

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)**

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ
ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ**

Выпускная квалификационная работа
обучающейся по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое
образование, профиль Математика
очной формы обучения, группы 02041502
Попковой Марины Геннадьевны

Научный руководитель
к. ф.- м. н., доцент
Есин В.А.

СОДЕРЖАНИЕ:

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОНЯТИЯ «ЛОГИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ»	6
1.1 История возникновения термина «логика» и ее связь с другими науками	6
1.2 Педагогические основы развития логического мышления	16
1.3 Развитие логического мышления у школьников посредством математики.....	24
Глава II. ПРИМЕРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИГР ДЛЯ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ	36
2.1 «Математический хоккей»	36
2.2 «Самый умный»	43
2.3 «Математический лабиринт»	48
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	52
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	54

ВВЕДЕНИЕ

Развитие логического мышления - это основная задача школьного курса обучения. Способности чётко мыслить, логически рассуждать и ясно излагать свои мысли, в большинстве случаев, являются залогом успеха. Сейчас перед учителем стоит задача – способствовать развитию высокого уровня логической культуры и грамотности учащихся, а не только давать знания, которые предусмотрены в программе. Также учителю в процессе обучения необходимо научить учеников самостоятельно находить необходимую новую информацию.

Для того чтобы обучение проходило успешно, нужно усвоить азы. Исходя из этого, можно сказать, что первым делом ученикам необходимо научиться решать задачи, в особенности, логические. Многие задачи, которые кажутся изначально простыми, чаще всего требуют смекалки и остроумия при решении.

Именно для решения таких задач можно использовать математические игры. Математическая игра требует не только знание предмета, а также во время неё происходит игровая, трудовая и учебная деятельность.

На данный момент существуют довольно много способов развития логического мышления, но ученые, такие как А. А. Столяр, О. В. Зозуля, В. В. Воскобович, пришли к выводу, что математические игры являются одними из самых эффективных [41].

В таких играх школьники развивают способность оценивать деятельность как свою, так и окружающих. В математических играх развивается не только логическое мышление, но и мышление, в общем. Они способствуют творческому развитию учеников, а так же научат заранее планировать свою активность.

Математические игры могут помочь в совершенствовании учеников самих себя, тем самым увеличится заинтересованность в предмете и произойдёт стимулирование познавательной деятельности. Уровень

мышления учеников, а также степень знаний по математике демонстрируют итоги математических игр.

Ученики, в то время, когда принимают участие в математических играх, приобретают навык сбора необходимой информации и правильного ее использования, а не только обретают новые знания.

Актуальность проблемы развития у школьников логического мышления неоспорима. В настоящее время, к сожалению, в школах редко используются математические игры для развития мышления. Сейчас довольно много методических разработок различных игр, но недостаточно игр по математике. Так же математические игры с упражнениями на логику недостаточно систематизированы.

Таким образом, **объектом** исследования является процесс развития логического мышления у школьников.

Предметом исследования является математические игры как средство развития логического мышления.

Цель исследования – рассмотреть основные вопросы и проблемы развития логического мышления у школьников, а также разработать математические игры для его формирования.

В соответствии с целью выпускной квалификационной работы решались следующие **задачи**:

1. Изучить историю возникновения термина «логика», а так же установить ее связь с другими науками.
2. Рассмотреть педагогические основы развития логического мышления.
3. Установить, как влияет математика на развитие логического мышления.
4. Разработать математические игры, которые послужат средством развития логического мышления.

При достижении целей и осуществлении задач были использованы общенаучные методы: анализ психолого – педагогической и учебно – методической литературы; сбор, синтез, сравнение и обобщение сведений.

Структура: выпускная квалификационная работа состоит из

- Введения, в котором присутствуют актуальность, предмет и объект исследования, а так же отражены цели, задачи и методы исследования.

- Первой главы, включающей в себя три параграфа, и раскрывающей все основные теоретические особенности логического мышления, а так же смысл математических игр для его развития.

- Второй главы, которая включает в себя разработку трех математических игр, которые могут послужить средством развития логического мышления.

- Заключения, в котором отражены основные выводы по проблеме исследования.

- Списка использованной литературы.

Глава I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОНЯТИЯ «ЛОГИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ»

1.1 История возникновения термина «логика» и ее связь с другими науками

Логика - наука с долгой и богатой историей, которая неразрывно связана с историей развития человеческого общества. Появлению логики как теории предшествовало длительное и постепенное усовершенствование в развитии способностей человека мыслить, а так же, способности к абстракции и умозаключению. Это и привело к тому, что мышление стало объектом исследования с его законами и формами.

Логические проблемы появились перед человеком уже более 5 тысяч лет назад, началось это в Древней Индии и Китае, после в Древней Греции и Риме. Главными же причинами возникновения логики является зарождение развитие наук, среди которых важнейшей была математика. Этот момент относится к VI в. до н. э. и развивается в наибольшей степени в Древней Греции. Наука появлялась, борясь с мифологией и религией, она строилась на теоретическом мышлении, которое предполагает умозаключения и доказательства. Поэтому возникла необходимость изучить саму природу мышления как средства познания. Логика и появилась, как стремление раскрыть и доказать те требования, которым должно удовлетворить научное мышление, чтобы в итоге получать соответствующие результаты [29].

Еще более важная причина - это развитие ораторского мастерства, в том числе судебного, которое расцвело в древнегреческий демократический период. В умело подготовленных судебных речах присутствовала сила убеждения, которая была настолько велика, что потрясала умы слушателей и в то же время обнаруживалась сила принуждения. Она в буквальном смысле вынуждала их склоняться к той или иной точке зрения.

Логика ведь возникла, как стремление разгадать «тайну» этой потрясающей силы речи, понять, в чем же содержится ее источник, на что

она опирается и, наконец, представить, какой должна быть речь, чтобы убеждать слушателей и вместе с тем принуждать их с чем – либо соглашаться или не соглашаться, признавать что истина, а что ложь [3].

Основателем логики, по праву, считается величайший Философ в античности Аристотель. Именно в его работах были впервые проанализированы и описаны основные логические формы выводов, сформулированы ключевые принципы научных доказательств, предоставлен анализ смысла отдельных видов высказываний, намечены важнейшие подходы к разработке учения о понятии, а также определены правила рассуждения. Аристотель являлся автором ряда трактатов по логике, которые были позднее соединены в один большой «Органон». Логическое учение Аристотеля примечательно тем, что оно содержит, по сути, все последующие направления, отрасли и типы логики – символической, индуктивной, диалектической.

Евклид же написал свои знаменитые «Начала» как раз под сильным впечатлением от этой необыкновенной науки. Логика Аристотеля существенно сказалась и на развитие ораторского мастерства, особенно судебных речей [7].

Универсальные понятия получили в средние века значительный общественный резонанс. Даже споры о них затянулись на столетия. Кризис логика испытала только в эпоху Возрождения. Тогда логику расценивали в качестве логики искусственного мышления, основанное на вере, этому же мышлению противопоставлялась естественное мышление, базирующееся на воображении и интуиции.

На новый этап развития логика начала переходить с XVII века. На этом этапе создавалась индуктивная логика – это логика на ряду с дедуктивной. Нашли отражение в ней разнообразные процессы приобретения знаний, для которых основой был накапливающийся эмпирический материал. Выдающийся английский философ Ф. Бэкон в своих работах показал необходимость приобретения таких знаний наиболее глубоко. Он же и

принялся за разработку индуктивной логики. Поэтому для изложения индуктивной теории Бэкон написал свою работу «Новый Органон». Особое внимание в этой работе он определил для разработки индуктивных методов определения причинной зависимости явлений. Но позже оказалась, что то учение, которое он создал, не только не отрицает предшествующую логику Аристотеля, а наоборот дополняет ее и обогащает. Оно оказало содействие в создании обобщенной теории умозаключения. Разумеется, были и такие люди, которые пробовали вернуть в методологию научную мысль традиционной логической дедукции. К примеру, Я. Дзабарелле (1533-1589), избавивший логику средневековой философской интерпретации [21].

Не только в индуктивном методе нуждалось научное познание, а также в дедуктивном. Такую работу и занялся французский философ и учёный Рене Декарт (1596-1650), который создал свой труд «Рассуждение о методе...», в котором наиболее полно раскрыл суть метода. Он уделил особое значение дедукции рациональной как основного метода научного познания, основываясь при этом на математических данных.

Позднее индуктивная логика была систематизирована и доработана в двухтомном труде английского учёного и философа Дж. Ст. Милля (1806-1873), эта работа получила название «Система логики силлогистической и индуктивной». Труд Милля оказал существенное влияние на развитие научного познания в дальнейшем, что способствовало достижению логики новых высот.

Его работы оказали большое влияние на развитие логики в XVII веке. А немного ранее Г. Галилей (1564-1642), который является основателем точного естествознания, обосновывает потребность в абстракциях, тем самым восстанавливая их права. Он объясняет это необходимостью сравнения результатов дедукции с результатами наблюдения, для этого он и вводит понятие абстракции в систему дедукции в качестве гипотез или постулатов [3].

По вопросам логики во второй половине 17-го века были выдвинуты две основные проблемы:

1) как начать применять логику для разработки теоретических оснований математике

2) как математизировать логику как науку.

Г. Лейбниц (1646-1716) - знаменитый немецкий математик и философ, он предпринял решительную попытку разобрать эти проблемы. Он стал основателем математической логики. Лейбниц стремился изобрести универсальный символический язык для всех английских наук, с помощью которого можно было бы рационализировать любую из них [10].

Конечно, непосредственный вклад в развитие формальной логики привнесли русские учёные. В России разработкой оригинальной логической концепции занимались ещё в XVIII веке. Этот век непосредственно связан с именами Михаила Ломоносова (1711-1765) и Александра Радищева (1749-1802), а в конце XIX века, в нашей стране приходил рассвет логических исследований. В дальнейшем традиционная логика развивалась в годы СССР. Успешные и великие разработки проводятся и по сей день.

По мере своего развития, логика стала проникать и в другие науки. Вторая половина XIX века стала революционным этапом развития логики. В этом периоде логика получила название символической [24].

Наиболее подходящие условия для формирования символической логики возникли только во второй половине XIX века. Английский учёный, логик и математик Дж. Буль (1815-1864) сформулировал логическое исчисление, проанализировал теорию умозаключений, а так же начал применять математику в логике. С его помощью развитие логических следований перешло на новый, современный этап. Особенность этого этапа том, что разрабатывались и использовались новые методы решения традиционных логических проблем, применялся искусственный, формализованный язык символов.

