ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(Н И У « Б е л Г У »)

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ,

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

ИЗУЧЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ НА ФАКУЛЬТАТИВНОМ КУРСЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Выпускная квалификационная работа

обучающейся по направлению подготовки

44.03.01 Педагогическое образование, профиль Математика,

заочной формы обучения, группы 02041451

Сиводиной Ольги Сергеевны

Научный руководитель:

кандидат физ.-мат. наук,

доцент кафедры математики

Мотькина Н. Н.

БЕЛГОРОД 2019

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальностью исследования, является и являлась проблема усвоения учащимися учебного материала. Испокон веков школа стремиться к развитию у учащихся стремления к учению. Именно поэтому учителя постоянно пытаются усовершенствовать учебный и воспитательный процесс и ищут новые пути для лучшей подачи учебного материала. Именно здесь на помощь учителям приходят факультативы, внеурочные занятия и кружки. Эти занятия помогают школьникам расширять кругозор и лучше усваивать учебный материал.

Самая важная задача, которую ставит учитель перед собой это развить интерес ученика к своему предмету. Именно здесь на помощь учителю приходит внеурочная деятельность. Внеурочная деятельность является продолжением учебных занятий, носит свободный характер обучения и помогает учителю выработать у учащихся интерес к учению.

В данной работе представлен факультативный курс «Комплексные числа» и методические рекомендации по его проведению.

Цель данной работы была поставлена следующая: разработать факультатив для 11 класса по теме «Комплексные числа» и дать методические рекомендации для его проведения.

Для осуществления данной цели необходимо решить некоторые **задачи**:

1) Собрать и систематизировать материал по теме «Комплексные числа»

2) Разработать методические рекомендации для проведения факультативных занятий.

Данная работа содержит две главы.

В первой главе излагается методика проведения факультатива. Даются рекомендации по организации и проведению факультатива.

Во второй главе приводится содержание факультативного курса «Комплексные числа».

Предлагаемый факультатив полезен для учащихся 11 классов. Благодаря изучению этого факультатива выпускникам будет легче при поступлении и обучении в высших учебных заведениях.

Так же прилагается конспект проведения факультативного занятия и примеры решения некоторых задач.

Практическая значимость исследования: данный факультативный курс можно использовать учителям математики в работе с учащимися средней школы.

ГЛАВА I. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЙ

1.1. Общая характеристика факультативных занятий по математике

Главной целью факультативного курса является расширение и углубления знаний по математике. Благодаря факультативным занятиям у учащихся есть возможность более глубоко изучать математику, проявлять свои способности в самостоятельной деятельности. Факультативный курс помогает учащимся с математическими наклонностями развиваться и совершенствовать свои знания.

Факультативный курс вместе с основным курсом математики составляет программу углубленного изучения математики. Так же он изучается синхронно с основным курсом математики.

Для того чтобы факультативный курс был более эффективен его следует вводить в тех школах где есть высококвалифицированные специалисты, способные обеспечить высокий уровень преподавания факультатива. Для введения факультативного курса нужно набрать группу желающих не менее 15 человек.

Факультативный курс учащиеся выбирают самостоятельно без принуждения, в соответствии со своими интересами и способностями.

Факультативный курс является одной из форм внеклассной деятельности. Он схож с уроком, так как он имеет программу. А так как он является внеклассной работой, он предусматривает самостоятельное изучение материала.

Содержание факультативного курса определяется во многом учителем. Когда учащиеся выбирают факультативный курс, большинство из них ставит перед собой определённую цель. Некоторые из них выбирают факультатив чтобы подготовить себя к выбору будущей профессии, узнать что-то новое, углубить свои знания.

Факультативный курс вводится с восьмого класса. Он вносится в расписание и оплачивается учителю. По окончанию курса ставится контрольная точка, за которую учащиеся получают оценку и эта оценка выставляется в аттестат.

В восьмом классе на факультативный курс рассчитано одно занятие в неделю. На 9-11 класс отводится по два занятия в неделю. В зависимости от содержания и на усмотрение учителя факультатив может проводиться 1 или 2 раза в неделю. [16]

1.2. Цели организации факультативных занятий по математике

Главными целями факультативного курса являются не только углубление и расширение знаний по предмету, но и не мало важную роль так же играют цели развития, воспитания и привития интереса учащихся к изучению предмета. Факультативный курс должен вырабатывать интерес к изучению предмета. Именно это является главной и основной целью создания факультатива.

