ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ В 5 КЛАССЕ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки Математика
заочной формы обучения, группы 02041351
Батиг Натальи Валерьевны

Научный руководитель
Доцент
Цецорина Т.А.

БЕЛГОРОД 2018

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

На современном этапе развития общества, когда в нашу жизнь стремительно вошли референдумы и социологические опросы, кредиты и страховые полисы, разнообразные банковские начисления и т. д. становится очевидной актуальность включения в школьный курс математики материала статистического характера. Данная тема исследования актуальна для наших детей в связи с тем, что современные дети стали более развитыми и им нужны не просто задачи для расчета, а задачи, требующие участия логического мышления в их решении, а также задачи, наиболее близкие к жизненным ситуациям. Такие задачи являются комбинаторными задачами.

Ученик должен научиться жить в вероятностной ситуации. А это значит извлекать, анализировать и обрабатывать информацию, принимать обоснованные решения в разнообразных ситуациях со случайными исходами. Ориентация на многовариантность возможного развития реальных ситуаций и событий, на формирование личности, способность жить и работать в сложном, постоянно меняющемся мире, с неизбежностью требует развития вероятностно – статистического мышления у меня, как у подрастающего поколения. Данное исследование определяет уровень логического мышления учащихся 10-12 лет. А выявление методов обучения для решения таких задач позволяет выбрать наиболее оптимальный метод обучения в школе. Данная тема исследования интересна потому, что таких задач в школьной программе 5-го класса не так много, но их решение можно свести к игре, интересной детям.

Объектом исследования является процесс обучения математике.

Предмет исследования - методика обучения решению комбинаторных задач в 5 классе основной школы.

Актуальность выбранной мной темы исследования обусловлена необходимостью углубления знаний при решении комбинаторных задач.

<u>Цель работы</u> - выявить общие подходы к решению комбинаторных задач при обилии их различных типов и многообразии приемов и методов решения, развитие устойчивого интереса к изучению математики, овладение методами решения основных типов задач, задач смешанного типа, задач повышенной сложности.

Цель нашего исследования раскрывается в следующих задачах:

1. Проанализировать научно-методическую литературу по предмету исследования.

2. Изучить психологические особенности учащихся 5 классов.

3. Выявить уровень логического мышления учащихся 5 классов.

4. Изучение методики ознакомления детей с задачами на комбинаторику, соединив их с решением жизненных ситуаций для возраста учащихся 5класса.

5. Разработать фрагменты уроков и уроков математики.

6. Проверить методику преподавания решения комбинаторных задач в 5 классе школы на практике.

Исследование основано на гипотезе о том, что можно сформировать начальный взгляд и научить детей решать комбинаторные задачи 5 класса, используя методы проблемного обучения, занимательные задания, задачи, содержащие жизненные ситуации.

Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ.

§1.1. Возрастные и психологические особенности учащихся 5-6 классов и их влияние на эффективность изучения математики

Учащиеся 5-6 классов - дети 11-12 лет. Психологические особенности учащихся этого возраста, по мнению различных авторов, рассматриваются как кризисные и связаны с перестройкой в трех основных сферах: телесной, психологической и социальной. На телесном уровне происходят существенные гормональные изменения, на социальном уровне подросток занимает промежуточное положение между ребенком и взрослым, на психологическом подростковый возраст характеризуется формированием самосознания. Каждый возрастной период носит переходный характер, подготавливая человека к переходу на более высокий возрастной уровень. Развитие всех сторон личности и интеллекта подростка предполагает сотрудничество ребенка и взрослого в процессе собственной деятельности, игры, учения, общения, работы. Такое сотрудничество часто отсутствует в школах.

По мнению Л. И. Божович, главное внимание в воспитании подростка следует сосредоточить на развитии мотивационной сферы личности: определении своего места в жизни, формировании мировоззрения и его влиянии на познавательную деятельность, самосознание и моральное сознание. Именно в этот период формируются нравственные ценности, жизненные перспективы, происходит осознание себя, своих способностей, интересов, желание почувствовать себя и стать взрослым, желание общаться со сверстниками, формируются Общие взгляды на жизнь, на отношения между людьми, на свое будущее, иными словами, формируются личностные смыслы жизни. Основными новообразованиями в подростковом возрасте являются: сознательная регуляция своих поступков, умение учитывать чувства, интересы других людей и ориентироваться на них в своем поведении.

Новообразования не возникают сами по себе, а являются итогом собственного опыта ребенка, полученного в результате активного включения в выполнение различных социальных мероприятий. Л. И. Божович подчеркивала, что в психическом развитии ребенка, не только характер его ведущей деятельности, но и характер системы взаимоотношений с окружающими его людьми, в которую он вступает на различных этапах своего развития, является решающим. Поэтому общение подростков со сверстниками и взрослыми необходимо считать важнейшим условием их личностного развития. Неудачи в общении ведут к внутреннему дискомфорту, которые не могут компенсировать любые объективные высокие показатели в других сферах их жизни и деятельности. Общение субъективно воспринимается подростками как нечто личностно очень важное. [1,с.39].

Однако, как показывает анализ современного педагогического процесса, потребность подростков в благоприятном конфиденциальном общении со взрослыми и сверстниками в школе очень часто не получает своего удовлетворения. Это ведет к формированию повышенной тревожности, развития чувства уверенности в себе, связанного с неадекватной и неустойчивой самооценкой, со сложностями в личностном развитии, мешает ориентации в жизненных ситуациях. Все это многократно усугубляется, если ребенок не имеет благоприятного общения в семье. При работе с младшими подростками акцент должен быть сделан на пробуждении интереса и развитии уверенности в себе, на понимании своих возможностей, способностей, черт характера. Важными показателями психического развития детей является уровень формирования их обобщающего мышления, отражающего интеллект, который формируется в их воспитательной деятельности.

Определенный тип организации образовательных воздействий, как правило, приводит к формированию в той или иной конкретной школе некоего "типичного ученика", психологические особенности развития которого соответствуют специфике проводимых воздействий. Это проявляется в особенностях интеллектуального развития студентов, степени их вовлеченности в воспитательную работу на занятиях, образовательных инициативах, активности взаимодействия с преподавателями и одноклассниками. Чем более выражены эти параметры, тем больше уверенности можно говорить об эффективной психологической организации воспитательных воздействий.[4, с.78].

В последнее время много говорится о преемственности обучения между начальной и средней школой. Этот вопрос стал настолько острым, потому что произошло значительное снижение успеваемости, когда учащиеся переходят в среднюю школу, растет нежелание посещать школу, снижается интерес к обучению. Есть много причин для этого, например: увеличение нагрузки, трудности в адаптации к новым условиям обучения, физиологические особенности, изменения в психике ребенка и т. д. считается, что система психических операций, которая развивается в 11 лет подготавливает почву для формирования научных понятий и на последнем этапе интеллектуального развития, т. е. период формальных операций, подросток освобождается от конкретной привязанности к объектам и приобретает возможность мыслить так же, как взрослый. Он рассматривает суждения как гипотезы, из которых можно вывести всевозможные следствия; его мышление становится гипотетико- дедуктивным. Позже этот этап заканчивается в 14-15 лет. [2,с.19]

Школа обязана строить обучение таким образом, чтобы интенсивно развивать различные качества ребенка, в частности, его логическое мышление. В 5-6 классах этому наиболее полно соответствует математика. В то же время, считается, что "левополушарный" формально-логические компоненты мышления организуют любой материал знака, таким образом, что создается строго упорядоченный и однозначно понимаемый контекст, необходимый для успешного общения между людьми. Это могут быть не только слова, но и другие символы, знаки и даже образы, то есть, когда из всех реальных и потенциальных связей между предметами и явлениями выбирается несколько определенных, не создают противоречий и вписываться в контекст.

В частности, используют моделирование учебных заданий, играя в них на уроках, накопление образов, связанных с собственной эмпатией к тому или иному образовательному заданию. Остановимся на некоторых особенностях содержания учебного материала в 5 классе. Многие темы не соответствуют уровню сформированности логического мышления детей этого возраста, но большинство учителей математики считают наоборот.

§1.2. Содержательная линия комбинаторики в учебной литературе

Образовательный стандарт основного общего образования по математике. Обязательное минимальное содержание базовых образовательных программ.

Элементы логики, комбинаторики, статистические доказательства. Определения, доказательство, аксиомы и теоремы, следствия. Необходимые и достаточные условия. Правило контрастов. Прямые и обратные теоремы. Понятие аксиом и аксиоматическое развитие геометрических решений.

Пятый постулат Евклида и его история. Множества и комбинаторика. Масса. Элемент множества, подмножество. Объединение и пересечение множеств. Диаграммы Эйлера. Примеры решения комбинаторных задач: поиск вариантов, правило умножения. Статистика. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Средние результаты измерений. Понятие статистического вывода, основанного на выборке. Понятие и примеры случайных событий.[3,с.56]

В настоящее время становится очевидной универсальность вероятностных и статистических законов, ставших основой для описания научной картины мира. И ребенок в своей жизни ежедневно сталкивается с вероятностными ситуациями, ведь игра и азарт составляют существенную часть его жизни. В кругу вопросов, связанных с осознанием соотношения понятий вероятности и достоверности, проблемой выбора наилучшего из нескольких решений, оценки степени риска и шансов на успех, представлением о справедливости и несправедливости в играх и в реальных жизненных коллизиях – все это, конечно, в реальных интересов становления и развития личности. Готовит человека к таким задачам и предоставляет школьный курс математики. Принципиальные решения о включении вероятностно-статистического материала как равноправной составляющей обязательного школьного математического образования в настоящее время и в нашей стране. Все перспективные государственные образовательные документы последних лет содержат вероятностно-статистическую линию в курсе математики 5-9 классов наравне с такими привычными линиями, как "числа", "функции", "уравнения и неравенства", "геометрические фигуры". Продолжение изучения этой линии предполагается в старших классах. Современные стандарты и программы математического образования в начальной школе предполагают пропедевтику основных понятий, знакомство на визуальном, интуитивном уровне с статистическими закономерностями в 5 классе, определение основных понятий, построение и изучение основных вероятностных и статистических моделей в 6-9 классах. Первые учебники, в которых последовательно с 5 по 9 класс является вероятностно-статистическая линия, тесно связанная с другими темами курса новый учебный комплект "Математика 5-6", авт. Г.В. Дорофеев И. Ф., Шарыгина, "Математика 7-9" изд. Г.В. Дорофеев, «Математика 5» А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. В этих учебных пособиях используется статистический подход к понятию вероятности, который методически и психологически соответствует возрастным характеристикам учащихся начальной школы. [4,с.127]

Следует отметить, что наиболее подходящим для реализации оптимальной подготовки учеников является учебно-методический комплект по математике А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир, а также набор "Арифметика 5-6 класса" под редакцией С. М. Никольского. Проведен сравнительный анализ обучения 5 классов решению комбинаторных задач учеников с помощью учебника С. М. Никольского и с помощью А.Г. Мерзляк. Дети, научившиеся составлять дерево возможных вариантов, решали предложенные задачи более осмысленно, отсекая, при необходимости, повторяющиеся комбинации. Таким образом, решение задачи, используя специальные методы, привело к правильному ответу 50% учеников больше, чем решение простого поиска. Сохранение интереса к изучению математики при использовании новых комплектов учебников обеспечивается не только за счет дополнительных тем, но и за счет достаточного количества занимательных заданий.

Занимательные задания - это инструмент для развития мышления, ведущего к формированию творческой деятельности учащегося. Задания включают задания "на рассмотрение", "интуиция", головоломки, необычные задания, логические задания, творческие задания. Например, задача 5-го класса: восемь подружек решили обменяться фотографиями, чтобы на каждой из них были фотографии других друзей. Сколько фотографий это займет. Занимательный материал многообразен, но его объединяет следующее:

1. способ решения интересных задач неизвестен;

2. занимательные задания помогают поддерживать интерес предмету.

Процесс поиска образцов характерен для решения интересных задач. Появление догадок показывает, что у детей развиваются такие качества умственной деятельности, как смекалка и интеллект. Смекалка - это особый вид проявления творчества. Она выражается в результате анализа, сравнений, обобщений, установления связей, аналогий, выводов, умозаключений. Систематизированный набор нестандартных заданий применяется по индивидуальному плану преподавателя на уроках и во вне учебной работы. Конкретно можно рассмотреть некоторые темы: 5 класс, тема "параметры сортировки", в котором начинается изучение новой содержательной линии "анализ данных." Задачи, характерные для комбинаторики, представлены на размещениях, комбинациях, перестановках, но термины и формулы не рассматриваются. Более доступным методом решения для детей этого возраста является построение дерева.

