„ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

ОБУЧЕНИЕ СВОЙСТВАМ КВАДРАТНОГО ТРЕХЧЛЕНА В 9 КЛАССЕ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки 44.03.05
Педагогическое образование, профиль Математика и информатика
очной формы обучения, группы 02041403
Елисеевой Виктории Викторовны

Научный руководитель
к. физ.-мат. н., доцент
Зинченко Н. А.

БЕЛГОРОД 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Задания на тему «Свойства квадратного трехчлена» встречаются в основном государственном экзамене по математике в 9 классе. Для его успешного написания нужно освоить курс алгебры, в котором эта тема занимает одно из центральных мест.

Обучение свойствам квадратного трехчлена это работа не одного года. Первые понятия рассматриваются еще в 7 классе. После этого тема квадратного трехчлена постоянно поддерживается.

Главной целью изучения математики является развитие у обучающихся интереса к предмету, развитие математических способностей, расширение и углубление знаний. Свойства квадратного трехчлена это одна из тем, которая играет большую роль в развитии математического мышления учащихся.

Важность этого небольшого раздела школьного курса заключается в его чрезвычайно широких областях применения, в первую очередь, в успешности дальнейшего овладения математическими знаниями.

Опыт работы учителей и результаты выполнения обучающимися заданий ОГЭ показывают, что существуют проблемы в овладении обучающимися знаниями и умениями по выше обозначенному разделу. Многие ученики затрудняются при выполнении заданий ОГЭ, связанных с квадратичной функцией. Несмотря на многочисленные работы учителей-практиков, до сих пор существуют различные подходы к организации обучения по этому разделу курса математики. Это обстоятельство повлияло на выбор темы выпускной квалификационной работы – «Обучение свойствам квадратного трехчлена в 9 классе».

Проблема исследования: несогласованность методик обучения свойствам квадратного трехчлена и результатов обучения этим свойствам.

Предмет исследования: квадратичная функция в школьном курсе математики.

Объект исследования: методика обучения свойствам квадратичного трехчлена.

Целью дипломного проекта является выработка рекомендаций по обучению свойствам квадратного трехчлена для успешной сдачи основного государственного экзамена.

Задачи исследования:

- Рассмотреть несколько учебников математики и тематическое планирование по ним.
- Проанализировать степень трудности заданий по нескольким учебникам.
- Проанализировать контрольно измерительные материалы ОГЭ.
- Составить методические рекомендации по подготовке к основному государственному экзамену по математике.

Структура ВКР. Работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы (30 наименований).

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ СВОЙСТВАМ КВАДРАТНОГО ТРЕХЧЛЕНА

1.1 Анализ рабочих программ и учебников

В данной работе проведен сравнительный анализ методики изучения квадратного трехчлена по двум учебным пособиям в основной общеобразовательной школе (Макарычев Ю.Н. [7] и Мерзляк А.Г. [10]). Выяснено, что эти авторы, по-разному предлагают изучение данной темы.

Рассмотрим подробнее логику обучения свойствам квадратичной функции по схемам, соответствующим концепциям этих двух авторов.

Учебники Ю.Н. Макарычева и его соавторов линию квадратного трехчлена начинают еще в 7 классе. Алгебра изучается по учебнику [9]. Обучение начинается с рассмотрения степени с натуральным показателем [9, с. 20] и функции вида $y = x^2$ [9, с. 28]. В учебнике есть много упражнений, позволяющих овладеть этими понятиями достаточно основательно.

В 8 классе в учебнике [8] в главе 2 изучаются арифметический квадратный корень и его свойства, а в главе 3 изучаются квадратные уравнения.

Материал 7 и 8 классов обеспечивает подготовку к изучению квадратного трехчлена в 9 классе.

Глава 1 учебника [7, с. 3-19] начинается с глубокого изучения определения функции и ее свойств и продолжается рассмотрением квадратичной функции. Всего в учебнике [7, с. 19-46] отведено 2 параграфа (5 разделов) и в тематическом планировании выделено 16 часов на изучение квадратного трехчлена:

1) Квадратный трехчлен и его корни. (1 час)
2) Разложение квадратного трехчлена на множители. (3 часа)
3) Контрольная работа № 1. (1час)
4) Функция, $y = ax^2$ её график и свойства. (2 часа)

5) Графики функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$. (3 часа)
6) Построение графика квадратичной функции. (4 часа)
7) Повторение учебного материала. (1 час)
8) Контрольная работа №2. (1 час)

Основная цель программы – научить применять графические представления для решения неравенств второй степени с одной неизвестной, а также выработать умение строить график квадратичной функции.

В учебнике 7 класса под редакцией А. Г. Мерзляка [12] в первой главе, также, как и в учебнике Ю.Н. Макарычева, рассматриваются степени с натуральными показателями, потом одночлены, многочлены и функции. Здесь явных различий не наблюдается. Следует отметить, что в тематическом планирование на изучение функции отведено 12 часов (по 3 часа в неделю). Основная цель обучения: обучающийся должен «описывать понятия зависимой и независимой переменных, функции, аргумента функции; способы задания функции. Формулировать определения: области определения функции, области значений функции, графика функции, линейной функции, прямой пропорциональности». [14, с. 115]

В учебнике 8 класса [11] в параграфе «Квадратные корни. Действительные числа» подробно рассматривается функция $y = x^2$ и ее график, далее рассматриваются квадратные корни и арифметический квадратный корень. Рассматриваются свойства арифметического квадратного корня и тождественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни.

В учебнике алгебры 9 класса [10] тема «Квадратичная функция» изучается 32 часа и делится на следующие подтемы:

1. Повторение и расширение сведений о функции. (3 часа)
2. Свойства функции. (3 часа)
3. Построение графика функции $y = kf(x)$. (2 часа)
4. Построение графиков функций $y = f(x) + b$ и $y = f(x + \text{а})$. (4 часа)

5. Квадратичная функция, её график и свойства. (6 часов)
6. Контрольная работа № 2. (1 час)
7. Решение квадратных неравенств. (6 часов)
8. Системы уравнений с двумя переменными. (5 часов)
9. Повторение и систематизация учебного материала.(1 час)
10. Контрольная работа № 3. (1 час)

Таким образом, можно заметить, что в программе обучения по учебнику А. Г. Мерзляка выделено в два раза больше учебных часов на рассматриваемую тему, понятие квадратный трехчлен вводится раньше, чем у Макарычева. Раскладывать квадратный трехчлен на множители начинают уже в 8 классе, тогда как, в учебнике под редакцией Макарычева эту тему проходят только в 9 классе.

Для большей наглядности сравним задания и решения контрольной работы номер 2 в 9 классе по программе Ю. Н. Макарычева и Ю.Г. Мерзляка:

Контрольная работа №2 по рабочей программе учебника алгебры 9 класса под редакцией Макарычева Ю. Н.

Контрольная работа. «Квадратный трехчлен. Квадратичная функция».

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 5x + 6$; б) $5y^2 - 3y - 2$;

Здесь нужно решить уравнение, найти корни трехчлена и разложить по теореме о разложении квадратного трехчлена на множители.

2. Изобразите схематически график функции:

$y = 3x^2$; $y = \frac{1}{4}(x+2)^2$;

Графиком этих функций является парабола. Нужно составить таблицу значений этих функций и построить точки получившихся координат. Соединить плавной линией.

3. Постройте график функции: $y = x^2 - 4x + 4$.

С помощью графика найдите:

1) значение y при $\mathrm{x} = -0{,}5$;

2) значение x при $\mathrm{y} = 2$;

3) нули функции;

4) промежутки, в которых $y > 0$ и $y < 0$.

Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх. Первое, что нужно сделать, это найти координаты вершины, координаты еще 2-4, симметричных относительно оси, точек и построить график, а потом найти значения функции при заданных значениях аргумента, нули и промежутки знакопостоянства функции.

4. Сократите дробь:

$$\frac{3y^2 + 2y - 1}{5y + 5}.$$

Для этого приравниваем числитель нулю, решаем квадратное уравнение и находим его корни. Далее пользуемся теоремой о разложении квадратного трехчлена на множители. В знаменателе выносим общий множитель 5.

Получаем:

$$\frac{3(y + 1)(y - \frac{1}{3})}{5(y + 1)} = \frac{3y - 1}{5}.$$

5. Найдите область определения функции:

а) $y = x^2 - 8x$; б) $y = \frac{1}{2y^2 - 5y - 3}$.

Область определения функции, это все значения, которые может принимать независимая переменная x. В первом случае вместо x можно подставить любое число. Во втором случае, подставить любое число нельзя, потому что может получиться так, что знаменатель окажется равным нулю, а на ноль делить нельзя. Поэтому выражение, стоящее в знаменателе должно быть отлично от нуля. Нужно найти при каких значениях x, выражение в знаменателе обращается в 0.

6. Найдите координаты точек пересечения графиков функций:

$$y = 6x^2 - 2 \text{ и } y = 11x.$$

Приравниваем значения. Составляем уравнение и находим его корни.

Контрольная работа №2 по рабочей программе учебника алгебры 9 класса под редакцией Мерзляка А. Г.:

Контрольная работа. «Решение квадратных неравенств. Решение неравенств методом интервалов. Расположение нулей квадратичной функции относительно данной точки».

1. Решите неравенство:
   1) $9x^2 - 10x + 1 \geq 0$;
   2) $16x^2 - 8x + 1 \leq 0$;
   3) $-3x^2 + 2x - 7 < 0$.

Чтобы вычислить неравенство, сначала нужно решить соответствующее уравнение. Найти корни и схематически изобразить график.

2. Найдите область определения функции:

$$f(x) = \frac{\sqrt{14 + 5x - x^2}}{x^2 + x - 6}$$

Так как у этой функции выражение в числителе стоит под знаком корня, а квадратный корень можно извлекать только из положительного числа и нуля, то подкоренное выражение должно быть больше или равным 0.

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 2x + 3 > 0, \\ |x - 1| \leq 4. \end{cases}$$

Сначала решаем каждое неравенство по отдельности, потом объединяем решения на одной прямой. Штрихуем нужные промежутки. Там, где штриховка совпала получаем решение системы неравенств.

4. Решите неравенство:
   1) $(x + 11)(x - 3)(x + 4) < 0$;
   2) $(x + 1)(5 - x)(x + 4)^2 \geq 0$;
   3) $\frac{x}{x+1} - \frac{3}{x-3} + \frac{6x-1}{x^2-2x-3} \geq 0$.

Первым делом приравняем все к нулю, находим корни, схематически изображаем интервалы. Данные корни являются точками смены знака неравенства в решениях.

5. Решите неравенство:

   1) $|x^2 + 3x + 1| < 2x + 3$;

   2) $|x^2 + 2x - 10| > 4 - 3x$.

Неравенство решаем методом раскрытия модулей. После чего решаем соответствующее уравнение. Составляем систему уравнений и ищем интервалы.

6. При каких значениях параметра a все корни уравнения:

   $x^2 - 4ax + 4a^2 - a - 10 = 0$ меньше 1?

Для исследования параметрического уравнения найдём его дискриминант. Корни уравнения существуют только при неотрицательном дискриминанте.

Подробно рассмотрев две контрольных работы, можно сделать вывод, что задания, предусмотренные по программе А.Г. Мерзляка, гораздо сложнее и объемнее заданий, взятых по программе Ю. Н. Макарычева.

1.2 Методики и технологии обучения свойствам квадратного трехчлена

Понятие «квадратный трехчлен», в различных пособиях дается по-разному. В данной работе рассмотрено два распространённых учебника математики:

1) Алгебра. 9 класс. Авторы: Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. и др. [8].

2) Алгебра. 9 класс. Авторы: Мерзляк А.Г., Полонский В.Б. и др. [10].

Рассмотрим подробно технологию обучения свойствам квадратного трехчлена по учебнику [8].

Первая глава данного учебника называется «Квадратичная функция», отводится на ее изучение 25 часов. По изучению предполагается написание двух контрольных работ.

Изучение квадратного трехчлена начинается во втором параграфе, первой главы учебника. Параграф начинается с темы: «Квадратный трехчлен и его корни», где дается определение: «Квадратным трехчленом называется многочлен вида $ax^2 + bx + c$, где x – переменная, a, b, c - некоторые числа, причем $a \neq 0$.» [8, с. 20] Здесь же рассказывается, что коэффициент a называют старшим коэффициентом, а c – свободным членом квадратного трехчлена и приводится несколько примеров.

В первом примере требуют найти корни квадратного трехчлена $3x^2 - 2x - 5$. Решение уравнения производится с помощью формулы дискриминанта квадратного уравнения $D = b^2 - 4ac$, её еще называют дискриминантом квадратного трехчлена. Напоминают, что если $D > 0$, то квадратный трехчлен имеет два корня; если $D = 0$, то квадратный трехчлен имеет один корень; если $D < 0$, то квадратный трехчлен не имеет корней.

И рассматривается второй пример, где удобнее представить квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$, в виде $a(x - m)^2 + n$, где m и n – некоторые числа. Называется такое преобразование выделением квадратного двучлена из квадратного трехчлена.

В третьем примере рассматривается задача, при решении которой применяется выделение квадрата двучлена из квадратного трехчлена.

Далее в этом параграфе дается семнадцать упражнений на отработку изученного материала, в которых пять заданий обязательного уровня и одно повышенной сложности, а также четыре упражнения для повторения.

Рассмотрим одно из упражнений базового уровня.

Упражнение 59. (Базовый уровень)

Найдите корни квадратного трехчлена:

б) $2x^2 - 5x - 3 = 0$ [8, с. 22]

$$a = 2;\ b = -5; c = -3$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-5)^2 - 4 * 2 * (-3) = 49$$

$$x_1 = \frac{5 + 7}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2}$$

Видим, что базовые упражнения предполагают в себе только умение находить корни многочлена, это первый пример, рассмотренный во втором параграфе. Перейдем к другим заданиям.

Упражнение 65. (Средний уровень сложности)

Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

в) $3x^2 + 6x - 3$ [8, с. 22]

Это подобные уравнения, что рассматривались во втором примере нашего параграфа.

Решение: $3x^2 + 6x - 3 = 3(x^2 + 2x - 1) =$

$$= 3(x^2 + 2x + 1 - 1 - 1) =$$

$$= 3(x^2 + 2x + 1) - 6 =$$

$$3(x+1)^2 - 6$$

Отработав умения выделять квадрат двучлена из квадратного трехчлена, можно переходить к решению задач повышенной сложности, как было показано в третьем примере учебника [8, с. 20].

Упражнение 70. (Задание повышенной трудности)

Докажите, что из всех прямоугольных треугольников с суммой катетов, равной 6 см, наибольшую площадь имеет равнобедренный треугольник. [8, с. 23]

Решение: Пусть длинна одного катета x см, тогда длинна второго катета $6 - x$ см. Тогда площадь треугольника равна $S = \frac{1}{2}x(6-x) = 3x - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + \frac{9}{2}$; наибольшее значение при $(x-3)^2 = 0$;

$x = 3 \Rightarrow 6 - x = 3$, значит треугольник равнобедренный.

На данную тему «Квадратный трехчлен и его корни» отводится 2 часа, на первом уроке дается новый материал, рассматриваются примеры нахождения корней уравнений и решаются задания базового уровня. На втором уроке закрепляются полученные знания и отрабатываются умения выделять квадрат двучлена из квадратного трехчлена, и задачи с применением тех же навыков.

После чего начинается изучение темы: «Разложение квадратного трехчлена на множители», где после небольшого примера разложения на множители квадратного трехчлена, даётся теорема с обоснованием:

«Теорема: Если x_1 и x_2 – корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx^2 + c,$ то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Обоснование: Вынесем за скобки в многочлене $ax^2 + bx^2 + c$ множитель a. Получим $ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$.

Так как корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx^2 + c$ являются корнями квадратного уравнения $ax^2 + bx^2 + c = 0$, то по теореме Виета.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 * x_2 = \frac{c}{a}$$

Отсюда: $\frac{b}{a} = -(x_1 + x_2), \frac{c}{a} = x_1 * x_2$.

Поэтому: $x_2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = (x - x_1)(x - x_2)$.

Итак, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.» [8, с. 24-25]

После рассмотренной теоремы дан текст, который, по мнению автора нужно запомнить: «Если квадратный трехчлен не имеет корней, то его нельзя разложить на множители, являющиеся многочленами первой степени» и объяснение к нему. Далее приведены три примера разложения на множители квадратных трехчленов и даны 10 упражнений на отработку и закрепление данной темы, из которых 5 упражнений базового уровня и 2 повышенной сложности.

Рассмотрим по одному уравнению из упражнений с разной сложностью.

Упражнение 78. (Базовый уровень) [8, с. 27]

Разложите на множители трехчлен:

а) $2x^2 + 12x - 14$

$$2x^2 + 12x - 14 = 0$$

решим уравнение и найдем корни трехчлена:

$$x_1 = 1, x_2 = -7$$

Значит, $2x^2 + 12x - 14 = 2(x-1)(x+7)$

Полученный результат можно записать иначе, умножив число 2 на двучлен $x - 1$. Получим: $2x^2 + 12x - 14 = (2x-2)(x+7)$.

Упражнение 82. (Повышенная сложность) [8, с. 28]

Покажите, что существует квадратный трехчлен, имеющий корни, коэффициенты которого – натуральные числа вида n, $2n$, $3n$ (расположенные в произвольном порядке). Разложите этот трехчлен на множители.

$nx^2 + 3nx + 2n = 0$, найдем корни $x_1 = -1, x_2 = -2$ и разложим на множители. Получится $nx^2 + 3nx + 2n = n(x+1)(x+2)$.

Сложность этого задания заключается в том, чтобы расположить коэффициенты в уравнение так, чтобы оно имело корни.

После данных упражнений есть 1 задание, подводящее к изучению следующего параграфа и 3 упражнения на повторение. В конце второго параграфа 3 контрольных вопроса, в которых нужно дать определение квадратного трехчлена, сказать, сколько корней он может иметь. Показать на примере данного выражения, как можно выделить квадрат двучлена из квадратного трехчлена. Сформулировать и доказать теорему о разложении на множители квадратного трехчлена, имеющего корни.

На тему «Разложение квадратного трехчлена на множители» отводится 2 часа. На первом дается теория, объясняется данная теорема, рассматривают примеры разложений на множители и решаются базовые упражнения. На втором уроке производится опрос изученной теоремы и решаются упражнения, где нужно доказать тождества, сократить дробь и найти значение дроби при известном x. Также в конце урока можно систематизировать знания уже двух тем с помощью контрольных вопросов.

«Квадратичная функция и ее график» - так звучит третий параграф рассматриваемого учебника. В этом параграфе изучается тема «Функция $y = ax^2$, ее график и свойства».

Одной из важных функций, к изучению которой мы переходим, является квадратичная функция:

«Определение. Квадратной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y = ax^2 + bx^2 + c$, где x – независимая переменная, a, b, c - некоторые числа, причем $a \neq 0$.» [8, с. 29.]

Начинаем изучение квадратичной функции с частного случая – функции $y = ax^2$, при $a = 1$, эта формула принимает вид уже знакомой ранее функции $y = x^2$, графиком которой является парабола.

Далее предлагается построить график функции $y = 2x^2$ и $y = \frac{1}{2}x^2$, и проследить, как изменяются получившиеся параболы от той, у которой значение функции $y = x^2$.

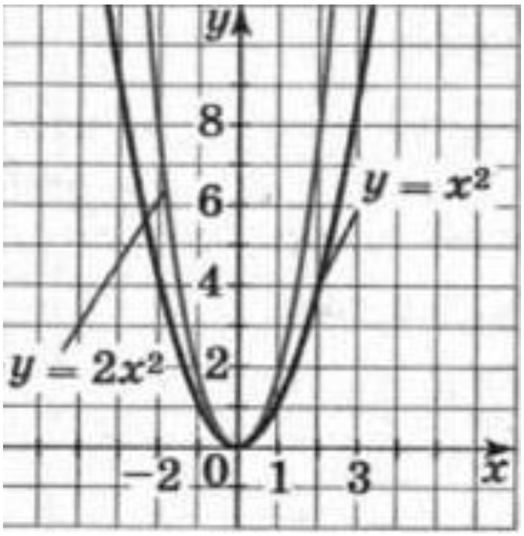

Рис. 1. 2. 1. Графики функций $y = x^2$ и $y = 2x^2$

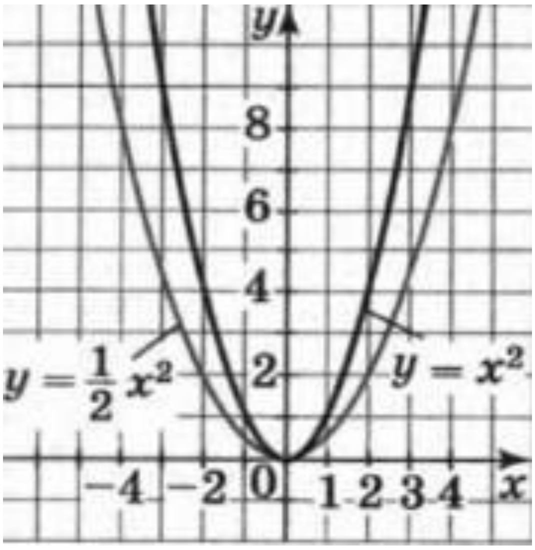

Рис. 1. 2. 2. Графики функций $y = x^2$ и $y = \frac{1}{2}x^2$

Таким образом, графики функций $y = 2x^2$ и $y = \frac{1}{2}x^2$ можно получить из параболы $y = x^2$ растяжением или сжатием относительно оси x в 2 раза.

На данном этапе становится понятно, что график функции $y = ax^2$ можно получить из параболы $y = x^2$ растяжением от оси x в a раз, если $a > 1$, и сжатием к оси x в $\frac{1}{a}$ раза, если $0 < a < 1$.

Рассмотрим теперь функцию $y = ax^2$ при $a < 0$.

Составляем таблицу, строим график функции $y = -\frac{1}{2}x^2$ и сравниваем его с графиком функции $y = \frac{1}{2}x^2$.

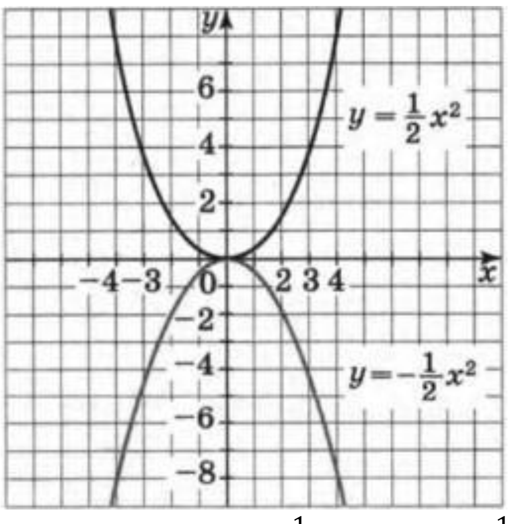

Рис. 1.2. 3. Графики функций $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = -\frac{1}{2}x^2$

Далее автор формулирует свойства функции $y = ax^2$ при $a > 0$ и $a < 0$, которые нужно запомнить, и после дает доказательство четвертому свойству в одном и другом случае:

«Свойства функции $y = ax^2$ при $a > 0$:

1. Если $x = 0$, то $y = 0$. График функции проходит через начало координат.

2. Если $x \neq 0$, то $y > 0$. График функции расположен в верхней полуплоскости.

3. Противоположным значениям аргумента соответствуют равные значения функции. График функции симметричен относительно оси *y*.

4. Функция убывает в промежутке (-∞; 0] и возрастает в промежутке [0; +∞).

5. Наименьшее значение, равное нулю, функция принимает при $x = 0$, наибольшего значения функция не имеет. Областью значения функции является промежуток [0; +∞)». [8, с. 32.]

После теории дано 13 упражнений, из которых 8 базового уровня и 2 повышенной сложности. Так же в конце темы дается 3 упражнения на повторение.

Рассмотрим несколько упражнений:

Упражнение 96. (Базовый уровень) [8, с. 33.]

Пересекаются ли парабола $y = 2x^2$ и прямая, если да, найдите их координаты:

а) $y = 50$; б) $y = 100$; в) $y = -8$; г) $y = 14x - 20$

Решение: $y = 2x^2$

а) $y = 50 \rightarrow 2x^2 = 50 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x \pm 5$

Пересекаются в точке: $(5; 50), (-5; 50)$

б) $y = 100 \rightarrow 2x^2 = 100 \rightarrow x^2 = 50 \rightarrow x \pm \sqrt{50}$

Пересекаются в точке: $(\sqrt{50}; 50)$, $(-\sqrt{50; 50})$

в) $y = -8 \rightarrow 2x^2 = 8 \rightarrow x^2 = -4$

Получилось отрицательное значение, точек пересечения нет.

г) $y = 14x - 20 \to 2x^2 = 14x - 20 \to x^2 - 7x + 10 = 0$

Найдем корни: $x_1 = 2; x_2 = 5$

Пересекаются в точке: $(2; 8), (5; 50)$

Упражнение 100. (Повышенная сложность) [8, с. 34.]

При каких значениях k, прямая $y = kx - 4$ имеет с параболой $y = x^2$ только одну общую точку?

Решение: $kx - 4 = x^2$

$$-x^2 + kx - 4 = 0$$

$$x^2 - kx + 4 = 0$$

$$D = k^2 - 16 = 0$$

Найдем корень: $k = \pm 4$

Сложность этого задания заключается в том, чтобы подставить одно значение функции в другое и найти только одну точку пересечения прямой и параболы.

Следующая тема « Графики функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$ »

В первом примере сравнивается, что представляет собой график функции $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$. Выясняется, чтобы получить таблицу значений функции $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$, следует к найденным значениям функции $y = \frac{1}{2}x^2$ прибавить 3.

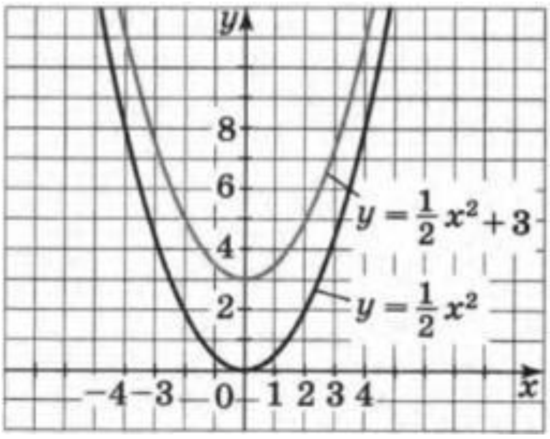

Рис. 1. 2. 4. Графики функций $y = \frac{1}{2}x^2$ и $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$

В третьем примере рассматривается функция $y = \frac{1}{2}(x-5)^2$, составляется таблица и представляется ее график:

Таблица 1.2.1. Для построения графика

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	8	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5	8

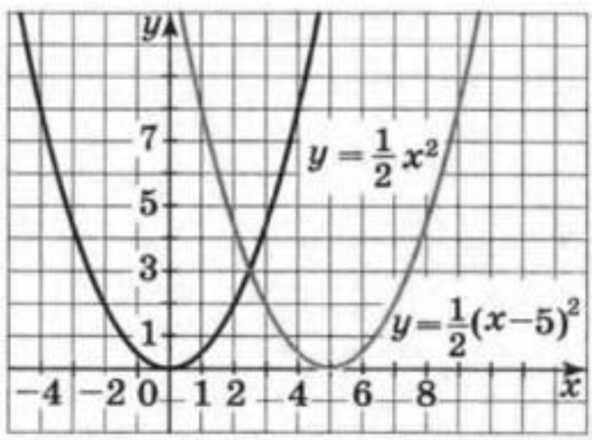

Рис. 1. 2. 5. Графики функций $y = \frac{1}{2}(x-5)^2$ и $y = \frac{1}{2}x^2$

Рассмотрев еще несколько примеров и обосновав их, автор делает вывод, что параллельные переносы можно производить в любом порядке: вдоль оси x, потом оси y или наоброт.

В этой же главе рассказывается, как получается фигура под названием параболоид и что такое фокус.

Далее предоставляется 11 упражнений для закрепления изученного материала, среди которых всего 3 базового уровня, остальные среднего. В этой теме не предусмотрены задания повышенной сложности. Отводится на изучение и закрепление этой темы 2 часа.

«Построение графика квадратичной функции»

Тема начинается с рассмотрения формулы, которая нужна для построения графика квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c = a$ в виде $y = a(x-m)^2 + n$. Далее с помощью уже изученного навыка выделение из трехчлена $ax^2 + bx + c$ квадрат двучлена получаем график функции $y = a(x - m)^2 + n$ – параболу, вершиной которой являются точки $m = -\frac{b}{2a}$ и $n = -\frac{b^2-4ac}{4a}$. Важно запомнить, что при $a > 0$ ветви параболы направлены вверх, а при $a < 0$ – вниз.

Ниже приводятся несколько примеров построения квадратичной функции, и после идут 11 упражнений, из которых 6 базового уровня и 2 повышенной сложности.

Упражнение 124. (Базовый уровень сложности) [8, с. 37.]

Постройте график функции:

в) $y = x^2 + 3x$.

Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты вершины:

$x = -\frac{3}{2}$;

$y = 2{,}25 - 4{,}5 = -2{,}25$;

Таблица 1. 2. 2. Для построения графика

x	0	1	-1	-2	-3
y	0	4	-2	-2	0

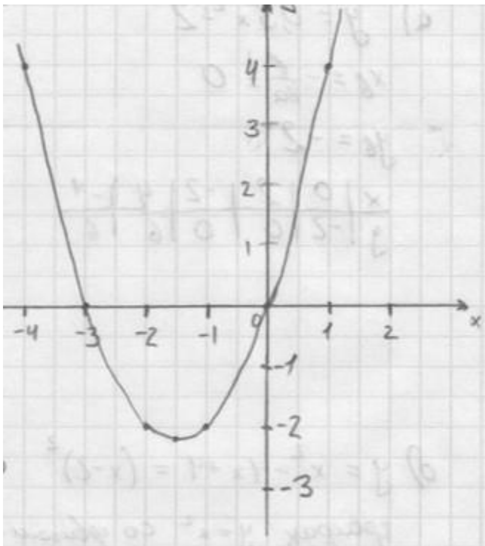

Рис. 1. 2. 6. График функции $y = x^2 + 3x$.

Упражнение 129. (Уровень повышенной сложности) [8, с. 38.]

Найдите значение b, при котором прямая $y = 6x + b$ касается параболы $y = x^2 - 7x + n$.

Прямая касается параболы, значит, у них есть только одна точка пересечения.

$$6x + b = x^2 + 8$$

$$-x^2 + 6x - 8 + b = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 - b = 0$$

$$D = 0$$

$$4b = -4$$

$$b = -1$$

Ответ: -1

На этой теме параграф заканчивается контрольными вопросами. Обучающиеся должны сформулировать определение и свойства квадратичной функции. Знать, что представляет собой график квадратичной функции. На примере данной в учебнике функции показывать, как строят график квадратичной функции. После чего пишется контрольная работа.

Это было подробное рассмотрение методики и технологии обучения свойствам квадратного трехчлена, по учебнику алгебры 9 класс, под редакцией Макарычева Ю. Н.

Содержание учебника Алгебра 9 класс под редакцией А. Г. Мерзляка [10] соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования от 2010 года.

В отличие от учебника Макарычева, находить корни квадратных уравнений различных видов, выполнять разложение квадратного трехчлена на множители, находить корни уравнения, которые сводятся к квадратным, по учебнику Мерзляка обучаются еще в 8 классе.

В 9 классе курс алгебры начинается с изучения неравенств, и только потом подходят к теме «Квадратичная функция». На эту главу по плану отводится 32 часа. Так же по плану пишутся 2 контрольные работы.

«Построение графика функции $y = kf\ (x)$». В этом параграфе, так же, как и в книге Макарычева напоминают про функцию $y = x^2$ и что графиком этой функции является парабола. Дальше приводится пример с тем же значением функции $y = 2x^2$ и графиками.

В отличие от рассмотренного ранее учебника, здесь сразу говорится о направлениях ветвей параболы.

После каждой изученной темы перед блоком с упражнениями даются несколько контрольных вопросов.

Темы «Построение графиков функций» и «Квадратичная функция, её графики и свойства» в учебниках [8] и [10] не имеют больших различий в изложении теории, но в учебнике [10] гораздо больше упражнений для отработки изученного материала.

После темы квадратичная функция, её графики и свойства дается 52 упражнения для отработки изученного материала, из них 7 простых задач, 25 средней сложности, 18 сложных задач и 2 задачи повышенной сложности. Выполнение такого количества заданий становится возможным, так как по программе на изучение данной темы выделено 6 часов.

Для сравнения с уровнем заданий по учебнику Макарычева рассмотрим задачу повышенной сложности:

Упражнение 390. [10, с. 102]

Пусть x_1 и x_2 – нули функции $y = -3x^2 - (3a - 2)x + 2a + 3$. При каких значениях a выполняется неравенство $x_1 < -2 < x_2$?

Решение: функция $y = -3x^2 - (3a - 2)x + 2a + 3$ – квадратичная, т.е. имеет вид $ax^2 + bx + c$.

Так как $a = -3 < 0$ ветви параболы направлены вниз.

Функция имеет 2 нуля, т.е. два корня, парабола пересекает ось х дважды. Значение функции при $x = -2$ положительно.

$$-3 * (-2)^2 - (3a - 2) * (-2) + 2a + 3 > 0$$

$$-12 + 6a - 4 + 2a + 3 > 0$$

$$8a > 13$$

$$a > \frac{13}{8}$$

Ответ: $a > \frac{13}{8}$

Выполнение этого задания требует от обучающегося хорошего знания свойств квадратичной функции и четкого представления о ее графике. Упражнение способствует выработке опыта решения задач с параметрами.