Учитывая эти цели, учитель должен тщательно готовить материал к каждому занятию. Стоит большое внимание уделять самостоятельной работе. Учащиеся должны как можно чаще самостоятельно добывать знания. Это способствует развитию мыслительной деятельности и возможности выделять главную информацию из предложенного теоретического материала.

Для развития инициативы и творчества нужно давать творческие задания, такие например как приготовление сообщения, реферата, презентации, решение трудных задач и т.д.

Чтобы развивать интерес у учащихся занятия должны быть интересными, увлекательными и вызывать желание узнать новое самостоятельно.

Так как факультативный курс является дополнительный занятием, которое более углублённо рассматривает определённые темы, он позволяет углубить знания по предмету и дать возможность расширить знания. [15]

1.3. Организация факультативных занятий по математике

Для организации факультативного курса нужно учитывать следующее:

1) Методы и формы организации факультатива должны опираться на поставленные цели;

2) Взаимосвязь между уроком и факультативным занятием;

3) Процессы обучения развития и воспитания должны быть неразрывно связаны между собой не только на факультативном курсе, но и вместе с уроком и внеклассным занятием;

4) Урок – внеклассное занятие – факультативное занятие. В такой последовательности должны проходить занятия, так как все эти занятия связаны между собой и предусматривают параллельное изучение темы. Урок охватывает всех учащихся, внеклассное занятие тоже, а факультативный курс рассчитан на тех учащихся, которые желают углублённо изучать предмет.

Учитывая всё вышеперечисленно можно приступать к организации факультативного курса по математике. Для начала нужно собрать группу 10-15 учащихся которые желают углублённо заниматься математикой. Далее определиться сколько часов в неделю будет преподаваться факультатив. Выбрать методы и формы преподавания факультатива.

1.4. Основные формы и методы проведения факультативных занятий по математике

Существуют три типа форм и методов проведения факультативных занятий. Используя, применяя и чередуя, которые при подготовке к занятию учитель улучшит качество знаний и умений учащихся. Чередуя формы и методы занятии будут проходить всегда интересно. Благодаря таким занятиям учащимся будет интересно не только посещение, но и изучение нового материала.

Таблица №2. Формы и методы проведения факультативных занятий.

Опираясь на эти формы и методы, учитель должен строить план факультативного занятия.

Факультативное занятие делится на две части. Первая часть посвящается теоретическому материалу, а вторая практике.

В первой части занятия учитель излагает новый материал. Можно так же дать возможность учащимся самостоятельно изучить новый материал. В основном теоретический материал излагается в устной форме.

Рассмотрим виды устного изложения учебного материала.

Таблица №3. Формы устного изложения учебного материала.

формы устного изложения учебного материала			
рассказ	объяснение	инструктирование	лекция

Рассказ – устное повествование учителя. Такая форма изложения учебного материала не всегда эффективна, так как не предусматривает самостоятельной работы учащихся и плохо усваивается. Такую форму лучше всего использовать при ознакомлении с новым материалом, для постановки целей и задач, определения изучаемых вопросов, ознакомлении с биографией учёного или исторической справкой.

Объяснение – передача информации с целью раскрыть смысл явления, примера и т.д. Такой метод имеет тесную связь с рассказом. Объяснение лучше всего применять при необходимости раскрыть суть того или иного определения или теоремы. Такой метод даёт возможность остановиться на определённом этапе и обратить внимание на важную информацию.

Инструктирование – метод, дающий чёткие указания по действиям при изучении новой темы. Этот метод хорошо подойдёт для инструктажа перед выполнением самостоятельной работы учащимися.

Лекция – метод изложения учебного материала, который охватывает значительно большое количество информации чем рассказ или объяснение. На такой метод уходит много времени, иногда лекция может занимать почти всё занятие. На лекции рассматриваются все аспекты изучаемой темы, что позволяет более подробно разобрать учебный материал. [23]

На занятиях факультативного курса чаще всего используют такую форму изложения учебного материала как лекция. Она является более эффективной, позволяет рассматривать более углубленно изучаемый материал.

Теперь рассмотрим приёмы изложения учебного материала.

Таблица №4. Приёмы изложения учебного материала.

Объяснение применяется при изучении трудного материала. Оно подразумевает под собой раскрытие причины, по которой происходит то или иное явление. В нашем случае объяснение будет применятся при изучении теорем или введении новых формул и определений.