История алгебры логики началась именно с попыток перенести в логику все законы и операции математики. Но со временем учёные философы стали сомневаться не только в целесообразности, но и в правомерности такого процесса. Они разработали характерный именно для логики законы и операции. Но на протяжении того времени всегда применялись методы алгебры и геометрии. Геометрические фигуры, с помощью которых представлялись новые модусы силлогизмов, могли использовать в своих трудах последователи Аристотеля, так как они владели этими приемами [21].

Важный переворот дедуктивной логики случился в конце XIX века, он связан с работами Дж. Пиано, Г. Фреге и Ч. Пирса, которые расширили алгебраический подход предшественников, осознали насколько важна математическая логика для математиков и они же стали использовать её в вопросах теории множеств и оснований арифметики. Г. Фреге (1848-1925) в своей работе «Исчисление понятий» (данная работа была написана в 1879 году) дал наиболее чёткую форму аксиоматических построений, сформировал последовательное аксиоматическое построение исчисления высказываний и предикатов. Фреге изобрёл формальную логику, содержащую все основные элементы современных логических вычислений, к которым относились переменные для высказываний, предметные переменные, кванторы и предикаты. Также он обозначил, чем различаются логические законы и правила логического вывода, переменной и констант, а также различил язык и метаязык. Построение логических исчислений, его проведение исследования в сфере логической структуры естественного языка и дали начало проблемам и вопросам логической семантики. Система формализованной арифметики, разработанной Фреге и созданная на доработанной им логике предикатов, стала его значительной заслугой. Началом для развития современной теории математического доказательства стали труды Фреге и трудности, которые раскрылись в связи с ними [29].

Фреге пользовался необычной двумерной символикой, которая отличалась от применяемой в то время одномерной, и в итоге не прижилась. Современная символика для логики была предложена Дж. Пеано. Некоторые изменения внесли Б. Рассел и А. Уайтхед. Вдвоем они создали работу из трех томов, которая систематизировала и развила в дальнейшем строение логики, под названием «Принципы математики».

Хоть и современная логика начала формироваться лишь в конце XIX – начале XX века, ее основоположников все же считают Г. Лейбница. Его идеи стали основой для логики наших дней. В своих работах он предполагал, что создание искусственного языка, было бы уместным, так как он позволил бы поделить рассуждения на последовательности знаков определенного типа. По этому поводу он даже сказал, что это единственный способ, который улучшить умозаключения, сделает их такими же наглядными, какими их сделали математики, такими, чтобы находить глазами свои ошибки и, если неожиданно появятся разногласия, можно было бы только посчитать. Иначе говоря, Лейбниц предлагал построить общий метод, который возвел бы все истины к определенному вычислению, а учения об искусственном языке стала бы главной частью этого метода.

Современная семантика для модальной логики была построена с помощью теории «возможных миров», которая считается одной и революционных идей Лейбница, а язык, созданный им, является прообразом современного формализованного языка логики [26].

На начальном этапе нынешняя логика применялась при анализе только математических рассуждений. Это классический период ее формирования. Первым трудом классической логики признан «Принципы математики» Рассела и Уайтхеда. Многие известные ученые занимались развитием символической логики. Привнесенные ими методы, с большим успехом использовались в математике. Так появились два новых раздела в логике:

- а) логика высказываний
- б) логика предикатов.

Многозначительная логика так же требовала большого внимания для своего развития. Я. Лукасевич – польский логик, занимаясь серьезными исследованиями в этой области, разработал трехзначную логику. Кроме использовавшихся ранее в логике значений «ложно» и «истинно», он ввел третье значение – «возможно» [35].

Символистическая логика применяется в других науках - физике, математике, кибернетике, биологии, лингвистике, экономике. Нынешний научно-технический прогресс имеет высокие потребности, которые и определяют дальнейшее усиленное развитие современной логики. Стоит отметить, что русские учёные внесли значительный вклад в развитие систем символической логики, среди них выделяется П. Порецкий (1846-1907). Он первым в России начал читать лекции по математической логике. Его личные труды даже в ряде некоторых случаев превосходили труды зарубежных учёных.

Вслед за символической логикой начала проявляться диалектическая, которая также является важнейшей составляющей современной логики как науки о мышлении. Диалектическая логика, как самостоятельная логическая наука, начала формироваться лишь в конце 18-го начале 19-го века, связано это было с прогрессом наук. Немецкий философ И. Кант (1724-1804) первым попробовал ввести в логику диалектику. Кант считал, что логика достигла немалых успехов, этому было подтверждение его исследование ее многовековой истории [29]. Но в этом Кант открыл недостаток - узкие возможности действительного познания и проверки его результатов. Поэтому Кант наряду с общей логикой, которую он также назвал формальной логикой, посчитал необходимым ввести специальную, или трансцендентальную логику, выходящую за пределы обычной. Главную задачу этой логике он определял в исследовании предельно общих понятий, как категорий, таких как пространство и время, количество и качество, причины и следствия, необходимость и случайность и другие категории, которые не подчиняются на практике законам тождества и противоречия. Связав воедино эти

категории, Кант старался сформулировать соответствующие рекомендации учёным. Став зачинателем новой логики Кант, тем не менее, не дал ее систематического изложения. Он не выявил её действительной связи с формальной логикой, более того, пытался поставить в противоположность одной другую [39].

Колоссальную попытку в развитии диалектической логики как единой новой системы предпринял другой немецкий философ – Г. Гегель (1770-1831). В своем главном труде «Наука логики» он выявил основное противоречие между имеющимися логическими теориями и действительной практикой мышления. Разрешилось это противоречие помощью создания системы новой логики. Исследовав заново природу мышления, Гегель сделал вывод, что «диалектика - это составляющая природы самого мышления и в качестве рассудка оно должно впасть в отрицание самого себя, то есть в противоречие». Тем самым Гегель полностью отверг все законы тождества и противоречия, затормозив тем самым дальнейшее развитие логики [10].

Диалектическая логика и ее соотношение с формальной в дальнейшем развивалось в трудах германских философов и ученых Ф. Энгельса (1820-1895) и К. Маркса (1818-1883). Энгельс говорил, что наука о мышлении, как и прочие науки, это наука историческая, наука об историческом развитии мышления человека. По мнению Энгельса, теория о законах мышления, совсем не какая-то определенная истина, она всегда будет темой для постоянных споров. Маркс вместе с Энгельсом обнаружил явное качественное различие между своей диалектикой и диалектикой Гегеля. Различались они тем, что первая была материалистической, а вторая – идеалистической.

Энгельс показал, что формальная и диалектическая логики не исключают друг друга. Формальная логика нужна, но ее недостаточно, поэтому нужна еще и диалектическая. Энгельс не считал так же диалектику и формальную логику инструментами для доказывания, а находил ее способом для открытия новых результатов, для превращения неизвестного в известное.

Энгельс сопоставлял формальную логику элементарной математике, а диалектическую высшей математике, а этом он находил соотношения этих наук [7].

Маркс, в своей работе «Капитал» постарался проанализировать современное в то время общество с помощью диалектической логики. Тем не менее, у Маркса и Энгельса особых трудов по диалектической логике нет.

Диалектическая логика становилась, как наука, во многих странах, в конце XIX века и на протяжении всего XX в. В России над проблемами диалектической логики работали В. Ленин (1870-1924) и Г. Плеханов (1856-1918), они выявляли ее соотношение с формальной логикой. Находились и те, кто отвергал диалектическую логику, Плеханов, в свою очередь, выступая против них, говорил, что если покой это частный случай движения, то и мышление по правилам формальной логики частный случай диалектического мышления. В работе Владимира Ильича Ленина «Еще раз о профсоюзах...» было показано, прежде всего, четное различие между логикой диалектической и формальной логикой. Логика формальная использует формальные определения, следуя тому, что чаще бросается в глаза и наиболее обычно, и этим ограничивается. Диалектическая логика требует продвижения вперед. Определив эти связи, Ленин выявил основные требования диалектической логики: всесторонний анализ, учет развития, связь с практикой, конкретность подхода. Работы Ленина охватили существенную часть диалектической и формальной логики, материал по которой содержится в его «Философских тетрадах».

Возникновение математической логики, по сути, из двух совершенно разных наук, математика и философская логика. Но стоит отметить, что связь логики с философией не оборвалась, а напротив, даже укрепились. Поэтому чтобы понять, на чем основана логика, необходимо обратиться к философии. Так же нет сомнений в том, что применение методов современной логики в философии, делает более понятными сами философские понятия, принципы и проблемы.

Современная логика настолько тесно связана с математикой, что это делает вопрос о взаимных отношениях этих наук наиболее острым. Существовало довольно много точек зрения по этому поводу, среди них были и две крайние, которые предполагали создание единой научной дисциплины, объединяющей в себе логику и математику.

Г. Фреге, Б. Рассел, как и их последователи, предполагали, что математика и логика являются лишь двумя ступенями в развитии одной и той же науки. Истинная и глубокая природа математики в том, что ее можно полностью свести к логике. Этот подход к обоснованию математики называли логицизмом [7].

Объявив математическую логику разделом современной математики, ученые тем самым хотели объединить математику и логику в одну науку. Многие из математиков и сейчас считают, что главная задача математической логики, уточнять понятия математического доказательства.

Включение математической логики в число математических дисциплин, только для того чтобы считать ее только теорией математического доказательства это, конечно, ошибочное мнение. Задачи логики, на самом деле, более широки. Ее суть не только в строгом математическом доказательстве, но и в исследовании основ каждого правильного рассуждения, и так же она интересуется связью между посылками и следствиями в любых областях рассуждения и познания.

Современная логика имеет тесную связь с кибернетикой – наукой о закономерностях управления процессами и системами в любых областях: в технике, в обществе, в живых организмах.

Американский математик Н. Винер (1894-1964) стал основоположником кибернетики, он не без оснований выделял, что сама кибернетика была бы немислима без математической логики. Алгебра логики, возникшая как первый раздел современной логики, просто незаменима в автоматике и электро-вычислительной технике, применяемых в кибернетике. В кибернетике используются релейно-контактные схемы,

моделирующие логические операции, которые занимают значительное место в управляющих системах. Логика дает подробное описание таких операций, способствующее детальному анализу логического строения мысли и открывающее удивительные перспективы автоматизации логических процессов в будущем. Широкие возможности современная логика открывает и для других областей науки и техники помимо кибернетики [9].

На сегодняшний момент в нашей стране диалектическая логика получает достойное внимание и развитие в попытках систематически ее изложить. Разработки направлены на два основных направления: раскрыть закономерности развития действительности, отражающейся в человеческом мышлении и выявить закономерности формирования самого мышления, его собственной диалектики. В нынешних условиях научно-технической революции, науки переходящие на новый, более глубокий уровень познания и возрастающая роль диалектического мышления, все более нуждаются в логике. Тем самым стимулирует ее дальнейшее развитие.

1.2 Педагогические основы развития логического мышления

Для начала необходимо определить, что такое мышление и какие его отличительные черты.

Человек получает информацию из внешней среды, и она помогает людям представлять как внешние, так и внутренние стороны объекта, а так же представлять их мысленно, даже когда их нет рядом. Такое возможно благодаря процессу мышления.

В психологии понятие мышления принимается как процесс познавательной деятельности индивидуума, который характеризуется обобщенным и опосредованным отображением реальности. Качества и отношения, которыми обладают предметы реальности, возможно, узнать напрямую, при помощи ощущений и восприятий (тона, звучания, формы, расположение и передвижение тел в видимом пространстве) [38].

Существуют две отличительные черты мышления.

Опосредованный характер - первая отличительная черта мышления. В таком случае, индивид познает косвенно, то, что он никак не способен узнать непосредственно напрямую: одни качества с помощью каких-либо других известных качеств, иные посредством других. Мышление всегда основывается на свойства эмоционального опыта - чувства, восприятия, а так же на ранее приобретенные познания.

Обобщенность - вторая отличительная черта мышления. Это значит, что изучение общего и значимого в предметах реальности допустимо вследствие того, что все качества тесно взаимосвязаны между собой.

Обобщения общество высказывают с помощью речи, языка. Словесное определение принадлежит не только ко всей группе схожих предметов, но кроме того и к отдельному предмету. Обобщённость также присуща и образам (представлениям и в том числе восприятиям). Слово дает возможность обобщать неограниченно, в то время как обобщенность всегда ограничена наглядностью. К примеру, все общефилософские определение материи, закона, перемещения, явления, сути, свойства, количества и так далее - это все очень объемные обобщения, проявленные с помощью слова.

В образе понятий фиксируются итоги познавательной деятельности человека. Понятие представляет собой отражение значительных свойств объекта. Вследствие многих мнений и выводов об объекте, возникает понятие о нем. Высочайшей ступенью постижения мира считается понятие как итог обобщения навыка человека [14].

Мышление индивидуума проявляется в виде суждений и умозаключений.

Суждение — это модель мышления, отражающая предметы реальности в их отношениях и взаимодействиях. Обособленную идею про что-то представляет собой каждое суждение. Когда нужно найти решение какой – либо мыслительной задачи, осознать что – либо, отыскать ответ на заданный вопрос, то поочередная логическая взаимосвязь некоторых суждений является рассуждением. Только когда рассуждение приводит нас к

установленному умозаключению, выводу, оно имеет практическое значение. Решением вопроса и станет данный вывод [5].

Умозаключение представляет собой вывод из нескольких суждений, который предоставляет нам новые знания об объектах и процессах окружающего мира. Умозаключения могут быть дедуктивные индуктивные, и по аналогии.

Самая высокая степень познания людьми реальности - это мышление. Чувства, восприятия и понятия считаются эмоциональной базой для мышления. Единственные пути связи организма с окружающим миром - это органы чувств и именно через них в мозг поступает информация. Мозгом обрабатываются составляющие информации. Более закономерной конфигурацией обработки поступившей информации считается работа мышления. Когда индивидуум решает мыслительные задачи, которые перед ним ставит окружающий мир, то он приходит к результатам, и с помощью этого узнает реальную суть предметов и объектов, познает их взаимосвязи.

Мышление создается на основании чувств и восприятий, а не только сопряжено с ними. Самый непростой процесс - это перевоплощение от эмоций к размышлениям, он заключается, в первую очередь, в определении главного признака объекта, выделенного от каких-либо единичных, определенных с целью назначения значимого для большинства объектов.

Главным образом как разрешение трудностей, вопросов, задач, часто появляющихся в жизни перед человеком, представляется мышление. Разрешение различных вопросов должно приносить людям что – либо новейшее, а так же новые познания. Мышление, обычно, деятельность интенсивная, которая нуждается в концентрации внимания, упорства, так как розыск путей решений очень часто бывают весьма тяжелыми.

Изменения, произошедшие в сфере жизни, привели к компьютеризации практически всех ее отраслей, в том числе и образования, поэтому в настоящий момент развитию логических умений школьников уделяется

огромное внимание, хоть это, в свою очередь, и привело к сокращению общего объема преподаваемого материала.

По мнению педагога Татьяны Александровны Кондрашенковой логические умения не формируются сами собой при изучении основного содержания какого-либо предмета, а должны рассматриваться как предметы для специального усвоения, это в своих исследованиях показывали многие психологи. Таким образом, в основных школьных дисциплинах должен содержаться материал и задания, которые могли бы формировать логические и общелогические умения учащихся [27].

Разумеется, навыки рассуждения и логического мышления крайне успешно развиваются в процессе изучения математики, возможно, даже успешнее, чем в процессе изучения остальных школьных предметов. Именно поэтому, математика принимает основную нагрузку по развитию у школьников логической грамотности. Очень важно, что эта задача для математики не посторонняя, так как знание основ логики, как отмечает В. И. Игошин, помогает более осознанно и более глубоко изучать саму математику [8].

Как считает М. Е. Драбкина [15], при обучении математике логические понятия должны осознаваться так же отчетливо, как и математические, так как если отрывать одни от других, ученики будут недостаточно понимать содержание важнейших математических предложений и их связей, усвоение математики затруднится, замедлится логическое развитие учащихся. Поэтому, общепринято, что целесообразнее изучать элементы логики в единстве с математикой.

Касательно всего вышесказанного могут возникнуть следующие вопросы:

- 1) С какого класса рациональнее включать элементы логики в обучение с целью развития логических умений?
- 2) Какой продолжительности должен быть временной период, течение которого происходит обучение?

Как считают многие специалисты, среди которых А. А. Столяр [41], В. И Игошин и многие другие, наиболее важный период для начала логического развития школьников, это 5-6 классы.

Экспериментально установлено И. О. Никольской, что при кратковременном обучении видимого развивающего эффекта не будет. Такой результат может быть получен, если в течение длительного времени обучать школьников умениям оперирования логическими понятиями и правильного построения и анализа суждений, и что самое главное, это должно происходить неразрывно с основным курсом математики [30].

Давайте рассмотрим, на какие этапы делится курс математики в общеобразовательной школе. Всего три этапа:

- 1) единый курс «Математика» с 1 по 6 класс;
- 2) курс математики основной школы с 7 по 9 класс, который состоит еще из двух курсов «Алгебра» и «Геометрия»;
- 3) курс математики старшей школы с 10 по 11 класс, который также состоит из двух курсов «Алгебра и начало анализа» и «Геометрия».

У школьников возникают некоторые трудности при изучении математики на втором этапе. Учащиеся знакомятся с большим числом новых понятий, и это приводит к необходимости учиться их доказывать. Это и является одной из причин возникновения трудностей. Так же начиная изучать систематические курсы алгебры и геометрии, уровень требований заметно повышается, по сравнению с предыдущим этапом изучения математики, поэтому учитель должен уделять большое внимание логической подготовке школьников [13].

Следует отметить, что введение логической подготовки обуславливаются не только потребностями курса математики, но и для других школьных дисциплин. В школьные учебники по различным предметам включены задания, выполнение которых требует знаний логических действий: вывода, обоснования, деления на группы и так далее. Таким образом, определенные логические знания и умения необходимы

школьникам, чтобы усваивать различные учебные предметы. Разбирая данный вопрос в более широком смысле, можем отметить, что профессиональная деятельность многих людей предполагает под собой наличие достаточно развитого логического мышления, в частности, юристы, экономисты и другие.

Следовательно, изменения в сфере образования, потребности курса математики и остальных школьных дисциплин, мнения разных специалистов в сфере методики преподавания приводят к следующим выводам:

1) Рациональнее включать в обучение логические операции в единстве с курсом математики.

2) Обучение должно происходить не эпизодически, а равномерно и непрерывно в периоде обучения математике в средней школе. И начинать это обучение нужно не позднее 5 класса.

Прежде чем рассматривать дальнейшие вопросы, связанные с развитием у школьников логической грамотности, нужно определить основные термины. Речь пойдет о логической грамотности, общелогических умениях и логических умениях [18].

Как термин, понятие «логическая грамотность» впервые было выделено И. Л. Никольской в 1973 году. Так в ее понимании логическая грамотность – это свободно владение некоторым комплексом элементарных логических понятий и действий, составляющих азбуку логического мышления и необходимый базис его развития. Наряду с этим Никольская И. Л. выделила знания и умения из сферы логики [30]. Перечислим, что должны уметь школьники к концу 6 класса:

- уметь давать определения знакомых понятий;
- знать правила классификации;
- уметь отличать существенные признаки понятия от несущественных;
- уметь выделять логическую форму предложения;

- понимать смысл и владеть навыками правильного употребления словосочетаний;
- уметь проверять правильность рассуждений, обнаруживать логические ошибки;
- знать наиболее употребительные приемы доказательств.

Теперь мы определим разницу между общелогическими и логическими умениями.

Общелогические умения, по мнению Т. А. Кондрашенковой – это те умения, которые необходимы в любой интеллектуальной деятельности, а так же и для изучения школьных дисциплин. Сюда можно включить следующие группы умений, которые нужны для определения понятий, для классификации понятий, для выполнения логических действий «умозаключения» и «доказательства».

А вот логические умения – это умения, которые связаны понятиями атематической логики. К логическим следует отнести следующие группы умений:

- 1) выделять логические формы утверждений;
- 2) строить обратные отрицания и противоположные утверждения;
- 3) проводить «математические доказательства».

Стоит отметить значимость работ многих ученых, в которых говорится о проблеме формирования и развития у школьников логических и общелогических умений.

В этих статьях они исследуют непосредственно воспитательный эффект уроков математики, при этом, убедительно показывают, что именно логический компонент математики оказывает это воспитывающее воздействие [1]. Таким образом, необходимость приучения учащихся к «полноценной аргументации» является важнейшей общекультурной задачей образования, которая на уроках математики приобретает некоторые конкретные формы, а именно: борьбу против незаконных обобщений, борьбу

против необоснованных аналогий, борьбу за полноту дизъюнкций, борьбу за полноту и выдержанность классификации.

Следуя в данном направлении, также нужно уделить внимание взглядам Т. А. Ивановой, которая занималась проблемой развития культуры мышления школьников на уроках математики. Она выделила некоторые элементы, которые и составляют культуру мышления [22].

Первый из них, это понимание предмета математики, всех ее основных понятий и их осознанное использование при изучении математики, а так же в практической деятельности и в ее приложениях.

Во второй элемент содержатся умения различать между собой справедливые выводы, правдоподобные и вероятностные.

Третий элемент – это владение логическими составляющими математической деятельности, а для этого нужно:

- понимать логическую структуру определения понятия: род, их конъюнктивная и дизъюнктивная связь, видовые отличия, наличие и смысл кванторов;

- уметь соотносить объекты по заданному признаку, находить главные основания для их сравнения;

- понимать сущность доказательств, полноценность аргументаций;

- уметь классифицировать понятия по определенному и найденному самостоятельно основанию;

- уметь оперировать определениями понятий: выводить следствия, подводить под понятия;

- понимать логическую структуру теорем, уметь формулировать обратные утверждения, противоположные обратным утверждениям и понимать логические связи между этими предложениями;

- владеть дедуктивными методами доказательств и опровержений: аналитическими, синтетическими, от противного, методом математической индукции, методом всесторонних проб, контрапозиции, методом полной индукции.

В четвертый элемент включены владения эвристическими составляющими математической деятельности, для этого нужно уметь:

- выдвигать гипотезы, основываясь на аналогиях, неполных индукциях, конкретизациях, обобщениях, пространственном воображении, на интуиции для постановки проблем и для их решения;
- обнаруживать закономерности и находить аналогии.

В пятый элемент, составляющий культуру мышления, входят владения алгоритмическими составляющими математической деятельности:

- умением использовать готовые алгоритмы;
- пониманием сущности алгоритма;
- умением самостоятельно создавать алгоритм какого – либо действия.

В шестой, завершающий элемент, включены умения использовать математический язык, математическую терминологию, символику, умение ясно, логично, последовательно, кратко выражать свои мысли как устно, так и письменно.

Разумеется, многие из перечисленных элементов культуры мышления можно отнести к предмету и объекту данной работы.

Таким образом, чтобы решить проблему формирования и развития у школьников логических и общелогических умений, необходимо рассматривать ее в более широком смысле, а именно как проблему развития общей культуры мышления.

1.3 Развитие логического мышления у школьников посредством математики

Считается, что на уроках по математике ученики учатся использовать все психические функции и процессы: память, внимание и мышление, а не только получают определенные знания. Почти на каждом уроке развивается логическое мышление, но, зачастую, дети так и не могут научиться правильно делать обобщения, классификации и выводы. Поэтому, можно сделать вывод, что развитие логического мышления школьников является

первоочередной и одной из самых важных задач школьного курса математики.

Мыслительная деятельность школьников в подростковом возрасте подвергается существенным изменениям. В младшем школьном возрасте достигается уровень мышления, который позволяет ребенку овладевать основами наук. Но в средней школе требуется новый характер усвоения знаний, опора на самостоятельное мышление. В дальнейшем, чтобы хорошо учиться, школьнику необходимо уметь обобщать, сравнивать, делать выводы, доказывать, рассуждать, абстрагировать. Так мыслительная деятельность школьника становится зависимой от способности к абстрактному мышлению, а уже на второй план отходит конкретно – образное мышление. Но составляющие конкретно – образного мышления не пропадают, а остаются и развиваются и, несомненно, остаются неотъемлемой частью мышления. Так школьники учатся конкретизировать, иллюстрировать, раскрывать содержание понятий в конкретных образах. Нельзя пренебрегать особенностями наглядно – действенного мышления у школьников, так как при монотонном или одностороннем наглядном опыте не выявляются умения выявить абстрактные существенные признаки предмета или объекта. Психологи в своих исследованиях отмечали трудности такого рода и их специфику. Так, к примеру, ученики в шестом классе знают основные признаки фигуры, но не всегда могут их определить в непривычных ситуациях, а именно, не могут сказать прямоугольный треугольник или нет, если прямой угол сверху. Вместе с этим, трудности у младших школьников возникают при отвлечении и наглядного смысла слова и ориентировании лишь на его грамматическую форму [36].

Для подросткового возраста характерна критичность мышления. До этого школьники, в основном, полагаются на авторитетность учителя или учебника, теперь уже им интересно самим распознать справедливость мыслей, положений, суждений. Это довольно ценное качество мышления, следует работать над его развитием, необходимо преодолевать желание

сомневаться без причины, возражать, упрячиться, спорить. Средством, которое формирует критичное мышление, является раскрытие и доказательство ошибок в различных точках зрения. Важной особенностью подросткового возраста является то, что в нем формируется активное, самостоятельное, творческое мышление. Необходимо формировать и развивать творческое мышление школьников, то есть чаще создавать ситуации, где они будут самостоятельно мыслить, сравнивать различные объекты, находить их сходства и различия, учиться обобщать и делать выводы [23].

При изучении математики развитие мышления заключается в воспитании и формировании приемов мыслительной деятельности. Важно учесть, что, для того чтобы умственная деятельность школьников включала в себя не только алгоритмические учения и навыки, а так же совокупность эвристических приемов, необходимых при решении творческих задач, доказательств высказываемых утверждений [38].

Мыслительная деятельность учащихся нуждается в целенаправленном управлении, это, в свою очередь, необходимо для того, чтобы ученики могли продвигаться в своем развитии. Показав школьникам функционирование мышления на практике, можно добиться его развития у них. Нужно создавать для учеников условия для умственной работы, так как развитие происходит именно в деятельности, необходимо показывать всю сложность поиска решений. В результате школьникам проще осваивать и устранять причины ошибок и затруднений, оценивать найденные способы решения и ход логических мыслей, которые в дальнейшем станут их убеждениями.

Логическое мышление должно развиваться системно и неотрывно от урока. Все ученики должны быть задействованы активно или пассивно в ходе решения не только типовых заданий, но и задач творческой направленности [42].

Учителю на уроках необходимо уделять внимание той умственной деятельности, которая нужна в данном периоде развития. Это обладает

воспитывающим и обучающим значением, то есть учащиеся приобщаются к методу поиска, ориентируются не только на результат, но и на процесс его достижения, таким образом, учатся мыслить логически.

Развитию логического мышления школьников будет способствовать организация обучения по решению развивающих задач:

- будет повышаться уровень развития комбинаторного мышления;
- продолжит совершенствоваться владение наиболее используемыми приемами рассуждения и доказательства: дедуктивное рассуждение, рассуждение по аналогии, опровержение или обоснование на примере;
- будут формироваться умения проведения логического анализа при решении задач;
- будут формироваться мыслительные операции;
- станут формироваться умения анализа чертежа, повышение уровня геометрического зрения;
- будут формироваться умения организации поиска решений таким образом, чтобы учесть все решения;
- продолжат формироваться умения выявления логических закономерностей.

В формировании и становлении логико – математического мышления выделяют два подхода:

- 1) традиционное обучение, формирующее либо теоретическое, либо эмпирическое мышление, в зависимости от воздействия на него каких – либо объективных причин;
- 2) специально организованное обучение, формирующее учебную деятельность, приводящую к развитию теоретического мышления.

Учитель, который использует традиционную систему обучения, должен стараться построить максимально развивающий процесс обучения, по мере своих возможностей. Этой цели можно добиться при использовании системы развивающих заданий различных видов.

Второй же подход изобретен для того, чтобы логическое мышление продолжило свое формирование. Развитие свойств личности – это проблемный вопрос, в котором только комплексная работа над творческими заданиями способна принести нужный результат. Развивающие задачи обязаны содержать в себе всю совокупность познавательных действий и операций, начиная от восприятия, припоминания, запоминания, осмысления и заканчивая операциями творческого и логического мышления [38].

В теории обучения задача понимается в широком смысле. Это может быть любое задание, которое требует реализации познавательной деятельности.

По мнению А. Н. Леонтьева, задача – это ель, которая дана в определенных условиях. Многие методисты выделяют несколько типов задач зависимости от их функций: познавательные, дидактические, развивающие. С точки зрения Колягина Михаила Юрьевича, функции задач должны содержать в себе основные компоненты образования: обучение, развитие и воспитание. Так же он анализировал требования к задачам и выявил то, что развивающие задачи, или задачи с развивающими функциями содержат в себе задачи, решение которых не требует новых знаний по предмету, а достаточны имеющиеся знания в прочих комбинациях и задачи, которые помогают приобрести новые знания по предмету.

Для реализации развития логического мышления школьников было бы целесообразно ввести «математические игры», которые будут состоять из ряда развивающих задач, которые бы в свою очередь включали разнообразные логические задачи. Многообразие математических игр позволит без труда подобрать именную ту игру, которая подходит данному классу.

Теперь разберем, какие логические задачи можно использовать в создании математической игры.

Все задачи можно разбить на группы, с учетом их воздействия на мыслительную деятельность школьников.

Гибкость ума формируется при решении занимательных задач, задач – шуток, задания на перебор вариантов, при этом мышление избавляется от шаблонности, так как большинство этих задач не являются задачами конкретной темы и не требуют специальной теоретической подготовки.

Чтобы научиться правильно и последовательно рассуждать, нужно заниматься решением логических задач разного рода и содержания. В этой системе развивающих заданий представлены как раз такие задачи, которые требуют как определенный знаний по математике, так и развитого воображения и интуиции [16].

Приведем примеры такие задач.

1. Задачи на исключение лишнего.

В любой задаче этой группы указаны четыре объекта, три из которых в существенной мере схожи друг с другом, и только один отличается от остальных.

Примеры:

1) 5,12,25,40

Ответ: 12, так как не делится на 5;

2) Деление, делитель, разность, частное

Ответ: разность;

3) км, м², см, дм

Ответ: м².

2. Задачи на аналогию

Аналогия – это сходство между объектами в некотором отношении. Задачи на аналогию – это те задачи, которые формируют умения поиска решения задач, интуицию, а так же требующие методов нахождения аналогии между фигурами.

Примеры:

1) продолжите ряд 2, 5, 11, 20

Ответ: 32, так как $2+3=5$, $5+3\cdot 2=11$, $11+3\cdot 3=20$, $20+3\cdot 4=32$;

2) сумма – слагаемое, произведение - ...?

Ответ: множитель.

3. Задачи на классификацию.

Классификация – это познавательный прием мышления, суть которого заключается в разбиении некоторого множества объектов на попарно непересекающиеся подмножества или классы. Количество таких подмножеств, а так же их состав зависит от сути классификации, то есть признака, существенного для данных объектов, которая может приобретать разнообразные значения [6].

Пример:

Что связывает слова длина, объем, площадь? Какое слово к ним подходит: минута, километр, градус?

Ответ: километр.

4. Задачи на перебор.

Суть этого приема в проведении разбора и анализа всех случаев, допустимых в ситуациях, описывающихся в задачах.

Примеры:

1) В числе 48352 зачеркните две цифры так, чтобы число, образованное оставшимися цифрами в таком же порядке, было наибольшим (наименьшим).

Ответ: 852, 352.

2) Алфавит древнего племени состоит только из букв «о» и «е». Посчитайте, сколько различных слов, состоящих из трех букв есть в данном племени?

Ответ: ооо, еее, оое, оео, оее, еоо, еое, еео – 8 слов.

5. Задачи «в худшем случае».

Этот прием для решения задач, где для доказательства утверждения можно пользоваться самым неудобным, худшим случаем, в котором утверждение выполняется.

Примеры:

1) Имеется 4 замка и 4 ключа. Сколько нужно попыток, чтобы к каждому замку подобрать свой ключ?

Ответ: 10.

2) В классе 25 учеников. Будут ли среди них трое тех, кто родился в одном месяце?

Ответ: да, так как $25 > 12 \cdot 2$.

6. Задачи с геометрическим содержанием [17].

Для расширения кругозора, формирования пространственного восприятия и изобразительного искусства школьников, следует заниматься решением геометрических задач, содержание которых нацелено на знание геометрических фигур и их свойств.

А так же такие задачи можно использовать и при учении темы «Площадь».

Примеры:

1) Можно ли прямоугольник 42×19 клетки разрезать без остатка на прямоугольники размеров 7×6 ?

Ответ: можно, так как $7x + 6y = 19$ имеет целочисленное решение.

2) Сколько треугольников имеется на рисунке?

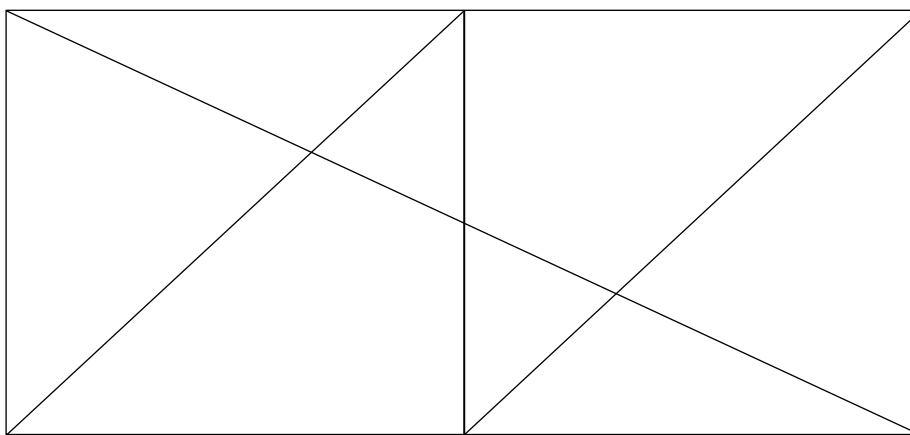


Рисунок 1

Ответ: 16.

7. Логические задачи.

Логические задачи – это задачи, которые требуют умений строить доказательства, рассуждать и анализировать.

В качестве примера можно привести известную задачу про козу, волка и капусту. Мужчина должен перевезти с одного берега на другой волка, козу

и капусту. Но одновременно их нельзя перевозить, и оставить на берегу волка с козой нельзя так же, как и нельзя козу с капустой. Как же мужчине перевезти груз на другой берег [43]?

Решение: Сначала нужно перевезти козу, затем взять капусту и отвезти к козе, но забрав козу с собой, затем перевезти на другой берег волка, вернуться за козой и перевезти ее на другой берег.

Интересно, что эта задача проанализирована немецким ученым А. Ноуманом в книге «Принять решение – но как?», где последовательно изложены теории принятия решений. В книге есть изображение, на котором нарисованы действующие герои этой задачи, а так же графическое представление решения задачи в виде схемы, которая показывает волка, козу и капусту на обоих берегах, а так же переезды через реку в обе стороны. Таким образом, шуточная задача является первым звеном в построении серьезной математической дисциплины.

Чтобы логическое мышление развивалось, основная работа должна вестись с задачами. Ведь в каждой задаче заложены основы для формирования мышления. Нестандартные логические задачи – превосходный инструмент для такого развития.

С помощью таких задач можно не только повысить логический навык, но и использовать их с целью увлечения учащихся математикой, а так же, давать их дополнительно к основному домашнему заданию.

Примеры:

1) Егор сказал верное утверждение. Никита повторил его дословно, но оно стало ложным. Что сказал Егор?

Ответ: Меня зовут Егор;

2) Митя, Катя, Оля и Миша собрали фрукты. Миша собрал больше всех фруктов, а Митя - не меньше всех. Верно ли утверждение, что мальчики собрали больше фруктов, чем девочки?

Ответ: Да.

8. Задачи – шутки.

Примеры:

1) Угол при вершине лебединого клина равен 30° . Как изменится величина этого угла при рассматривании лебедей в бинокль с четырехкратным увеличением?

Ответ: увеличение никак не влияет на величину угла при вершине, поэтому ответ 30° .

2) Собрали вместе 10 стогов сена и 5 стогов. Сколько стогов получили?

Ответ: получили один стог, так как «собрали вместе» все стога.

3) Миша купил товара на 15 рублей, а заплатил 50 рублей. У продавца не было сдачи, и он разменял деньги у коллеги. Когда продавец засплатился с Мишей, тот ушел, а коллега обнаружила, что 50 рублей фальшивые. Продавец вернул коллеге 50 рублей и задумался. Какой убыток понес продавец?

Ответ: 50 рублей. Убыток в том, что продавец отдал 50 рублей за фальшивые 50, иные обмены не учитываются.

4) Девочка Даша говорит: позавчера мне было 11 лет, а в следующем году мне исполнится 14. Как такое может быть?

Ответ: такое может быть, если День рождения Даши 31 декабря, а эту фразу она сказала 1 января.

9. Задачи на переливание.

1) Есть 12-литровая канистра с водой. Нужно получить половину, то есть 6 литров воды, если есть 2 ведра: 8 литров и 5 литров.

Ответ: налить в 8 литровое ведро, а канистре остается 4 литра, из 8 литрового вылить в 5 литровое, в 8 литровом останется 3 литра. Из 5 литров вылить все в канистру и долить те 3 литра, которые остались в 8 литровом ведре. Затем налить еще раз полное 8 литровое и вылить из него 2 литра в 5 литровое (там было три). Таким образом в 8 литровом ведре останется 6 литров.

2) Есть четырехлитровое и девятилитровое ведра. Нужно набрать 6 литров воды. Как это сделать?

Ответ: Наливаем в 9 литровое и выливаем в 4 литровое и так два раза, чтобы в девятилитровом остался 1 литр. Его переливаем в 4 литровое и снова набираем полное девятилитровое ведро, затем из него переливаем недостающие 3 литра в 4 литровое ведро. Таким образом, в девятилитровом ведре остается 6 литров.

10. Частично – поисковые задачи.

В частично – поисковых задачах заключены такие виды знаний, в процессе решения которых учащиеся, обычно, без участия учителя или при его небольшой помощи, открывают для себя новые знания и способы их познания [43].

К конкретным частично – поисковым задачам можно отнести задачи на нахождение принципа группировки и закономерности, на расположение приведенных цифр, слов, явлений.

Помимо ответа на вопросы поисковых задач, так же рекомендуется расписывать ее способ решения и знакомится с системами логических операций, которые применяются в решении.

Примеры:

1) Выявить закономерность:

а) 2, 5, 11, 20, 32...

Ответ: к предшествующему числу прибавляется 3, умноженное сначала на 1, затем на 2, 3 и так далее.

б) 19, 14, 17, 12, 15, 10, 13, 8, 11, 6, 4

Ответ: с первого числа черед одно стоят числа, убывающие на два, а между ними стоят меньше их на 5.

2) Определить, какой признак объединяет числа:

2, 9, 20 (одинаковая первая буква);

91, 154, 550 (одинаковая сумма цифр).

Можно сделать вывод, что существует множество интересных логических задач, которые могут послужить основой для создания увлекательной игры не только на внеурочной деятельности, но и на самих

уроках по математике. Так же следует знать определенные правила, чтобы создать наиболее успешную математическую игру, как средство развития логического мышления, а именно:

- задания, которые подобраны для одного урока, должны быть разнообразны и воздействовать на различные сферы мышления;
- выбирать задания, учитывая возраст детей;
- если у учеников задание вызывает затруднение, то разумно будет разобрать его всем классом вместе с учителем.

Исходя из вышеперечисленных особенностей, можно выделить, что усиленное развитие логического мышления происходит при создании атмосферы уважения, поощрения инициативы и стимулирования творчества учащихся. Так же использование системы развивающих заданий позволяет прививать интерес к предмету, дает более глубокое, полное и целостное понимание изучаемых тем, формирует мышление школьников.

В следующей главе мы покажем некоторые примеры математических игр, которые позволят наилучшим образом развивать у школьников логическое мышление.

Глава II. ПРИМЕРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИГР ДЛЯ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

2.1 «Математический хоккей»

Цель: развитие логического мышления учеников 5 класса посредством проверки знаний по программе школьного курса.

Задачи:

- обобщить знания по математике, полученные за время обучения;
- формировать умение применять необходимые знания и умения на практике;
- расширить кругозор учащихся;
- способствовать развитию памяти;
- развивать логическое и пространственное мышление;
- воспитывать познавательный интерес учащихся к математике;
- развивать способность работать в коллективе.