Анализ начнется с учебника для 5 класса средней школы (под редакцией Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина). Авторы рассматривают комбинаторный принцип умножения, различные виды комбинаций (перестановок, размещений, сочетаний) С и без повторений и формулы для их расчета. Относительно теории вероятностей Дорофеев рассматривает понятие случайного события и расчет вероятностей с использованием формул комбинаторики. Аналогично изданию учебника Зубарева И. И., Мордкович А. Г. " Математика 5 (6)”. В учебнике С. М. Никольского и др. “Арифметика - 6” приведены только для идентификации различных соединений, формулы для их расчета (6кл.) и классическое определение вероятности (8). Этот учебник охватывает минимальный набор вопросов. Дорофеев Г.В., Суворова С. Б., Бунимович Е. А. и другие в учебнике для общеобразовательных учреждений " Алгебра. Должностные обязанности. Анализ данных." Рассматривал вопросы, касающиеся исключительно теории вероятности. Это классическое определение вероятности, понятие о популяции и выборке, их параметры и оценки, а также оценка вероятности событий по частоте. Авторами разработана методика проведения практических занятий по информатике на тему "начало комбинаторики". В основе теоретического материала лежит бесформенная комбинаторика: генерация комбинаций, перестановок и подмножеств, разбиение на слагаемые. Кроме того, предлагаются задачи, состоящие в требовании выбора из всех возможных решений, удовлетворяющих указанному дополнительному требованию.[6,с.54].

Опыт работы на занятиях подтвердил, насколько важны комбинаторные задачи, как средства развития мышления учеников, разработки методов анализа мыслительной деятельности, синтеза, обобщения посредством реализации полной схемы эвристического рассуждения: анализа проблемы, гипотез, их верификации. Кроме того, на достаточно высоком уровне поддерживается познавательный интерес студентов к математике и информатике, укрепляются межпредметные связи.

В учебнике для факультативного курса по теории вероятностей из Лютикаса В.С. первоначально эта информация из прошлого теории вероятностей, потом подробно и систематически рассматриваются вопросы комбинаторики, независимые повторные испытания (формулы Бернулли, муавра -Лапласа, Пуассона и Лапласа), дискретных и непрерывных случайных величин, а также рассмотрены различные интересные задачи (например, задача Бюффона, Бертрана парадокс и т. д.). Эта книга интересна как с методологической, так и с познавательной точки зрения. Она может быть одинаково доступна как преподавателю, так и ученику, так как написана простым, понятным языком, в ней представлено множество таблиц, диаграмм, все главы находятся во взаимосвязи. Материал систематизирован и постепенно усложняется.

Книга предназначена для учителей, работающих в школах и классах с углубленным изучением математики. Она содержит методические рекомендации по изучению некоторых теоретических вопросов и решению задач, планирование уроков, образцы самостоятельных и контрольных работ по всем предметам; эти материалы написаны в соответствии с учебником Виленкина Н. И., Ивашов-Мусатов, О. С. и С. И. Шварцбурд.

Книга посвящена элементарной комбинаторике, теории вероятностей и их приложениям, в ней систематически используется теоретико-множественный язык. Абстрактность этого языка компенсируется большим количеством подробных примеров. Задачи собраны в отдельные части, которые можно читать самостоятельно. Здесь мы рассмотрим простые модели, связанные с приложениями комбинаторики и теории вероятностей. Книга предназначена для преподавателей и студентов, а также для студентов.

В статье М. В. Ткачева называется " анализ данных в учебниках Н. М. Виленкин и другие " приводит пример того, как можно ввести в изучение математики V-IX классов новую линию содержания, основное назначение которой – формирование у учеников базовых статистических знаний, а также развитие комбинаторного и вероятностно-статистического стилей мышления. М. В. Ткачев отметил, что вопросы статистики и комбинаторики могут быть введены в исследование уже сейчас, на основе учебников Виленкина Н. И., Жохова в. и., Чеснокова А. С., Шварцбурга С. И. и других "Математика 5” и" Математика 6 " (М: Мнемосине, 1996 и далее) в настоящее время наиболее распространены в российских школах. Таким образом, предлагается решать комбинаторные задачи с детьми при изучении натуральных чисел практически в каждой теме, операции над ними, ординарные, десятичные, операции над десятичными числами (5 кл.); при изучении делимости чисел, умножение и деление положительных и отрицательных чисел при решении уравнений (6 кл.), то эта линия осложняется введением элементов статистики и теории вероятностей (систематизация и вычисление данных в частотных таблицах, гистограммах, средних и модовых как характеристик множества числовых данных (5 кл.). В статье представлен вариант планирования (для 5-6 классов), способы адаптации материалов учебника к введению элементарных комбинаторных и статистических знаний. Т. е. комбинаторные материал дается в контексте темы, изученные в текущем школьного курса математики. Элементы теории вероятностей вводятся на практических занятиях (например, практическая работа по сбору, распределению данных на основе их представления в виде частотных таблиц) и в задачах.

Также в журнале “Математика в школе " есть статья от Министерства образования, в котором говорится, что одним из важнейших аспектов модернизации содержания математического образования является включение в программы элементов статистики и теории вероятностей. Изучение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в основной и старшей школе станет обязательным после утверждения федерального компонента государственного стандарта общего образования. Но в связи с тем, что внедрение в практику этого нового материала требует нескольких лет накопления технического опыта, Министерство образования РФ рекомендовало образовательным учреждениям начать преподавать в начальной школе в 2003-2004 учебном году, указан примерный круг вопросов, которые учитель должен обратить внимание при внесении комбинаторики, статистики и теории вероятностей в основной и старшей школе. Более того, рекомендуется начинать изучение этих вопросов в 5-м классе, поскольку, по мнению психологов, дети этого возраста способны наиболее продуктивно изучать комбинаторно-статистический материал. [33,с.39].

В 2003 году издательством " Просвещение "издан учебник Макарычева Ю. Н., Миндюка Н. Г." элементы статистики и теории вероятностей " (под редакцией с. А. теляковского). Книга предназначена для учащихся VII-IX классов и дополняет учебный комплект: Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К. И., Суворова С. Б. "Алгебра 7", "Алгебра 8", "Алгебра 9" (под редакцией с. А. Теляковского), который на сегодняшний день является самым популярным, наиболее широко используемым учебником по математике в начальной школе. Поэтому публикация дополнения к указанному набору, предназначенного для изучения вероятностно-статистического материала, свидетельствует о том, что внедрение новой вероятностной статистической линии в школьное математическое образование стало реальностью и Данное пособие является основным исследованием этой линии.[26,с.79].

Учебное пособие "элементы статистики и теории вероятностей" содержит теоретический и практический материал по элементам статистики и теории вероятностей, а также методологические комментарии и планирование, основанные на том, что изучение математики в VII-IX классах дается 5 часов в неделю.

Небольшой том пособия состоит из четырех пунктов и дополняет учебники:

1. Статистическая характеристика.
2. Статистическое исследование.
3. Элементы комбинаторики.
4. Элементарные факты из теории вероятностей.

В заключение отметим, что пособие содержат большое количество интересных, правильно подобранных упражнений разного уровня сложности, на большинство из которых даются ответы и рекомендации по принятию решения. К сожалению, в ответах много опечаток, есть неточности и ошибки (подробное рассмотрение ошибок в статье В.Н. Студенецкой, О. М. Фадеева "Статистика и теория вероятностей на пороге основной школы").

Для того, чтобы объяснить ученикам, значение правила, решим следующие задачи: "сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, используя каждую цифру в записи не более одного раза?".

При решении этой задачи сначала составляется дерево всех возможных вариантов.

Первая цифра	1						3						5						7					
Вторая цифра	3		5		7		1		5		7		1		3		7		1		3		5	
Третья цифра	5	7	3	7	3	5	5	7	1	7	1	5	3	7	1	7	1	3	3	5	1	5	1	3

Далее, важно отметить, что ответ на вопрос в задаче можно получить, не выписывая сами числа и не строя дерево возможных вариантов. Давай поговорим. Первую цифру трехзначного числа можно выбрать четырьмя способами. Так после выбора первой цифры останутся три, то вторую цифру можно выбрать из оставшихся цифр в трех направлениях. Наконец, третью цифру можно выбрать (из оставшихся двух) двумя способами. Следовательно, общее число искомых трехзначных чисел равно произведению 4•3•2 = 24. После этого формулируется комбинаторное правило умножения: "пусть будет n элементов, и вы хотите выбрать несколько k элементов по одному. Если первый элемент можно выбрать n1 способами, после чего второй элемент можно выбрать n2 способами из оставшихся, затем третий элемент – n3 путей и т. д., количество способов, которыми можно выбрать все k элементов, равно произведению n1•n2•n3*...* nk". Применение правила умножения иллюстрируется следующим примером: "Из города А в город Б проходят две дороги, из города Б в город С -три дороги, из города С В Пирс - две дороги (Рис. 1). Туристы хотят проехать из города А через города В и С к пристани. Сколькими способами они могут выбрать маршрут?

Решение. Путь от А до Б туристы могут выбрать двумя способами. Далее, в каждом случае, они могут проходить от Б до С тремя способами.

Значит, есть 2•3 варианта маршрута от А В С, так как из города с пирса можно попасть двумя способами, то всего есть 2•3•2, т. е. 12 способов выбора туристами маршрута от города А до пирса. Упражнения в этом пункте направлены на подготовку различных комбинаций и подсчет количества возможных вариантов этих комбинаций. В конце пункта 4 задачи смешанного типа, в которых рассматриваются различные комбинации элементов (перестановки, размещения, сочетания). Дополнительные упражнения "Элементы комбинаторики" включают сложные задачи. Они могут быть использованы для работы со студентами, которые заинтересованы и склонны к математике. В 2004 году издательством "Дрофа" была выпущена книга Е. А. Бунимовича, В. А. Булычева "Основы статистики и вероятности" для 5-9 классов. Пособие содержит необходимый теоретический и интересный практический материал для изучения нового вероятностно статистической линии. Пособие может быть использовано вместе с любым из существующих учебников.

Цель данного пособия помочь ребенку в формировании вероятностного мышления, в развитии школьного курса "вероятность и статистика", чтобы помочь учителю в постановке преподавания этого нового материала. Книга содержит дополнительный, теоретический материал и соответствующие блоки заданий, которые могут быть полезны для обучения в специализированных классах, математических кружках и факультативах. Даны ответы на все задачи учебника, а также подробные инструкции, комментарии и решения большинства проблем.

Глава 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ

§2.1. Основные понятия комбинаторики и особенности её изучения в 5-6 классе

В повседневной жизни мы часто сталкиваемся с проблемами, которые имеют несколько различных решений. Чтобы сделать правильный выбор, важно не упустить ни одного из них. Это позволит перебрать все возможные варианты и рассчитать их количество. Задачи, требующие такого решения, называются комбинаторными. Область математики, в которой изучаются комбинаторные задачи, называется комбинаторикой. Комбинаторика возникла в XVI веке и первоначально считалась комбинаторной проблемой, связанной в основном с азартными играми. В процессе изучения таких задач были разработаны общие подходы к их решению, получены формулы для расчета числа различных комбинаций. В настоящее время комбинаторика является одним из важных разделов математической науки. Ее методы широко используются для решения практических и теоретических проблем. Установлены связи комбинаторики с другими разделами математики. В начальном математическом образовании роль комбинаторных задач постоянно возрастает, поскольку они имеют большие возможности не только для развития мышления учащихся, но и для подготовки учеников к решению проблем, возникающих в повседневной жизни. Комбинаторные задачи в начальном курсе математики решаются, как правило, методом итераций. Таблицы и графики часто используются для облегчения этого процесса. В связи с этим учителю необходимы определенные навыки и умения для решения комбинаторных задач. КОМБИНАТОРИКА - раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций при определенных условиях может быть составлено из указанного объекта. Комбинаторику можно рассматривать как введение в теорию вероятностей, поскольку методы комбинаторики используются при решении многих вероятностных задач, в которых используется подсчет числа возможных исходов и числа благоприятных исходов в разных конкретных случаях. Выбором предметов и их расположением в том или ином порядке необходимо заниматься практически во всех сферах человеческой деятельности. С подобными проблемами, называемыми комбинаторными, люди сталкивались в древности. Уже несколько тысячелетий назад в Древнем Китае увлекались составлением магических квадратов, в которых установленные числа располагались так, чтобы их сумма по всем горизонтальным линиям, вертикальным линиям и основным диагоналям была одинаковой. В Древней Греции, мы подсчитывали число различных комбинаций длинных и коротких слов в стихотворных размерах, занимались теорией фигурных чисел, изучали фигуры, которые можно составить из частей особым вырезать квадрат и др. Комбинаторные задачи возникли в связи с такими играми, как шашки, шахматы, домино, карты, кости и др.

