.14257/ijca.2016.9.6.36
16. Hiltermann J., Lodewijks G., Schott D.L., Rijsenbrij J.C., Dekkers J., Pang Y., 2011. A methodology to predict power savings of troughed belt conveyors by speed control. Particulate science and technology. 29(1): 14–27. DOI: 10.1080/02726351.2010.491105
17. <http://conveyorbeltguide.com> (2020) Available at <http://conveyorbeltguide.com/first-aid.html>. (accessed 10 January 2020).
18. Lauhoff H., 2005. Speed Control on Belt Conveyors – Does it Really Save Energy? Bulk Solids Handling Publ. 25(6): 368–377.

19. Pihnastyi O.M., Khodusov V.D., 2017. Model of conveyer with the regulable speed. Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSUMMCS), 10(4): 64-77. DOI: 10.14529/mmp170407
20. Pihnastyi O.M., 2018. Statistical theory of control systems of the flow production. LAP LAMBERT Academic Publishing, 436. ISBN: 978-613-9-95512-1.
21. Semenchenko A., Stadnik M., Belitsky P., Semenchenko D., Stepanenko O., 2016. The impact of an uneven loading of a belt conveyor on the loading of drive motors and energy consumption in transportation. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 4/1(82): 42–51.
22. Shanghai Keda Heavy Industry Group Co., Ltd. <http://en.kdhi.net> (2020). (accessed 10 January 2020).

References

1. Aramanovich I.G., Lunc G.L., Jel'sgol'c L.Je., 1968. Funkcii kompleksnogo peremennogo. Operacionnoe ischislenie. Teorija ustojchivosti. [The functions of a complex variable. Operational calculus. Sustainability theory] M., Izd-vo «Nauka», Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoy literatury [Publishing House «Nauka», The main editorial board of physico-mathematical literature], 416.
2. Pihnastyi O.M., 2007. Statistical theory of production systems. Kharkiv, KhNU, 388. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.18903.78244>
3. Pihnastyi O.M., Khodusov V.D., 2016. The model of the production line of the conveyor type at a constant speed moving subjects of labor Bulletin of V. Karazin Kharkiv National University. 32: 60–74.
4. Pihnastyi O.M., Khodusov V.D., 2017. Diffusion description of the production process. Mathematical modeling. Information Technology. Automated control systems. Kharkov, KhNU. 35(1): 61–73. <https://periodicals.karazin.ua/mia/article/view/9842>
5. Pontrjagin L.S. Boltjanskij V.G., Gamkrelidze R.V., 1983. Matematicheskaja teorija optimal'nyh processov [The mathematical theory of optimal processes]. M., Nauka, 392.
6. Prokuda V.N., Mishanskij Ju.A., Procenko S.N., 2012. Issledovanie i ocenka gruzopotokov na magistral'nom konvejernom transporte PSP «Shahta «Pavlogradskaja» PAO DTJeK «Pavlogradugol'» [Research and evaluation of freight traffic on the main conveyor transport the CAP "Mine Pavlogradskaya" PJSC DTEK "Pavlogradugol"]. Gornaja jelektromehanika [Mining Electromechanics]. 88: 107–111.
7. Procenko S.N., 2008. Snizhenie jenerGOPotreblenija na konvejernom transporte ugol'nyh shaht [Reduced energy consumption in the conveyor transport of coal mines]. Gornaja jelektromehanika i avtomatika: Nauch.-tehn. sb. [Mining Electromechanics and Automatics: Nauch. compilation] 81: 31–40. <http://vde.nmu.org.ua/ua/science/ntz/archive/81/5.pdf>.
8. Razumnyj Ju.T., Ruhlov A.V., Kozar' A.V., 2006. Povyshenie jenergojeffektivnosti konvejernogo transporta ugol'nyh shaht [Improving the energy efficiency of conveyor transport of coal mines]. Gornaja jelektromehanika i avtomatika: Nauch.-tehn. sb. [Mining Electromechanics and Automatics: Nauch. compilation] 76: 24-28. <http://masters.donntu.org/2011/fkita/makarov/library/5.pdf>.
9. Starkov V.N., 2000. Operacionnoe ischislenie i ego primenenija [Operational calculus and its applications]. SPb: Sankt-Peterburgskij gosudarstvennyj universitet, 65.
10. Shahmejster L.G., 1983. Veroyatnostnye metody rascheta transportirujushhih mashin [Probabilistic methods for calculating transporting machines]. M., Mashinostroenie, 312.
11. Shahmejster L.G., Dmitriev V.G.Э, 1978. Teorija i raschet lentochnyh konvejerov [Theory and calculation of belt conveyors]. M., Mashinostroenie, 392.
12. Shahmejster L.G., Dmitriev V.G., Lobachjova A.K., 1972. Dinamika gruzopotokov i regulirovanie skorosti lentochnyh konvejerov [Dynamics of cargo flows and speed control of conveyor belts]. M., Nedra, 173.
13. BARTEC GmbH (Germany). <https://www.bartec.de> (2020) – Available at <http://www.bartec.kz/files/mining/for-conveyance.pdf> (accessed 10 January 2020).
14. DIN 22101:2002-08., 2002. Continuous conveyors. Belt conveyors for loose bulk materials. Basics for calculation and dimensioning. Normenausschuss Bergbau (FABERG) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V. Normenausschuss Maschinenbau (NAM) im DIN51.
15. Halepoto I.A., Shaikh M.Z., Chowdhry B.S., 2016. Design and Implementation of Intelligent Energy Efficient Conveyor System Based on Variable Speed Drive Model. Control and Physical Modeling International Journal of Control and Automation. 9(6): 379-388. DOI10.14257/ijca.2016.9.6.36

16. Hiltermann J., Lodewijks G., Schott D.L., Rijsenbrij J.C., Dekkers J., Pang Y., 2011. A methodology to predict power savings of troughed belt conveyors by speed control. *Particulate science and technology*. 29(1): 14-27. DOI: 10.1080/02726351.2010.491105
17. <http://conveyorbeltguide.com> (2020) Available at <http://conveyorbeltguide.com/first-aid.html>. (accessed 10 January 2020).
18. Lauhoff H., 2005. Speed Control on Belt Conveyors – Does it Really Save Energy? *Bulk Solids Handling Publ.* 25(6): 368–377.
19. Pihnastyi O.M., Khodusov V.D., 2017. Model of conveyer with the regulable speed. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSUMMCS)*, 10(4): 64–77. DOI: 10.14529/mmp170407
20. Pihnastyi O.M., 2018. *Statistical theory of control systems of the flow production*. LAP LAMBERT Academic Publishing, 436. ISBN: 978-613-9-95512-1.
21. Semenchenko A., Stadnik M., Belitsky P., Semenchenko D., Stepanenko O., 2016. The impact of an uneven loading of a belt conveyor on the loading of drive motors and energy consumption in transportation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 4/1(82): 42–51.
22. Shanghai Keda Heavy Industry Group Co., Ltd. <http://en.kdhi.net> (2020). (accessed 10 January 2020).

Ссылка для цитирования статьи

For citation

Пигнастый О.М., Ходусов В.Д. 2020. Оптимальное управление потоком материала на входе магистрального конвейера. *Экономика. Информатика*. 47 (1): 135–153. DOI:

Pihnastyi O.M., Khodusov V.D. 2020. Optimal material flow control at the input of the main conveyor. *Economics. Information technologies*. 47 (1): 135–153 (in Russian). DOI: