ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
**( Н И У « Б е л Г У » )**

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

# РОЛЬ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки
44.04.01 Педагогическое образование
заочной формы обучения, группы 02041660
Кузнецовой Елены Викторовны

Научный руководитель
к. ф.-м. н. доцент
Зинченко Н.А.

Рецензент
директор МБОУ «СОШ №33»
г. Белгорода
Мамин О.В.

БЕЛГОРОД 2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

# ВВЕДЕНИЕ

В условиях современного развития науки и техники к выпускникам школы предъявляются все более высокие требования. Обществу требуются не просто образованные его члены, а личности, постоянно развивающие свой интеллектуальный потенциал, но и умеющие критически относится к результатам своей деятельности, неординарно решать возникающие проблемы, в том числе с использованием новых для себя источников информации. Такие качества должны воспитываться еще в школе.

В Федеральных государственных образовательных стандартах общего образования [1] по-новому сформулированы требования к результатам обучения, главенствующим принципом которых является сочетание овладения как предметными, так и межпредметными компетенциями. От выпускника школы требуется не просто знание тех или иных фактов, но и умение применять их в своей деятельности, владение способностью использовать конкретные знания из одной области в другой. Эти требования не могут быть реализованы только в рамках основной урочной деятельности. Большую роль в образовании школьников играет и дополнительное образование.

Особую роль в образовании имеет такой предмет как математика, так как ее изучение во многом влияет на интеллектуальное развитие, на воспитание многих качеств, необходимых современному человеку.

Значение роли математического образования и его недостатки в условиях современной России, стремление изменить ситуацию к лучшему побудили руководство России (при участии ведущих ученых-математиков) к разработке «Концепции развития математического образования в России», которая была утверждена в 2013 году. Согласно этой концепции в математическом образовании школьников необходимо использовать индивидуальный подход и исключить само понятии «неспособный к математике».

Отсюда возникает уже во многом решённая ранее проблема возбуждения и развития интереса учащихся к изучению математики, к математическому творчеству. Потому что не способных детей не бывает, а есть предметы, которые детям не интересны. Но при этом надо иметь в виду, что «интересно» означает «увлекательно», но отнюдь не «развлекательно».

Как отмечает М.А. Родионов [49], к числу факторов, определяющих положительное отношение учащихся к математике, и то что может вызвать интерес у школьников, относятся возможность подумать при решении нестандартных задач (50 % учащихся). Очень важно обеспечить удачное начало, помочь почувствовать интерес к познанию нового, испытать чувство радости от удачно выполненной математической задачи, все это будет являться необходимыми условиями для развития творческой деятельности при решении нестандартных задач по математике.

В исследованиях Митеневой С.Ф. [39] представлен анализ работ по изучению психологической характеристики процесса решения нестандартной задачи, изучены фазы мыслительного процесса при решении задач, отражены обобщенные приемы умственной деятельности), рассмотрены возможности педагогического управления мыслительной деятельностью учащихся.

Ряду методических исследований, посвященных вопросам, связанным с обучением учащихся решению нестандартных математических задач и использованием их в обучении математике, посвящены работы Т.Н. Мираковой [38], Т.В. Пивоварук [44], И.П. Буслаевой [4], В.В. Дрозиной, В.Л. Дильмана [20], Ш.Т. Таубаевой [52].

Важно также отметить, что современное образование предполагает сдачу экзамена по математике профильного уровня, а это означает, что ученикам придется столкнуться с задачами нестандартного вида, поэтому уметь решать их, это необходимость для успешной сдачи экзамена. Галкин Е.В. [7] уделил этому вопросу огромное внимание.

Итак, с одной стороны, учитывая роль нестандартных задач в формировании творческой личности, необходимо обучать учащихся решению нестандартных математических задач, но с другой стороны, многочисленные исследования подтверждают, что вопросу формирования умения решать такие задачи, обучения приемам поиска решения задач и формирования готовности школьников к такой деятельности не уделяется достаточного внимания. Для устранения этого объективного противоречия возникает потребность в дополнительном исследовании, что и обуславливает актуальность нашей работы. В связи с этим **тема** нашего исследования: «Роль нестандартных задач в обучении математике».

**Цель исследования:** ознакомиться с понятием «нестандартные задачи» и рассмотреть их роль в изучении математики.

**Объект исследования:** «нестандартные задачи» по математике.

**Предмет исследования:** влияние процесса решения нестандартных математических задач на развитие творческих способностей учащихся.

**Задачи исследования:**

1. Ознакомиться с понятием «нестандартная задача», проведя анализ различных источников, исследующих его.
2. Изучить проблему связи процесса решения нестандартных задач с развитием творческой деятельности.
3. Изучить методические подходы к обучению решению нестандартных математических задач.
4. Разработать методические материалы для кружковых занятий по решению нестандартных математических задач, в том числе задачника.
5. Провести изучение динамики развития способностей к решению нестандартных задач у участников математического кружка.