Комбинаторика становится наукой только в 18 веке - во времена, когда существовала Теория вероятностей. Для решения вероятностных задач необходимо уметь подсчитывать количество различных комбинаций при определенных условиях. После первых работ, выполненных в 18 веке итальянским ученым Дж. Кардано, Н. Тарталья и Г. Галилеем, такие задачи изучали французские математики Б. Паскаль и П. Ферма. Первым рассматривал комбинаторику как самостоятельную отрасль науки немецкий философ и математик Г. Лейбниц, опубликовавший в 1666 г. работу" об искусстве комбинаторики", в которой впервые появился термин"комбинаторика". Замечательные достижения в области комбинаторики принадлежат Л. Эйлер. Комбинаторные задачи также интересовали математику, занимались подготовкой и решением шифров, изучением древних письменностей. Теперь комбинаторика находит применение во всех областях науки и техники: в биологии, где она применяется для изучения состава белков и ДНК, в химии, в механике и др.

С развитием комбинаторики выяснилось, что несмотря на внешнее различие изучаемых вопросов, многие из них имеют одинаковое математическое содержание и сводятся к проблемам конечных множеств и их подмножеств. Постепенно было выявлено несколько основных типов задач, к которым сводится большинство комбинаторных задач. Важной областью комбинаторики является теория перечисления. Она может быть использована для пересчета чисел решений различных комбинаторных задач.[23,с.165].

В последние годы много и часто говорят о недостаточной эффективности процесса обучения в школе. Главная причина видится в том, что его традиционная организация не отвечает требованиям времени, не создает условий для повышения качества образования и развития учащихся. С этим трудно не согласиться. Решение этой проблемы в основном зависит от того, на какой результат ориентируется учитель в своей работе. В этой связи главным критерием деятельности учителя является представление о конечном результате. Хотим ли мы дать ученику определенный набор знаний по предмету или сформировать личность, готовую к творческой деятельности. Главное -найти рычаг, который будет двигать механизм развития творческой активности, и в то же время личности ученика. [28,с.59].

Исходя из общей цели, стоящей перед системой обучения, направленной на общее развитие школьников, курс математики нацелен на решение следующих задач:

1. Способствовать продвижению учащихся в общем развитии, то есть развивать свое мышление;

2. Дать представление о математике как науке, обобщающей реальные и происходящие явления и способствующей познанию окружающей действительности;

3. Сформировать знания, навыки и умения, необходимые ребенку в жизни.

Когда знакомишься с программой, нужно иметь в виду, что ее содержание неоднородно и относится к трем разным уровням, каждый из которых имеет свою специфику и требует различного подхода. Невозможно воспитать инициативу, мышление, ответственного человека традиционными способами и программа развивающего обучения является одним из способов достижения этой цели. Проблема, которая особенно волнует педагогов, работающих в ювенальных классах, - потеря познавательного интереса, снижение внутренней мотивации преподавания.

Учитель должен исходить из реальной образовательной ситуации. Необходимо изучить мышление ребенка и проанализировать ошибки детей, которые они допускают в процессе выполнения воспитательных задач. Основной задачей для преподавателя является формирование познавательной мотивации учащихся. И это может произойти только через грамотно выстроенное образование.

Комбинаторные задачи имеют большие возможности для развития мышления учеников. Кроме того, в процессе обучения решению комбинаторных задач можно расширить знания учеников о самой проблеме, познакомить их с новым способом решения задач; подготовиться к решению жизненных практических задач, научить их принимать оптимальное решение в данной ситуации; организовать элементарную исследовательскую и творческую деятельность студентов. В процессе решения комбинаторных задач дети получают опыт хаотического поиска возможных вариантов. И на основе этого опыта можно будет обучать детей организации систематического поиска в будущем.[29,с.97].

Выделить три этапа обучения комбинаторным задачам в 5-м классе:

1. Подготовительный.
2. Решение задач с небольшим количеством возможных вариантов.
3. Работа с графическими инструментами.

На подготовительном этапе ведется работа по совершенствованию психических операций (анализ, синтез, сравнение), являющихся частью деятельности по решению комбинаторных задач. Особое внимание уделено сравнению объектов, состоящих из отдельных элементов. В этом случае сравнение может быть произведено по следующим признакам: количество элементов; состав элементов, входящих в объект; порядок элементов в объекте.

Например, предлагаются следующие задания:

1. Вставить пропущенные числа:

1) 24, 21, 19, 18, 15, 13, _ , _ , 7,6 (12, 9);

2) 1, 4, 9, 16, _ , _ , 49, 64, 81, 100 (25, 36);

3) 16, 17, 15, 18, 14, 19, _ , _ (13, 20);

4) 2 5 9 (2+4):2=3

4 7 5 (5+7):2=6

3 6 ? (9+5):2=7

5) 12 (56) 16 (12+16)•2=56

17 (__) 21 (21+17) •2=76

2. Решить задачу:

Мальчик написал число 86, затем увеличил его на 12, не производя записи. Как он это сделал? (перевернул его).На втором этапе ученики учатся находить все возможные варианты в комбинаторных задачах, организуя поиск в определенной системе. Но здесь решаются проблемы с небольшим количеством возможных вариантов. Главная цель этого этапа - научить школьников решать комбинаторные задачи с помощью систематического поиска всех возможных вариантов [2, 43]. Как можно подвести студентов к идее организации поиска в определенной системе, как мотивировать переход от хаотического поиска к системному?

Разыгрывается следующая ситуация: Маша, Саша и Даша едут в электричке на дачу. Они сидят на одной скамейке (трое детей садятся у доски на стулья в любом порядке). Детям нужно было проехать 8 остановок. Чтобы не было скучно ехать, они решили на каждой остановке меняться местами. Ставится вопрос «Смогут ли дети каждый раз меняться местами так, чтобы их новое расположение оказывалось все время отличным от предыдущих?». Ученики предлагают варианты расположения детей, они проигрываются у доски и записываются. Пока перебор осуществляется случайным образом, хаотично. После того как найдены 6 расположений, ученики стараются еще составить другой, новый вариант. Все их попытки сделать это не приводят к успеху. Встает вопрос «Почему они не нашли седьмой вариант: не могут это сделать или его не существует и уже найдены все возможные расположения?». Чтобы ответить на него, учащимся предлагается рассмотреть составленные 6 вариантов, найти и записать пары вариантов, очень похожие друг на друга. Например, можно выделить такие тройки:

М. С. Д. С. Д. М. Д. М. С.

М. Д. С. С. М. Д. Д. С. М.

Анализируется результирующая последовательность вариантов. Ученики заметили, что все девушки сидели у окна, и когда одна из них сидела у окна, две другие могли разместиться только двумя разными способами. Таким образом, дети видят, что вы можете сделать 6 различных вариантов, другого не может быть. Затем преподаватель вновь просит студентов о письменных вариантах рассказать, какой метод пересадки был выбран во втором случае. И обращает на себя внимание тот факт, что, используя его, можно быстро создавать варианты, не повторяя одно и то же дважды, и быть уверенным, что все возможные варианты найдены. В последующем решение задачи с хаотичным переизбытком не запрещено. Но те студенты, которые проводят поиск по определенной системе, поощряются. Предлагаемые ими пути понятны, и подчеркиваются преимущества такого шага. Постепенно дети убеждаются в преимуществах систематического поиска и учатся им пользоваться.

В одной и той же задаче можно выбрать разную систему перебора, и каждый ученик сам решает, как он будет действовать. Так, например, при решении приведенной выше задачи можно было ориентироваться на сидящего посередине (или у прохода):

С.М.Д. М.С.Д. М.Д.С. С.М.Д. М.Д.С. Д.С.М

Д.М.С. Д.С.М. С.Д.М. М.С.Д. Д.М.С. С.Д.М.

Вы можете попросить учеников использовать методику, которая заключается во временном уменьшении числа элементов и подготовке, требуемой в задаче комбинаторных соединений на основе найденных вариантов для меньшего числа элементов.

Например, задача: "сколько разных фигур можно сделать на листе бумаги из четырех одинаковых квадратов, при условии, что квадраты соприкасаются ровно по бокам?" Чтобы решить ее, учитель предлагает детям сначала все возможные формы из трех квадратов. Затем берем первую фигуру, состоящую из трех квадратов, и разными способами прикрепляем к ней четвертый квадрат, следя за тем, чтобы не получилось одинаковых фигур. Кроме того, предлагается действовать вторая фигура, составленная из трех квадратов (рис. 2).

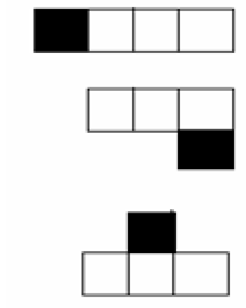
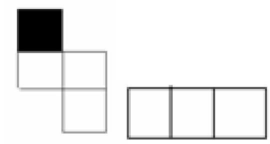
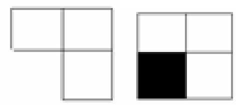




Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3

Убедившись в преимуществах систематического поиска, ученики должны показать, что есть проблемы, в которых не нужно искать какую-либо систему поиска. Это проблемы комбинаторной геометрии. Комбинаторная геометрия-это раздел математики, который имеет дело с расположением и комбинациями форм.

Различные решения (рис. 5, 6, 7,) находятся в процессе хаотичного перебора, так в этой задаче можно быстрее и легче выполнить требуемое.

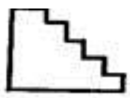
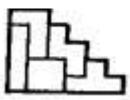
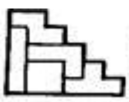
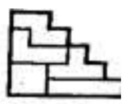





Рис. 4 Рис. 5 Рис. 6 Рис. 7

При решении комбинаторных задач в некоторых случаях у детей могут возникнуть трудности в различении образовавшихся соединений, из-за того, что для определения их неразличимости необходимо выполнить определенные геометрические преобразования.

Получение комбинаторных соединений происходит со ссылкой на запись. Поэтому в задачах, в которых элементы являются вещественными объектами, возникает проблема их обозначения. И если в начале курса используются конкретные, визуальные суррогаты объектов, то в дальнейшем дети постепенно начинают использовать символы. Например, задача: "каждый флаг должен иметь три горизонтальные полосы: красную, синюю и белую. Сколько разных флагов я могу получить, если я изменю порядок цветов?" Решая ее, Вы можете выбрать различные способы маркировки флагов.

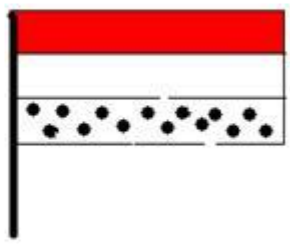


Рис. 8

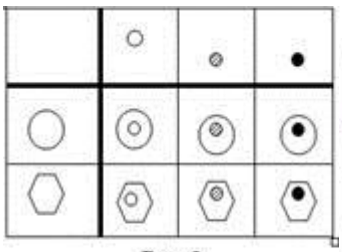


Рис. 9

ед. / дес.		3
9	91	39
4	41	34
7	71	37

Рис. 11

ед. / дес.	4	5	7
4			
5			
7			

Рис. 10

Прямой поиск всех возможных вариантов решения комбинаторных задач в некоторых случаях может быть затруднен. Процесс поиска этих вариантов может быть облегчен путем обучения детей, как использовать инструменты поиска, такие как таблицы и графики. Они позволяют разделять рассуждения, явно тратят слишком много, не упускают никаких доступных возможностей. Решение задач с помощью таблиц и графиков является основным содержанием третьего этапа, выделенного в процессе обучения студентов решению комбинаторных задач. Во-первых, учащиеся знакомятся с таблицами как с самым простым способом организации поиска.

Рассмотрение таблицы (Рис. 9) учащиеся открывают принцип его составления. Затем их просят заполнить другую таблицу. Выплескивает разные способы заполнения: в строках, в столбцах.