Так как игра рассчитана на проведение во время урока математики, то первым делом необходимо учитывать время, которое должно быть затрачено на игру.

Оборудование: плакат, на котором изображен хоккей, шайба, карточки.

План игры:

Вступительное слово (3 минуты).

Первый период (17 минут).

Тайм аут - игра с болельщиками (6 минут).

Второй период (17 минут).

Подведение итогов игры (2 минуты).

Ход игры:

1. Вступительное слово (вступление).

Слово учителя: Здравствуйте, дорогие ребята. Сегодня мы с вами проведем игру, которая называется «Математический хоккей». Играют у нас 2 команды, а так же нам нужны болельщики, поэтому попрошу вас

разделиться на две равные по количеству человек команды, а так же решить, кто будет в роли болельщиков. Но не думайте, что болельщики будут все время отдыхать, для них у нас приготовлен отдельный конкурс. Так же на нашей игре присутствует судья (ученик старших классов).

Наш «математический хоккей» состоит из двух периодов и тайм-аута. В каждом из двух периодов представлены задания, на которые каждой команде необходимо дать правильный ответ. За каждый правильный ответ команда делает передачу (пас). Команда забивает противнику гол в том случае, если сделано три передачи. Так же в игре может быть назначен штрафной бросок (буллит) в ворота провинившейся команды, если кто-нибудь из участников нарушит правила игры.

Правила игры всем понятны?

Итак, я вижу, что все готовы начать нашу игру. Тогда позвольте мне представить вам наших игроков: первая команда «Медведи» и ее капитан Алехин Александр, и вторая команда «Бобры» во главе с капитаном Волченко Ильей. В каждой команде у всех есть своя роль, а именно защитники, вратари и нападающие.

Первый период.

Задания:

1. Нужно назвать число, у которого количество букв в названии совпадает с количеством цифр.

Ответ: три.

2. Если считать от 1 до 98, то сколько раз цифра 6 нам встретится?

Ответ: 10 раз.

3. Пять коней пробежали 40 км. Какое расстояние пробежал каждый конь?

Ответ: каждый конь пробежал 40 км.

4. Яйцо всмятку нужно варить 3 минуты. Сколько нужно времени, чтобы сварить 7 яиц всмятку?

Ответ: 3 минуты.

5. У продавца было 10 попугаев, к нему подошли 10 учеников. Каждому ученику он продал по одному попугаю, но в клетке все равно остался один попугай. Как такое могло произойти?

Ответ: последнего попугая продавец отдал вместе с клеткой.

6. Ветку разрезали на 14 частей. Сколько всего сделали разрезов?

Ответ: 13.

7. Есть комната, в ней 4 угла. В каждом углу сидит мышка. Напротив каждой мышки сидит по три мышки. А на хвосте у каждой мышки по одной мышки. Сколько всего мышек в комнате?

Ответ: 4 мышки.

8. Две матери и две дочери купили три персика. Каждой из них досталось по персику. Как такое могло произойти?

Ответ: бабушка-мама-дочь.

9. Две девочки подошли к озеру. На берегу стоит лодка. Но она может перевезти только одного человека, а они обе переправились. Как такое могло произойти?

Ответ: девочки подошли к разным берегам.

10. Собрали вместе 10 стогов сена и 5 стогов. Сколько стогов получили?

Ответ: получили один стог, так как «собрали вместе» все стога.

11. Девочка Даша говорит: позавчера мне было 11 лет, а в следующем году мне исполнится 14. Как такое может быть?

Ответ: такое может быть, если День рождения Даши 31 декабря, а эту фразу она сказала 1 января.

12. Митя, Катя, Оля и Миша собрали фрукты. Миша собрал больше всех фруктов, а Митя - не меньше всех. Верно ли утверждение, что мальчики собрали больше фруктов, чем девочки?

Ответ: Да.

Для того чтобы сделать следующий пас командам нужно решить задачи.

Задачи для первой команды:

1. В коробке было 56 яблок. Их разложили в 4 пакетика по 8 штук. Сколько яблок осталось в коробке?

Решение: $56 - (4 \cdot 8) = 56 - 32 = 24$

Ответ: 24 яблока.

2. Рост Веры 1 метр 65 сантиметров. Она спит под пледом, длина которого 135 сантиметров, и если Вера вытянется во весь рост, то сколько будет сантиметров торчать из под пледа? Ответ выразите в дециметрах.

Решение: $1 \text{ м } 65 \text{ см} = 165 \text{ см}$

$165 - 135 = 30 \text{ см}$

$30 \text{ см} = 3 \text{ дм}$.

Ответ: 3 дм.

Задачи для второй команды:

1. Кощей Бессмертный собрал 7 корзинок лисичек, по 6 штук в каждой. А так же еще одну корзину с 30 мухоморами. Сколько всего грибов собрал Кощей Бессмертный?

Решение: $7 \cdot 6 + 30 = 42 + 30 = 72$

Ответ: 72 гриба.

2. Никита спрятал свой клад на глубине 15 метров, а Кирилл на глубине 7 метров. На сколько глубже закопан клад у Никиты? Ответ выразите в дециметрах.

Решение: $15 - 7 = 8 \text{ м}$

$8 \text{ м} = 80 \text{ дм}$

Ответ: 80 дм.

Тайм-аут.

Пока команды отдыхают, проводится игра с болельщиками.

1. На День рождения к Кати пришли гости. Начались танцы. Все начали танцевать по парам, но одному гостю не хватило пары, тогда все стали танцевать по трое, но снова один гость остался один. Сколько гостей

было на Дне рождения Кати, если известно, что их было меньше 20, но больше 10.

Ответ: гостей было 12, а с Катей всего было 13 человек.

2. У цыпленка Цыпы 6 сестер и 8 братьей, а больше никого из родственников нет. Сколько цыплят во дворе, если известно, что они все приходятся друг другу родственниками?

Ответ: 15 цыплят. $6+8=14$ и сам Цыпа.

3. Атлеты бегут по стадиону. Антон бежит пятый сначала и третий, если считать с конца. Сколько всего атлетов бегут?

Ответ: 8 атлетов. Четверо спереди Антона, трое сзади и сам Антон.

4. Повар разрезал рулет семью разрезами. Сколько кусочков рулета получилось?

Ответ: 9 кусочков.

5. Злодей жил на третьем этаже двенадцатиэтажного дома. Но в один день ему захотелось жить выше, и он с помощью своих чар перевернул дом крышей вниз. На каком этаже теперь живет злодей?

Ответ: на десятом этаже.

6. На хоккейном матче нападающей Игорь забил шайбу в ворота противника 3 раза. Выиграла ли команда, где играет Игорь или нет, если окончательный счет игры 5:2?

Ответ: команда, где играет Игорь, выиграла, так как он забил 3 шайбы, и не может быть окончательный счет у его команды 2.

7. Масса половины индюка 4 кг. Сколько весит индюк?

Ответ: 8 кг.

8. На листе изображены треугольники и окружности. Всего изображено 16 фигур. Сколько было окружностей и треугольников, если известно, что окружностей было на 4 больше, чем треугольников?

Ответ: 10 окружностей и 6 треугольников.

Второй период.

1. В продуктовый магазин привезли 6 канистр с лимонадом, в которых было 20, 31, 18, 16, 15, 19 литров. В первый день пришли два покупателя. Один купил 3 канистры, второй две. Оказалось, что второй купил в два раза меньше литров лимонада, чем первый. Затем пришел еще один покупатель, чтобы купить лимонад, а продавец уже точно знал со сколькими литрами лимонада осталась канистра. Какая канистра осталась?

Ответ: первый покупатель купил канистры с 16, 19 и 31 литрами лимонада (то есть всего у него 66 литров), а второй с 18 и 15 литрами (33 литра). Следовательно, осталась одна канистра с 20 литрами лимонада.

2. Есть четырехлитровое и девятилитровое ведра. Нужно набрать 6 литров воды. Как это сделать?

Ответ: Наливаем в 9 литровое и выливаем в 4 литровое и так два раза, чтобы в девятилитровом остался 1 литр. Его переливаем в 4 литровое и снова набираем полное девятилитровое ведро, затем из него переливаем недостающие 3 литра в 4 литровое ведро. Таким образом, в девятилитровом ведре остается 6 литров.

3. Необходимо начертить прямоугольный параллелепипед со сторонами 4 см, 6 см и 8 см. Найти объем прямоугольного параллелепипеда.

Ответ: $4 \cdot 6 \cdot 8 = 192 \text{ см}^3$.

4. Необходимо начертить куб, сторона которого 7 см. Найти объем куба.

Ответ: $7 \cdot 7 \cdot 7 = 343 \text{ см}^3$.

5. Найди лишнее.

У каждой команды на столе лежат карточки с изображенными фигурами. Нужно найти лишнюю фигуру. Команды, которая быстрее справится с заданием, делает пас.

6. Спортсмены - художники.

Каждой команде выдается чистый лист бумаги и разные фигуры. Необходимо изобразить картину, используя выданные фигуры. После конкурса, судья решает, у кого аккуратнее и более оригинальное.

Подведение итогов игры.

Слово учителя «Ну что, хоккеисты, наша игра подошла к концу. Поздравляю команду «...» с победой. Думаю, что сегодня каждый из вас смог узнать что-то новое и интересное» Победители награждаются подарками, а проигравшая команда и болельщики утешительными призами.

Задания для буллита.

1. Нужно отгадать слово.

$$135-39= \text{й}$$

$$258+652= \text{о}$$

$$3 \cdot 65= \text{к}$$

$$915-365= \text{х}$$

$$338/13= \text{е}$$

А теперь соберите слово:

550

910

195

195

26

96

Ответ: хоккей

2. Сколько треугольников имеется на рисунке?

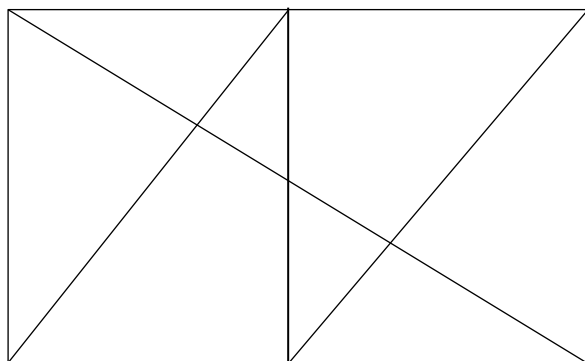


Рисунок 2

Ответ: 16.