**Теоретическая основа исследования:** исследования по проблемам творчества в учебной деятельности, по применению нестандартных задач в обучении математике, в том числе в дополнительном образовании.

**Методы исследования:**

– анализ философской, психолого-педагогической, естественнонаучной, методической и учебной литературы по теме исследования;

– изучение опыта внеклассной работы учителей математики и обобщение собственного опыта внеклассной работы;

– тестирование учащихся;

– педагогический эксперимент .

**База проведения исследования:** МБОУ СОШ №33 г. Белгород. В исследовании приняли участие 6 «А» класс в количестве 20 человек.

**Структура работы:** ВКР состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы (55 источников), приложений.

**Практическая значимость:** материалы могут быть использованы как методические рекомендации для внеклассной работы по математике.

# ГЛАВА 1. НЕСТАНДАРТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

## 1.1. Понятие «нестандартные задачи» и их классификация

На уроках математики мы нередко слышим слова: нестандартная задача, нестандартный ход решения, нестандартная ситуация, нестандартный подход.

Мы решили рассмотреть несколько трактовок понятия «нестандартная задача». В литературе по методологии и теории обучения математике до сих пор нет одной единственной трактовки, которая позволила бы раскрыть сущность нестандартных задач. Рассмотрим мнения о понятии «нестандартная задача», которые используют методисты-математики.

К примеру, Ю.М. Колягин [30] определяет нестандартную задачу так: «Нестандартная задача – это задача, решение которой для данного ученика не является известной цепью известных действий», подчеркивая этим относительность данного понятия.

В своей работе «Как научиться решать задачи» [55] Л.М. Фридман и Е.Н. Турецкий предлагают такое определение нестандартной задачи – «Нестандартные задачи – это такие задачи, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения». Также под нестандартной понимается задача, при решении которой учащийся не знает ни способа ее решения, ни на какой учебный материал нужно опираться при ее решении.

В книге «Механизм творчества решения нестандартных задач» [20, с. 8] В.В. Дрозина, В.Л. Дильман раскрывают в целом сущность математических задач, в том числе, нестандартных. Задачей – называют цель, которую нужно достичь. Математическая задача – это вопрос, который требует решения на базе определенных умений и знаний из данной области математики, а также развития логических аспектов абстрактной умственной деятельности. «Нестандартная задача» описывается следующим способом: «Нестандартная задача – это задача, которая включает в себя творческое и оригинальное начало, которое не может быть раскрыто репродуктивными методами решения. Такая задача требует поиска собственных путей решения».

М.К. Потапов, Г.В. Дорофеев, Н.Х. Розов [19] отмечали, что есть несколько видов нестандартных задач. Например, некоторые задачи внешне выглядят крайне необычно, поэтому поначалу не совсем понятно, как к ним подойти. Другие же замаскированы: на первый взгляд, это стандартное квадратное уравнение, но обычным методом оно не решается. А для решения третьего типа необходимо четкое и тонкое логическое мышление. Такие «нестандартные задачи» нуждаются в высокой логической культуре, определенной сообразительности, психологической подготовленности, а также в свободном владении разными разделами математики! Однако, они не выходят за рамки школьной программы.

Нестандартные задачи не нужно путать с задачами повышенной трудности. Условия задач повышенной трудности позволяют ученикам выделить математический аппарат, который требуется для решения заданий по математике. Учитель осуществляет контроль процесса закрепления знаний, который предусмотрен программой обучения решением данного вида задач. Нестандартная же задача подразумевает наличие исследовательского характера. Однако, в случае, если решение задачи для одного ученика является нестандартным, потому что он незнаком с методами решения данного вида задач, то для другого – решение задачи является обычным образом, так как ученик уже решал подобные задачи.

Таким образом, мы можем сделать вывод, что «нестандартность» задачи условна. «Нестандартная» задача для одного ученика может не являться таковой для иного, наиболее подготовленного. Следовательно, определяя «нестандартную задачу», нужно указывать субъект, который решает данную задачу. Существенно отличаются программы по математике для обычных и профильных классов. Поэтому, понятия «нестандартной задачи» отличаются для учеников обычных и профильных классов.

Несмотря на то, что общепринятой классификации нестандартных задач не существует, Б.А. Кордемский [31, с. 7] выделил следующие типы нестандартных задач:

– Задачи, смежные со школьным курсом математики, но высокого уровня сложности (олимпиадные задачи). Они предлагаются школьникам с определившимся интересом к математике; эти задачи связаны с определённым разделом школьной программы. Соответствующие упражнения углубляют учебный материал, обобщают и дополняют положения школьного курса, развивают навыки в решении сложных заданий, расширяют математический кругозор.