	и	п	в	м
и				
п				
в				
м				

Рис. 13

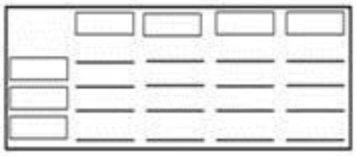


Рис. 12

В дальнейшем в целях освоения принципа составления таблиц используются и такие задания:

1. Запиши в нужные клетки таблицы (рис. 10) следующие числа: 57, 75, 44, 47, 55, 77, 47. Какие числа нужно записать в оставшиеся клетки?

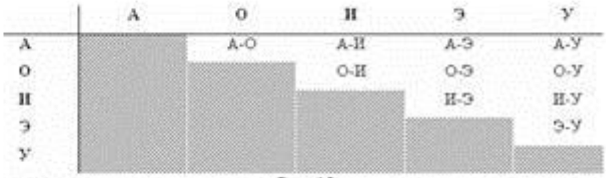
	и	п	в	м
и	ИИ	ИП	ИВ	ИМ
п	ПИ	ПП	ПВ	ПМ
в	ВИ	ВП	ВВ	ВМ
м	МИ	МП	МВ	ММ

Рис. 14

2. Проверь, правильно ли заполнена таблица (рис. 11).

Когда школьники научатся составлять таблицы, можно переходить к решению комбинаторных задач с их использованием. Как правило, дети неоправданно много времени тратят на вычерчивание самой таблицы: затрудняются определить нужные размеры, разметить все строчки и столбики. Для того чтобы помочь детям разметить таблицу, методистами были разработаны специальные трафареты (рис. 12). Опишем, как действуют учащиеся, решая с помощью таблицы задачу: «В одной деревне по сложившейся традиции мужчин называют каким-либо из следующих имен: Иван, Петр, Василий и Михаил. Проживают в этой деревне 15 мужчин. Может ли оказаться так, что в деревне нет мужчин с одинаковым именем, отчеством?» Ученик накладывает на тетрадный лист трафарет. Вписывает через «окошечки» на трафарете в верхнюю строчку и в первый столбик данные задачи. Через прорези намечает места записи составляемых объектов.

Убирает трафарет. Цветными линиями отчерчивает данные задачи (рис. 13). Затем ученик заполняет таблицу (рис. 14), подсчитывает число всех возможных отличающихся имен-отчеств, сравнивает с числом мужчин в деревне и отвечает на вопрос задачи.



	А	О	И	Э	У
А		А-О	А-И	А-Э	А-У
О			О-И	О-Э	О-У
И				И-Э	И-У
Э					Э-У
У					

Рис. 15

При заполнении таблиц нужно каждый раз определять, следует записывать составляемое

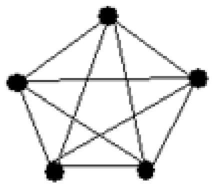


Рис. 16

Составляются недостающие рукопожатия (эти линии лучше проводить другим цветом, так как потом легче будет подсчитывать общее число рукопожатий). И так действуют до тех пор, пока все не поздороваются друг с другом. По получившемуся графу (рис. 16) подсчитывается число рукопожатий (их всего 10).

Следующая задача: «Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4?» приводит учащихся к изображению ориентированного графа (рис. 17). Идея проведения стрелок возникает, когда учащиеся задумываются,

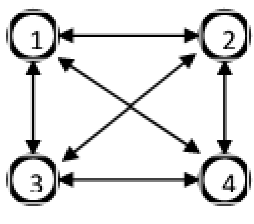


Рис. 17

как обозначить, например, число 12: показать, что оно начинается с цифры 1, а оканчивается цифрой 2. петля появляется при обозначении, например, числа 11: стрелка должна начинаться и заканчиваться на одной и той же цифре. Открыв для себя на первых задачах эти условные обозначения (точки, линии, стрелки, петли), учащиеся в дальнейшем применяют их при решении различных задач, составляя графы того или иного вида. Приведем некоторые примеры.

1. В финал турнира по шашкам вышли два российских игрока,

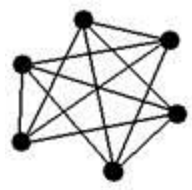


Рис. 18

два немецких и два американских. Сколько партий будет в финале, если каждый играет с каждым по одному разу и представители одной страны между собой не играют? (граф на рис. 18)

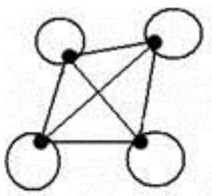


Рис. 19

2. В зале лежали конфеты четырех сортов. Каждый ребенок взял по 2 конфеты. И у всех оказались отличающиеся наборы конфет. Сколько могло быть детей? (граф на рис. 19)

3. Сколько разностей можно составить из чисел 30, 25, 17, 9, если для их составления брать по 2 числа? Будут ли среди них разности, значения которых равны? (граф на рис. 20)

Можно предлагать учащимся и обратные задания: составить задачу по имеющемуся графу. Например: «Рассмотри внимательно граф (на рис. 21) и пофантазируй, о какой ситуации он может тебе рассказать». Ученики, рассуждая, что точки могут обозначать людей, предметы, а линии говорят о том, что из них образуются пары, составляют разные варианты задач, например

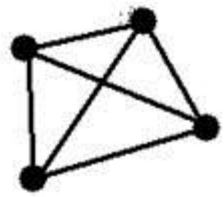


Рис. 20

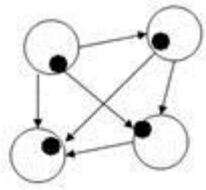


Рис. 21

1. Четыре подружки вечером по телефону созваниваются друг с другом. Сколько звонков было сделано, если каждая подружка поговорила с каждой по одному разу?

2. В магазине продаются елочные шары четырех видов. Сколько отличающихся наборов, состоящих из двух разных шаров, можно с, состоящих из двух разных шаров, можно составить?

Примеры задач, которые можно решать с помощью таблиц и графов:

1. На фабрике есть стержни для ручек четырех цветов: красного, синего, зеленого и черного. Сколько различных трехцветных ручек можно при этом собрать?

2. У девочки есть бумага зеленого и желтого цвета. Из нее она вырезает круги, квадраты и треугольники, делая их большими и маленькими. Сколько различных вариантов у нее получится?

3. Шерлоку Холмсу нужно открыть сейф, для этого он должен отгадать код. Он знает, что код - это трехзначное число, составленное из цифр 1, 2, 3, 4 и большее числа 400. Какие числа должен проверить Шерлок Холмс, чтобы найти код?

Правила решения комбинаторных задач и представленная методика обучения решению комбинаторных задач может помочь учителю в разработке уроков.

§2.2. Система учебных занятий по теме «Решение комбинаторных задач » в 5 классе

Урок № 1.

Тема урока: « Комбинаторные задачи»

Предмет: математика.

Учитель: Батиг Н. В.

Класс: 5

Учебник: Базовый учебник УМК « Алгоритм успеха», Вентана-Граф. Под редакцией А.Г. Мерзляк, В.Б.Полонский, М.С.Якир

Тип: Изучение нового материала.

Формы работы учащихся: работа в тетради, фронтальная работа с классом

Необходимое техническое оборудование: Интерактивная доска, презентация

Цели:

- Предметные: научить решать задачи с помощью комбинаций.

-Личностные: умение контролировать процесс и результат учебной и математической деятельности;

-Метапредметные: развитие компетентности в области использования ИКТ.

Основные понятия: комбинаторика, комбинаторные задачи.

Планируемые результаты: понимают и умеют решать комбинаторные задачи.

Ход урока:

·0 ***Организационный момент.***

·1 ***Мотивация и постановка темы и цели урока.***

(я знаю, что многие в моем классе увлекаются футболом), показываю слайд 1.(Приложение № 1).

Представьте, что после посещения футбольного матча вам удается узнать номер телефона вашего кумира, придя домой решаете ему набрать и поговорить. Но вдруг набирая, номер не можете вспомнить последнюю цифру телефона.

- Что вы будете делать?

Ученик: - перебирать все возможные цифры от 0 до 9.

- Как еще можно назвать этот перебор цифр?

Ученик: - перебор всех возможных комбинаций.

- Сегодня на уроке мы будем решать задачи, где используются всевозможные комбинации. Сейчас подумайте и скажите, как можем назвать такие задачи.

Ученики выдвигают гипотезы и после произношения правильного ответа, проговаривается еще раз и записывается тема урока(слайд2).

·2 ***Новая тема.***

Сегодня на уроке познакомимся, что такое комбинаторные задачи и научимся их решать.

Задача: Имеется 3 корзины, нужно разложить плоды в эти корзины(слайд3).

Ученики пытаются показать все возможные варианты, после чего учитель показывает как правильно оформить и записать решение задачи(слайд4,5).

·3 ***Физкультминутка.***

Раз – поднялись потянулись,

Два – согнулись, разогнулись,

Три в ладоши три хлопка,

На четыре – три кивка,

Пять руками помахать,

Шесть – тихонько сесть

·4 ***Первичное закрепление.***

Слайд 6, задача с йогуртами: сколько способов приготовления йогурта с разными вкусами.

·5 ***Закрепление в учебнике:*** № 645, 647

·6 ***Рефлексия***: - я сегодня на уроке узнал….

- больше всего на уроке мне понравилось…..

8. ***Информация о домашнем задании:*** §24, №646, 648, дополнительно придумать задачу по теме урока.

Урок № 2

Тип урока: Урок закрепления знаний

Цель: формирование умений и навыков решения простейших комбинаторных задач.

Задачи:

1. Образовательные:

К концу урока учащиеся должны уметь:

4. выделять комбинаторные задачи из ряда предложенных задач;
5. решать простейшие комбинаторные задачи.

1 Воспитательные:

Способствовать:

формированию познавательного интереса к предмету; мировоззрения учащихся.

воспитанию чувства патриотизма; ответственности за качество и результат выполняемой работы.

1. **Развивающие:**

Способствовать:

1. развитию: речи; творческого мышления;

I. совершенствованию операций умственной деятельности: анализ, синтез, классификация, способность наблюдать и делать выводы, выделять существенные признаки.

ХОД УРОКА

I. Актуализация опорных знаний.

« Три пути ведут к знанию **1 слайд**

Путь размышлений-самый благородный,

Путь подражания-самый легкий,

Путь опыта-самый горький»

Конфуций

Ответ учащихся: проблема выбора дальнейшего пути движения

Выбирать разные пути или варианты приходится современному человеку. Это сделать очень трудно не потому, что его нет или оно одно и поэтому его трудно найти, а приходится выбирать из множества возможных вариантов, различных способов, комбинаций. И нам всегда хочется, чтобы этот выбор был оптимальный.

Оказывается, существует целый раздел математики, именуемый комбинаторикой, который занят поисками ответов на вопросы: сколько всего есть комбинаций в том или ином случае, как из всех этих комбинаций выбрать наилучшую.

II. Работа по теме.

Слово учителя: задачи, которые мы сегодня будем решать помогут вам творить, думать необычно, оригинально, смело, видеть то, мимо чего вы часто проходили не замечая, любить неизвестное, новое; преодолевать трудности и идти через невозможное вперед.

Комбинаторная задача – задача, в которой идет речь о тех или иных комбинациях объектов. **2 слайд**

I Устные упражнения.

1 Поставь скобки так, чтобы получились верные равенства: **3 слайд**

а) $8 + 40 : 8 – 3 \cdot 2 = 0$;

б) $8 + 40 : 8 – 3 \cdot 2 = 28$;

в) $8 + 40 : 8 – 3 \cdot 2 = 24$

2. Составь предложения: Уроки, учу, я. **4 слайд**

3.Проставить числа так, чтобы сумма чисел в строке и столбце были равны 9 **Слайд 5**

Изучение нового материала

1.Задача: Из цифр 9, 7, 5, 0 составляют всевозможные трехзначные числа, в которых нет одинаковых цифр. Сколько среди чисел, меньше 900? **6 слайд**

2.Задача: На каждом флажке должны быть полоски разного цвета: синяя, красная, белая. Раскрась флажки так, чтобы они отличались друг от друга. Сколько разных флажков ты раскрасил? Можете ли вы указать способ позволяющий назвать число флажков, не производя непосредственного их подсчёта? **Слайды 9-11**

Что означает каждый цвет?

Значение цветов флага России: белый цвет означает мир, чистоту, непорочность, совершенство; синий – цвет веры и верности, постоянства; красный цвет символизирует энергию, силу, кровь, пролитую за Отечество.

Оказывается, есть государства, где флаги имеют такие же цвета.