2.2 «Самый умный»

Цель: развитие логического мышления учеников 6-7 классов посредством проверки знаний по программе школьного курса математики.

Задачи:

- обобщить знания по математике, полученные за время обучения;
- формировать умение применять полученные знания на практике;
- развивать память, познавательный интерес, пространственное и логическое мышление;
- воспитывать познавательный интерес к математике;
- развивать умение делать правильно выводы;
- развивать способность работать в коллективе.

Оборудование: карточки с заданиями, листы.

Продолжительность игры: 60 минут.

План игры:

1. Представление команд (2 минуты)
2. «Кто кого?» (8 минут)
3. «Попробуй, объясни» (8 минут)
4. «Без слов» (7 минут)
5. «Считай и не смотри» (8 минут)
6. «Сколько их?» (8 минут)
7. «Художник» (7 минут)
8. «Самый умный» (10 минут)
9. Подведение итогов игры (2 минуты)

Ход игры:

1. Представление команд

Слово учителя: «Здравствуйте, дороги ребята. Сегодня мы с вами сыграем в игру, которая называется «Самый умный». Вашим домашним заданием былоделиться на три команды и придумать каждой название, а так же выбрать капитана. Вы готовы? (отвечают дети). Тогда начнем. Итак,

первая команда «...» и ее капитан ..., вторая команда «...» с капитаном ... и наши третьи участники - это команда «...» и ее капитан «...».

2. «Кто кого?»

Первый наш конкурс называется «Кто кого?». В нем участвует вся команда, каждой задается вопрос и правильный ответ приносит команде 1 балл.

1. Верно ли высказывание, что некоторые правильные дроби больше $4/5$?

Ответ: да, например $9/10$.

2. Какой вес у одного минтая, если три минтая весят столько, сколько полтора минтая и плюс 3?

Ответ: 2 кг.

3. Сколько летело ласточек? Если одна спереди, а четыре позади; одна сзади и две впереди и рядом с ней еще сзади и две впереди; и два ряда по две.

Ответ: 5 ласточек.

4. Назовите совершенное число меньше 10. Напоминаю, что число называется совершенным, если оно равно сумме всех своих делителей, включая 1.

Ответ: 6 ($1+2+3$).

5. Чтобы сварить одно яйцо потребуется 6 минут. Сколько минут потребуется, чтобы сварить 10 яиц?

Ответ: 6 минут.

6. В семье пять сестер, у каждой по брату. Сколько детей в семье?

Ответ: 6.

7. На ветке сидело пять птиц. Охотник сделал один выстрел и попал в двух птиц. Сколько птиц осталось на ветке?

Ответ: 0.

8. Пастух пошел на базар и купил себе 2 коровы, заплатив при этом 15000 рублей. По чем пошла каждая корова?

Ответ: по земле.

9. Если перемножить все целые числа, то чему будет равно их произведение?

Ответ: 0.

10. Две матери и две дочери купили три персика. Каждой из них досталось по персику. Как такое могло произойти?

Ответ: бабушка-мама-дочь.

11. У людей 10 пальцев на руках. Ответьте, а сколько пальцев на 20 руках?

Ответ: 100 пальцев.

12. В библиотеке на полке стоят 15 книжек. Какой по свету будет шестая книжка, если начать счет с другой стороны?

Ответ: десятой.

Слово учителя «Наш первый конкурс завершен. Попрошу жюри подвести итоги»

3. «Попробуй, объясни»

В этом конкурсе от каждой команды выходят по одному игроку. На столе перед ними карточки со словами, которые связаны с математикой. Они должны по очереди объяснить своей команде это слово, но именно его, а так же однокоренные слова использовать нельзя. Если команда отгадает слово, то получает 2 балла.

Слова:

1) Параллелепипед

2) Конус

3) Цилиндр

4. «Без слов»

В этом конкурсе так же от каждой команды выходят по одному игроку. На столе перед ними карточки со словами, которые связаны с математикой. Теперь они должны объяснить своей команде это слово только с помощью жестов и мимики. Если команда отгадает слово, то получает 2 балла.

Слова:

1) Фломастер

2) Точилка

3) Карандаш

5. «Считай в уме»

Участвует по одному игроку от каждой команды. Им необходимо будет умножить числа в уме и дать правильный ответ. Та команда, чей игрок первым даст правильный ответ получит 2 балла.

1) $11 \cdot 36$ (396)

2) $11 \cdot 42$ (462)

3) $11 \cdot 45$ (495)

6. «Сколько их?»

Ведущий показывает рисунок, на котором изображены геометрические фигуры. Каждой команде необходимо посчитать количество каждой фигуры на изображении. Первая команда, которая даст правильный ответ, заработает 2 балла.

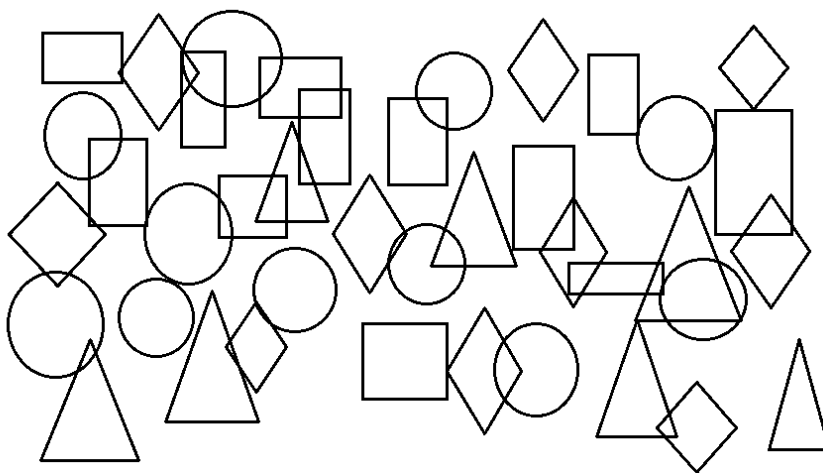
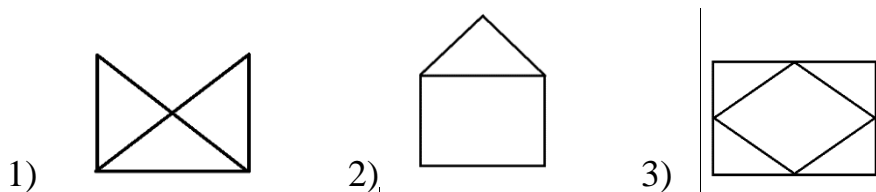


Рисунок 3

Ответ: 12 прямоугольников, 11 окружностей, 10 ромбов, 7 треугольников.

7. «Художник»

Одному игроку от каждой команды необходимо повторить на доске фигуру, изображенную на карточке, но не отрывая руки от доски, то есть должна вестись одна сплошная непрерывная линия.



8. «Самый умный»

В этом конкурсе принимает участие вся команда. Та из команд, которая быстрее справится со своим заданием, получает 3 балла. Если и вторая команда верно решила свое задание, то она получает 1 балл.

1. Представьте, что на рисунке, который перед вами изображение сделано при помощи спичек. Вам необходимо переставить эти спички так, чтобы получилось ровно 4 квадрата.

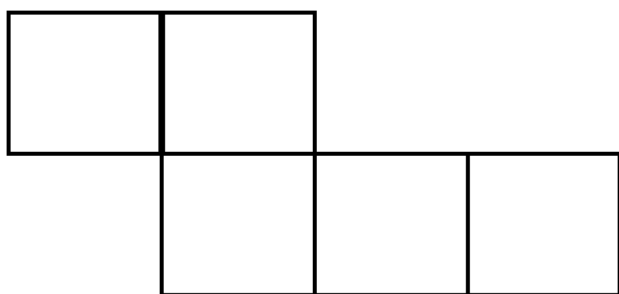


Рисунок 4

Ответ:

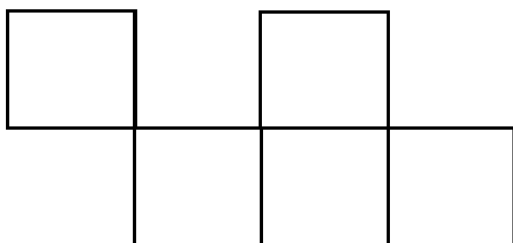


Рисунок 5

2. Используя цифры 1,2,3,4,5,6,7,8,9, записать их в порядке убывания. Затем между ними поставить арифметические знаки «+» и «-» так, чтобы в результате получилась 1.

Ответ: $9-8+7-6-5+4-3+2+1=1$.

9. Подведение итогов игры.

Жюри подсчитывает набранные командами баллы, оглашают победителя игры. Победители получают ценные призы, проигравшим командам вручаются утешительные призы.

2.3 «Математический лабиринт»

Цель: способствовать развитию логического и пространственного мышления учащихся посредством математической игры.

Задачи:

- достаточно хорошо развить умение последовательно и правильно излагать свои мысли;
- формировать способность рационально мыслить;
- развивать умение находить творческий подход к решению задачи;
- расширить кругозор учащихся.

Оборудование: презентация, плакат с изображением лабиринта.

План игры:

1. Вступительное слово (2 минуты)
2. Дверь № 1 (6 минут)
3. Дверь № 2 (5 минут)
4. Дверь № 3 (6 минут)
5. Дверь № 4 (6 минут)
6. Дверь № 5 (6 минут)
7. Дверь № 6 (6 минут)
8. Дверь № 7 (6 минут)
9. Подведение итогов игры (2 минуты).

Ход игры:

Вступительное слово.

Слово учителя: Добрый день дорогие друзья. Сегодня мы с вами заблудились и попали в лабиринт. Нам нужно будет найти выход из него. На нашем пути будут встречаться двери, на которых будут висеть замки и чтобы открыть замок, нам необходимо будет правильно решать задания. Если вы дали верный ответ, то дверь откроется, и вы сможете двигаться дальше. Для начала необходимо разделить на две команды. Та команда, которая быстрее поднимет руку и даст правильный ответ, заработает 2 балла. Если же команда дает неправильный ответ, то ход переходит другой команде. Ну что, начнем наше путешествие?

Дверь № 1.

Для того чтобы открыть первую дверь нужно из предложенных чисел выбрать те, которые делятся на 7.

161

250

583

889

323

441

Ответ: 161, 889, 441

Дверь № 2.

Чтобы открыть вторую дверь, нужно из предложенных чисел выбрать те, которые делятся на 13.

