

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
( **Н И У « Б е л Г У »** )

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

**ОРГАНИЗАЦИЯ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ПЛАНИМЕТРИИ НА  
ЭЛЕКТИВНОМ КУРСЕ**

Выпускная квалификационная работа  
обучающегося по направлению подготовки 44.03.01  
Педагогическое образование, профиль математика  
очной формы обучения, группы 02041502  
Карабейцкой Юлии Алексеевны

Научный руководитель  
к.ф.- м.н., доцент  
Борисовский И.П.

БЕЛГОРОД 2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ЭЛЕКТИВНЫХ КУРСОВ .....	8
1.1 Понятие «Элективный курс»: задачи, классификации, функции элективного курса.....	8
1.2 Элективные курсы по математике в условиях профильного обучения школьников старшей ступени .....	14
1.3 Принципы отбора содержания и требования для разработки элективного курса по геометрии.....	22
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИИ НА ЭЛЕКТИВНОМ КУРСЕ ПО ГЕОМЕТРИИ .....	29
2.1 Анализ школьных учебников по геометрии .....	29
2.2 Организация изучения и повторения курса планиметрии на элективном курсе.....	33
2.3 Разработка элективного курса «Избранные задачи планиметрии» в условиях профильной подготовки обучающихся среднего (полного) образования.....	37
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	45
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	48
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	53

## **ВВЕДЕНИЕ**

Современное общество терпит множество стремительных изменений на протяжении последнего десятилетия, которые оказывают непосредственное влияние на нашу повседневную жизнь: появляются новые политические партии, новые законы, изменяются моральные нормы и нормы взаимоотношения между людьми. Изменения не обошли и систему образования в Российской Федерации. Они тесно связаны с новизной требований частного и социального характера как к системе общего образования, так к образовательной системе в целом, так как образование остается одной из важнейших этапов в жизни каждого человека.

В обстановке жесткой профессиональной конкуренции личности необходимо постоянно развиваться. Из этих побуждений на территории Российской Федерации в школы вводится профильное обучение (в основном в старшее звено общеобразовательных школ).

Обучение в старших классах общеобразовательной школы организовано дифференцированно и осуществляется на основе сочетаний курсов трех типов: базовых, профильных, элективных. Каждый из трех типов помогает в решении задач, а также достижению целей профильного обучения.

На данных уровнях обучения также преподаются и математические дисциплины: алгебра, геометрия, начала математического анализа. Однако в современной школе приоритет отдается алгебре и началам математического анализа. Хотя геометрия и изучается школьниками на всех представленных типов курсов, в том числе и элективных, но в результате данному предмету отводят меньше внимания, нежели другим математическим дисциплинам.

Именно поэтому разработка элективного курса по геометрии достаточно актуальна в настоящее время.

Раздел «Планиметрия» был выбран не случайно. Планиметрия изучается школьниками с седьмой по девятый классы. В течение данного

периода рассматривается множество тем планиметрии. Однако, как показывает практика, к одиннадцатому классу уровень полученных знаний по данному разделу снижается ввиду различных факторов. Тем не менее, эти знания необходимы обучающимся при сдаче государственных экзаменов, а также для осознанного усвоения, более глубокого изучения геометрического материала, расширения кругозора.

Исходя из данных размышлений, элективный курс по планиметрии, разделу геометрии разрабатывается для выпускников, однако он может быть адаптирован для обучающихся девярых-десятых классов.

При непосредственной разработке элективного курса следует учитывать уже существующие программы элективных курсов, созданием которых занимаются не только учителя-практики, но и преподаватели ВУЗов, авторы учебников по математике для школьников: А.Ж. Жафьяров [17], Л.С. Сагателова [35], И.М. Смирнова [37], Е.А. Ермак[14], И.М. Дмитриева [9] и др.

Таким образом, можно отметить, что элективные курсы по геометрии необходимы в условиях профильного обучения в старшем звене общеобразовательной школы. Они должны быть ориентированы на расширение кругозора обучающихся по геометрии, подготовку к государственным экзаменам, а также на дальнейшее обучение математике.

**Проблема:** разработка программы элективного курса по геометрии «Избранные задачи планиметрии», направленного на подготовку старшеклассников к государственным экзаменам, расширение кругозора обучающихся, помощь в дальнейшем изучении геометрии и математики в целом.

**Объект исследования:** элективные курсы в условиях профильного обучения математики.

**Предмет исследования:** элективный курс по геометрии, который предполагает изучения теоретических аспектов планиметрии и дальнейшее применения полученных знаний при решении геометрических задач.

**Цель исследования:** изучение теоретического материала по разработке программы элективного курса и его дальнейшая реализация в условиях профильного обучения старшекласников, а также непосредственная разработка элективного курса по геометрии.

Для достижения поставленной цели выпускной квалификационной работы необходимо решить следующие **задачи**:

1. изучить нормативную, педагогическую и методологическую основы выпускной квалификационной работы, для определения принципов разработки элективных курсов;
2. определить место, роль, функции элективного курса по геометрии в условиях профильного обучения старшекласников;
3. разработать элективный курс по геометрии «Избранные задачи планиметрии».

**Теоретическую базу исследования** профильного обучения составляют работы таких ученых как Дорофеева Г.В., Смирнова И.М., Атанасян С.Л., Орлов В.А. и др. Также были рассмотрены работы по геометрии, геометрические задачки таких авторов и ученых как Атанасян Л.С., Сагателова Л.С., Прасолов В.В., Шарыгин И.Ф. и др.

**Методы исследования** в данной работе:

1. Анализ психолого-педагогической, научной и учебно-методической литературы. Данные методы позволили определить роль, функции, задачи элективных курсов в условиях профильного обучения математике старшекласников общеобразовательных школ, на основе имеющихся положений на данную тему, а также разработанных элективных курсов по геометрии.
2. Сравнение и обобщение сведений в условиях постоянно развивающейся системы образования в современном обществе. Данный метод позволил определить актуальность работы, основные цели и направления исследования.

3. Теоретическое обоснование и разработка методики экспериментального исследования. С помощью данного метода происходила непосредственная разработка программы элективного курса по геометрии «Избранные задачи планиметрии».

**Теоретическая значимость** выпускной квалификационной работы заключается в том, что в ней четко отмечены роль, цели, функции элективных курсов по геометрии в условиях профильного обучения математике, отобраны и выделены критерии и принципы отбора содержания элективных курсов по геометрии, которые обеспечивают связь между базовым, профильным и элективным курсами профильного обучения. Также разработан элективный курс по геометрии «Избранные задачи планиметрии», для обучающихся старших классов общеобразовательной школы, с учетом представленных в выпускной квалификационной работе критериев по проектированию элективных курсов.

**Практическая значимость** результатов работы составляет содержание элективного курса по геометрии «Избранные задачи планиметрии», которое может, как использоваться учителями на практике при реализации профильного обучения старшеклассников, так и быть основой или дополняющей информацией для проектирования нового элективного курса по геометрии.

**Структура:** выпускная квалификационная работа состоит из:

- Введения, в котором отражены актуальность, предмет, объект, определены цель, задачи, методы исследования, а также отмечена значимость работы.

- Первой главы, которая включает в себя три параграфа, раскрывает основные теоретические аспекты элективных курсов в условиях профильного обучения, требования к программам элективных курсов по математике.

- Второй главы, включающей в себя два параграфа, которая показывает, как идет процесс обучения геометрии на элективных курсах,

содержит программу элективного курса по геометрии «Избранные задачи планиметрии».

- Заключение, отражающего основные выводы по проблеме выпускной квалификационной работы.

- Списка литературы.

- Приложение.

## **ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ЭЛЕКТИВНЫХ КУРСОВ**

### **1.1 Понятие «Элективный курс»: задачи, классификации, функции элективного курса**

В начале 21 века для российской системы образования встал вопрос о том, что необходимо структурировать увеличивающееся с каждым годом количество информации для более успешного её усвоения обучающимися. Отталкиваясь от поставленной проблемы, Министерство Образования Российской Федерации в 2001 году разработало Концепцию модернизации российского образования на период до 2010 г. [19].

18 июля 2002 года был издан приказ Министерства Образования Российской Федерации «Об утверждении Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования». Согласно данному документу, профильное обучение – это средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитывать интересы, склонности и способности учащихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования [32].

С помощью профильного обучения обучающиеся находятся в условиях реализации личностно-ориентированного учебного процесса. При этом сам учебный процесс становится в каком-то смысле «гибким»: обучающиеся получают расширенный спектр возможностей для построения индивидуальной траектории образования.

Одной из целей профильного обучения является создание условий для дифференциации содержания обучения учащихся общеобразовательных школ, что, в свою очередь, позволяет выстроить обучающимся индивидуальные образовательные планы. Достигнуть данную цель профильного обучения можно при грамотном сочетании различных учебных

курсов: базовых общеобразовательных, профильных общеобразовательных, элективных. Каждый из курсов этих трех типов вносит свой вклад в решение задач профильного обучения. Однако для каждого из типов курсов существуют свои конкретные задачи. И только с помощью комбинирования данных курсов в учебном плане обучающихся можно в полной мере достигнуть поставленных целей обучения школьников.

Итак, базовые общеобразовательные курсы представляют собой курсы, которые являются обязательными для изучения всем школьникам и направлены на завершение общеобразовательной подготовки учащихся.

Профильные курсы, в свою очередь, ориентированы на углубленное изучение отдельных учебных предметов, курсы повышенного уровня, и направлены, прежде всего, на подготовку выпускников школы к последующему профессиональному самоопределению и образованию.

Элективные курсы, в первую очередь, направлены на удовлетворение индивидуальных образовательных интересов и склонностей обучающихся. Именно они являются одним из важных средств построения индивидуального учебного плана, так как элективные курсы в большей степени связаны с самостоятельным выбором обучающегося содержания образования, зависящего от его возможностей и дальнейших жизненных планов.

Элективные курсы во многом дополняют достаточно ограниченные возможности базовых и профильных курсов, то есть с их помощью обучающиеся делают разнообразнее своё обучение, получают тем самым возможность изучать то, что не входит в основную образовательную программу. Данная роль элективных курсов в условиях профильного обучения подразумевает широкий спектр задач и функций.

Таким образом, элективные курсы – это обязательные для посещения курсы по выбору обучающихся, входящие в состав профиля на старшей ступени школы [32]. Другими словами, элективные курсы – это курсы,

которые входят в состав профильных общеобразовательных предметов и способствуют углублению профильного обучения [12].

Можно сказать, что элективные курсы выполняют различные функции, однако выделим три основных функции [5]:

1. Функция «надстройки» обучения, то есть элективные курсы служат дополнениями к основному содержанию профильного курса. В таком случае дополненный курс становится в полной мере углубленным, а школа (класс) становится спецшколой с углубленным изучением отдельных учебных предметов.

2. Функция развития содержания одного из базисных курсов. С помощью данной функции элективные курсы становятся дополнительным шансом для обучающихся получить дополнительные знания по предмету, углубить знания в программе базисного курса, изучение которого в данной общеобразовательной школе (классе) находится на минимальном образовательном уровне.

3. Функция удовлетворения познавательных интересов. Элективные курса – это один из способов обучающихся самостоятельно выбрать, а в дальнейшем изучать то, что их действительно интересует, что может пригодиться выпускникам при профессиональном самоопределении.

Независимо от того, какого вида элективные курсы, они выполняют представленные выше функции. Однако следует рассмотреть типологию элективных курсов более подробно.

Элективные курсы условно можно разделить на две большие группы [27]:

1. Элективные курсы предпрофильной подготовки обучающихся 8-9 классов;

2. Элективные курсы профильной подготовки обучающихся 10-11 классов.

Создание различных элективных курсов рассматривается в рамках данной возрастной категории. Это значит, что программы курсов должны

соответствовать и физическому, и психологическому развитию обучающихся. Главное отличие элективных курсов профильной и предпрофильной подготовки обучающихся в объеме проводимых занятий:

- Предпрофильная подготовка обучающихся 8-9 классов – 8-34 часа;
- Профильная подготовка обучающихся 10-11 классов – 36-72 часа.

Это главные отличие при разработке элективных курсов 8-9 классов и 10-11 классов, однако, требования к проектированию программ элективных курсов схожи [6].

Рассмотрим также несколько классификаций элективных курсов.

Можно выделить элективные курсы, исходя из их направления [26]:

1. Предметные элективные курсы – это курсы, способствующие углублению и расширению предметных знаний, которые являются частью базисного плана общеобразовательной школы.

В свою очередь, предметные элективные курсы можно разделить на следующие группы:

1.1 Элективные курсы повышенного уровня. С помощью данного вида элективного курса обучающиеся смогут изучать учебный предмет не на профильном уровне, а на углубленном, что позволит им получить более обширные и полные знания по тому или иному предмету.

1.2 Элективные курсы, которые позволяют обучающимся изучать на углубленном уровне отдельные разделы основного курса, относящиеся к обязательной программе данного предмета.

1.3 Элективные курсы, которые позволяют обучающимся изучать на углубленном уровне отдельные разделы основного курса, не относящиеся к обязательной программе данного предмета.

1.4 Элективные курсы, посвященные изучению методов познания природы.

1.5 Элективные курсы, которые посвящены изучению основным методам решения различного рода задач, а также непосредственному составлению и решению задач на основе проведенного эксперимента.

2. Межпредметные (ориентационные) элективные курсы – это курсы, которые позволяют обучающимся выстраивать межпредметные связи и дают им возможность изучать смежные учебные предметы на углубленном уровне.

Межпредметные элективные курсы условно можно разделить на:

2.1 Прикладные элективные курсы – это курсы, с помощью которых обучающиеся знакомятся с наиболее важными методами применения теоретических знаний на практике. Основная задача данного вида элективных курсов – это развитие интереса обучающихся к современной технике и производству.

2.2 Элективные курсы, с помощью которых обучающиеся познают историю того или иного предмета, как входящего в базисный учебный план (история математики, информатики, биологии, физики и др.), так и не входящего в него (история религии, философии и др.).

3. Элективные курсы, не входящие в базисный учебный план – это курсы, направленные на психологические, социальные, эстетические, культурологические и т.д. проблемы. С помощью данных элективных курсов обучающиеся смогут получить наиболее широкое представление о современном обществе, а также познать спектр возможных направлений для удовлетворения своих профессиональных потребностей.

Также, существует классификация, которая разделяет элективные курсы на следующие виды [8]:

1. Пробные элективные курсы. С помощью данного вида элективных курсов обучающиеся имеют возможность познакомиться с научными и практическими видами деятельности человека.

2. Ориентационные элективные курсы, которые направлены на ориентацию в той или иной сфере предмета. Для достижения поставленных целей элективного курса данного типа обучающимся будет необходимо пользоваться научно-популярной литературой, пособиями для поступающих в ВУЗы и др.

3. Общекультурные элективные курсы – это курсы, которые позволяют развить социальную, культурную составляющую личности обучающегося. Данные элективные курсы могут преподаваться для школьников любого профиля.

4. Углубляющие элективные курсы – это курсы, с помощью которых школьники смогут углубить и расширить знания по соответствующим разделам базового курса, а также изучить дополнительный материал, не входящий в базисный план школы.

Все рассмотренные выше типы элективных курсов должны способствовать решению таких задач, как [2]:

1. Создание необходимых условий для утверждения обучающимся своего выбора направления подготовки и профессиональной деятельности. Если же школьник понимает в течение изучения элективного курса, что данное направление не подходит ему, то старшеклассник сможет вовремя пересмотреть сделанный им выбор, и изменить его в другую сторону.

2. Оказание помощи обучающимся, которые выбрали для себя образовательную область, в более тщательном, углубленном изучении предмета, понимания многообразия видов деятельности с ней связанных.

3. Удовлетворение естественного любопытства школьников в какой-либо области знаний, которые не представлены в базисном учебном плане.

4. Знакомство с дополнительными разделами учебного материала.

5. Развитие способностей обучающегося к самостоятельной и осознанной познавательной деятельности.

Итак, рассмотрев функции, виды и задачи элективных курсов, можно отметить, элективные курсы – это один из способов для обучающихся реализовать свой образовательный потенциал, удовлетворить свои профессиональные потребности, расширить и углубить свои знания, как по отдельным разделам школьных предметов, так и попробовать себя в изучении тех областей, которые не затрагивает школа.

Поэтому внедрение элективных курсов в предпрофильные и профильные классы позволяет выстраивать личностно ориентированный план обучения школьников, дает положительный результат в освоении учебного предмета, а также решает задачи профессионального самоопределения обучающихся.

## **1.2 Элективные курсы по математике в условиях профильного обучения школьников старшей ступени**

Одной из траекторий реализации профильного обучения в общеобразовательных школах старшего звена является создание профильных классов, то есть создание классов, в которых изучение некоторых школьных предметов ведется на профильном уровне [41]. Осуществление такого обучения возможно за счет увеличения материала профильных и уменьшения материала непрофильных предметов.

Базовый уровень учебного предмета направлен на формирование общей культуры, развитие личностных качеств обучающихся, формирование мировоззрения, социализацию школьников, а также на представление ими ориентиров в будущем профессиональном самоопределении, а в дальнейшем и деятельности.

Изучение определенных школьных предметов на профильном уровне выбирается обучающимися исходя из их образовательных склонностей, потребностей, личных интересов, что позволяет им с большей вероятностью достичь поставленных целей обучения. С помощью такого подхода к обучению в общеобразовательной школе старшеклассники получают возможность достаточно четко определиться с будущей профессиональной деятельностью, а также получить первые практические навыки деятельности, предшествующей профессиональной.

Однако некоторые обучающиеся желают изучать на углубленном уровне школьные предметы, которые редко изучаются в условиях одного

профиля. К примеру, старшеклассник из социально-гуманитарного профиля изучает на углубленном уровне русский язык и литературу, но его в равной степени интересуют точные науки. В таком случае администрация общеобразовательной школы предлагает обучающемуся выбрать подходящие для него элективные курсы, которые помогут ему на более глубоком уровне изучать базовые предметы курса: математику или же физику.

Таким образом, следует рассмотреть элективные курсы по математике в условиях профильного обучения школьников старшего звена.

На данный момент в Белгородских школах и школах районов Белгородской области можно встретить следующие профильные классы в старшей школе [19]:

- физико-математический;
- химико-биологический;
- социально-экономический;
- социально-гуманитарный;
- универсальное обучение (непрофильные классы).

В каждом из этих профилей учебный план различный: как в наборе учебных предметов, так и в количестве часов, отведенным на изучение этих предметов. Поэтому и разработка, а также отбор элективных курсов по математике будет проходить с условием того, в каком профиле он будет преподаваться.

Однако, независимо от того, для какого профиля разработан элективный курс по математике, он преследует следующие цели обучения [20]:

1. Дополнение содержания базового курса математики, что позволяет обучающимся изучать математические предметы на более углубленном уровне, а также осуществление подготовки школьников к государственным экзаменам.

2. Развитие математического мышления у обучающихся, воспитание ответственности, положительного отношения к математике, а также

воспитание личностных качеств школьников с помощью углубленного изучения математики.

3. Удовлетворение познавательных интересов обучающихся, в том числе тех, которые выходят за рамки основного базового курса математики.

Но прежде чем разрабатывать и внедрять в учебный процесс элективные курсы по математике, необходимо выяснить, в чем заключается особенность изучения математики в различных профилях старшего звена общеобразовательных школах, а также отметить особенности и отличие элективных курсов по математике в различных профилях.

Физико-математический и химико-биологический профиль относятся к естественно-математическому профилю обучения старшеклассников [19]. Отсюда следует, что в обоих профилях математика является профильным общеобразовательным предметом, на изучение которой в неделю отведено:

- физико-математический профиль – 6 часов математики в неделю;
- химико-биологический профиль – 5 часов математики в неделю;

Старшеклассники, которые отдают предпочтения данным профилям, имеют склонность к изучению точных наук.

Элективные курсы по математике, которые разработаны для реализации в физико-математическом профиле и их краткое содержание:

1. Функционально-графический подход к решению задач с параметрами и модулем (элективный курс ориентирован на 10-11 класс, 34 часа): определение понятия модуль, решение уравнений на определение модуля; построение графиков, содержащих знак модуля; обобщенный метод интервалов: решение простейших задач, задач, сводящихся к квадратному трехчлену с параметром; приемы составления задач с параметрами, используя графики различных соответствий и уравнений; комбинированные задачи с параметром и знаком модуля; решение олимпиадных задач, задач части 2 ЕГЭ.

2. Решение нестандартных задач по математике (элективный курс разработан для 10-11 классов, 68 часов) [11]: алгебраические выражения;

функции и графики; тождественные преобразования тригонометрических выражений; геометрические задачи; решение уравнений, содержащих показательные и логарифмические функции; тестовые задачи; типичные ошибки абитуриентов при поступлении в ВУЗы.

Социально-экономический профиль предполагает изучение математики для ее применения в качестве одного из элементов профессиональной подготовки [34]. Отличие данного профиля от естественно-математического заключается в том, что математика в условиях социально-экономического профиля играет роль аппарата или средства для познания окружающего мира. Математика изучается в течение 5 часов в неделю на базовом общеобразовательном уровне[19].

Исходя из этого, рассмотренные элективные курсы имеют, в основном, экономическую направленность:

1. Математика в экономике (элективный курс для 10-11 классов, 68 часов) [38]: экономико-математические методы (модели и моделирование, математическая модель решения задач и т.д.), элементарная математика и логика в экономике (доли, проценты, сложные проценты, методы перебора и т.д.), методы исследования операций в экономике (методы оптимизации, матрицы, множества, определение вероятности, теория игр и т.д.).

2. Экономическая математика (элективный курс ориентирован на 10 класс, 34 часа) [23]: функции и их свойства, рыночное равновесие, экономические задачи, последовательности, элементы комбинаторики и теории вероятностей, понятия о графах.

Социально-гуманитарный профиль выбирают старшеклассники, у которых выражена склонность к гуманитарным дисциплинам, которые в меньшей степени планируют связать свою жизнь с математикой. В таких условиях, математика изучается на базовом общеобразовательном уровне в течение 4 часа в неделю[19].

Для обучающихся социально-гуманитарного профиля элективные курсы по математике направленные, в основном, на формирование

человеческого мышления: синтеза, анализа, абстрагирования, обобщения, систематизирования. Также они ориентированы на изучение различных математических методов, которые используются для обработки результатов исследований в психологии, педагогике, истории и т.д.

Если обучающиеся физико-математического и социально-экономического профилей осознают, для чего им необходима математика, то зачастую обучающиеся социально-гуманитарного профиля недостаточно мотивированы в изучении математических дисциплин. Поэтому при разработке или подборе элективных курсов по математике в условиях данного профиля необходимо понимать, как мотивировать обучающихся для изучения математики (например, при изучении натурального логарифма обучающимся будут интересны замечания о числе  $e$ ).

Элективные курсы по математике, которые разработаны для реализации в социально-гуманитарном профиле и их краткое содержание:

1. Избранные вопросы математики (элективный курс для 10 класса, 34 часа): решение задач с практическим содержанием, решение текстовых задач, решение задач по планиметрии, уравнения и системы уравнений.

2. Математика в задачах (элективный курс для 10-11 классов, 68 часов): выражения и преобразования, уравнения и неравенства, функции, числовые выражения.

Однако в большинстве школ РФ наряду с профильными классами существуют, так называемые, универсальные (непрофильные) классы. Такой профиль обучения старшеклассников предусматривает изучение всех предметов на базовом уровне, в том числе и математические предметы, на изучение которых отводится 4 часа в неделю[19].

Также особенностью универсального класса является то, что в условиях изучения школьных предметов на базовом уровне, выделяется большее количество часов элективных курсов, с помощью которых обучающиеся имеют возможность «добрать» недостающих им часов для более углубленного изучения различных предметов.

Если же рассматривать непрофильные классы в условиях обучения математике для школьников старшей ступени, то можно отметить, что в таких классах обучаются дети с различной степенью заинтересованности в математических предметах. Среди обучающихся в одном классе могут быть те школьники, которые хотят связать свое дальнейшее обучение с математикой, а могут быть и те старшеклассники, которым интересны другие школьные предметы или же трудно дается математика. Поэтому в условиях реализации универсального обучения старшеклассников могут встречаться элективные курсы по математике как углубленные, направленные на профильное изучение предмета, так и направленные на общее развитие обучающихся. То есть элективные курсы по математике, рассмотренные выше, могут иметь место в непрофильном обучении старшеклассников.

Таким образом, детальное рассмотрение элективных курсов по математике в условиях обучения различных профилей показало, что содержание программ элективных курсов, тема, количество часов в учебный год могут быть как одинаковы, так и различаться. Особенности проектирования элективных курсов по математике для каждого из общеобразовательных профилей свои, но имеют одну отличительную черту: в различных профилях элективные курсы по математике имеют различные предназначения [10].

Как отмечалось выше, математика является обязательным учебным предметом в каждом из профилей обучения, что установлено учебным планом. Это решение отвечает значимостью математики в развитии общества, а также выполнению функций по развитию личностных качеств обучающихся. Отсюда возникают два типа школьных курсов для обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы:

1. Курс общекультурной ориентации (курс I);
2. Курсы повышенного типа.

Данные типы школьных курсов выделили ученые Дорощев Г.В., Кузнецова Л.В., Суворова С.Б., Фирсов В.В. С помощью такого разделения

курсов с бóльшей вероятностью обучающиеся достигнут поставленных целей в обучении, так как каждый курс учитывает личностные способности школьников.

Курс I рассчитан на обучающихся, которые рассматривают математические предметы как элемент общего образования. Школьники, не собирающиеся использовать математику непосредственно в своей профессиональной деятельности, которую они для себя выберут, в большинстве случаев обучаются в универсальных или гуманитарных классах.

Курс I рассчитан на старшеклассников, изучающих искусство, языки, художественное творчество, спорт, предметно-практическую деятельность. То есть специфическая особенность данного курса заключается в том, что обучающиеся имеют яркую гуманитарную направленность. Поэтому обучение математики для них ориентировано на умственное развитие личности, знакомство с математикой как с областью человеческой деятельности, на формирование и усвоение таких знаний, которые необходимы образованному, думающему человеку в современном обществе.

Курсы повышенного типа, в свою очередь, разделяются на два подтипа:

1. Курс II. Данный курс предназначен для обучающихся, которые выбрали для себя или считают ближе всего те области профессиональной деятельности, где математика играет роль аппарата для изучения окружающего мира. То есть такой курс подходит для старшеклассников социально-экономических, химико-биологических классов и др.

Особенностью данного курса является то, что хотя математика является важным предметом в обучении в данных профилях, но она не ведущий предмет. Поэтому курс, прежде всего, должен обеспечить освоение конкретных математических знаний, которые позволяют обучающимся выработать определенные представления о применении математики в ведущей науке.

2. Курс III. Данный курс адаптирован на тех обучающихся, для которых математика является основной целью обучения и которые

планируют связать свою будущую профессиональную деятельность именно с данным предметом.

Курс III наиболее строгий и полный курс – он направлен на овладение обучающимся необходимым объемом математических знаний, которые способствуют формированию интеллектуальной культуре личности старшеклассника. Данный курс предназначен для обучающихся физико-математического, технических профилей [10].

Таким образом, для обучающихся старшего звена общеобразовательной школы целесообразно наличие и комбинация трех представленных выше математических курсов – I, II, III. Это подразумевает разный подход в преподавании старшеклассникам математики. С помощью такой организации обучения каждому школьнику дается возможность изучать математику на том уровне, который соответствует его образовательным интересам, способностям.

Обобщая выше сказанное, элективные курсы по математике в условиях профильного обучения старшеклассников имеет несколько направлений: изучение математики на общекультурном уровне, изучение математики как средства постижения окружающего мира, а также профильное изучение математики теми обучающимися, которые хотят связать свою жизнь с данной наукой.

Поэтому для разработки и внедрения элективных курсов по математике необходимо учитывать несколько факторов, главенствующий – это общеобразовательный профиль, для которого планируется проектирование элективного курса. Только в таком случае будет достигнута цель профильного обучения старшеклассников.

### **1.3 Принципы отбора содержания и требования для разработки элективного курса по геометрии**

Элективные курсы по математике занимают важное место в системе профильного обучения обучающихся старшей ступени общеобразовательной школы и выполняют ряд задач по достижению целей профильного обучения.

Как отмечалось выше, элективные курсы по математике – это обязательные для посещения курсы по выбору, их основная цель: дополнение школьного учебного плана по математике, направленное на более глубокое изучение предмета. Другими словами, содержание элективного курса по математике не должно в точности повторять содержание учебного предмета, входящего в базисный план общеобразовательной школы.

Поэтому на элективных курсах по геометрии можно уделить большее внимание историческому аспекту (особенно это актуально для обучающихся гуманитарного профиля). Степень включенности исторических справок может быть различно: от упоминания каких-либо фактов до последовательного разбора исторического события, также будет целесообразным включать в программу элективного курса по геометрии задачи древности (например, три знаменитые задачи древности [42]).

Введение исторических справок может мотивировать обучающихся для дальнейшего изучения геометрии, развивать абстрактное мышление, воображение.

Также, важной частью обучения старшеклассников на элективных курсах по геометрии является практическая деятельность. Она должна способствовать развитию навыков самостоятельной работы, что готовит выпускников к их будущей образовательной деятельности в ВУЗах, университетах. Поэтому необходимо уделить особое внимание организации исследовательской деятельности обучающихся. В этом помогут включенные в программу элективного курса различные практикумы [18]:

- Работа в группах с научным текстом с коллективным анализом прочитанного материала для вычленения основных понятий, проблемы, постановки целей и задач исследовательской деятельности;

- Индивидуальная работа в библиотеке с теоретическим материалом по заданной теме, подбор необходимой литературы;

- Работа в компьютерных классах, поиск необходимой информации в электронных библиотеках, справочниках, а также поисковых сервером Интернет;

- Публичные выступления по поставленной проблеме, коллективные разборы выступлений одноклассников.

С помощью такой формы работы на элективном курсе по геометрии, обучающиеся не только в бóльшей степени смогут изучить предмет, определенные разделы геометрии, а также научиться самостоятельному отбору необходимой информации, выделение основной проблемы, и, в дальнейшем, старшеклассники смогут определить для себя наиболее оптимальные пути и способы для самообразования как в геометрии, так и в остальных дисциплинах [1].

Однако чтобы поставленные образовательные цели были достигнуты, многое зависит от педагога, который проектирует или же внедряет готовый элективный курс по геометрии. Учитель должен проанализировать программу элективного курса и понять, отвечает ли содержание курса по выбору принципам отбора содержания элективных курсов по геометрии [16]:

1. Принцип научности. Содержание элективного курса по геометрии должно представлять собой основополагающие идеи и иметь определенную логическую структуру, которая учитывает мыслительные и интеллектуальные способности обучающихся.

2. Принцип преемственности. Другими словами, непрерывное образование, то есть с помощью поставленных задач обучения устанавливается взаимосвязь между понятиями, различными темами,

разделами геометрии и предметами, основным курсом геометрии и элективным курсом.

3. Принцип углублённой направленности обучения геометрии. Смысл данного принципа заключается в том, что содержание элективного курса по геометрии должно отражать теоретический материал предмета и быть направленным на создание наиболее полных, обобщенных представлений у обучающихся основных положений школьного курса геометрии.

4. Принцип обучения эвристическим приемам. Эвристические приемы являются неотъемлемой частью обучения, но школьные учебники в основном не знакомят с ними старшеклассников. Однако целесообразно обучать школьников данным приемам (аналогия, индукция, дедукция, прием моделирования и др.), так как с их помощью происходит формирование определенных алгоритмов действий, решений проблемных задач.

5. Принцип дифференциации. Задания должны иметь дифференцированный характер, то есть включать геометрические задания для решения всей группе обучающихся, а также задания повышенной сложности, требующие творческого подхода к решению.

6. Принцип прикладной направленности. Реализация данного принципа заключается в отборе содержания элективного курса таким образом, чтобы изучаемые геометрические факты, теории имели связь с другими предметами, науками, а также с окружающим миром.

Данные принципы отбора содержания элективного курса по геометрии позволяют грамотно выстроить программу элективного курса, подобрать важную, необходимую информацию для обучающихся, что поможет им лучше усвоить изученный материал.

Однако для грамотного построения программы элективного курса недостаточно правильно отобрать необходимую литературу, информацию, задачи, также стоит придерживаться основных требований по проектированию элективных курсов по геометрии.

Основные требования проектирования элективного курса по геометрии [22]:

1. Элективных курсов по геометрии должно быть несколько, то есть они носят вариативный характер. Это позволяет обучающимся сделать осознанный выбор из нескольких альтернативных вариантов.

2. Разработанный курс по выбору должен отвечать правилам оформления программ элективных курсов.

3. Содержание элективного курса по геометрии должно включать всю необходимую для обучающихся информацию о способах деятельности, которая поможет им в успешном освоении курса по выбору.

4. Организация учебного процесса по индивидуальному плану обучающихся, который включает в себя элективный курс по геометрии, должен меняться не меньше, чем два раза в учебный год.

5. Содержание программы элективного курса по геометрии может включать в себя материал, выходящий за рамки школьного курса геометрии. Такая специфика поможет поднятию уровня мотивации к обучению и развитию интереса старшеклассников к геометрии.

Важную роль в создании программы курса по выбору играет его структура. Она определяется типом курса по выбору, целями, задачами и содержанием. Несмотря на то, что структура может варьироваться, она имеет основные компоненты программы.

Итак, рассмотрим теоретическую модель проектирования элективного курса по геометрии.

Программа элективного курса по геометрии включает в себя [36]:

- Титульный лист;
- Пояснительную записку;
- Учебно-тематический план;
- Содержание элективного курса;
- Методические рекомендации по изучению курса;
- Рекомендуемую литературу.

Рассмотрим каждый компонент программы элективного курса по геометрии.

Пояснительная записка, в первую очередь, дает обоснование актуальности программы курса по выбору, в ней определяются цели, задачи, критерии оценивания обучающихся. Также, пояснительная записка курсов по выбору в условиях профильного обучения старшеклассников должна включать [13,7]:

1. Аннотацию, в которой дается обоснование необходимости данного элективного курса по геометрии в школьной программе. Аннотация должна быть краткая, понятная, дающая полное представление о программе элективного курса; она содержит в себе: название, основное содержание, класс или возраст, на кого ориентирован курс по выбору.

2. Определение места и роли элективного курса по геометрии в условиях профильного обучения, то есть отразить межпредметные связи, реализующиеся в процессе обучения, умения и навыки, которые при этом развиваются, условия для формирования позитивной мотивации и роста образовательного интереса обучающихся к геометрии.

3. Цель и задачи элективного курса по геометрии. Определение целей элективного курса – для чего он изучается, какие интересы и потребности удовлетворяет. А также выделение задач, которые необходимы для достижения поставленных целей.

4. Срок реализации программы элективного курса по геометрии.

5. Позиции отбора и структурирования материала. В данном пункте ведется пояснение нужности, необходимости, полезности выбранной темы элективного курса. Объяснение того, что подобранный материал поможет в совершенствовании знаний обучающихся, достижении определенных результатов обучения.

6. Предполагаемые результаты помогают определить, что обучающиеся получат на выходе, какие знания, умения и навыки они приобретут, освоив данный элективный курс по геометрии.

7. Критерии оценивания. Учителем определяется, каким образом он будет оценивать обучающихся: это может быть шкала от 1 до 10 баллов, может быть традиционная система оценивания. В любом случае, должно быть пояснения, в каком случае старшеклассник получит ту или иную оценку.

Следующий компонент программы элективного курса по геометрии – это учебно-тематический план. С его помощью видно распределение количества часов на определенные темы, а также вид работы: лекция, практическое занятие, самостоятельная работа, исследовательская деятельность и др.

Традиционно учебно-тематический план представляют в виде таблицы (Таблица 1).

Таблица 1 Форма записи учебно-тематического плана программы элективного курса по геометрии

п/п	Наименование тем курса	Кол-во часов		Форма контроля
		Аудиторные (Лекция)	Внеаудиторные (Практика)	

Аудиторные часы – часы для занятий всех обучающихся по данному курсу вместе с учителем в аудитории.

Внеаудиторные часы – это время, отведенное на самостоятельную работу обучающихся в компьютерных классах, библиотеке, консультацию с учителем по теме, а также обратная связь между учителем и обучающимися по результатам индивидуальной работы.

Все виды работы, формы контроля, задействованные в учебно-тематическом плане и в непосредственной реализации элективного курса, должны быть отражены в пояснительной записке.

Содержание программы содержит в себе список выбранных учителем тем элективного курса по геометрии с кратким описанием и временем их на реализацию.

Методические рекомендации по изучению курса – это лишь рекомендуемые, не обязательные, формы, методы. Способы организации обучения, которые приводит автор определенной программы курса по выбору.

Рекомендуемая литература указывается в конце программы элективного курса в виде списка пособий и учебников как для обучающихся, так и для учителей.

Элективный курс по геометрии, содержание которого будет соответствовать приведенным выше принципам, а структура программы курса по выбору будет отвечать данным требованиям, в бóльшей степени поможет обучающимся достигнуть целей профильного обучения, а также способствует удовлетворению образовательных и личных потребностей обучающихся.

## **ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИИ НА ЭЛЕКТИВНОМ КУРСЕ ПО ГЕОМЕТРИИ**

### **2.1 Анализ школьных учебников по геометрии**

В школьном курсе геометрии 7-9 классов условно можно выделить следующие содержательные линии:

- Геометрические фигуры, их свойства;
- Геометрические величины;
- Координаты и векторы;
- Элементы тригонометрии.

В ряде учебников по геометрии, рекомендованных Министерством Просвещения РФ [33] (Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.; Берсенев А.В., Сафонова Н.В.; Козлова С.А., Рубин А.Г., Гусев В.А.; Мерзляк А.Г., Поляков В. М.; Погорелов А.В.; Шарыгин И.Ф. и т.д.) данные содержательные линии находят свое отражение.

Рассмотрим содержание учебников по геометрии 7-9 классов базового уровня таких авторов как:

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия 7-9 классы [3].
2. Погорелов А.В. Геометрия 7-9 классы [30].
3. Шарыгин И.Ф. Геометрия 7-9 классы [43].

Учебники по геометрии Атанасяна Л.С. и др., а также Погорелова А.В. являются одними из часто встречаемых школьных учебников по геометрии в общеобразовательных школах. Данные учебники основаны на аксиоматическом подходе к построению курса геометрии, то есть в основу изучения геометрии 7-9 классов кладутся положения, которые не требуют доказательств (аксиомы), а все последующие утверждения вытекают из представленных аксиом. Разница между учебниками заключается в том, что учебник Атанасяна и др. имеет большее количество задач практической

направленности, что сами авторы учебника отмечают в обращении к обучающимся: «На уроках математики вы уже познакомились с некоторыми геометрическими фигурами и представляете себе, что такое точка, прямая, отрезок, луч, угол, как они могут быть расположены друг относительно друга. ... Теперь вам предстоит расширить и углубить ваши знания о геометрических фигурах. Вы познакомитесь с новыми фигурами и со многими важными и интересными свойствами уже известными вам фигур. Вы узнаете о том, как используются свойства геометрических фигур в практической деятельности» [3]. В то время как учебник Погорелова А.В. содержит в основном задачи направленные на доказательство. Однако, изложение материала учебника, в основном, имеет схожий характер:

1. Последовательность тем.

Данный пункт необходимо рассмотреть подробнее.

Учебник по геометрии Атанасяна Л.С. и др., как и большинство, предполагает изучение геометрии с 7 класса и содержит в себе 14 глав [3]:

1. Начальные геометрические сведения;
2. Треугольники;
3. Параллельные прямые;
4. Соотношения между сторонами и углами треугольника;
5. Четырехугольники;
6. Площадь;
7. Подобные треугольники;
8. Окружность;
9. Векторы;
10. Метод координат;
11. Соотношения между сторонами и углами треугольника.

Скалярное произведение векторов;

12. Длина окружности и площадь круга;
13. Движения;
14. Начальные сведения из стереометрии.

Данный учебник рассчитан на три учебных года: в 7 классе проходят 1-4 главы, в 8 классе – 5-10 главы, оставшиеся – для изучения в 9 классе.

Учебник Погорелова А.В. также рассчитан на 3 учебных года и содержит 15 основных параграфов [30]:

1. Основные свойства простейших геометрических фигур;
2. Смежные и вертикальные углы;
3. Признаки равенства треугольников;
4. Сумма углов треугольника;
5. Геометрические построения;
6. Четырехугольники;
7. Теорема Пифагора;
8. Декартовы координаты на плоскости;
9. Движение;
10. Векторы;
11. Подобие фигур;
12. Решение треугольников;
13. Многоугольники;
14. Площади фигур;
15. Элементы стереометрии.

На каждый год обучения отводится по пять параграфов: 7 класс – 1-5 параграфы, 8 класс – 6-10 параграфы, 9 класс – 11-15 параграфы.

2. Теоретический материал данных учебников изложен понятно, кратко и строго.

3. Наличие контрольных вопросов после объяснения теоретического материала, которые позволяют как учителю, так и самим обучающимся отметить, понятен ли представленный в параграфе геометрический материал;

4. Форма изложения пунктов: в начале параграфа даются теоретические справки, теоремы, в конце – задачи для применения теоретического материала на практике;

Учебники по геометрии Атанасяна Л.С. и др. и Погорелова А.В. можно отнести к одной группе учебников, которые основаны на аксиоматическом подходе к построению курса геометрии. Тогда целесообразно рассмотреть учебник по геометрии Шарыгина И.Ф., реализующий авторскую, наглядно-эмпирическую концепцию в проектировании школьного курса геометрии, что является некой противоположностью представленных выше учебников. В первую очередь, данная концепция заключается в отказе от аксиоматического подхода. Бóльшее внимание в учебнике Шарыгина И.Ф. уделено методам решения геометрических задач.

Обучение геометрии, построенное на основе наглядно-эмпирического подхода, позволяет на начальном этапе решать содержательные задачи. Теоретические справки, теоремы изложены более простым языком, понятным для обучающихся. Задачи по планиметрии решаются, в том числе, на пространственных фигурах, что помогает обучающимся развивать пространственное мышление. Также, в конце каждого параграфа есть разбор задач различного уровня сложности, что помогает школьникам при самостоятельном разборе геометрических заданий.

Содержание учебника Шарыгина И.Ф. по геометрии содержит в себе следующие главы [43]:

1. Геометрия как наука. Первые понятия;
2. Основные свойства плоскости;
3. Треугольник и окружность. Начальные сведения;
4. Виды геометрических задач и методы их решения;
5. Параллельные прямые и углы;
6. Подобие;
7. Метрические соотношения в треугольнике и окружности;
8. Задачи и теоремы геометрии;
9. Аксиоматики;
10. Площади многоугольников;
11. Длина окружности, площадь круга;

12. Координаты и векторы;
13. Преобразование плоскости.

Данный учебник, как и предыдущие, рассчитан на три учебных года: в 7 классе изучаются первые четыре главы, в 8 классе – 5-8 главы, в 9 классе – 9-13 главы.

Однако необходимо отметить, что изучение планиметрии по данной линии учебника начинается с 5 класса, где обучающиеся получают первоначальные сведения о геометрических фигурах, симметрии, решают различные задачи на построение, головоломки. В этом заключается еще одна существенная разница между учебниками выше представленных авторов и данным учебником Шарыгина И.Ф.

Таким образом, анализ нескольких учебников по геометрии из перечня рекомендованных Министерством Просвещения РФ показал, что бывают учебники с различным изложением теоретического материала: более традиционным – аксиоматическим и новаторским – наглядно-эмпирическим. И те, и другие учебники имеют место в условиях реализации профильного обучения в общеобразовательных школах. На сегодняшний день, одним из распространенных является учебник по геометрии Атанасяна Л.С., Бутузова В.Ф., Кадомцева С.Б. и др. Геометрия 7-9 классы.

## **2.2 Организация изучения и повторения курса планиметрии на элективном курсе**

Разработка элективного курса по геометрии требует понимать, каким образом должно идти повторение изученного курса планиметрии, а также рассмотрение его на более глубоком уровне. Для этого проведем анализ методических особенностей повторения школьного курса планиметрии.

Повторение пройденного обучающимися курса планиметрии в 7-9 классах проводится с целью систематизирования ранее полученных геометрических знаний, умений и навыков. В результате, школьники,

освоившие основное общее образование, должны иметь следующие предметные знания [39]:

1. Обучающимся необходимо овладеть геометрическим языком, а также уметь использовать его для описания предметов окружающего мира;
2. Школьники должны иметь в полной мере развитое пространственное мышление, изобразительное умение, а также навыки геометрических построений;
3. У обучающихся должно сформироваться систематические знания о плоских фигурах и их свойствах, представление о простейших пространственных телах;
4. Школьники обязаны уметь применять полученные геометрические понятия и теоремы для решения геометрических и практических задач.

Также, стоит отметить, что основная содержательная линия школьного курса планиметрии определяет изучение школьниками плоских геометрических фигур и их свойств (точка, прямая, отрезок, треугольник, четырехугольник, окружность и т.д.)

Поэтому систематизацию знаний у обучающихся целесообразно построить на основе повторения свойств основных плоских фигур в геометрии: треугольника, четырехугольника, многоугольника, окружности, круга. То есть весь теоретический и практический материал элективного курса необходимо организовать по принципам наиболее полного описания свойств геометрических фигур.

Рассмотрим примерную схему организации повторения школьного курса планиметрии, состоящую из трех этапов:

Этап 1. На первом этапе повторения обучающимся предлагается уделить внимание треугольнику как одной из основных фигур планиметрии. При детальном разборе свойств треугольника, теорем связанных с ним, повторении признаков равенства, подобия треугольников идет процесс

систематизации умения логического поиска рассуждений, что применяют обучающиеся для решения задач на доказательства.

Фактически, первый этап систематизации знаний по курсу планиметрии отводится на учебный материал 7 класса. Однако, большое внимание необходимо уделить повторению методов логических рассуждений: схема доказательств от противного, структура прямого и обратного отрицания, различия между свойствами фигуры и ее признаками.

С другой стороны, треугольник является одной из ключевой фигурой в планиметрии, с которой обучающиеся встречались чаще всего на уроках геометрии, поэтому им в достаточной мере знакомы определения, формулировки теорем, формулы для вычисления различных элементов треугольника.

Таким образом, на первом этапе систематизация учебных знаний по планиметрии направлена не столько на повтор известных обучающимся фактов треугольника, сколько на развитие логического мышления, умение самостоятельно доказывать леммы, теоремы, решение задач практического содержания более высокого уровня.

Рекомендуемые формы проведения занятий: обзорные лекции, семинары с решением геометрических задач как практического содержания, так и направленные на доказательства.

Этап 2. Второй этап отводится для повторения учебного материала, связанного с многоугольниками, в том числе и с четырехугольниками, где материал геометрических задач дополняется различными вариациями геометрических ситуаций.

Особенностью данного этапа является то, что обучающиеся в ходе первого этапа повторения курса планиметрии систематизировали умение производить поиск рассуждений для доказательства теорем, поэтому наиболее важным предстает задача в умении выделять более сложные, по сравнению с первым этапом, геометрические конфигурации. Также, на

данном этапе неотвратно повторения различных свойств треугольника, которые необходимы для решения множества задач.

Рекомендуемые формы проведения занятий: беседа, в ходе которой обучающиеся под контролем учителя проводят доказательства теорем, решение геометрических задач.

Этап 3. Учебный материал третьего этапа строится вокруг повторения свойств окружности и ее элементов, круга, то есть нелинейной планиметрии. Систематизация знаний строится вокруг поиска свернутых доказательств, методов более простых геометрических построений. Данный этап является своеобразным итогом изучения и повторения множества методов и решения геометрических задач, иллюстрирует эффективность использования изученных методов в совокупности.

Однако, так как основные методы доказательства теорем, а также решения геометрических задач обучающимися были рассмотрены на предыдущих этапах, то предлагается учебный материал данного этапа организовать в качестве самостоятельной работы обучающихся. Другими словами, можно считать третий этап контрольной точкой, которая покажет, в какой степени обучающиеся умеют приводить рассуждения, доказательства, применять различные методы для решения геометрических задач на практике.

Таким образом, данная схема повторения курса планиметрии может быть использована как для разработки элективных курсов по геометрии, так и для организации уроков-повторений в рамках базисного плана общеобразовательной школы.

При проектировании элективного курса «Избранные задачи планиметрии» учитывалась рассмотренная выше схема систематизации знаний и умений за школьный курс планиметрии. Однако, так как данный курс направлен не только на повторение геометрических знаний, но и на приобретение ранее не изученных знаний, элективный курс содержит материал, не входящий в основной базисный план.

### **2.3 Разработка элективного курса «Избранные задачи планиметрии» в условиях профильной подготовки обучающихся среднего (полного) образования**

Разработанный элективный курс ориентирован для обучающихся 10-11 классов, однако может с успехом быть адаптирован для обучающихся 9 классов. Элективный курс разработан для 10-11 классов в условиях профильного обучения старших школьников. При разработке элективного курса «Избранные курсы планиметрии» учитывалось, что он должен быть направлен на удовлетворение образовательных потребностей и интересов старшеклассников, способствовать формированию новых видов познавательной деятельности и развивать уже имеющиеся навыки. Также в ходе реализации элективного курса обучающиеся научатся на практике, как решать те или иные задачи различными способами.

Данный курс станет интересен и полезен для тех школьников, которые не только интересуются математикой и геометрией в частности, а которых привлекает процесс познания нового.

Основными формами проведения занятий в рамках реализации элективного курса – это лекционные занятия и семинары, которые в свою очередь могут быть проведены как диспут, выступление с докладами, проектная деятельность.

При отборе содержания элективного курса была взята за основу рассмотренная выше модель повторения курса планиметрии, а программа элективного курса отвечает всем

#### **Пояснительная записка**

Геометрия – одна из древнейших наук, возникновение которой уходит далеко в прошлое. Прежде всего, процесс формирования геометрии как науки связано с развитием ремесел, культур, искусств, а также с трудовой деятельностью человека.

На сегодняшний день человек не может представить свою жизнь без знаний геометрии. Также существует ряд профессий, непосредственно

связанных с этой наукой: архитектор, инженер, дизайнер, конструктор, модельер и др. Однако, если рассматривать каждую существующую профессию так или иначе можно обнаружить связь с геометрией.

Поэтому данный элективный курс и был разработан для старшеклассников: он должен помочь обучающимся в профессиональном самоопределении, а также показать связь геометрии с окружающим миром.

Наряду с этим элективный курс по геометрии обладает важными личностными и нравственными составляющими: в ходе изучения геометрических фактов, теорем, решения задач развивается пространственное воображение, интеллектуальная восприимчивость, гибкость и независимость логического мышления. Также геометрия дает возможность воспитывать в обучающихся требования доказать то, что утверждается в качестве истины. Другими словами, геометрия является одним из факторов становления полноценной сформированной личности.

Таким образом, изучение геометрии позволяет обучающимся развиваться не только в образовательной и профессиональной сфере, но и в личностной, потому что систематическая работа над формированием и развитием геометрических навыков приводит к улучшению умственной и образовательной деятельности даже при наличии средних природных данных. Поэтому изучение данного элективного курса подойдет для любого обучающегося старших классов, которому будет интересна тема данного курса.

Содержание разработанного элективного курса представляет собой расширенный и углубленный вариант базового курса планиметрии, программа рассчитана на 34 часа.

Как показывает практика, при сдаче ЕГЭ вступительных экзаменов по математике геометрические задачи могут вызвать затруднения не только у слабых, но и более подготовленных обучающихся. Поэтому отбор содержания элективного курса был произведен с ориентиром на то, чтобы

обучающиеся получили такую практику, которая поможет им при сдаче экзаменов по математике.

Также содержание курса «Избранные задачи планиметрии» отобрано таким образом, чтобы не происходило чрезмерной перегруженности новым материалом. Основным является не теоретическое, а практическое содержание курса, с помощью которого обучающиеся повторяет знакомые им методом решения планиметрических задач, познакомятся с новыми, нестандартными способами решения задач по геометрии.

Таким образом, разработанный элективный курс «Избранные задачи планиметрии» имеет следующие направления: образовательное, личностное и профессиональное самоопределение.

Обозначим цели и задачи курса, критерии оценивания, планируемые результаты.

#### **Цели курса:**

- систематизировать ранее полученные знания по геометрии, которые позволяют решать планиметрические задачи; расширить кругозор учащихся путем изучения материала, которому в учебном плане не отведено часов;
- научить школьников применять теоретические знания при решении планиметрических задач;
- повысить интерес к предмету, мотивацию, и, как следствие, эффективность изучения геометрии;
- развивать пространственные представления, логическое и творческое мышление, воображение, уметь анализировать и выбирать наиболее рациональный способ решения.

#### **Задачи курса**

Для достижения поставленных целей необходимо решить следующие задачи:

- расширять и углублять систему ранее приобретенных знаний по данной теме для уверенного использования их при решении планиметрических задач;
- расширять и углублять представления обучающихся о приемах и методах решения планиметрических задач;
- развивать познавательный интерес, интеллектуальные и творческие способности, навыки самостоятельно анализировать и решать задачи, а также самостоятельно находить необходимую информацию из различных источников;
- развивать коммуникативные способности школьников, умение работать в парах, группах, вести дискуссию, приводить аргументы при ответе.

### **Критерии оценивания**

Критерии оценивания могут быть следующие:

1. «Отлично» – обучающийся в полной мере освоил идеи и методы курса, показывает сознательное и ответственное отношение при решении практических заданий на занятиях в школе, проявляет ярко выраженный интерес к учению; при выполнении индивидуальных и домашних заданий обучающийся демонстрировал умение работать самостоятельно и подходить творчески. Школьник на протяжении всех занятий, на итоговом уроке, показал высокий уровень владения теоретическим материалом, а также умение применять его при решении практических заданий.

2. «Хорошо» – обучающийся на итоговом занятии продемонстрировал умение справляться со стандартными заданиями, прилежное отношение к выполнению домашних заданий; прослеживается положительная динамика, которая свидетельствует об интеллектуальном росте и о возрастании общих умений учащихся.

3. «Удовлетворительно» – обучающийся освоил наиболее простые идеи курса, что позволило ему справляться с простыми заданиями, или же

школьник проявил не высокую степень заинтересованности в предмете курса.

### Планируемые результаты

В результате изучения разработанного курса обучающиеся должны уметь:

- выполнять необходимые чертежи по тексту задач;
- точно и грамотно формулировать теоретические факты и излагать собственные мысли;
- уметь применять изученный материал при решении планиметрических задач;
- повысить уровень заинтересованности к геометрии, а также к обучению в целом.

Таблица 2 Учебно-тематический план программы элективного курса «Избранные задачи планиметрии»

### Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование тем курса	Кол-во часов		Форма контроля
		Аудиторные (Лекция)	Внеаудиторные (Практика)	
1.	2.	3.	4.	5.
<i>Тема 1. Подобие треугольников (13 часов)</i>				
1.	Отрезки, заключенные между двумя параллельными прямыми	1	1	–
2.	Отношение сторон подобных треугольников	1	2	Решение задачи
3.	Отношение площадей подобных треугольников	1	2	Опрос
4.	Треугольник, образованный основаниями высот	1	1	–
5.	Подобные фигуры	1	1	Решение задачи
6.	Самостоятельная работа	–	1	Тест

1.	2.	3.	4.	5.
<i>Тема 2. Вписанный угол (15 часов)</i>				
7.	Углы, опирающиеся на равные дуги	1	2	–
8.	Величина угла между двумя хордами	1	1	Опрос
9.	Угол между касательной и хордой	1	1	–
10.	Связь величины угла с длиной дуги и хорды	1	1	–
11.	Вписанный угол и подобные треугольники	1	2	Тест
12.	Биссектриса делит дугу пополам	1	1	–
13.	Самостоятельная работа	–	1	Решение задач
<i>Тема 3. Площадь (4 часа)</i>				
14.	Медиана и площадь	1	1	–
15.	Вычисление площадей	1	1	Решение задачи
<i>Тема 4. Подведение итогов курса (2 часа)</i>				
16.	Итоговое занятие	-	2	Тест, беседа

## **Содержание программы элективного курса**

### **Тема 1. Подобие треугольников (13 часов)**

Повторение определения подобных треугольников, признаки подобия треугольников, применение подобия для доказательства теорем и решения планиметрических задач, свойства высоты треугольника.

Задачи для самостоятельной работы по завершению темы:

1.  $BK$  – медиана и  $AM$  – биссектриса треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $O$ , длина стороны  $AC$  относится к длине стороны  $AB$  как 7:10. Найдите отношение площади треугольника  $AOK$  к площади треугольника  $ABC$ .

2. Основание равнобедренного треугольника составляет четверть его периметра. Из произвольной точки основания проведены прямые, параллельные боковым сторонам. Во сколько раз периметр треугольника больше периметра отсечённого параллелограмма?

### **Тема 2. Вписанный угол (15 часов)**

Повторение понятия вписанного угла, свойства вписанного угла, градусная мера дуги окружности, угол между хордами, угол между касательной и хордой, четыре замечательные точки окружности (свойства биссектрисы угла и серединного перпендикуляра к отрезку, теорема о пересечении высот треугольника).

Задачи для самостоятельной работы по завершению темы:

1. В окружности через середину  $O$  хорды  $KN$  проведена хорда  $ML$  так, что дуги  $KM$  и  $NL$  равны. Докажите, что  $O$  — середина хорды  $ML$ .

2. На дуге  $BC$  окружности, описанной около равностороннего треугольника  $ABC$ , взята произвольная точка  $P$ . Отрезки  $AP$  и  $BC$  пересекаются в точке  $Q$ . Докажите, что  $\frac{1}{PQ} = \frac{1}{PB} + \frac{1}{PC}$ .

### **Тема 3. Площадь (4 часа)**

Различные формулы вычисления площади треугольника (произвольного, прямоугольного, равностороннего), определение равновеликих фигур, медиана треугольника и площадь.

### **Тема 4. Подведение итогов курса (2 часа)**

На итоговом занятии обучающимся предлагается итоговая аттестация (Приложение 1), состоящая из теста на проверку теоретических знаний, самостоятельной работы для проверки того, как обучающиеся применяют полученные знания на практике, беседа, которая подытоживает весь пройденный элективный курс.

### **Список рекомендуемой обучающимся литературы**

1. Атанасян, Л. С. Геометрия 7-9 классы [Текст] / Л.С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2013.

2. Мякишев, А.Г. Элементы геометрии треугольника [Текст]/ А.Г. Мякишев. – Библиотека «Математическое просвещение» – М.: Издательство Московского центра непрерывного математического образования, 2002.

3. Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Сдам ГИА» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://sdamgia.ru>.
4. Прасолов, В.В. Задачи по планиметрии: 4-е изд. [Текст]/ В.В. Прасолов. – М.: МЦНМО, 2003.
5. Шарыгин, И.Ф. Задачи по геометрии [Текст]/ И.Ф. Шарыгин. – М.: Наука, 1982.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги выпускной квалификационной работы, можно сказать, что в условиях реализации профильного обучения старших школьников обучающиеся получают возможность самостоятельно определить не только уровень подготовки, но и выбрать направление в различных математических областях. Это достигается с помощью внедрения в образовательные программы элективных курсов, то есть это обязательные для посещения курсы по выбору обучающихся, входящие в состав профиля на старшей ступени школы.

Существуют различные классификации элективных курсов по различным основаниям: предпрофильной и профильной подготовками; предметные, межпредметные, не входящие в базисный план; пробные, ориентационные, общекультурные, углубляющие. Элективные курсы выполняют следующие функции: «надстройки» обучения, развития содержания одного из базисных курсов, удовлетворения познавательных интересов.

Содержание элективных курсов по математике отбирают, ориентируясь на том, для какого профиля разрабатывается курс: в зависимости от общеобразовательного профиля математика изучается либо на базовом, либо на профильном уровне. Это позволяет сделать элективные курсы по математике наиболее эффективными в достижении поставленных учебных целей.

Говоря непосредственно об элективном курсе по геометрии, его содержание должно отвечать следующим принципам: научности, преемственности, углубленной направленности изучения геометрии, обучения эвристическим приемам, дифференциации, прикладной направленности.

Данные принципы отбора содержания элективного курса по геометрии позволяют грамотно выстроить программу элективного курса, подобрать

важную, необходимую информацию для обучающихся, что поможет им лучше усвоить изученный материал.

Сама программа элективного курса должна включать в себя:

- Титульный лист;
- Пояснительную записку;
- Учебно-тематический план;
- Содержание элективного курса;
- Методические рекомендации по изучению курса;
- Рекомендуемую литературу.

Дальше в работе был проведен анализ школьных учебников по геометрии за 7-9 классы, а также разработана модель систематизации школьного курса планиметрии для проектирования элективного курса «Избранные задачи планиметрии».

Логическим продолжением выпускной квалификационной работы стала разработанный элективный курс «Избранные задачи планиметрии» для обучающихся 10-11 классов, которая полностью отвечает вышеуказанным принципам отбора содержания курса, а также требованиям оформления программы элективного курса.

Также была разработана итоговая аттестация обучающихся в рамках этого элективного курса и критерии итоговой оценки знаний.

Подводя общий итог, можно отметить, что поставленные перед началом работы задачи были успешно решены, а именно:

1. изучена нормативная, педагогическая и методологическая основы выпускной квалификационной работы, для определения принципов разработки элективных курсов;
2. определены место, роль, функции элективного курса по геометрии в условиях профильного обучения старшеклассников;
3. разработан элективный курс по геометрии «Избранные задачи планиметрии».

Решение выделенных задач работы позволило достигнуть поставленной цели выпускной квалификационной работы: изучен теоретический материал по разработке программы элективного курса, а также разработан элективный курс по геометрии.

Можно предполагать, что полноценное введение данного элективного курса будет повышать уровень знаний по геометрии у обучающихся, их мотивацию к обучению, и возможно, поможет определиться с будущей профессиональной деятельностью.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артёмова, Л.К. Профильное обучение: опыт, проблемы, пути решения [Текст]/ Л.К. Артемова. – Школьные технологии, 2003. – №4. – с. 22–32.
2. Артюхова, И.С. Проблема выбора профиля обучения в старшей школе [Текст]/ И.С. Артюхова. – Педагогика, 2004. – №2. – с.28-33.
3. Атанасян, Л. С. Геометрия 7-9 классы [Текст] / Л.С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2013. – 384 с.
4. Атанасян, С. Л. Элективные курсы по математике и организация самостоятельной деятельности учащихся [Текст]/ Л.С. Атанасян, Н.Н. Кузуб// Вестник Северного (Арктического) федерального университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – 2014. – №4. – с. 150-156.
5. Болотов, В.А. Перспективы перехода школы на профильное обучение [Текст]/ В.А. Болотов. – Воспитание школьников, 2004. – № 1. – с. 2-8.
6. Васькова, И.Д. Организация элективных курсов [Электронный ресурс]/ И.Д. Васькова. – Режим доступа: <https://portalpedagoga.ru/servisy/publik/publ?id=10247> (дата обращения 16.03.2019)
7. Воронина, Г.А. Элективные курсы: общие подходы к конструированию [Текст]/ Г.А. Воронина. – Биология: Прил. к газ. «ПС», 2006. – №16. – С.2-5.
8. Гузеев, В. Содержание образования и профильное обучение в старшей школе [Текст]/ В. Гузеев. – Народное образование, 2002. – №9. – с.113-122.
9. Дмитриева, А.В. Элективный курс по геометрии «Инверсия и ее приложение к решению задач»: учеб.-дидакт. комплекс [Текст]/ А.В. Дмитриева; Федер. агентство по образованию, Новосиб. гос. пед. ун-т. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. пед. ун-та, 2005 (Педуниверситет).

10. Доровеев, Г.В. Дифференциация в обучении математике [Текст]/ Г.В. Доровеев, Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, В.В. Фирсов. – Математика в школе, 1990. – с. 15-21.
11. Еглевская, А.Н. Программа элективного курса «Решение нестандартных задач по математике» [Электронный ресурс]/ А.Н. Еглевская. – Режим доступа: <https://infourok.ru/programma-elektivnogo-kursa-reshenie-nestandardnih-zadach-po-matematike-klass-fizikomatematicheskiiy-profil-1387869.html> (дата обращения 15.03.2019)
12. Егорова, А. М. Профильное обучение и элективные курсы в средней школе [Текст] / А.М. Егорова. – СПб.: Реноме, 2012. – с. 173-179.
13. Егорова, Л.Л. Структура программы элективного курса [Текст]/ Л.Л. Егорова. – Биология: Прил. к газ. «ПС»,2006. – №16. – С. 5-6.
14. Ермак, Е.А. Геометрическое моделирование окружающего мира. 10-11 классы: учеб. Пособие [Текст]/ Е.А. Ермак, В. В. Орлов, П. С. Подходова, И. А. Иванов. – М.: Дрофа, 2009.
15. Ермаков, Д. С. Течения и «подводные камни» в море элективных курсов [Текст]/ Д.С. Ермаков. – Народное образование, 2007. –№1. – с. 155-162.
16. Ермолаев, Е.А. Содержательные аспекты элективных курсов по геометрии для учащихся профильной школы [Текст]/ Е.А. Ермолаев// Математическое образование: концепции, методики, технологии: сборник трудов III Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура» (к 85-летию со дня рождения профессора В.И. Крупица): в 4-х ч. – Часть 3. – Тольятти: ТГУ, 2007. – с. 308-309.
17. Жафяров, А.Ж. Элективные курсы по геометрии для профильной школы: учебно-дидактический комплекс [Текст]/ А.Ж. Жафяров. – Новосибирск: Сибирское университетское издательство, 2017. – с. 212-250.
18. Колягин, Ю.М. Профильная дифференциация обучения математике [Текст]/ Ю.М. Колягин. – Математика в школе, 1990. – №4. – с. 21–27.

19. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года [Текст]// Нормативные документы в образовании. – 2003. – с. 2-21.
20. Крутихина, М.В. Элективные курсы по математике: учеб.-метод. Рекомендации [Текст]/ М.В. Крутихина, З.В. Шилова. – Киров, 2006. – с. 40.
21. Кузнецов, А.А. Профильное обучение и учебные планы старшей ступени общего образования [Текст] А.А. Кузнецов, Л.О. Филатова // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2003. – № 3. – с. 54-59.
22. Кузнецов, А.А. Структура и принципы формирования содержания профильного обучения на старшей ступени. [Текст]/ А.А. Кузнецов, А.А. Пинский, М.В. Рыжаков, Л.О. Филатова. – М.: Минобрнауки РФ, РАО, 2006. – с. 112-134.
23. Мицкая, О.А. Программа элективного курса по выбору в 10-м классе «Экономическая математика» [Электронный ресурс]/ О.А. Мицкая. – Режим доступа: <https://multiurok.ru/files/programma-eliektivnogo-kursa-po-vyboru-v-10-m-klas.html> (дата обращения 15.03.2019)
24. Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Сдам ГИА» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://sdamgia.ru> (дата обращения 12.04.2019)
25. Орлов В.А. Типология элективных курсов и их роль в организации профильного обучения [Текст]/ В.А. Орлов // Профильное обучение в условиях модернизации школьного образования. – М.: ИОСО РАО, 2003. – с. 93-96.
26. Орлов, В.А. Типология элективных курсов и их роль в организации профильного обучения [Электронный ресурс]/ В.А. Орлов. – Интернет-журнал «Эйдос», 2008-2012. – Режим доступа: <http://www.eidos.ru/journal/2003/0416.htm> (дата обращения 05.03.2019)
27. Орлов, В.А. Элективные курсы по физике и их роль в организации профильного и предпрофильного обучения [Текст]/ В.А. Орлов // Физика в школе. – 2003. – № 7. – с.17-20.

28. Петунин, О.В. Элективные курсы на этапе предпрофильной подготовки [Текст] / О. В. Петунин, Л. В. Трифонова. – Школьные технологии, 2006. – с. 88-90.

29. Письмо Министерства образования Российской Федерации (Минобрнаука России) «Элективные курсы в профильном обучении»/ Департамент общего и дошкольного образования №14-51-277/13 от 13.11.2003г.

30. Погорелов, А.В. Геометрия 7-9 классы [Текст] / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2014. — 240 с.

31. Прасолов, В.В. Задачи по планиметрии: 4-е изд. [Текст]/ В.В. Прасолов. – М.: МЦНМО, 2003. – с. 102-357.

32. Приказ Министерства Образования РФ №2783 от 18.07.2002г. «Об утверждении Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования».

33. Приказ Министерства Просвещения РФ №345 от 28.12.2018г. «О федеральном перечне учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования».

34. Ретюнских, И.В. Применение информационно коммуникационных технологий на уроках математики в профильных экономических классах: тезисы докладов VIII региональной научно-практической конференции [Текст]/ И.В Ретюнских, Л.А. Пономарева. – Воронежский государственный педагогический университет, 2014. – с. 192.

35. Сагателова, Л.С. Геометрия Решаем задачи по планиметрии. Практикум [Текст]/ Л.С. Сагателова. – Волгоград: Учитель, 2009г.

36. Сачкова, Л.А. Информационно-методическое сопровождение инновационной деятельности педагогов в муниципальной системе образования [Текст]/ Л.А. Сачкова. – Нижний Новгород, 2011. – с. 315.

37. Смирнова, И.М. Четырехмерная геометрия. 10-11 классы [Текст]/ И.М. Смирнова. – МЦНМО, 2010.

38. Третьякова, Н.П. Рабочая программа элективного курса «Математика в экономике» [Электронный ресурс]/ Н.П. Третьякова. – Режим доступа:

[http://mbougimnaziya.ru/documentu/raboch\\_programm/Elektriv\\_kyrs/matematika\\_v\\_ehkonomike.pdf](http://mbougimnaziya.ru/documentu/raboch_programm/Elektriv_kyrs/matematika_v_ehkonomike.pdf) (дата обращения 15.03.2019)

39. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утв. Приказом Министерства образования и науки РФ №1897 от 17.12. 2010г.).

40. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (утв. Приказом Министерства образования и науки РФ №413 от 17.05. 2012г.).

41. Цыбикова, В.К. Преподавание математики в различных профильных направлениях [Текст]/ В.К. Цыбикова. – Вестник Бурятского государственного университета, 2010. – №15.

42. Чистяков, В.Д. Три знаменитые задачи древности [Текст]/ В.Д. Чистяков. – М.: УчПедГиз, 1963.

43. Шарыгин, И.Ф. Геометрия 7-9 классы [Текст] / И.Ф. Шарыгин. – М.: Дрофа, 2012. – 464 с.

44. Шарыгин, И.Ф. Задачи по геометрии [Текст]/ И.Ф. Шарыгин. – М.: Наука, 1982. – с. 56-124.

**Итоговая аттестация  
«Избранные задачи планиметрии»**

Часть 1. Теоретический блок.

1. Отметьте признаки подобия треугольников

*Два треугольника называются подобными, если:*

Три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника.

Два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника.

Две стороны и угол, заключенный между ними, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу, заключенному между ними, другого треугольника.

Сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника.

Две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника, а углы, заключенные между этими сторонами, равны.

Три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Два треугольника  $ABC$  и  $MNK$  подобны. Что из этого следует?

$$\begin{aligned} AB &= MN \\ \frac{AB}{MN} &= \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK} \\ \angle BAC &= \angle NMK \\ \frac{S_{ABC}}{S_{MNC}} &= \left(\frac{BC}{NK}\right)^2 \end{aligned}$$

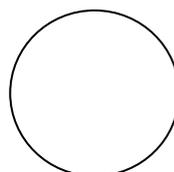
Ответ: \_\_\_\_\_

3. Чему равно отношение соответственных диагоналей подобных многоугольников?

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Какой угол называют вписанным? Изобразите на окружности.

Ответ: \_\_\_\_\_



5. Чему равна величина угла между хордой АВ и касательной к окружности, проходящей через точку А?

половине угловой величины дуги АВ

угловой величине дуги АВ

удвоенной угловой величины дуги АВ

$360^\circ$  минус половина угловой величины дуги АВ

6. Вставьте пропущенные слова:

- Угловые величины дуг, заключённых между \_\_\_\_\_ хордами, равны.

- Величины углов, опирающихся на одну хорду, могут быть \_\_\_\_\_, а могут составлять в сумме \_\_\_\_\_.

7. Какие фигуры называют равновеликими?

Ответ: \_\_\_\_\_

8. Треугольник имеет сторону  $a$  и высоту  $h$ , проведенную к этой стороне. Чему равна площадь треугольника?

Ответ: \_\_\_\_\_

9. Треугольник имеет стороны  $a, b, c$ . Чему равна площадь треугольника?

Ответ: \_\_\_\_\_

10. Треугольник имеет стороны  $a, b, c$ . Около него описана окружность с радиусом  $R$ . Чему равна площадь треугольника?

Ответ: \_\_\_\_\_

Часть 2. Практический блок.

1. В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $ACB$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что треугольники  $A_1CB_1$  и  $ACB$  подобны.

2. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $B$ , проведена биссектриса угла  $A$ . Известно, что она пересекает серединный перпендикуляр, проведённый к стороне  $BC$  в точке  $K$ . Найдите угол  $BCK$ , если известно, что угол  $ACB$  равен  $40^\circ$ .

3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  из вершины прямого угла  $C$  проведены биссектриса  $CL$ ,  $|CL| = a$ , и медиана  $CM$ ,  $|CM| = b$ . Чему равна площадь треугольника  $ABC$ ?