3.Задача: Квартет **Слайд 12**

II Физминутка

День- ночь

Правила игры «День-ночь». Участвуют три игрока. Они садятся на стулья. По команде «День!» ребята встают и могут передвигаться. По команде «Ночь!» они садятся на стулья, но так, чтобы каждый раз порядок расположения их был другой. Все остальные следят за тем, чтобы играющие выполняли поставленное условие. Игра продолжается до тех пор, пока не обнаружатся все возможные варианты. **Вопрос:** сколько всего вариантов получится?

Методические указания: для того, чтобы остальным учащимся было легче контролировать соблюдение правил игры, учитель может выдать игрокам по геометрической фигуре (круг, треугольник и квадрат). Каждый раз, когда игроки по команде «Ночь!» садятся, учитель рисует на доске полученную комбинацию. Игра продолжается до тех пор, пока не обнаружатся все возможные варианты (их шесть).

В процессе игры могут возникать ситуации, когда играющие повторяют расположение или не могут найти новое. Тогда им могут помочь ребята класса. **Слайды14-16**

К концу игры необходимо, чтобы ученики осознали важность введения правила, которого надо придерживаться в игре. Анализируя полученные расположения, нужно, чтобы они заметили, что каждому игроку нужно садиться на первое место дважды, а двум другим при этом меняться местами.

4. Задача Слайд17-18

У Миши 6 яблок. Из них 4 красных и 2 зеленых. Миша съел 3 яблока. Какого цвета могли быть яблоки? Сколько вариантов у тебя получилось? *Методические указания:* в данной задаче важно обратить внимание учащихся, что порядок яблок значения не играет, результат будет тот же, если поменять яблоки местами. Начинать решение следует с очевидного варианта – яблок одинакового цвета (как это показано на слайде

5 Задача: Расписание уроков

В 5 классе во вторник 4 урока: физкультура, русский язык, история и математика. Сколько можно составить вариантов расписания на день? 1 Слайд 19

6 Задача Замок с секретом **Слайд 20-21**

1. Подъезд закрывают на замок с секретным кодом. Сумма цифр которого равна 10.Мальчик забыл код. Он решил составить всевозможные варианты. Сколько времени потребуется ему перебрать все варианты, если на проверку одного кода уходит 1 минута?

7. Задача: Дом Кикиморы

От Кащея Бессмертного до Кикиморы ведут три дороги (№1, №2, №3).

От Кикиморы до Бабы-Яги - 2 дороги (№4, №5).

Сколькими способами может добраться Кащей до Бабы-Яги, заходя в гости к Кикиморе?

Слайд 22

8. Задача: Жизненная ситуация. У кассы кинотеатра стоят четверо ребят. У двух из них сторублевые купюры, у других двух –

пятидесятирублевые. Билет в кино стоит 50 рублей. В начале продажи касса пуста.

Вопрос: как должны расположиться ребята, чтобы никому не пришлось ждать сдачи?

Слайды 23-24

Методические указания: для решения задачи целесообразно разыграть сценку, с помощью которой можно найти два возможных варианта решения:

1. 50 рублей, 100 рублей, 50 рублей, 100 рублей;
2. 50 рублей, 50 рублей, 100 рублей, 100 рублей.

9.Задача: Пруд

В парке 4 пруда. Было решено засыпать песком дорожки между ними так, чтобы можно было пройти от одного пруда к другому кратчайшим путем, т.е. не нужно было идти в обход. **Слайды 25-26**

10. Рукопожатия. **Слайд 27**

III. Итоги урока.

IY Домашнее задание: Слайд 28

Урок № 3.

Тип урока: Урок закрепления по теме «решение комбинаторных задач».

Цели урока:

2. систематизирование и обобщение знаний при решении комбинаторных задач, которые сводятся к подсчету всевозможных вариантов перестановки элементов;
3. развитие мыслительной деятельности при практической работе;
4. воспитание навыков самоконтроля и взаимопомощи при работе в группах.

Оборудование: карточки с заданиями, рисунки к игровой ситуации «Волк, коза и капуста», рабочие тетради.

Ход урока

I этап урока. Организационный момент.

Создание проблемной ситуации.

После каникул встретились 5 друзей и обменялись рукопожатиями. Сколько всего было рукопожатий?

Оформление на доске: 12, 13, 14, 15, 23, 24, 25, 34, 35, 45, то есть 10 рукопожатий.

Учитель сообщает тему и цели урока.

II этап урока. Исторические сведения.

В повседневной жизни нередко перед нами возникают проблемы, которые имеют не одно, а несколько различных вариантов решения.

Чтобы сделать правильный выбор, очень важно не упустить ни один из них. Для этого надо осуществить перебор всех возможных вариантов или хотя бы подсчитать их число. Такого рода задачи называются комбинаторными. Комбинаторные задачи возникли в глубокой древности. В Древнем Китае несколько тысячелетий назад увлекались составлением логических квадратов, в которых заданные числа располагали так, что их сумма по всем горизонталям, вертикалям и главным диагоналям была одной и той же. В Древней Греции подсчитывали число различных колебаний длинных и коротких слогов в стихотворных размерах, занимались теорией фигурных чисел, изучали фигуры, которые можно составить из частей особым образом разрезанного квадрата и т.д.

Комбинаторные задачи возникали и в связи с такими играми, как шашки, шахматы, домино, карты, кости и т.д. Разгадывание шрифтов, древних письменностей.

Сегодня на уроке мы разберем комбинаторные задачи, которые встречаются в школьной жизни.

Задание I группе.

В школе проводятся соревнования «Веселые старты». В качестве призов решили использовать мячи, ракетки, клюшки и шайбы. Сколько различных призов можно составить из этих предметов, если каждому победителю решено давать по 2 разных предмета?

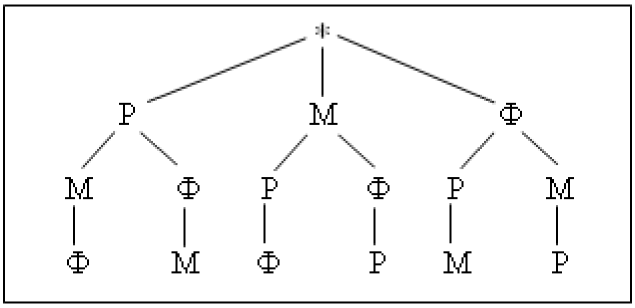
Решение. 1 набор – МР, 2 набор – МК, 3 набор – МШ, Набор – РК, 5 набор – РШ, 6 набор – КШ.

Ответ: 6 наборов призов.

Задание II группе.

Составьте расписание уроков в 1 классе, в котором должно быть 3 урока: русский язык, математика, физкультура. Сколько различных вариантов расписания можно составить на этот день?

Решение.



Варианты уроков.

Решения заданий учащиеся вывешивают на плакатах и один учащийся сообщает о ходе рассуждений.

III этап урока. Игровая ситуация.

Сценка «Волк, коза, капуста».

Крестьянину нужно перевезти через реку волка, козу и капусту. Но лодка такова, что в ней может поместиться только крестьянин, а с ним или только волк, или только коза, или только капуста. Но если оставить волка с козой, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту. Как перевезет свой груз крестьянин?

Решение. Ясно, что приходится начать с козы. Крестьянин, перевезя козу, возвращается и берет волка, которого перевозит на другой берег, где его и оставляет, но зато берет и везет обратно на первый берег козу. Здесь он оставляет ее и перевозит к волку капусту. Вслед затем, возвратившись, он перевозит козу, и переправа оканчивается благополучно.

IV этап урока.

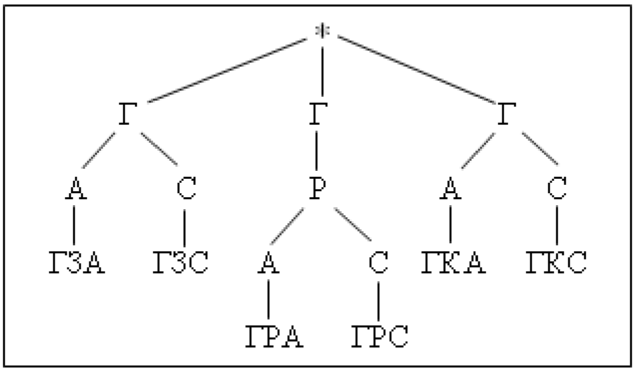
Задание I группе.

В столовой приготовили два разных супа (гороховый и щи), три вторых (котлеты, запеканку, рыбу) и два сока (сливовый и апельсиновый). Сколько различных обедов из трех блюд можно получить в этой столовой?

Решение.

Ввести обозначение:

Г – гороховый суп, Щ – щи, З – запеканка, Р - рыба, К – котлеты, С – сливовый сок, А – апельсиновый сок.



Аналогично:

ЩЗА, ЩЗС, ЩРА, ЩРС, ЩКА, ЩКС.

Ответ. Из двух супов, трех вторых и двух третьих блюд можно составить 12 разных обедов из трех блюд.

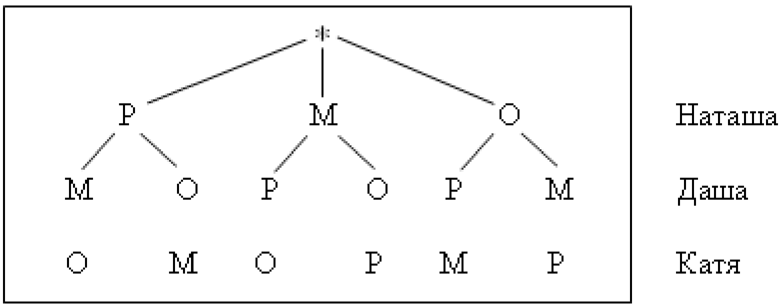
Задание II группе.

Марина собрала первый урожай со своей грядки: огурец, репу и морковь – и решила угостить Наташу, Дашу и Катю. Сколькими разными способами можно разделить овощи между тремя девочками, чтобы каждая получила один целый овощ?

Обозначение:

О – огурец, М – морковь, Р –репа.

Решение.



2 1 способ – ОМР,

3 2 способ – ОРМ,

4 3 способ – МОР,

5 4 способ – МРО,

6 5 способ – РОМ,

7 6 способ – РМО.

Ответ. Три овоща можно распределить между тремя девочками 6 способами.

Подведение итогов урока. Рефлексия. Оцените свою деятельность на уроке. Кому и в чем помог разобраться сегодняшний урок? Достигли ли вы поставленной цели на уроке.

Выставление оценок.

Методику обучения решению комбинаторных задач в 5 классах основной школы была проверена на педагогической практике путем исследования в 5 классе.

Исследование было построено в три этапа:

I. Констатирующий этап. На данном этапе были проведены и обработаны тесты на психодиагностику познавательных процессов и оценку мышления у школьников. А также даны задания на выборочное решение задач (обычные и комбинаторные).

Проведение психодиагностического теста на исследование гибкости мышления. Методика позволяет определить вариативность подходов, гипотез, исходных данных, точек зрения, операций, вовлекаемых в процесс мыслительной деятельности. Тест проводился в группе.

Учащимся предлагался бланк, каждому на парту, с записанными анаграммами (наборами букв). В течение 3 минут они должны составить из наборов букв слова, не пропуская и не добавляя ни одной буквы. Слова могут быть только существительными.

Предложенный бланк:

йво укб яодл аапл аицптотмшр

йла	ирм	руот	орщб	уаргшоелсв
абл	отм	еноб	оетл	оосвл аашлп
ашр	асд	аукл	оерм	оалмсоесмт
озв	обл	иапл	октс	бреор аилдн

Обработка результатов:

Кол-во уч-ся по списку	Кол-во уч-ся, выполнивших тест	Показатель гибкости мышления (кол-во составленных слов)		
		Высокий (21 и более)	Средний (13-20)	Низкий (7-12)
6	6	4	2	0

Проведение психодиагностического теста на изучение логической памяти. Методика позволяет определить развитие логической памяти.

Учащимся зачитывается ряд слов, которые они должны запомнить, причем эти слова составляют часть предложений. Вторые части будут прочитаны несколько позже. Учитель читает слова первого ряда с 5-секундным интервалом. После 10-секундного перерыва зачитывает слова второго ряда с интервалом 10 сек.

Учащиеся записывают предложения, составленные из слов первого и второго рядов.