После этой главы есть раздел «Проверь себя» в тестовой форме, который удобно проводить в виде самостоятельной работы на 15-20 минут, как раз на уроке повторения и систематизации пройденного материала, перед плановой контрольной работой.

После написания контрольной работы начинается изучение темы «Решение квадратных неравенств». На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$, областью определения которой является множество действительных чисел. С помощью этого графика легко определить промежутки знакопостоянства функции f. Определив промежутки знакопостоянства функции f, тем самым решаем неравенства $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$. Такой метод решения неравенств с помощью графика функции $y = f(x)$ называют графическим. Далее показывают, как с помощью этого метода решают квадратные неравенства. Здесь же рассказывается, как определить положение графика квадратичной функции относительно оси абсцисс, как выявить наличие и количество нулей квадратичной функции и как определить направление ветвей параболы. После чего дается таблица, в которой показано схематическое расположение параболы $y = ax^2 + bx + c$ относительно оси абсцисс в зависимости от знаков чисел a и D. [10, с. 114]

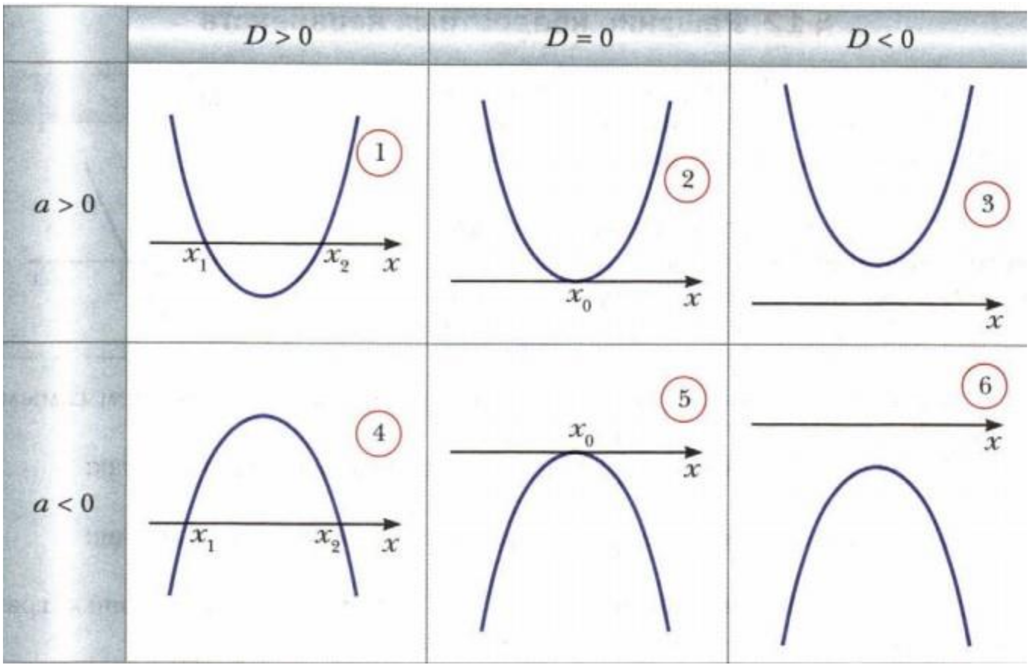

Рис. 1. 2. 7. Схематическое расположение параболы в зависимости от коэффициента, *a* и корней

И теперь с помощью данной таблицы рассматривают четыре примера решения квадратных неравенств.

На изучение данной темы отводится 6 часов и дается 40 упражнений для отработки пройденного материала из них 9 легкие, 16 среднего уровня сложности, 9 повышенного уровня сложности и 6 сложных заданий.

В связи с важностью этой темы для дальнейшего обучения математике, учителя уделяют большое внимание методическим особенностям её изучения. В работах [5], [18] описаны различные методические приемы изучения квадратичного трехчлена. По мнению учителей, уверенное овладение этой темой является залогом дальнейшего успешного обучения математике и хорошей сдачи ОГЭ и ЕГЭ.

ГЛАВА II. ПОДГОТОВКА К ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ ПО ТЕМЕ КВАДРАТНЫЙ ТРЕХЧЛЕН

2.1 Анализ контрольно измерительных материалов ОГЭ

На протяжении многих лет основной государственный экзамен по математике является обязательным. Каждый год вносятся коррективы в задания и их оценку. В 2019 году ученикам предоставляется 26 заданий за которое максимально можно набрать 32 балла.

Весь экзамен делится на несколько модулей. Часть первая, алгебра, содержит 14 заданий, которые оцениваются одним баллом. Далее идут 6 заданий по геометрии, которые так же оцениваются одним баллом. На этом первая часть, состоящая из 20 заданий, заканчивается. Вторая часть состоит из 6 заданий и так же делится на два модуля геометрию (3 задания) и алгебру (3 задания), но эти правильные ответы оцениваются уже двумя баллами.

Так же задания разделяют по уровню сложности, первые 20 - базовый уровень сложности, 4 - повышенный и 2 - сложные задания.

После чего набранные тестовые баллы переводятся в оценку:

5 – (22-32) балла

4 – (15-21) балл

3 – (8-14) баллов

2 – (0-7) баллов

Важно заметить, что обязательным минимумом для аттестата является получение 8 баллов, из них выпускник должен набрать не менее 3 баллов по алгебре и 2 баллов по геометрии. Это объясняется тем, что нельзя решать задания только одного модуля.

Рассмотрим предложенный нам «Федеральным институтом педагогических измерений» демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2019 году основного государственного экзамена по математике. [21]

По рассматриваемой теме «квадратный трехчлен», в справочном материале для ОГЭ дается формула нахождения корней квадратного уравнения и формула разложения квадратного трехчлена на множители.

Структура контрольно измерительных материалов создана так, что на каждое задание определены темы. Поэтому в этой выпускной квалификационной работе будут рассмотрены не все задания, а те, которые связаны с рассматриваемой темой, а именно:

Под номером 6, могут быть задания по следующим темам: «Уравнения». Линейные уравнения, квадратные уравнения, рациональные уравнения, ОДЗ. «Системы уравнений». Понятия систем уравнений, отбор решений.

Под номером 10 – «Неравенства». Линейные неравенства. Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. ОДЗ. «Системы неравенств». Понятие системы неравенств. Отбор решений.

Под номером 11 – «Виды графиков». Прямая. Парабола. Гипербола. Квадратный корень. «Действия с графиками». Растяжение графиков. Сдвиги графиков.

Под номером 14 – «Формулы сокращенного умножения». ФСУ. Применение ФСУ в различных выражениях. «Упрощение выражений» Разложение на множители: вынесение общего множителя, группировка, применение ФСУ. Приведение выражений к общему знаменателю.

В части 2, под номером 21 – Алгебраические выражения, уравнения, системы уравнений, неравенства, системы неравенств.

И под номером 23 – «Функции и их свойства. Графики функций». Гиперболы. Параболы. Кусочно-непрерывные функции. Разные задачи.

Таким образом, понятно, что умения находить корни квадратного трехчлена, раскладывать их на множители и строить их графики функции могут пригодиться в пяти алгебраических заданиях. Из которых в двух заданиях за верное решение можно получить по 2 балла.

В части 1, задание 6 требуется решить уравнение $x^2 + x - 12 = 0$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответ записывается больший корень.

Решение: $x^2 + x - 12 = 0$.

$$a = 1;\ b = 1; c = -12$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (1)^2 - 4 * 1 * (-12) = 49$$

$$x_1 = \frac{-1 + 7}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-1 - 7}{2} = -4$$

Так как это уравнение имеет два корня, в ответ запишем больший.

Ответ: 3

Задание 14. Укажите решение системы неравенств.

$$\begin{cases} x + 2{,}6 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

Рис. 2. 1. 1

Решение:

$$\begin{cases} x + 2{,}6 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -2{,}60, \\ x \geq 1 - 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -2{,}60, \\ x \geq -4. \end{cases}$$

Итак, $x \in [-4; -2{,}6]$, значит, в ответ запишем: 2

Задание 21. (Из второй части экзамена. За это задание можно получить 2 балла если найти верное решение уравнения и обосновать его.)

$$x^4 = (4x - 5)^2$$

Решение: уравнение приводится к виду:

$$(x^2 - 4x + 5)(x^2 + 4x - 5) = 0$$

Решаем два квадратных уравнения.

Уравнение $(x^2 - 4x + 5) = 0$ не имеет корней.

Уравнение $(x^2 + 4x - 5) = 0$ имеет корни – 5 и 1.

Ответ: $-5, 1$

Задание 23. Нужно построить график функции:

$$y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$$

и определить , при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение:

$$y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$$

Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$$

При $x \neq -2$ и $x \neq 3$, функция принимает вид: $y = x^2 + x - 6$, ее графиком является парабола, из которой выколоты точки $(-2;\ -4)$ и $(3; 6)$.

Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0{,}5;\ -6{,}25)$. Поэтому $c = -6{,}25$, $c = -4$, или $c = 6$.

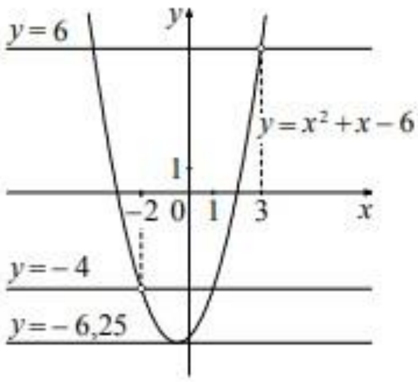

Рис. 2. 1. 2

Ответ: $c = -6{,}25, c = -4, c = 6$.

Чаще всего в школах, в начале учебного года рекомендуют приобрести учебное пособие с тренировочными тестовыми заданиями для подготовки к

ОГЭ. Одна из распространённых и актуальных в этом году книг: это пособие И.В. Ященко [28].

В учебнике 50 вариантов с двумя модулями заданий алгебра и геометрия, инструкции к выполнению заданий и ответы. Многие школьники пользуются этим пособием, как для самоподготовки, так и для работы с преподавателем, репетитором.

Рассмотрим 1 вариант тестовых заданий.

Задание 6. Найдите корни уравнения, в ответ запишите больший из них:

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

Решение:

$$a = 2;\ b = -5; c = -3$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-5)^2 - 4 * 2 * (-3) = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{49}}{2 * 2} = \frac{5 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = \frac{5+7}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2}$$

В ответ нужно записать больший корень.

Ответ: 3

Задание 10. Нужно установить соответствие между графиками функций вида $y = ax^2 + bx + c$ и знаками, коэффициентов a и c.

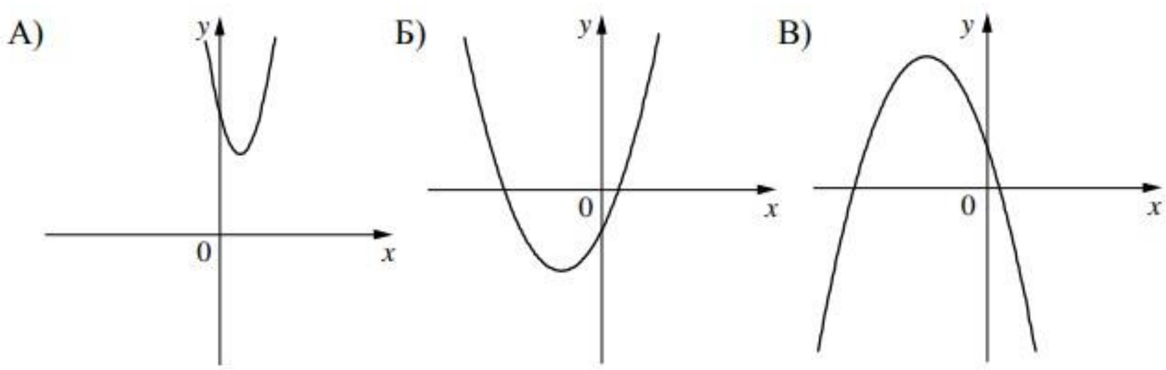

Рис. 2. 1. 3

Коэффициенты:

1) $a > 0,\ c < 0$;

2) $a < 0, c > 0$;

3) $a > 0, c > 0$;

В таблице под каждой буквой требуется записать соответствующий номер:

А	Б	В
3	1	2

Таблица 2. 1. 1

В бланк ответов нужно записывать числа без запятых.

Ответ: 312

Задание 14. Укажите значение неравенства $x^2 > 36$

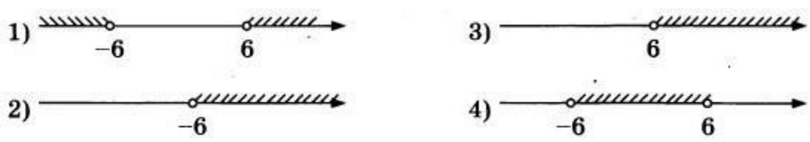

Рис. 2. 1. 4

Решение:

$$x^2 - 36 > 0$$

$$(x-6)(x+6) > 0$$

$$x_1 = 6;\ x_2 = -6$$

Значит, решение соответствует первому графику, в бланк ответов нужно записать:

Ответ: 1

Задание 21. Решите неравенство $(3x-7)^2 \geq (7x-3)^2$.

Решение:

$$(3x-7)^2-(7x-3)^2 \geq 0.$$

$$((3x-7)+(7x-3))((3x-7)-(7x-3)) \geq 0.$$

$$(3x+7x-7-3)(3x-7-7x+3) \geq 0.$$

$$(10x-10)(-4x-4) \geq 0.$$

Ответ: $x_1=1; x_2=-1$

Так как это задание из второй части экзамена, решение и ответ записывается на бланке ответов номер два, четким, разборчивым подчерком.

Задание 23. Построить график функции:

$$y=\frac{(x^2+3x+2)(x^2-4x+3)}{x^2-2x-3}$$

И определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение:

$$y=\frac{(x^2+3x+2)(x^2-4x+3)}{x^2-2x-3}$$

$$\frac{(x+1)(x+2)(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)}$$

$$(x+2)(x-1)=x^2+x-2$$

При $x \neq 3$ и $x \neq -1$, $x \in (-\infty;\ -1) \cup (-1;\ 3) \cup (3;\ +\infty)$.

Точки для графика:

$(-4;\ 10), (-3;\ 4), (-2;\ 0), (-1;\ -2)$ - выколота,

$(-0{,}5;\ -2{,}25), (0;\ -2), (1;\ 0), (2;\ 4), (3;\ 10)$ – выколота.

Прямая $y = m$ будет иметь только одну общую с графиком точку, если пройдет через вершину параболы, либо через ветвь параболы и выколотую точку. Получаем $y = -2{,}25;\ y = -2;\ y = 10$

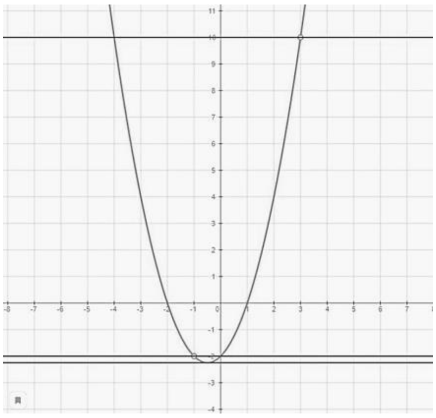

Рис. 2. 1. 5 График к заданию 23

Рассмотренные примеры подтверждают, что для успешной сдачи ОГЭ очень важно хорошо владеть свойствами квадратичной функции и уметь строить ее графики.

2.2 Опыт подготовки к ОГЭ по проблеме исследования

Важным моментом в успешном написании основного государственного экзамена по математике в 9 классе, является грамотная подготовка к нему. Практически каждый год происходят изменения в контрольно измерительных материалах. Меняются формулировки вопросов, они становятся более нестандартными, задаются в косвенной форме, а ответ на вопрос требует более детального анализа задачи.

Содержание задач имеет множество тонкостей, на отработку которых не предусмотрено время в рабочей программе. Из этой проблемы есть некоторые выходы, например:

1. Изменить тематическое планирование. Сократить время в тех темах, которые не встретятся на экзаменах в 9 и 11 классах, для этого нужно хорошо проанализировать экзаменационные задания. Ведь эти темы не требуют большой отработки навыков и изучаются для ознакомления.

Составить КТП так, что бы осталось больше часов на повторение пройденного материала.

2. Вносить в текущие задания задачи, которые встречаются в экзамене.

3. Включать задания из экзамена в содержание контрольных работ, самостоятельных.

4. Итоговое повторение посвятить отработке экзаменационных заданий, которые нужны для написания минимума.

5. Отработку второй части материала ОГЭ осуществлять на факультативе, кружке, консультациях, дополнительных занятиях.

При подготовке к ОГЭ важно знать специфику класса уровень знаний учащихся. Таким образом, проведение дополнительных занятий можно будет разделить на: консультации для слабых учащихся, с отработкой заданий из первой части; консультации для сильных ребят, где можно разобрать задания из второй части экзамена; и индивидуальные консультации.