Рассуждение подразумевает под собой беседу между учителем и учеником (вопрос – ответ). В следствии рассуждений учащиеся приходят к правильному выводу.

Доказательство будет применяться при доказательстве теорем. Этот приём будет уделять отдельное внимание доказательствам теорем.

Проблемный приём изложения учебного материала хорошо применять при самостоятельной работе учащихся. Перед ними ставится проблема, они обязаны найти решение [24].

Вторая часть факультативного занятия – практика. Практика в основном предполагает самостоятельную работу учащегося с незначительной помощью учителя. Учащиеся самостоятельно решают задачи повышенной трудности в группах, парах или самостоятельно, делают рефераты или сообщения, работают с научной литературой и т. д. Благодаря самостоятельной деятельности учащиеся лучше усваивают новый материал.

ГЛАВА 2. СОДЕРЖАНИЕ ФАКУЛЬТАТИВНОГО КУРСА «КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА»

Факультатив «Комплексные числа» предлагает расширить знания по данной теме у учащихся 11 класса. Он предполагает знакомство с комплексными числами, а так же с операциями проводимыми над ними. Данный факультатив рассчитан на 1 час в неделю, всего 34 часа.

Цели:

1: Сформулировать представление о комплексных числах;

2: Расширить кругозор учащихся.

Задачи:

1: Обеспечить учащихся знаниями по теме «Комплексные числа»;

2: Способствовать формированию развития интереса к математике;

3: Научить выполнять основные арифметические операции над комплексными числами;

4: Сформулировать умения решать упражнения по данной теме.

Календарно-тематическое планирование факультативного курса по математике «Комплексные числа»

№ занятия	***Тема занятия***	***Часы***
1	Вводное занятия	1
2	Комплексные числа в алгебраической	1

	форме	
3-5	Определение комплексных чисел и операций над ними	3
6-7	Сопряженные комплексные числа	2
8-10	Извлечение квадратных корней из комплексных чисел	3
11-13	Тригонометрическая форма комплексных чисел	3
14-15	Геометрическое изображение комплексных чисел	2
16-17	Полярная система координат и тригонометрическая форма комплексных чисел	2
18-20	Умножение, возведение в степень и деление комплексных чисел в тригонометрической форме	3
21-23	Формула Муавра. Применения комплексных чисел к доказательству тригонометрических тождеств	3
24-26	Извлечение корня из комплексного числа в тригонометрической форме	3
27-29	Основная теорема алгебры многочленов	3

30-32	Комплексные числа и геометрические преобразования. Функции комплексного переменного	2
33	Итоговое занятие	1
34	Контрольная работа	1
Итого:		34 часа

II.1. Комплексные числа в алгебраической форме

На занятиях по данной теме учащиеся знакомятся с историей комплексных чисел, знакомятся с понятием комплексного числа, осознают значимость комплексных чисел не только в учебной деятельности, но и в различных отраслях машиностроения и т.д.

Алгебраической формой комплексного числа называется запись комплексного числа z в виде $z = x + iy$, где x, y – действительные числа, i – мнимая единица, удовлетворяющая соотношению $i^2 = -1$.

Число x называется действительной частью комплексного числа z и имеет обозначение $x = Re\ z$.

Число y называется мнимой частью комплексного числа z и имеет обозначение $y = Im\ z$.

II.1.1. Определение комплексных чисел и операций над ними

На следующих занятиях факультативного курса учащимся предоставляется возможность продолжить знакомство с определением комплексных чисел, а также разобрать проводимые операции над ними, строя новые знания над уже известными.

Операция сравнения:

Два комплексных числа $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$называются равными, если $x_1 = x_2,\ y_1 = y_2$, т. е. равны их их действительные и мнимые части.

Операция сложения:

Сложение комплексных чисел $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ выполняется непосредственным суммированием действительных и мнимых частей: $z_1 + z_2 = x_1 + iy_1 + x_2 + iy_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$.

Операция вычитания:

Вычитание комплексных чисел $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ выполняется непосредственным вычитанием действительных и мнимых частей: $z_1 - z_2 = x_1 + iy_1 - (x_2 + iy_2) = x_1 - x_2 + (iy_1 - iy_2) = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2)$.

Операция умножения:

Умножение комплексных чисел $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$выполняется непосредственным произведением чисел в алгебраической форме, учитывая свойство мнимой единицы $i^2 = -1$.

$$z_1 * z_2 = (x_1 + iy_1) * (x_2 + iy_2) = x_1 * x_2 + i^2 * y_1 * y_2 + (x_1 * iy_2 + x_2 * iy_1)$$
$$= (x_1 * x_2 - y_1 * y_2) + i(x_1 * y_2 + x_2 * y_1)$$

Операция деления:

Частное комплексное число $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$находится путём домножения числителя и знаменателя на сопряжённое число к знаменателю:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1+iy_1}{x_2+iy_2} = \frac{(x_1+iy_1)(x_2-iy_2)}{(x_2+iy_2)(x_2-iy_2)} = \frac{x_1*x_2+y_1*y_2}{x_2^2+y_2^2} + i\,\frac{x_2*y_1-x_1*y_2}{x_2^2+y_2^2}.$$

II.1.2. Сопряжённые комплексные числа

В данной теме учащиеся знакомятся с сопряжёнными комплексными числами и разбирают примеры сопряжённых комплексных чисел.

Если у комплексного числа сохранить действительную часть и поменять знак у мнимой части, то получится комплексное число, сопряжённое данному.

Если комплексное число обозначается буквой z, то сопряжённое число обозначается $\bar{z}$ то есть $z = x + iy$, то сопряжённое с ним число будет выглядеть следующим образом $\bar{z} = x - iy$.

А так же рассмотреть свойства сопряжённых комплексных чисел:

1. $|\bar{z}| = |z|$, то есть модули сопряжённых чисел равны.

2. $\arg z = -\arg \bar{z}$, то есть аргументы сопряжённых чисел различаются знаком.

3. $\bar{\bar{z}} = z$, то есть комплексно сопряжённое к сопряжённому числу есть исходное комплексное число.

4. $z * \bar{z} = |z|^2$, то есть в результате произведения сопряжённых чисел получается вещественное число.

5. $z + \bar{z} = 2Re\, z$, то есть сумма сопряжённых чисел – это тоже вещественное число.

6. $\overline{z_1 * z_2} = \overline{z_1} * \overline{z_2}$, то есть сопряжённое произведения двух комплексных чисел есть произведение их сопряженных чисел.

7. $\overline{z_1 \div z_2} = \overline{z_1} \div \overline{z_2}$, то есть сопряжённое частного чисел есть частное сопряжённых.

II.1.3. Извлечение квадратных корней из комплексных чисел

На изучение этой темы отводится три занятия. В ходе этих занятий учащиеся изучать материал посвящённый извлечению корней из комплексных чисел. А так же научатся применять эти знания на практике.

Число w называется квадратным корнем из комплексного числа z, если его квадрат равен z: $w^2 = z$.

Пусть $z = a + bi$ - отличное от нуля комплексное число. Тогда существуют два взаимно противоположных комплексных числа, квадраты которых равны z. Если $b \neq 0$, то эти два числа выражаются формулой:

$$w = \pm \left[\sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + a}}{2}} + i * signb \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2 - a}}{2}} \right],$$

$$\text{где } signb = \begin{cases} 1, \text{если } b > 0 \\ -1, \text{если } b < 0 \\ 0, \text{если } b = 0 \end{cases}$$

II. 2. Тригонометрическая форма комплексных чисел

Учителю необходимо познакомить учащихся с тригонометрической формой записи комплексных чисел.

Любое комплексное число (кроме нуля) можно записать в виде тригонометрической формы.

Тригонометрической формой комплексного числа $z = x + iy$, не равного нулю, называется запись $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ - модуль комплексного числа z.

Можно перевести комплексное число в алгебраическую и показательную форму в зависимости от решаемой задачи.

II. 2.1. Геометрическое изображение комплексных чисел

В данном разделе учащиеся знакомятся и учатся изображать комплексные числа геометрически.

Комплексные числа удобно изображать геометрически. Для того на плоскости вводят прямоугольную систему координат и каждую точку плоскости. Введённую координатную плоскость называют комплексной плоскостью. Ось абсцисс получает название действительной оси, так как нга ней будут отмечаться все действительные числа. А ось ординат – мнимой осью, соответственно на ней мы будем отмечать мнимые числа.

II.2.2. Полярная система координат и тригонометрическая форма комплексных чисел

Полярная система координат это двумерная система координат. Такая система координат задаётся лучом, который называют нулевым или полярной осью. Каждая точка в полярной системе координат определяется двумя числами – полярным углом и полярным радиусом.

На занятиях по этой теме дети научаться изображать комплексные числа в таких системах координат как декартовая, прямоугольная и полярная.

II.2.3. Умножение, возведение в степень и деление комплексных чисел в тригонометрической форме

Комплексные числа имеют не только алгебраическую форму но и тригонометрическую. Так же как и над комплексными числами в алгебраической форме над комплексными числами в тригонометрической форме тоже такие действия как сравнения, деление, умножение и возведение в степень. Поэтому на всех трёх занятиях посвящённых данной теме учащиеся будут применять свои навыки и умения при работе с операциями над комплексными числами в тригонометрической форме.

Операция сравнения:

Два комплексных числа $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ и $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$ называются равными, если $|z_1| = |z_2|$, $argz_1 = argz_2 + 2\pi n, n \in Z$.

Операция умножения:

Для произведения комплексных чисел в тригонометрической форме верно равенство: $z_1 * z_2 = r_1 * r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$.

Операция деления:

Частное комплексных чисел в тригонометрической форме выполняется по формуле: $z_1 \div z_2 = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2))$.

Операция возведения в степень:

Для возведения в степень комплексных чисел в тригонометрической форме верна формула: $z^k = r^k(\cos k\varphi + i\sin k\varphi)$.

II.2.4. Формула Муавра. Применение комплексных чисел к доказательству тригонометрических тождеств

Из формулы заданной для умножения комплексных чисел в тригонометрической форме вытекает формула Муавра: $(\cos\varphi + i\sin\varphi)^n = \cos n\varphi + i\sin n\varphi$, справедливая для всех $n \in \mathbb{Z}$. Так же формула Муавра Является удобным средством для преобразования некоторых выражений, в которых содержатся тригонометрические функции.

Данная тема должна раскрыть все возможности применения формулы Муавра.

II.2.5. Извлечение корня из комплексного числа в тригонометрической форме

Когда комплексное число z задано в тригонометрической форме: $z = |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, то все значения корня -ой степени вычисляются по формуле Муавра: $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|}(\cos\frac{\varphi+2nk}{n} + i\sin\frac{\varphi+2nk}{n}, k = 0,1,2,\dots,n-1.$

Используя свои навыки по извлечению корней из действительных чисел и комплексных чисел в алгебраической форме, учащиеся смогут научиться извлекать корень из комплексного числа в тригонометрической форме.

II.3. Основная теорема алгебры многочленов

Познакомить с основной теоремой алгебры и её формулировкой: любой многочлен ненулевой степени имеет хотя бы один комплексный корень. Так же рассмотреть следствия из данной теоремы и научится применять её на практике.

II.4. Комплексные числа и геометрические преобразования. Функции комплексного переменного

Ставится задача ознакомления с функциями комплексного переменного, определением функции комплексного переменного, пределом и непрерывностью функции, производной и дифференциалом, правилами дифференцирования. И разобрать примеры геометрического преобразования комплексного числа.

III. Методические рекомендации

Факультативный курс «Комплексные числа» проводится в 11 классах. Учащиеся приходя на факультативные занятия должны знать свойства операций сложения и умножения для действительных чисел, тригонометрические тождества и должны уметь решать системы линейных уравнений. Эти знания являются обязательными, та как при изучении факультативного курса «Комплексные числа» учащиеся будут отталкиваться от уже известного им материала, так как действительные числа входят в комплексные числа.

Учитель должен выбирать разные формы организации занятий, что позволит разнообразить и улучшить преподавание факультативного курса.

На самом первом занятии ставятся цели изучения данного факультативного курса. Учитель кратко сообщает содержание и объясняет план изучения факультативного курса.

В начале изучения каждой новой темы проводится лекция.

При подготовке к занятию учитель выбирает форму изложения новой темы. Он должен учитывать сложность данной темы и способности учащихся. Поэтому занятие должно быть интересным, увлекательным и содержать доступный материал. Учитель должен обеспечить доступное изложение учебного материала.

Для разработки конспекта занятия необходимо продумать ход занятия. Если это занятие по новой теме, следует тщательно отобрать новый материал, сделать его более доступным и понятным для учащихся.

После объяснения каждой новой темы необходимо уделять несколько минут на вопросы учащихся. Разобрать сразу непонятные пункты и только потом продолжать изучение темы.

Не стоит забывать о самостоятельном изучении материала. Для этого можно давать наглядный материал для записи краткого конспекта учащимися в тетрадь. В ходе такой работы учащиеся будут выбирать главное из предложенного текста, что поспособствует развитию мыслительной деятельности. Так же для самостоятельной работы можно задавать задание приготовить сообщение или реферат по новой теме, например «Появление полярной системы координат» или «Формула Муавра». Такая работа будет интересная учащимся.

Для лучшего усвоения учениками материала учителю рекомендуется подготавливать наглядный материал, карточки, справочные материалы, презентации

Для проверки усвоения материала после каждой лекции можно проводить небольшой опрос в письменном или в устном виде. Для проверки практических знаний лучше всего дать самостоятельную работу на десять минут в начале занятия.

По окончанию факультативного курса проводится обобщающее занятия, на котором учащиеся повторяют весь пройденный материал и пишут небольшое тестирование. На самом последнем занятии даётся контрольная работа, после проверки которой, выставляются оценки в журнал.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Комплексные числа имеют огромное значение в математике. Факультативный курс «Комплексные числа» даёт возможность ученикам увлекающимся математикой, глубже познакомиться с данной темой. Учащиеся одиннадцатого класса при изучении данного факультативного курса получают возможность развивать знания и умения решать различные задачи повышенного уровня по теме «Комплексные числа».

В ходе данной работы были изучены различные источники и методические рекомендации для проведения факультативного курса «Комплексные числа» по математике.

В I главе рассматривается методика проведения факультативного курса. Рассматривается общая характеристика факультативных курсов, цели организации факультативного курса по математике, организация факультативного курса, основные формы и методы проведения факультативных занятий по математике.

Во II глава приводится содержание факультативного курса «Комплексные числа» по математике, а так же даются методические рекомендации по проведения факультативных занятий.

Так же к выпускной квалификационной работе прилагается конспект факультативного занятия и примеры решения некоторых задач.

В ходе работы по написанию выпускной квалификационной работы были выполнены следующие задачи:

1) Собрать и систематизировать материал по теме «Комплексные числа»;
2) В ходе практической работы со школьниками разработать методические рекомендации для проведения факультативных занятий.

Я считаю, что поставленная цель разработать факультативный курс «Комплексные числа» и дать методические рекомендации, была достигнута. Данный факультатив будет полезен учителям математики преподающим в 11 классе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Берманти А. Ф. Араманович И. Г. Краткий курс математического анализа. - «Наука», 1967.
2. Лаврентьев М. А. Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. - «Наука», 1965.
3. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций. - «Наука», 1966.
4. Волковыский Л. И. Лунц Г. Л. Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного // Физматгиз, 1960.
5. Домрин А. В. Сергеев А. Г. Лекции по комплексному анализу. Часть 1. Первое полугодие, М.: МИАН, 2004.
6. Домрин А. В., Сергеев А. Г. Лекции по комплексному анализу. Часть 2. Второе полугодие. - М.: МИАН, 2004.
7. Хапланов М. Г. Теории функции комплексного переменного. – М:. «Просвещение», 1965.
8. КарлоМ. И. Половинкин Е. С. Шабунин М. И. Методические указания по решению задач ТФКП. - М.: МФТИ, 2007.
9. Краснов М. Л. Киселёв А. И. Макаренко Г. И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М:. «Наука», 1981.
10. Львовский С. М. Лекции по комплексному анализу. – М:. Издательство МЦНМО, 2009.
11. Половинкин Е. С. Курс лекций по теории функций комплексного переменного. Московский физико-технологический институт. - М.: МФТИ, 1999.
12. Радыгин В. М. Голубева О. В. Применение функций комплексного переменного в задачах физики и техники. – М:. «Высшая школа», 1983.
13. Шведенко С. В. Начала анализа функций комплексной переменной. - М.: МИФИ, 2008.

14. С. Стойлов, Теория функций комплексного переменного. Том 1. Основные понятия и принципы // Издательство иностранной литературы, 1962.

15. Столяр А.А. Педагогика математики. - Минск, Вышейшая школа, 1986.

16. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе (общая методика): Учебное пособие.- Петрозаводск, 2003.

17. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики. – М.: Просвещение, 1990.