Первый ряд	**Второй ряд**
БАРАБАН	ВОСХОД СОЛНЦА
СЕЛА НА ЦВЕТОК	ПЧЕЛА
ГРЯЗЬ	ЛУЧШИЙ ОТДЫХ
ТРУСОСТЬ	ПОЖАР
ПРОИЗОШЕЛ НА ФАБРИКЕ	ВИСЕЛ НА СТЕНЕ
В ГОРАХ	ДРЕВНИЙ ГОРОД
В КОМНАТЕ	ОТВРАТИТЕЛЬНОЕ КАЧЕСТВО
СОН	ОЧЕНЬ ЖАРКО
МОСКВА	МАЛЬЧИК
МЕТАЛЛЫ	ЖЕЛЕЗО И ЗОЛОТО
НАША СТРАНА	ПРИЧИНА БОЛЕЗНИ

ПРИНЕС КНИГУ ПЕРЕДОВОЕ ГОСУДАРСТВО

Предложения

Барабан висел на стене

Пчела села на цветок

Грязь – причина болезни

Трусость – отвратительное качество

Восход солнца в горах

На фабрике произошел пожар

В комнате очень жарко

Лучший отдых – сон

Москва – древний город

Железо и золото – металлы

Наша страна – передовое государство

Мальчик принес книгу

Обработка результатов:

Кол-во уч-ся по списку	Кол-во уч-ся, выполнивших тест	Показатель развития логической памяти		
		Высокий	Средний	Низкий
6	6	4	1	1

Задания на выборочное решение задач. Учащимся предлагается три задачи и дается задание: решить две из них (при желании – три).

Задача 1. В одном пакете $\frac{3}{4}$ кг конфет, а в другом – на $\frac{1}{5}$ меньше, чем в первом. Какова масса конфет в двух пакетах?

Решение: 1) $\frac{3}{4}-\frac{1}{5}=\frac{15-4}{20}=\frac{11}{20}$ (кг) – во 2-м пакете

2) $\frac{3}{4}+\frac{11}{20}=\frac{15+11}{20}=\frac{26}{20}=1{,}3$ (кг) – всего.

Ответ: 1,3 кг.

Задача 2. В кафе предлагают два первых блюда: борщ, рассольник – и четыре вторых блюда: гуляш, котлеты, сосиски, пельмени. Укажите все обеды из двух блюд, которые может заказать посетитель. Проиллюстрируйте ответ, построив дерево возможных вариантов.

Решение:

Борщ				Рассольник			
гуляш	котлеты	сосиски	пельмени	гуляш	котлеты	сосиски	пельмени

Итак, посетитель может заказать 8 вариантов обедов.

Ответ: 8 обедов.

Задача 3. В коробке 3 красных, 3 желтых, 3 зеленых шара. Вытаскиваем наугад 4 шара. Какие из следующих событий невозможные, какие – случайные, а какие – достоверные:

A = {все вынутые шары одного цвета};

B = {все вынутые шары разных цветов};

C = {среди вынутых шаров есть шары разных цветов};

D = {среди вынутых есть шары всех трех цветов}.

Решение:

Событие A – невозможное: нельзя вынуть из коробки четыре шара одного цвета, так как в ней только по три шара каждого цвета.

Событие B – тоже невозможное: шары в коробке трех цветов, а вынимаем четыре.

Событие C – достоверное: ведь все четыре шара, как мы уже выяснили не могут быть одного цвета, поэтому среди них обязательно есть шары хотя бы двух цветов.

Событие D – случайное.

Обработка результатов:

Кол-во уч-ся по списку	Кол-во уч-ся, выполнивших задание	3 задачи	1-2 задачи	1-3 задачи	2-3 задачи
6	6	4	0	0	2

На данном этапе был проверен уровень знаний учащихся в области комбинаторики и теории вероятностей, т.к. автор на практике пробных уроков давал уроки на комбинаторику и теорию вероятностей в этом же классе. Учащиеся показали довольно высокий уровень знаний в данной области.

II. Формирующий этап. На уроках математики даются комбинаторные задачи в домашнем задании и используются в устном счете.

Проведены внеклассные мероприятия на тему: «Элементы комбинаторики и теории вероятностей», на которых давался теоретический и практический материал.

В домашнем задании даются задачи из сборника задач (см. приложение 2).

В устном счете давались задачи из сборника (приложение 2), но не решались сами задачи, а учащиеся должны были определить к какому типу относятся эти задачи.

Внеклассное мероприятие ***«Путешествие в страну Комбинаторики»***

Учитель: Ребята, сегодня мы с вами отправляемся в необычное путешествие, мы посетим страну Комбинаторики. В этой стране мы сделаем несколько остановок: в деревне Исторической, посетим замок Тарабарский, побродим в лесу Сказочном, окунемся в озеро Магическое, полюбуемся поляной Мозаичной, взберемся на горы Ребусные.

На каждой остановке вам надо будет показать свои знания, находчивость и смекалку. За правильные ответы команды будут получать жетоны

(разноцветные ромбики), а в конце путешествия мы определим команду- победительницу. Маршрут путешествия вы будете выбирать сами. Итак, в путь!

Попасть в страну Комбинаторики, минуя деревню Историческую, нельзя. Поэтому на первой остановке представители команд расскажут нам об истории возникновения комбинаторики.

Деревня Историческая

1 ученик. С комбинаторными задачами люди имели дело еще в глубокой древности, когда, например, они выбирали наилучшее расположение воинов во время охоты, придумывали узоры на одежде или посуде. В дальнейшем появились игры, требовавшие умения планировать, рассчитывать свои действия, продумывать возможные комбинации. Приспособления для таких игр археологи находили в древних захоронениях, например, в пирамиде, египетского фараона Тутанхамона. А также появились нарды, шашки,

шахматы.

2 ученик. Долгие века комбинаторика развивалась в недрах арифметики, алгебры, геометрии. (Так, древнегреческие ученые большое внимание

уделяли и комбинаторике чисел, и геометрической комбинаторике – разрезанию фигур и т.д.). Однако как ветвь математики комбинаторика

возникла только в XVII веке. А толчком к этому послужили азартные игры, прежде всего игра в кости. Игроки пытались понять, почему одни суммы выпадают чаще, другие – реже. Задача оказалась совсем непростой, особенно в случае трех или даже четырех костей. Этой проблемой в XVI веке

занимались известные итальянские математики Джироламо Кардано, Николо Тарталья, в XVII веке – Галилео Галилей, крупнейшие математики Франции Блез Паскаль и Пьер Ферма. Работы последних ознаменовали рождение двух новых ветвей математики – комбинаторики и теории вероятностей.

3 ученик. Но не только азартные игры послужили толчком к исследованиям математиков. Ещѐ одна причина – тайна переписки. Шифрами пользовались короли, дипломаты и заговорщики, а также сами ученые. Изобретались все более и более сложные шифры, а для кодирования и расшифровки

информации привлекались математики. Так, ещѐ в конце XVI века, во время войны Франции с Испанией, расшифровкой переписки между противниками французского короля Генриха IV и испанцами занимался Франсуа Вист.

Навыки в работе со сложными шрифтами помогали ученым при разгадке письменности древних народов.

В дальнейшем полем для приложения комбинаторных методов оказались биология, химия, физика. И, наконец, роль комбинаторики коренным

образом изменилась с появлением компьютеров: она превратилась в область, находящуюся на магистральном пути развития науки.

Учитель: Ребята вы познакомились с историей комбинаторики, а теперь пора продолжить путешествие. Наше путешествие к лесу Сказочному.

Лес Сказочный

Здесь командам предлагается решить задачу с помощью графа, называемого деревом.

Антон, Борис и Василий купили 3 билета на 1-е, 2-е, 3-е места первого ряда на футбольный матч. Сколькими способами они могут занять имеющиеся места? Команды получают жетоны, а команда-победитель выбирает дальнейший маршрут.

Озеро Магическое

Учитель. Поместите натуральные числа от 1 до 9 в клетки квадрата

размером 3 х 3 таким образом, чтобы все суммы чисел по горизонтали и по вертикали, а также по диагоналям были равны 15. Полученный квадрат, а также другие квадраты с теми же свойствами называют магическими

квадратами.

3	5	
4		

За это задание команды получают жетоны, команда-победитель выбирает дальнейший маршрут.

Поляна Мозаичная

Учитель. Квадратный лист бумаги разрежьте на две неравные части, а затем из них составьте треугольник.

Команда победитель выбирает дальнейший маршрут. Замок Тарабарский

Учитель. Слоги рассыпались, буквы перемешались. Прочитайте эти слова правильно, как они должны быть написаны:

цесолн данчемо

нотоблок токцве

каока сивепелдо

марко рушигка

пашля палам

Команды получают жетоны, команда-победитель выбирает дальнейший маршрут.

Горы ребусные

Учитель. Найдите числа ребуса

А . Р =И – Ф = М : Е = Т – И = К: А

Команды получают жетоны.

Жюри подводит итоги, называют команду-победителя.

Внедрение новых знаний Но как вы уже знаете, ответ на вопрос можно получить, не написав сами числа и не строя дерево возможных вариантов. Мы будем думать вот так. Первую цифру трехзначного числа можно выбрать четырьмя способами. Таким образом, после выбора первого числа будет три, второй номер может быть выбран из оставшихся чисел тремя способами. Наконец, третью цифру можно выбрать (из оставшихся двух) двумя способами. Таким образом, общее количество необходимых трехзначных чисел равно произведению 4•3•2 = 24. Ответ на примерный вопрос мы нашли с помощью так называемого комбинаторного правила умножения (написано в блокноте). Предположим, что существует n элементов, и вы хотите выбрать несколько K элементов по одному. Если первый элемент можно выбрать П1 способами, то второй элемент можно выбрать из оставшихся П2 способами, затем третий элемент-Н3 путей и т. д., то количество способов, что все K элементов, равно произведению $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$.

2. Практическая фаза 1. В кафе предлагают два первых блюда: борщ, рассольник-и четыре вторых блюда: гуляш, котлеты, сосиски, пельмени. Укажите все два блюда, которые может заказать посетитель. Проиллюстрируйте ответ, построив дерево возможных вариантов. Решение:

Борщ				Рассольник			
гуляш	котлеты	сосиски	пельмени	гуляш	котлеты	сосиски	пельмени

На первое место можно выбрать одно из двух блюд, на второе – одно из четырех блюд. Значит количество обедов из двух блюд: 2·4=8.

Ответ: 8 обедов.

2. Стадион имеет 4 входа: A, B, C и D. укажите все возможные пути, по которым посетитель может войти через один вход и выйти через другой. Сколько способов? Решение: посетитель может войти через один из четырех входов, а выход через один из трех оставшихся, т. е. 4•3=12 способами. Ответ: 12 способов. 3. Из села Дятлово села Матвеевское идут три дороги, а из села Матвеевское в село Першино – четыре дороги. Сколько способов вы можете получить от Datlowe в Першино через Матвеевское? Решение: в село Матвеевское Дятлова можно добраться тремя путями. А от Матвеевского в Першино-4 пути. Значит, 3•4=12 способов. Ответ: 12 способов. 4. Петр решил отправиться на новогодний карнавал в костюме мушкетера. В ателье проката ему предложили на выбор разные стили и цвета предметов: пять пар брюк, шесть камзолов, три шляпы, две пары сапог. Сколько различных карнавальных костюмов можно составить из этих предметов?

Решение: Брюки, можно выбрать пять разных фасонов, кофточки - шесть, шапка - три, сапоги два. Так, костюм можно составить 5•6•3•2 = 180 способов. Ответ: 180 способами.

Теперь выведем формулу для числа перестановок n элементов. Будем иметь n элементов. В первую очередь можно поставить любую из них. Для каждого выбора первого элемента, можно поставить один из оставшихся п-1 элементов на втором месте. Для каждого выбора первых двух элементов, то можно поставить один из оставшихся п-2 элементов в третье место и т. д. в результате мы получаем, что Pn = n (n-1) (n-2) •...•3•2•1. Установив множители в порядке возрастания, получим Пн = 1•2•3•...•(n-2) (n-1) n. Для произведения первых n натуральных чисел используется специальный символ: n! (читается "п факториал"). Таким образом, число возможных перестановок n элементов вычисляется по формуле Pn = n! Например, 2!=1•2=2; 5!=1•2•3•4•5=120. По определению считают, что 1!=1.