На таких консультациях проводится ознакомление со спецификой написания экзамена. Учат работать с КИМ и бланком ответов. Объясняют систему оценивания заданий. Разбирают демонстративные варианты, которые предоставлены на сайте: [24] или отрабатывают материал в заранее приобретенных книгах, например: [30]. Домой дается задание решить вариант, чтобы потом, на консультации с учителем подробно разбирать те задачи, в которых дети столкнулись с трудностями.

Подробное исследование проводилось в МОУ «Стрелецкая СОШ» Белгородского района Белгородской области. В 9 классе математику преподает Костина Анжелика Владимировна, учитель первой категории.

Проанализировав работы учащихся МОУ «Стрелецкая СОШ» было выявлено, что большинство детей сталкиваются с трудностями при решении неравенств.

Разберем два самых частых типа решения неравенств. Первая и самая массовая ошибка: обучающиеся забывают, что при делении на отрицательное число знак неравенства меняется. Эту ошибку они допускают и при решении неравенств первой степени. Рассмотрим такой пример:

$$5 - 3x > 17$$

Первое, что здесь обычно делают правильно, переносят слагаемое 5 на другую сторону неравенства, получается $-3x > 17 - 5$

А затем делят на коэффициент перед x и получают

$$x > -4$$

Это неправильный ответ.

Часто дети забывают, что при умножении или делении на отрицательное число, знак неравенства меняется на противоположный. То есть, в данном случае получится ответ

$$x < -4$$

Второе, решение квадратичных неравенств. Причем если квадратичное неравенство полное, со всеми коэффициентами, сдающие вспоминают, что делать. Но проблемы появляются с решение неравенств следующего вида:

$$x^2 > 100$$

Дети видят, что и в левой и в правой части квадрат и извлекают из обеих частей корень. Получается:

$$x > 10$$

Пишут в ответ: $(10; +\infty)$. Это неверно.

Некоторые, вспоминают, что уравнение $x^2 = 100$ имеет два корня и тогда пишут, что

$$x > \pm 10$$

Далее отмечают два этих корня на числовой прямой, рисуют две дуги, пересекают и получают, тот же неверный ответ, что и в первом случае.

И совсем немногие внимательно выполняют это задание. Переносят все слагаемые в одну часть

$$x^2 - 100 > 0$$

С помощью использования формулы разности квадратов получают

$$(x - 10)(x + 10) > 0.$$

Получаются два корня, как и во втором случае ± 10.

Затем отмечают эти точки на числовой прямой и после этого расставляют знаки на всех получившихся промежутках. Так, как у нас было неравенство, в котором выражение больше нуля, то ответом будут те промежутки, где получился знак плюс.

Это два промежутка $(-\infty; -10) \cup (10; +\infty)$

2.3 Методические рекомендации

Анализ пробных экзаменационных работ учеников 9 класса МОУ «Стрелецкой СОШ» Белгородского района, показал, что уровень знаний математики у обучающихся - ниже среднего. Из 28 обучающихся семеро получили оценку 2, 15 человек – оценку 3, пятеро – оценку 4 и один обучающийся получил оценку 5. На основании таких результатов было необходимо сформулировать методические рекомендации для повышения эффективности подготовки обучающихся к ОГЭ по математике, в частности, к выполнению заданий на свойства квадратного трехчлена.

Общие рекомендации

(на основании требований к учителю-предметнику)

1. Для более успешной работы учителям-предметникам, в первую очередь необходимо пройти обучение по соответствующему направлению (подготовка к ОГЭ по математике), принимать участие в семинарах, вебинарах, методических мероприятиях, связанных с подготовкой к основным государственным экзаменам.
2. Учителю математики, работающему в 9 классе, следует в начале учебного года самостоятельно провести анализ экзаменационных работ выпускников прошлых лет и их результатов.
3. При подготовке обучающихся к ОГЭ важно обращать внимание на то

- насколько у них развит навык самоконтроля,
- умеют ли они проверять ответы на правдоподобие,

- имеют ли они вычислительные навыки.

4. Важную роль играет психологическая подготовленность детей. Ребенок будет спокоен тогда, когда будет уверен в своих силах. Поэтому учителю необходимо взаимодействовать со школьным психологом.

5. Нужно подробно ознакомить детей с системой проведения экзамена: с правилами заполнения бланков и работой с контрольно измерительными материалами. Объяснить, что не нужно торопиться выполнить, как можно скорее первую часть, чтобы приступить ко второй. Все-таки, за первую часть можно получить большее количество баллов. Поэтому важно внимательно, не спеша выполнять каждое задание. Все решения записывать в черновик.

5. Учитывая, что с устным счетом есть проблемы у большинства школьников, можно лишний раз обратить внимание на тот или иной пример, в котором правильный ответ во-многом зависит от правильных вычислений, то есть, надо развивать навыки устного счета.

Обсуждение проблемы обучения свойствам квадратного трехчлена с учителями МОУ «Стрелецкой СОШ» позволило выработать *методические рекомендации для подготовки к выполнению заданий ОГЭ, связанных со свойствами квадратного трехчлена*.

Преамбулой этих рекомендаций является тезис о том, что знания, которые даются в школе, это, так называемая, база. Чаще всего в школе идет работа на то, чтобы весь класс сдал экзамен, то есть, чтобы обучающиеся обязательно набрали минимальное число баллов, необходимых для оценки 3. Ведется интенсивная подготовка по 10 базовым заданиям (для того чтобы набрать порог, минимум 8 баллов). А получение более высокой оценки – это уже, в основном, забота самих обучающихся.

Таким образом времени на отработку более сложных заданий остается меньше. В таком случае, ребенок должен сам понимать всю ответственность подготовки, и вспомогательными моментами могут послужить видео уроки.

Плюсы такой самоподготовки огромные:

Во-первых, ребенок может выбрать того преподавателя, которого ему будет понятно и интересно слушать.

Во-вторых, в отличие от школьного урока, здесь всегда можно нажать на паузу, отмотать назад, прослушать несколько раз, если с первого раза не понятно.

В третьих, такой подготовкой можно заниматься в любое удобное для ребенка время. Не подстраиваясь под школу, расписание учителей, репетитора.

Тем не менее, с учителя не снимается ответственность за подготовку и к более сложным заданиям. В рамках программы за минимальное количество часов можно дать основы знаний, которые помогут обучающимся выполнить экзаменационные задания.

По разделу «Квадратичная функция» можно выделить такие советы для подготовки обучающихся к ОГЭ:

- Так как, необходимо твердое усвоение понятия квадратичной функции и умение строить ее график, то необходимо увеличить количество заданий, в который отрабатываются эти моменты;
- Обучающиеся должны хорошо решать квадратные уравнения и понимать, что корни квадратного трехчлена, которые еще называются нулями этой функции, можно найти, если решить квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$. Следовательно, для построения графика квадратичной функции нужно уметь решать квадратные уравнения, то есть, начиная с первых дней обучения в 9 классе, надо постоянно давать задания на нахождение корней квадратных уравнений, в том числе, с использованием теоремы Виета;
- Необходима сформированность умений определять поведение графика квадратичной функции в зависимости от коэффициентов квадратного трехчлена. Эти умения помогают справиться с

выполнением заданий из КИМов для ОГЭ по математике. Следовательно, на уроках и на дополнительных занятиях необходимо чаще использовать задания на исследование квадратичной функции по ее графику, выясняя знаки коэффициентов этой функции, а в отдельных случаях, и восстанавливая аналитическое задание функции по ее графику;

- Для успешного решения квадратных неравенств необходима выработка умения использовать построение графиков квадратичной функции и чтения этих графиков, или схематическое представление о графике. Задания, связанные с этой темой должны периодически включаться в домашнюю и самостоятельную работу обучающихся;
- При подготовке обучающихся к ОГЭ к выполнению заданий на свойства квадратного трехчлена полезно использовать пособия, указанные в списке литературы к данной ВКР: [1] - [4], [6], [7], [15] – [17], [19] – [22], [25] – [30];
- Большую помощь в работе учителя оказывают Интернет-ресурсы ([23]-[24]).

Выполнение рекомендаций учителем математики в 2018-2019 учебном году позволило обучающимся 9 класса МОУ «Стрелецкая СОШ» Белгородского района лучше подготовиться к ОГЭ по математике. Проверка готовности к государственному экзамену была проведена на проверочной контрольной работе в апреле 2019 года. Итоги работы по выполнению заданий, связанных со свойствами квадратного трехчлена, показали, что, в целом, обучающиеся готовы к выполнению заданий на эту тему. С заданием типа 6 из КИМ (нахождение корней квадратного уравнения) справились 18 из 19 обучающихся. Задание на установление соответствия между графиками функций и формулами их задающими, верно выполнили 12 обучающихся (63%), Задание на определение значения одного из коэффициентов выполнили

10 обучающихся (55%), квадратное неравенство правильно также решили 10 человек (55%). А вот задание из 2 части, связанное с квадратным трехчленом, взялись решать только 7 обучающихся, а решили правильно 4 человека.