18. Епишева О.Б., Крупич В.И. Учить школьников учиться математике: Формирование приемов учебной деятельности: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990.

19. Кларин М.В. Инновационные модели обучения в зарубежных педагогических поисках – М.: Арена, 1994.

20. Кларин М.В. Технология обучения: идеал и реальность. – Рига: Эксперимент, 1999.

21. Перевощикова Е.Н. Составление конспекта-таблицы во время школьной лекции // Математика в школе. – 1988.

22. Полякова Т.С. История математического образования в России. М.: Изд-во МГУ, 2002.

23. Репьев В.В. Общая методика преподавания математики. – М.: Учпедгиз, 1958.

24. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: Пособие для учителей, методистов и студентов педагогических высших учебных заведений. – М.: Флинта, 1998.

25. Стрюков Г.А. Стандартизация уровня подготовки и оценивания знаний учащихся // Педагогика. – 1995.

Приложение 1

Конспект занятия по факультативному курсу «Комплексные числа» №2 по теме: «Комплексные числа в алгебраической форме»

Цели:

- сформулировать представление о комплексных числах в алгебраической форме;

- привести историчекую справку;

- расширить математический кругозор.

Ход занятия:

(постановка целей и задач)

- Целью нашего сегодняшнего занятия знакомство с комплексными числами в алгебраической форме.

- Для начала давайте побеседуем.

- Как вы считаете какое место математика занимает в школьной программе?

(дети высказывают своё мнение)

- Как вы уже поняли на нашем сегодняшнем занятии мы с вами познакомимся с чем-то новым, тем что раньше вы не знали.

- Посмотрите пожалуйста на доску и определить сколько данное уравнение может иметь корней.

(на доске записано уравнение $9x^2 - 12x + 5 = 0$)

- Но в математике есть ещё и такое утверждение: *всякое алгебраическое уравнение имеет столько корней, какова его степень*.Это утверждение называется основной теоремой алгебры. Отсюда мы можем сделать вывод, что наше квадратное уравнение должно иметь два корня. Тогда почему же на практике у нас получается не так? Давайте разбираться.

- Математики XVI века вывели формулу, с помощью которой можно решать уравнения третьей степени, так называемые формулы Кардано.

$$y^3 + py + q = 0$$

$$y = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

- Итак используя формулы, которые носят имя итальянского учёного Кардано, приходилось извлекать квадратный корень из отрицательных чисел. Величайшим немецким математиком XVIII века К. Гауссом был введён новый символ i такой, что $i^2 = -1, i = \sqrt{-1}$.

- Используя справочный материал и интернет риссурсы вы должны найти информацию о двух учёных. Первая группа получает задания по Кардано, а вторая группа по Гауссу. Вы должны сделать сообщение о этих людях. На выполнение задания вам даётся 15 минут. По окончанию от кадой группы по одному человеку зщитит вашу работу.

(разбить учащихся на две группы)

- Всё выше изложенно подводит нас к определению комплексного числа.

- Определение: *комплексным числом называется выражение вида* $a + bi$*, где* i *– некоторый символ, такой, что* $i^2 = -1$*;* a *– действительная часть комплексного числа,* b *- коффициент мнимой части.*

- Приведите примеры комплексных чисел, которые вы знаете.

- Как вы думаете почему их назвали комплексными числами?

- А теперь я предлагаю вам поработать самостоятельно.

- Подумайте и сделайте вывод: что случится с комплексным числом $a + bi$, если $a = 0, b = 0, a = b = 0$?

(если $a = 0$, то получится bi – чисто мнимое число; если $b = 0$, то получится a - действительное число; если $a = b = 0$, то получится 0)

- Как вы думаете, какое место среди множеств занимает множество комплесных чисел?

(с помощью кругов Эйлера учитель показывает, что множество комплексных чисел самое большое из всех известных множеств)

- Даны числа $a + bi$ и $c + di$. Как вы думаете в каком случае эти числа будут равны?

(если $a = c;\ b = d$)

(дети самостоятельно находят ответ)

Ну а теперь давайте попробуем решить уравнение, о котором мы говорили в начале урока.

(вызвать одного ученика к доске)

$$9x^2 - 12x + 5 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 * 9 * 5 = 144 - 180 = -36$$

$$\text{считаем, что } \sqrt{-36} = \sqrt{-1 * 36} = \sqrt{i^2 * 36} = 6i$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{12 + 6i}{18} = \frac{2 + i}{3} = \frac{1}{3}i$$

$$x_2 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$$

- Теперь вы точно занете, если D<0 он имеет корни, но не дейтсвительные а мнимые.