Практический этап

- Ребята, давайте вспомним басню И.А.Крылова «Квартет»:

Проказница мартышка,
Осел,
Козел,
Да косолапый мишка
Затеяли сыграть Квартет.
Достали нот, баса, альта, две скрипки
И сели на лужок под липки –
Пленять своим искусством свет.
Ударили в смычки, дерут, а толку нет.
«Стой, братцы, стой!» - кричит мартышка. – «Погодите!
Как музыке идти? Ведь вы не так сидите.
Ты с басом Мишенька садись против альта,
Я, прима, сяду против вторы;
Тогда пойдет уж музыка не та:
У нас запляшут лес и горы!»
Расселись, начали Квартет,
Он все-таки на лад нейдет.
«Постойте ж, я сыскал секрет! –
Кричит Осел, - мы верно уж поладим,
Коль рядом сядем.»
Послушались осла, уселись чинно в ряд;

А все-таки Квартет нейдет на лад.

Вот пуще прежнего пошли у них разборы

И споры,

Кому и как сидеть.

Случилось Соловью на шум их прилететь.

Тут с просьбой все к нему, чтоб их решить сомненье.

«Пожалуй, - говорят, - возьми на час терпенье,

И ноты есть у нас, и инструменты есть,

Скажи, лишь как нам сесть!» -

«Чтоб музыкантом быть, так надобно уменье

И уши ваших понежней, -

Им отвечает Соловей, -

А вы, друзья, как ни садитесь, все в музыканты не годитесь».

Сколько способами могут рассесться участники Квартета?

Чтобы Квартет в порядок наш привесть:

Решение: Квартет состоит из четырех участников. Число способов равно числу перестановок из 4 элементов. $P_4=1\cdot2\cdot3\cdot4=24$. Значит, существует 24 способа.

Ответ: 24 способа.

Сколько способов можно разместить 8 участников финальной гонки на восьми беговых дорожках? Решение: число способов равно числу перестановок из 8 элементов. П8=$1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8=40320$. Так, существует 40320 способов расположить участников гонки на восьми беговых дорожках. Ответ: 40320 способов. 6. Сколько различных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 0, 2, 4, 6? Решение: из цифр 0, 2, 4, 6 можно получить Р4 перестановок. Из этого числа надо исключить те перестановки, которые начинаются с 0, так как натуральное число не может начинаться с цифры 0. число таких перестановок равно Р3. Итак, желаемое количество четырехзначных чисел, которое можно составить из чисел 0, 2, 4, 6-Р4-Р3= $4!-3!=1\cdot2\cdot3\cdot4-1\cdot2\cdot3=24-$

6=18. Ответ: 18 чисел. 7. Есть девять различных книг, четыре из которых-учебники. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы все книги стояли рядом?

Решение: Сначала будем рассматривать учебники как одну книгу. Тогда на полке надо расставить не 9, а 6 книг это можно сделать P_6 способами. В каждой из полученных комбинаций можно выполнить P_4 перестановок учебников. Значит, искомое число способов расположения книг на полке равно произведению $P_6 \cdot P_4 = 6! \cdot 4! = 720 \cdot 24 = 17280$.

Ответ: 17280 способов.

8. Сколькими способами 9 человек могут встать в очередь в театральную кассу?

Решение: Число способов равно числу перестановок из 9 элементов.

$P_9 = 9! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 362880$.

Ответ: 362880 способов.

9. В расписании на понедельник шесть уроков: алгебра, геометрия, биология, история, физкультура, химия. Сколькими способами можно составить расписание на этот день так, чтобы два урока математики (алгебра и геометрия) стояли рядом?

Решение: Рассмотрим алгебру и геометрию как один урок. Тогда расписание надо составить не из 6, а из 5 уроков – P_5 способов. В каждой из полученных комбинаций можно выполнить P_2 перестановки алгебры и геометрии. Значит, искомое число способов составления расписания:

$P_5 \cdot P_2 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 = 120 \cdot 2 = 240$

Ответ: 240 способов.

7. Подведение итогов. Итак, вы познакомились с некоторыми правилами комбинаторики и применили их при решении задач. Какие это правила?

8. Домашнее задание:

1. В кафе имеются три первых блюда, пять вторых блюд и два третьих. Сколькими способами посетитель кафе может выбрать обед, состоящий из

первого, второго и третьего блюд?

Решение. Первое блюдо можно выбрать 3 способами. Для каждого выбора первого блюда существует 5 возможностей выбора второго блюда.

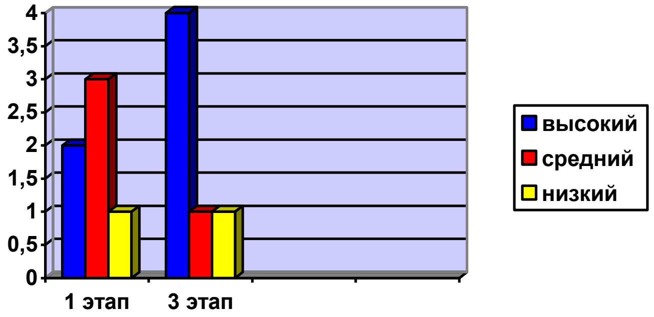
III. Контролирующий этап. Повторное проведение и обработка тестов на психодиагностику познавательных процессов, оценку мышления у школьников. Повторное задание на выборочное решение задач. Обработка результатов и сравнение с результатами констатирующего этапа.

Проведение психодиагностического теста на исследование гибкости мышления.

Обработка результатов:

Кол-во уч-ся по списку	Кол-во уч-ся, выполнивших тест	Показатель гибкости мышления (кол-во составленных слов)		
		Высокий (21 и более)	Средний (13-20)	Низкий (7-12)
6	6	4	1	1

Сравнение результатов с результатами констатирующего этапа представлены в диаграмме. Показатель гибкости мышления учащихся значительно увеличился.

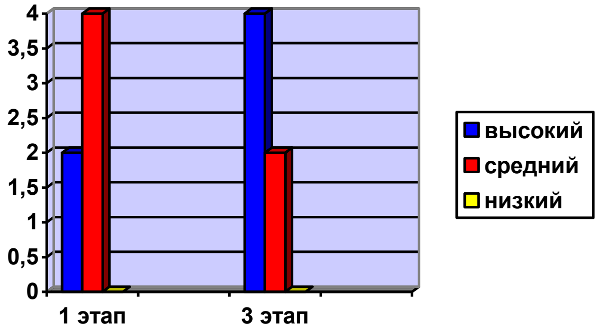


Проведение психодиагностического теста на изучение логической памяти.

Обработка результатов:

Кол-во уч-ся по списку	Кол-во уч-ся, выполнивших тест	Показатель развития логической памяти		
		Высокий	Средний	Низкий
6	6	4	2	-

Сравнение результатов с результатами констатирующего этапа представлено в диаграмме. Показатель развития логической памяти учащихся значительно увеличился – большее количество учащихся справилось с заданием верно.



Задания на выборочное решение задач. Учащимся предлагается три задачи и дается задание: решить две из них (при желании – три).

Задача 1. В первый день магазин продал 32% имевшегося ситца, а во второй день 7%. После этого осталось 305 м. сколько ситца поступило в магазин?

Решение: 1) 32+7=39 (%)-продали за 2 дня

2) 100-39=61 (%) – осталось.

3)305:0,61=500 (м) – ситца поступило в магазин

Ответ: 500 м ситца поступило в магазин.

Задача 2. Сколькими способами 5 мальчиков и 5 девочек могут занять в театре в одном ряду места с 1 по 10? Сколькими способами они могут это сделать, если мальчики будут сидеть на нечетных местах, а девочки – на четных?

Решение. Если мальчики и девочки сядут в один ряд в произвольном порядке, то это можно сделать P_{10}=10!=3628800 способами. Если мальчики сядут на нечетные места, то существуют P_5 способов их расположения. Столькими же способами могут расположиться девочки на четных местах. Каждому способу расположения мальчиков соответствует P_5 способов расположения девочек.

Значит, расположиться так, что мальчики будут сидеть на нечетных местах, а девочки – на четных, можно $P_5 \cdot P_5 = 5! \cdot 5! = 120 \cdot 120 = 14400$ способами.

Задача 3. В коробке 2 красных, 4 желтых, 3 зеленых кубика. Вытаскиваем наугад 5 кубиков. Какие из следующих событий невозможные, какие – случайные, а какие – достоверные:

A = {все вынутые кубики одного цвета};

B = {все вынутые кубики разных цветов};

C = {среди вынутых кубиков есть кубики разных цветов};

D = {среди вынутых есть кубики всех трех цветов}.

Решение:

Событие A – невозможное: нельзя вынуть из коробки пять кубиков одного цвета, так как в ней каждого цвета меньше пяти кубиков.

Событие B – тоже невозможное: кубики в коробке трех цветов, а вынимаем пять.

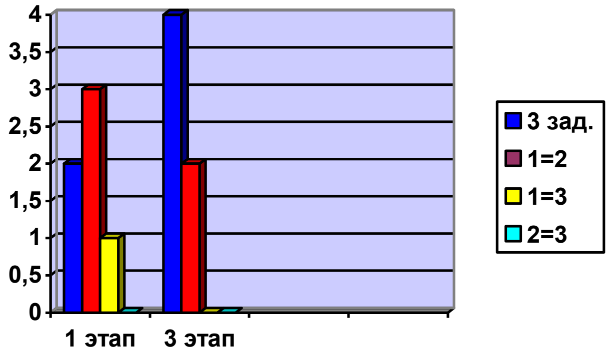
Событие C – достоверное: ведь все пять кубиков, как мы уже выяснили не могут быть одного цвета, поэтому среди них обязательно есть кубики хотя бы двух цветов.

Событие D – случайное.

Обработка результатов:

Кол-во уч-ся по списку	Кол-во уч-ся, выполнивших задание	3 задачи	1-2 задачи	1-3 задачи	2-3 задачи
31	29	13	7	6	3

Сравнение результатов с констатирующим этапом представлено в диаграмме.



Большее количество учащихся решило все три задачи верно, в том числе задачи на комбинаторику и вероятность, что говорит об успешности формирующего этапа эксперимента.

Значит, возможно сформировать первоначальное представление о вероятности и научить решать комбинаторные задачи учащихся 5 классов, используя методы проблемного обучения, занимательные задачи, задачи, содержащие жизненные ситуации и тем самым повысить показатель логической памяти и гибкости мышления у учащихся 5-6 классов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Человеку часто приходится иметь дело с задачами, в которых нужно подсчитать число всех возможных способов расположения некоторых предметов или число всех возможных способов осуществления некоторого действия. Разные пути или варианты, которые приходится выбирать человеку, складываются в самые разнообразные комбинации. И целый раздел математики, называемый комбинаторикой, занят поиском ответов на вопросы: сколько всего есть комбинаций в том или другом случае.

Комбинаторика имеет огромное значение в различных областях науки и сферы. С комбинаторными величинами приходится иметь дело представителям многих специальностей: ученому – химику, биологу, конструктору, диспетчеру и т.п. Комбинаторика используется в литературе, математике, музыке, в различных играх (нарды, шашки, шахматы). В каждой из этих игр приходится рассматривать различные сочетания фигур, и выигрывает тот, кто их лучше изучает, знает выигрышные комбинации и умеет избегать проигрышных. Усиление интереса к комбинаторике в последнее время обуславливается бурным развитием кибернетики.

Рассмотрев использование комбинаторики в различных сферах жизнедеятельности, я узнала практическую значимость комбинаторики как области математики. Таким образом, я не только подтвердила гипотезу, что комбинаторика – это раздел математики, имеющий широкий спектр практической направленности, но и расширила диапазон своих знаний. Комбинаторика помогает развивать математические способности, сообразительность, логическое мышление, укрепляют память. Чтобы решать комбинаторные задачи нужно проявить и волю, и упорство, и настойчивость в достижении цели.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Бардиер Г.Л. «Тонкости психологической помощи детям», Издательство Генезис, М., 2002.

2. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика. Пособие для общеобразовательных учебных заведений. – М.: Дрофа, 2002.

3. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Основы статистики и вероятность. 5-9 кл.: Пособие для общеобразовательных учреждений – М.: Дрофа, 2004.

4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: Учебное пособие для студ.втузов – 5 изд., испр. – М.: Издательский центр «Академия», 2003.

5. Выготский Л.С. Воображение и творчество в детском возрасте. Спб.: Союз, 1997.

6. Дорофеев Г.В. Петерсон А.Г. Математика. 5-й класс. Часть 1: Учеб. для общеобразоват. учеб.заведений. – М.: издательство «Ювента», 2002.

7. Дорофеев Г.В. Петерсон А.Г. Математика. 5-й класс. Часть 2: Учеб. для общеобразоват. учеб.заведений. – М.: издательство «Ювента», 2002.