Можно сделать вывод, что правильная организация обучения свойствам квадратного трехчлена помогает увеличить качество подготовки к ОГЭ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В выпускной квалификационной работе рассмотрены вопросы, связанные с обучением свойствам квадратного трехчлена.

В результате изучения методической литературы, анализа учебников и программ выяснилось, что вопросы, связанные с квадратным трехчленом, являются важными для успешного овладения курсом математики основной школы.

В работе был проведен сравнительный анализ двух учебно-методических комплексов, используемых для обучения математике в основной школе. Это комплекс учебников и пособий под редакцией Ю.Н. Макарычева ([8]-[10]) и комплекс под редакцией Ю.Г. Мерзляка ([11]-[14]). Было выяснено, что по содержанию эти комплексы, в основном, обеспечивают подготовку по изучению свойств квадратного трехчлена, имея небольшие различия в последовательности изложения материала и его объеме. Оказалось, что задания контрольных работ по этой теме, предусмотренные по программе А.Г. Мерзляка, гораздо сложнее и объемнее заданий, взятых по программе Ю. Н. Макарычева.

Также анализ учебников под редакцией Ю.Н. Макарычева и Ю.Г. Мерзляка показал, что методики и технологии обучения свойствам квадратного трехчлена определяются особенностями того учебника, по которому ведется преподавание. Оказалось, что более творческие задания включены в учебник Ю.Г. Мерзляка, что предполагает активные методы обучения. Но следует отметить, что традиционные методы обучения и методики применимы в случае использования любого пособия для достижения базового уровня усвоения знаний.

Вторая глава данной работы посвящена вопросам подготовки к ОГЭ по математике по разделам, связанным с квадратичной функцией. Был проведен анализ контрольно-измерительных материалов (КИМ). Подробный разбор заданий по теме ВКР позволил выделить моменты в обучении, на которые надо обратить внимание учителю при организации подготовки к экзамену.

Было выяснено, что для успешной сдачи 1 части экзамена надо уметь решать квадратные уравнения и неравенства и проводить сопоставления графиков и выражений для функций. Для выполнения заданий второй части необходима отработка умения строить графики квадратичной функции и хорошо разбираться в понятии «область определения функции».

Также был изучен опыт организации обучения свойствам квадратичного трехчлена в условиях подготовки к ОГЭ по математике в МОУ «Стрелецкая СОШ» Белгородского района Белгородской области.

В результате изучения работ учителей и методистов и обсуждения с учителями Стрелецкой СОШ были сформулированы методические рекомендации по организации подготовки к ОГЭ. В рекомендациях было отмечено, что школа должна обеспечивать базовую подготовку, т.е. минимальный уровень, позволяющий ученику сдать итоговый экзамен, а более высокий уровень может быть достигнут теми обучающимися, которые сотрудничают с учителем и выполняют дополнительную самостоятельную работу.

По заданиям, связанным с квадратичной функцией, были выработаны дополнительные рекомендации, которые будут способствовать успешному овладению обучающимися необходимыми знаниями и навыками.

Также в работе отражены итоги работы учителя математики Стрелецкой СОШ в 2018/19 учебном году, которые подтверждают, что коллективно выработанные рекомендации по подготовке к ОГЭ (по заданиям на использование свойств квадратичной функции) помогают в успешной подготовке к экзамену.

Список использованной литературы

1. Балаян Э.Н. Справочник по математике для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ / Э.Н. Балаян, З.Н. Каспарова. – М.: Феникс, 2018. – 265 с.
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике /сост. М.Я. Выгодский. - М.: Наука, 1995. - 650 с.
3. Гашков С.Б. Квадратный трехчлен в задачах /С.Б. Гашков [электронное издание] – URL: http://маткнига.рф/wp-content/uploads/2017/03/978-5-4439-2443-4-Gashkov-Kvadratnyj-trehchlen.pdf, (дата обращения 29. 11. 2018)
4. Денищева Л.О. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену. Математика / Л.О. Денищева, Ю.А. Глазков и др. - М.: Ителлект - Центр, 2003. - 284 с.
5. Зайцева Н.В. Конспект урока математики по теме Квадратный трехчлен в 9 классе. // [Электронное издание]https://znanio.ru/media/konspekt_uroka_kvadratnyj_tryohchlen_9_klass_matematika-66021/79390.
6. Иванов О.А. Элементарная математика для школьников, студентов и преподавателей / О.А. Иванов. – М.: МЦНМО, 2014. - 450 с.
7. Костюкевич К.Н. Квадратный трехчлен. Разложение квадратного трехчлена на множители // [электронный ресурс] – URL: http://cos-cos.ru/math/133/, (дата обращения 24.11.2018).
8. Макарычев Ю.Н. Учебник Алгебра 9 класс / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. М.: Просвещение, 2014. – 270 с.
9. Макарычев Ю.Н. Учебник Алгебра 8 класс / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. М.: Просвещение, 2013. – 290 с.
10. Макарычев Ю.Н. Учебник Алгебра 7 класс / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. М.: Просвещение, 2016. – 287 с.
11. Мерзляк А.Г. Учебник Алгебра 9 класс / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир . М.: Вентана-Граф, 2016. – 340 с.
12. Мерзляк А.Г. Учебник Алгебра 8 класс / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир . М.: Вентана-Граф, 2014. – 324 с.

13. Мерзляк А.Г. Учебник Алгебра 7 класс / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2014. - 343 с.

14. Мерзляк А.Г. Рабочие программы 5-11 класс // А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2014. – 332 с.

15. Муравин Г.К. Учебник Алгебра 9 класс / Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина. - М.: Дрофа, 2014 – 316 с.

16. Новоселов С.И. Специальный курс элементарной алгебры / С.И. Новоселов. – М.: Просвещение, 1990. – 223 с.

17. Прасолов В. В. Многочлены / 3-е изд, исправленное / В.В. Прасолов. — М.: МЦНМО, 2003. – 97 с.

18. Романишена И. В. /Конспект. Урок по алгебре 9 класс. Квадратный трехчлен и его корни. [электронный ресурс] // https://www.infouroki.net/urok-po-algebre-v-9-klasse-korni-kvadratnogo-trehchlena.html, (дата обращения 18. 03. 2019)

19. Рубин А.Г. Учебник Алгебра 9 класс / А.Г. Рубин, П.В. Чулков. –М.: БАЛАСС, 2015. – 280 с.

20. Савин А.П. Энциклопедический словарь юного математика / А.П. Савин – М.: Педагогика, 1990. - 347 с.

21. Сойер У.У. Путь в современную математику / У.У. Сойер - М.: Мир, 1972. - 200 с.

22. Стойлова Л.П. Математика / Л.П. Стойлова – М.: Академия, 2002. 424 с.

23. ФИПИ. / Демонстративный вариант [электронный ресурс] URL: http://epmat.ru/wp-content/uploads/2019/01/MA_OGE_DEMO-2019.pdf,

24. ФИПИ./ ОГЭ 2019/ Банк заданий [электронный ресурс] URL: http://oge.fipi.ru/os/xmodules/qprint/index.php?proj=DE0E276E497AB3784C3FC4CC20248DC0.

25. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач / И.Ф. Шарыгин. - М.: Просвещение, 1989. – 466 с.

26. Шахно К.У. Справочник по математике. -3-е изд., испр и доп / К.У. Шахно. – Минск: Высшая школа, 1987. – 336 с.

27. Цыпкин А.Г. Справочник по методам решения задач по математике / А.Г. Цыпкин, А.И. Пинский.; под ред. Т.В. Шароватовой. - М.: Наука: Физматлит, 1989. – 221 с.

28. Шестаков С.А. Уравнения с параметрами / С.А. Шестаков, Е.В. Юрченко и др. -М.: Слог, 1993. – 340 с.

29. Яковлев И.В. /Параметры и квадратный трехчлен .2 // [электронный ресурс] – URL: http://mathus.ru/math/parameter-quad2.pdf, (дата обращения 12.12.2018)

30. Ященко И.В. Математика 9 класс ОГЭ 2019 сборник 50 вариантов / И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий, Л.О. Рослова, Л.В. Кузнецова, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков. – М.: Экзамен, 2019. – 305 с.