596

986

182

453

299

754

Ответ: 182, 299, 754.

Дверь № 3.

Перед третьей дверью лежат три шкатулки. Нужно найти ключ, лежащий в одной из этой шкатулки. Шкатулки пронумерованы, а рядом записка.

Шкатулка № 321-«ключ не в этой шкатулке»

Шкатулка № 322- «ключ не в шкатулке 321»

Шкатулка № 323- «ключ в этой шкатулке»

Известно, что из этих утверждений есть истинные, а есть и ложные.

Ответ: ключ в шкатулке № . Если предположить, что ключ в шкатулке № 323, то получим, что все три утверждения истинные, а должны быть и ложные. Если предположим, что в шкатулке № 321, то выходит, что все три выражения оказываются ложными, а это невозможно. Следовательно, мы делаем вывод, что ключ в шкатулке № 322.

Дверь № 4.

Перед четвертой дверью доказательство того, что $5=6$. Нужно найти ошибку.

«Посмотрите на равенство:

$$35+10-45=42+12-54$$

$$5 \cdot (7+2-9)=6 \cdot (7+2-9)$$

Разделим на общий знаменатель $(7+2-9)$ и получим, что $5=6$.

Ответ: $7+2-9=0$, а на 0 делить нельзя.

Дверь № 5.

Есть 12-литровая канистра с водой. Нужно получить половину, то есть 6 литров воды, если есть 2 ведра: 8 литров и 5 литров.

Ответ: налить в 8 литровое ведро, а канистре остается 4 литра, из 8 литрового вылить в 5 литровое, в 8 литровом останется 3 литра. Из 5 литров вылить все в канистру и долить те 3 литра, которые остались в 8 литровом ведре. Затем налить еще раз полное 8 литровое и вылить из него 2 литра в 5 литровое (там было три). Таким образом в 8 литровом ведре останется 6 литров.

Дверь № 6.

$$\begin{aligned} \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare &= 30 \\ \blacksquare + \bullet + \bullet &= 20 \\ \bullet + \blacklozenge + \blacklozenge &= 9 \\ \bullet + \blacklozenge * \blacksquare &= ? \end{aligned}$$

Ответ: квадрат равен 10, окружность равна 5, ромб равен 2, следовательно, ответ 25.

Дверь № 7.

Девочки Катя, Вика и Даша носят бантики только одного цвета: розовый белый и голубой. Нужно определить, какого цвета бантик у каждой девочки, если Вика сказала, что Даша носит белый, а Катя сказала, что Вика не любит голубой.

Ответ: Катя носит голубой бантик, Вика носит розовый, а Даша носит белый.

Подведение итогов.

Слово учителя. Награждение победителей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследования было выявлено, что уровень развития у школьников логического мышления является низким. Учащимся было довольно тяжело решать логические задания в ходе игр. А так как одна из основных задач школьного курса обучения – это развитие логического мышления, то основная нагрузка по его развитию ложиться на учителей.

Математические игры, как средство развития логического мышления являются одним из самых эффективных средств, ведь когда учитель говорит, что сейчас мы будем играть в игру, ученики перестают нервничать, как, например, перед уроком, и таким образом лучше усваивают новую информацию и им проще логически рассуждать, решая поставленные задачи.

Было выяснено, что в таких играх школьники развивают способность оценивать деятельность как свою, так и окружающих. В математических играх развивается не только логическое мышление, но и мышление, в общем. Они способствуют творческому развитию учеников, а так же научат заранее планировать свою активность.

Математические игры могут помочь в совершенствовании учеников самих себя, тем самым увеличится заинтересованность в предмете и произойдёт стимулирование познавательной деятельности.

В таких играх можно использовать различные виды заданий, от самых простых до сложных, в зависимости от уровня развития логического мышления.

И если учитель будет в процесс обучения систематически, с определённой периодичностью включать математические игры, то это будет способствовать наилучшему формированию у школьников логического мышления.

В ходе исследования были решены следующие задачи: мы изучили историю возникновения термина «логика», а так же установили ее связь с другими науками; рассмотрели педагогические основы развития логического мышления; установили, как влияет математика на развитие логического

мышления; а так же разработали три математические игры, которые послужат средством развития логического мышления.

Можно сказать, что поставленные цели выпускной квалификационной работы были достигнуты, а поставленные задачи решены.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александрова Ю. В. Основы общей психологии / Ю. В. Александрова. – М.: Наука, 2006. – 203 с.
2. Акимова С. Занимательная математика / С. Акимова. - СПб.: Тригон, 2001. - 608 с.
3. Анисомов А. Современная логика /А. Анисомов. - М.: 2003. - 416 с.
4. Аренс В. Математические игры / Вильгельм Аренс. – М.: Центрполиграф, 2018. - 116 с.
5. Астапов В. М. Диагностика развития понятийных форм мышления / В. М. Астапов. – М.: Аркти, 2010. – 156 с.
6. Белякова О. В. Энциклопедия игр / О. В. Белякова. – М.: Астрель, 2012. – 288 с.
7. Брюшинский В. Логика / В. Брюшинский. – М.: Проспект, 2013. – 416 с.
8. Бунина Л. Развиваем логическое мышление / Л. Бунина.- М.: Дрофа, 2014. – 62 с.
9. Вечканов В. Логика в вопросах и ответах / В. Вечканов. – Саратов: Научная книга, 2015.- 82 с.
10. Войшвилло Е. К. Логика / Е.К. Войшвилло. – М.: Владос – Пресс, 2001. – 564 с.
11. Гетманова А. Д. Занимательная логика для школьников. Ч. 1. / А. Д. Гетманова. - М.: Гуманит. – изд. центр «Владос», 1998. – 239 с.
12. Гик Е. Я. Занимательные математические игры / Е. Я. Гик.- М.: Мир, 2005. – 160 с.
13. Груденов Я. И. Совершенствование работы учителя математики: книга для учителя / Я. И. Груденов. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.
14. Данилков А. А. Общая психология / А. А. Данилков, Н. С. Данилкова. – Новосибирск: НГПУ, 2007. – 195 с.
15. Драбкина М. Е. О системе целенаправленных упражнений для формирования некоторых логических понятий при изучении математики в

средней школе и педагогическом вузе : автореферат дисс. канд. пед.наук – Минск, 2010. – 22 с.

16. Дубровина И. В. Психология. Учебник для студентов педагогических заведений / И. В. Дубровина. – М.: Академия, 2001. – 350 с.

17. Ефимова М. А. Задачи на разрезание / М.А. Ефимова, Г. П. Кукин. - М.: МЦНМО, 2002, - 120 с.

18. Епишева О. Б. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учебной деятельности: книга для учителей / О. Б. Епишева. – М.: Просвещение, 2000. – 136 с.

19. Заводнова Н. В. Развитие логики у детей. Игры и упражнения / Н. В. Заводнова. – Ростов: Феникс, 2016. – 240 с.

20. Занимательные и логические задачи [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://azbyka.ru/deti/logicheskie-i-zanimatelnye-zadachi> (дата обращения: 14.04.2019).

21. Иванов Е. И. Логика / Е. И. Иванов. – М.: БЕК, 2001. – 368 с.

22. Иванова Т. А. Теоретические основы обучений математике в средней школе / Т. А. Иванова. – Нижний Новгород, 2003. – 318 с.

23. Ивин А. А. Искусство правильно мыслить / А.А. Ивин. – М. Просвещение, 2005. – 169 с.

24. Ивин А. А. Логика / А.А. Ивин. – М.: Гардарики, 2009. – 352 с.

25. Интеллектуальная игра [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://www.metod-kopilka.ru/matematicheskaya_igra_6_klass-38980.htm (дата обращения: 19.04.2019)

26. Кириллов В. И. Логика / В. И. Кириллов, Г. А. Орлов, Н. И. Фокин. – М.: Проспект, 2012. – 187 с.

27. Курпатов А. В. Пространство мышления. Соображения / А. В. Курпатов. – СПб.: Трактат, 2017. – 201 с.

28. Лелявина Н. О. Давайте поиграем / Н.О. Лелявина. – СПб.: Корвет, 2014. – 227 с.

29. Маковельский А. О. История логики / А. О. Маковельский. - М.: Альпина, 2016. - 478 с.
30. Никольская И. Л. Учимся рассуждать и доказывать: Книга для учащихся 5 – 10 кл. ср. шк. / И. Л. Никольская. – М.: Просвещение, 2015. – 192 с.
31. Логические головоломки для школьников [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ped-kopilka.ru/igry-konkursy-razvlechenija/logicheskie-golovolomki-dlja-shkolnikov.html> (дата обращения 13.04.2019).
32. Логические задачи 6 класс [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.sochinika.ru/logika-6klass.html> (дата обращения: 25.04.2019).
33. Логические задачи для 7 класса [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://yandex.ru/turbo?text=https%3A%2F%2Faababy.ru%2Fzagadki%2Flogicheskie-zadachi%2Flogicheskie-zadachi-dlya-7-klassa> (дата обращения: 17.05.2019).
34. Носонова Е. А. Игры упражнения с логическими блоками / Е. А. Носонова. – СПб.: Обруч, 2013. – 143 с.
35. Носонова Е. А. Логика и математика для школьников / Е. А. Носонова. – СПб.: Питер, 2015. – 187 с.
36. Орпорт Г. Становление личности. Избранные труды / Гордон Виллиард Олпорт. – М.: Смысл, 2012. – 813 с.
37. Панина В. А ну-ка, эрудиты! / В. Панина. – Ростов: Феникс, 2008. – 287 с.
38. Платонов К. К. Краткий словарь психологических понятий / К. К. Платонов. – М.: Высшая школа, 2012. – 89 с.
39. Попов П. С. История логики нового времени / П. С. Попов. – М.: МГУ, 2013. – 262 с.
40. Развивающие игры на логику, мышление, внимание и память [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://logiclike.com/podgotovka-k-shkole/razvivayushchie-igry> (дата обращения: 10.04.2019)
41. Столяр А. А. Элементы математической логики в средней школе с математической специализацией / А. А. Столяр. – М.: Просвещение, 2014. – 183 с.

42. Чатфилд Т. Критическое мышление. Анализируй, сомневайся, формируй свое мнение / Т. Чатфилд. – М.: Альпина, 2018. – 328 с.
43. Шуберт Г. Математические развлечения и игры / Г. Шуберт. – М.: Центрполиграф, 2017. – 256 с.