8. Дорофеев Г.В. Петерсон А.Г. Математика. 6-й класс. Часть 1: Учеб. для общеобразоват. учеб.заведений. – М.: издательство «Ювента», 2002.

9. Дорофеев Г.В. Петерсон А.Г. Математика. 6-й класс. Часть 2: Учеб. для общеобразоват. учеб.заведений. – М.: издательство «Ювента», 2002.

10. Дорофеев Г.В. Петерсон А.Г. Математика. 6-й класс. Часть 3: Учеб. для общеобразоват. учеб.заведений. – М.: издательство «Ювента», 2002.

11. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Шарыгин И.Ф. и др. Математика. 6-й класс: Учеб. для общеобразоват. учеб.заведений - М.: Дрофа, 1997.

12. Крутецкий В.А. Психология: Учеб. для учащ. пед. училищ – М.: Просвещение, 1986.

13. Крылов И.А. Басни. – М.: Просвещение, 1985.

14. Локалова Н.П. «Уроки психологического развития в средней школе (5-6 классы), издат. Ось, М., 1989.

15. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Алгебра. Элементы статистики и теории вероятностей. Учебное пособие для учащихся 7-9 классов общеобразовательных учреждений/ под редакцией Теляковского С.А. – М., «Просвещение», 2003.

16. Мерзляк А.Г, Полонский В.Б., Якир М.С. Математика 5-й класс: Учебник для общеобразовательных учебных заведений – Издат. Вентанаграфа, 2017.

17. Немов Р.С. Психология. Учеб. для студ.высш.пед.учеб.заведений – в 2 кн. Кн.1. общие основы психологии. – М.: Просвещение: Владос, 1994.

18. Нестеренко Ю.В., Олехник С.Н., Потапов М.К. Лучшие задачи на смекалку. – М.: Научно-технический центр "Университетский": АСТ-ПРЕСС, 1999.

19. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Арифметика 5-й класс: Учебник для общеобразовательных учебных заведений – Издат. Отдел УНЦ ДО МГУ, 1997

20. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Арифметика 6-й класс: Учебник для общеобразовательных учебных заведений – Издат. Отдел УНЦ ДО МГУ, 1997

21. Оганесян В.А. Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., Санинский В.Я. Методика преподавания математики в средней школе/ Общая методика. Учебное пособие для студ. физ.-мат.фак.пед. институтов – М.: Просвещение, 1980.

22. Петровский А.В. Практические занятия по психологии. – М., 1972

23. Савельев Л.Я. Комбинаторика и вероятность. – Новосибирск, Наука, 1975.

24. Савин А.П. Энциклопедический словарь юного математика - М.: Педагогика-Пресс, 1997.

25. Свешникова А.А. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций – М., Наука, 1965.

26. Стойлова Л.П. Математика: Учеб. пособие для студ. сред. пед. учеб. заведений – М.: Издательский центр «Академия», 1998

27. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Теория вероятностей и статистика. – М.: МЦНМО: АО «Московские учебники», 2004.

28. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Теория вероятностей и статистика. – 2-е изд., переработанное. – М.: МЦНМО: АО «Московские учебники», 2008.

29. Фадеев Д.К., Никулин М.С., Соколовский И.Ф. Элементы высшей математики для школьников. - М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1987.

30. Журнал «Математика в школе» №9, 2001

31. Журнал «Математика в школе» №5, 2003

32. Журнал «Математика в школе» №6, 2003

33. Журнал «Математика в школе» №5, 2004

34. Журнал «Математика в школе» №6, 2004

35. Журнал «Математика в школе» №7, 2004.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Тема урока: "Комбинаторные задачи"

Задачи:

8-956-348-48-3..

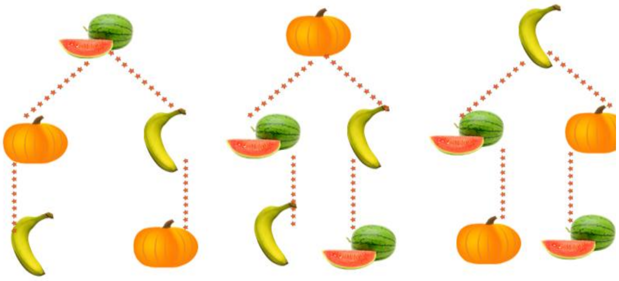
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 корзина 2 корзина 3 корзина

1-я корзина

2- корзина

3-я корзина



1-я корзина	арбуз	арбуз	тыква	тыква	банан	бана
2-я корзина	банан	тыква	арбуз	банан	арбуз	тыкв
3-я корзина	тыква	банан	банан	арбуз	тыква	арбу

1 йогурт 2 йогурт 3 йогурт

Закрепление в учебнике

- № 645, 647

Рефлексия:

- В практике организации рефлексии насчитывается большое количество приемов. При организации рефлексии важно помнить, что приемы следует разнообразить, каждому приему свое место в предмете и теме урока, рефлексия проводится не для учителя, не для логического завершения урока, а для ученика.
- - я сегодня на уроке узнал….
- - больше всего на уроке мне понравилось…..

Информация о домашнем задании:

- §24, №646, 648, дополнительно придумать задачу по теме урока.

Сборник основных правил комбинаторики и упражнений для их применения

1. Примеры комбинаторных задач

Пример 1. Из группы теннисистов, в которую входят четыре человека – Антонов, Григорьев, Сергеев и Федоров, тренер выделяет пару для участия в соревнованиях. Сколько существует вариантов выбора такой пары?

Решение: Составим сначала все пары, в которые входит Антонов (для краткости будем писать первые буквы фамилий). Получим три пары: АГ, АС, АФ.

Выпишем теперь пары, в которые входит Григорьев, но не входит Антонов. Таких пар две: ГС, ГФ.

Далее составим пары, в которые входит Сергеев, но не входят Антонов и Григорьев. Такая пара только одна: СФ.

Других вариантов составления пар нет, так как все пары, в которые входит Федоров уже составлены.

Итак, мы получили 6 пар:

АГ, АС, АФ

ГС, ГФ

СФ,

т.е. $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. значит, существует всего шесть вариантов выбора тренером пары теннисистов из данной группы.

Способ рассуждений, которым мы воспользовались при решении задачи, называют **перебором возможных вариантов**.

Пример 2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

При решении этой задачи сначала составляется древо всех возможных вариантов.

Первая цифра	1 3 5 7
Вторая цифра	3 5 7 1 5 7 1 3 7 1 3 5
Третья цифра	5 7 3 7 3 5 5 7 1 7 1 5 3 7 1 7 1 3 3 5 1 5 1 3

Заметим, что ответ на поставленный в примере вопрос можно получить, не выписывая сами числа и не строя дерево возможных вариантов. Рассуждать будем так. Первую цифру трехзначного числа можно выбрать четырьмя способами. Так после выбора первой цифры останутся три, то вторую цифру можно выбрать из оставшихся цифр уже тремя способами. Наконец, третью цифру можно выбрать (из оставшихся двух) двумя способами. Следовательно, общее число искомых трехзначных чисел равно произведению $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

Ответ на поставленный в примере 2 вопрос мы нашли, используя так называемое **комбинаторное правило умножения**.

Пусть имеется n элементов и требуется выбрать один за другим некоторые k элементов. Если первый элемент можно выбрать n_1 способами, после чего второй элемент можно выбрать из оставшихся n_2 способами, затем третий элемент – n_3 способами и т.д., то число способов, которыми могут быть выбраны все k элементов, равно произведению $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$.

Пример 3. Из города A в город B ведут две дороги, из города B в город C – три дороги, из города C до пристани – две дороги (рис. 1). Туристы хотят проехать из города A через города B и C к пристани. Сколькими способами они могут выбрать маршрут?

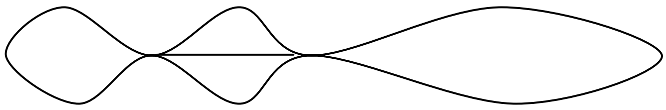


Рис. 1

Решение. Путь из A в B туристы могут выбрать двумя способами. Далее в каждом случае они могут проехать из B в C тремя способами. Значит, имеется $2 \cdot 3$ вариантов маршрута из A в C. Так как из города C на пристань можно попасть двумя способами, то всего существует $2 \cdot 3 \cdot 2$, т.е. 12 способов выбора туристами маршрута из города A к пристани.

Упражнения в данном пункте направлены на составление различных комбинаций и подсчет числа возможных вариантов этих комбинаций.

Перестановки

Простейшими комбинациями, которые можно составить из элементов конечного множества являются **перестановки**.

Рассмотрим **пример 1**. Пусть имеются три книги. Обозначим их буквами a, b, c. Эти книги можно расставить на полке по-разному:

abc, acb, bac, bca, cab, cba.

Каждое из этих расположений называют перестановкой из трех элементов.

Перестановкой из n элементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке.

Число перестановок из n элементов обозначается символом P_n (читается «P из n»).

Мы установили, что $P_3 = 6$. для того, чтобы найти число перестановок из трех элементов, можно не выписывать эти перестановки, а воспользоваться правилом умножения. Будем рассуждать так. На первое место можно поставить любой из трех элементов. Для каждого выбора первого элемента есть две возможности выбора второго из оставшихся двух элементов. Наконец, для каждого выбора первых двух элементов остается единственная возможность выбора третьего элемента. Значит, число перестановок из трех элементов равно 3·2·1, т.е. 6.

Выведем теперь формулу для числа перестановок из n элементов.

Пусть мы имеем n элементов. На первое место можно поставить любой из них. Для каждого выбора первого элемента на второе место можно поставить один из оставшихся n-1 элементов. Для каждого выбора первых двух элементов на третье место можно поставить один из оставшихся n-2 элементов и т.д. в результате получим, что

$P_n = n(n-1)(n-2) \cdot\ldots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$.

Расположив множители в порядке возрастания, получим

$\mathbf{P_n = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n-2)(n-1)n.}$

Для произведения первых n натуральных чисел используется специальное обозначение: n! (читается «n факториал»).

Таким образом, число всевозможных перестановок из n элементов вычисляется по формуле $\mathbf{P_n = n!}$

Например, 2!=1·2=2; 5!=1·2·3·4·5=120.

По определению считают, что 1!=1.

Применение данной формулы иллюстрируется в пособии следующими примерами.

Пример 2. Сколькими способами могут быть расставлены 8 участниц финального забега на восьми беговых дорожках?

Число способов равно числу перестановок из 8 элементов. По формуле числа перестановок находим, что $P_8 = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$.

Значит, существует 40320 способов расстановки участниц забега на восьми беговых дорожках.

Пример 3. Сколько различных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 0, 2, 4, 6?

Из цифр 0, 2, 4, 6 можно получить P_4 перестановок. Из этого числа надо исключить те перестановки, которые начинаются с 0, т.к. натуральное число не может начинаться с цифры 0. число таких перестановок равно P_3. значит, искомое число четырехзначных чисел (без повторения цифр), которые можно составить из цифр 0, 2, 4, 6, равно $P_4 – P_3$. Получаем, $P_4 – P_3 = 4! – 3! = 24 – 6 = 18$.

Пример 4. Имеется девять различных книг, четыре из которых – учебники. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы все учебники стояли рядом?

Сначала будем рассматривать учебники как одну книгу. Тогда на полке надо расставить не 9, а 6 книг это можно сделать P_6 способами. В каждой из полученных комбинаций можно выполнить P_4 перестановок учебников. Значит, искомое число способов расположения книг на полке равно произведению $P_6 \cdot P_4 = 6! \cdot 4! = 720 \cdot 24 = 17280$.

Рисунок 1. Древо составления трехзначных чисел из цифр 1, 2, 3 без повторения.

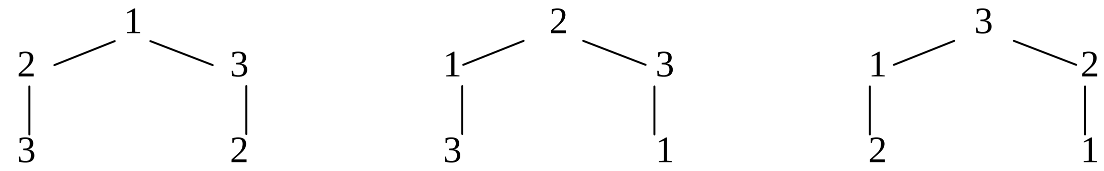


Рисунок 2.