- Наше занятие подходит к завершению. Давайте вспомним, что новогго вы узнали на сегодняшнем занятии.

(дети говорят определение комплексного числа, вспоминают биографию учёных)

- А теперь каждый из вас оценит свою работу в течении всего занятия.

(учащиеся оценивают свою работу, с корректированием учителя)

- Вы уже знакомы стакими операциями ка сложение, вычитание, умножение и деление. На следующее занятие я предлагаю вам самостоятельно познакомиться с операциями вычиления над комплексными числами.

- Спасибо всем за занятие. До новых встреч!

Примеры решения некоторых задач

Пример 1. Представить в показательной форме комплексное число $z = -1 - i$.

Решение:

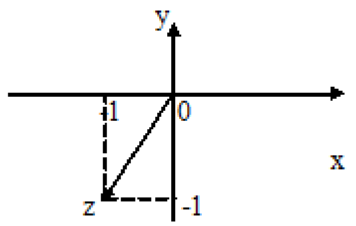

Рис. 1

$$|z| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}, \qquad tg\,\varphi = 1,$$

$$arg\,z = \frac{\pi}{4} - \pi = -\frac{3}{4}\pi,$$

$$-1 - i = \sqrt{2}e^{-\frac{3}{4}\pi i + 2k\pi i}.$$

Пример 2. Вычислить $e^{\pi i}$.

Решение:

По формуле Эйлера $e^{\pi i} = cos\,\pi + i\,sin\,\pi = -1.$

Пример 3. Вычислить $\left(\sqrt{3} - i\right)^5$.

Решение:

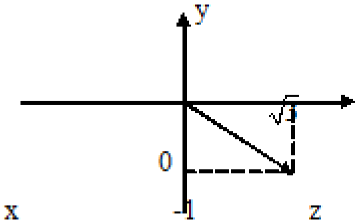

Рис. 2

$$\left|\sqrt{3} - i\right| = \sqrt{3+1} = 2,$$

$$\arg(\sqrt{3} - i) = arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

$$\sqrt{3} - i = 2\left(cos\left(-\frac{\pi}{6} + 2k\pi\right)\right.$$

$$\left. + i\,sin\left(-\frac{\pi}{6} + 2k\pi\right)\right),$$

$$\left(\sqrt{3}-i\right)^5 = 2^5\left(cos\left(-\frac{5}{6}\pi+10k\pi\right)+i\,sin\left(-\frac{5}{6}\pi+10k\pi\right)\right) =$$

$$32\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}\right) = -16\sqrt{3}-16i.$$

Пример 4. Найти все значения $\sqrt[3]{-8}$ и построить их.

Решение:

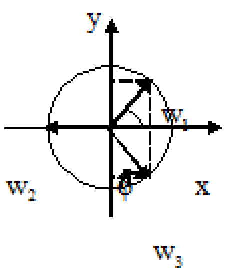

Рис. 3

$$|-8| = 8,\;\; arg(-8) = \pi,$$

$$-8 = 8\left(cos(\pi+2k\pi)+i\,sin(\pi+2k\pi)\right),$$

$$\sqrt[3]{-8} = 2\left(cos\frac{\pi+2k}{3}+i\,sin\frac{\pi+2k\pi}{3}\right),$$

$$k = 0, w_1 = 2\left(cos\frac{\pi}{3}+i\,sin\frac{\pi}{3}\right) = 2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1+i\sqrt{3},$$

$$k = 1, w_2 = 2\left(cos\frac{\pi+2\pi}{3}+i\,sin\frac{\pi+2\pi}{3}\right) = 2(-1+i*0) = -2,$$

$$k = 2, w_3 = 2\left(cos\frac{\pi+4\pi}{3}+i\,sin\frac{\pi+4\pi}{3}\right) = 2\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1-i\sqrt{3}.$$

Пример 5. Вычислить значение функции $w = e^z$ в точке $z_0 = -2+\frac{\pi}{3}i$.

Решение:

$$e^{-2+\frac{\pi}{3}i} = e^{-2}\left(cos\frac{\pi}{3}+i\,sin\frac{\pi}{3}\right) = e^{-2}\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{-2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-2}.$$