– Задачи вида математических развлечений. Они не имеют прямого отношения к школьной программе и не предполагают серьезной математической подготовки. Сюда включены и задачи с трудным решением, и даже такие, у которых до сих пор решения нет. «Нестандартные задачи, поданные в увлекательной форме, вносят эмоциональный момент в умственные занятия. Не связанные с необходимостью всякий раз применять для их решения заученные правила и приёмы, они требуют мобилизации всех накопленных знаний, приучают к поискам своеобразных, не шаблонных способов решения, обогащают искусство решения красивыми примерами, заставляют восхищаться силой разума».

К данному типу задач относятся:

– головоломки на смекалку и различные числовые ребусы;

– логические задачи, не требующие вычислений, но основывающие на построении череды точных рассуждений;

– задачи, у которых решение основывается на объединении практической смекалки и математического развития: переливания и взвешивание при сложных условиях;

– математические софизмы – неверное умозаключение, которое создает видимость правильного;

– задачи-шуточки;

– комбинаторные задачи, рассматривающие разные комбинации из предложенных объектов, которые удовлетворяют некоторым условиям.

Так же интересна классификация нестандартных задач, которая была приведена И.В. Егорченко [21]:

– задачи, нацеленные на поиск взаимосвязей между указанными процессами, объектами и явлениями;

– задачи, которые не могут быт решены или не могут быть решенными средствами школьного курса на данном уровне знаний учеников.

Задачи, которые требуют:

–выявления различий заданных объектов, явлений или процессов, установления противоположности приведенных процессов и явлений, проведения и использования аналогий;

–абстрагирования от определенных свойств объекта, явления, процесса, или конкретизации определенной стороны данного явления, воплощения практической демонстрации;

– установления причинно-следственных отношений между данными объектами, явлениями и процессами;

– построения синтетическим или аналитическим путем причинно-следственных связей с анализом полученных вариантов;

– верного воплощения порядка определенных действий, избегая ошибок – «ловушек»;

– проведения варианта перехода данного процесса, явления, объекта от плоскостного к пространственному или наоборот.

Итак, единой классификации нестандартных задач нет. Их существует несколько, но в данной работе используется классификация, предложенная математиком Б.А. Кордемским.

## 1.1. Понятие «нестандартные задачи» и их классификация

## 1.2. Значение применения нестандартных задач в обучении математике

Основательный подход известных математиков к изучению роли нестандартных задач показал то, что нестандартные задачи играют неотъемлемую роль в формировании мышления, интуиции, терпения, творческих способностей и многих других нужных качеств, необходимых человеку.

Нестандартные задачи характеризуются поучительными функциями. Это функции обучающие и развивающие. Не зря Д. Пойа [47] справедливо отмечал: «Нестандартные задачи могут способствовать интеллектуальному развитию ученика, чего нельзя сказать о стандартных задачах». Также о важном значении нестандартных задач в обучении математике А. Столяр [50, с. 190] говорил так: «Речь идет о так называемых нестандартных задачах, порождающих необходимость поиска решения, использования разнообразных эвристических приемов. Именно такие задачи бросают вызов интеллекту, а стало быть, развивают его». Кроме этого, они несут в себе воспитывающие, контролирующие и оценочные функции. Если отдельно рассмотреть воспитывающую функцию нестандартных задач, то такие качества как упорство, настойчивость, целеустремленность, ответственность просто необходимы для рационального использования своей деятельности, так как решение нестандартных задач требует значительного времени и интеллектуальных затрат. А самостоятельно решенная, трудная или сложная задача, дает положительное эмоциональное подкрепление необходимое для дальнейшей мотивации учебной деятельности.

Анализируя теорию и практику применения нестандартных задач в обучении математике, определим их общую и специфическую роль. Нестандартные задачи:

– учат школьников применять не только готовые методы, но и самостоятельно искать новые пути решения задач, т.е. способствуют умению находить необычные способы решения задач;

– влияют на развитие сообразительности и смекалки учащихся;

– разрушают неверные представления в знаниях и умениях учащихся, предполагают нахождение других связей в знаниях, к переносу знаний в иные условия, к овладению многообразными средствами умственной деятельности;

– создают благотворные условия для улучшения прочности и глубины знаний учащихся, обеспечивают осмысленное усвоение математических понятий.

Нестандартные задачи, соответствующие возрасту учащихся:

– должны быть понятны и доступны для решения;

– не иметь готовых, выученных алгоритмов;

– должны быть интересны и содержательны;

– для их решения должно быть достаточно тех знаний, которые были усвоены по школьной программе.

Решение нестандартных задач активизирует деятельность учащихся. Васильева Г.Н. [5] отмечала: «Если ставится задача развития личности в процессе обучения, в частности математике, то этот процесс должен быть деятельностью в истинном смысле этого слова». Учащиеся систематизируют, сравнивают, делают заключения, анализируют, что благоприятствует более осознанному усвоению знаний.

Как показывает практика, нестандартные задачи являются более чем полезными как для уроков, так и внеклассных занятий. Очень часто эти задачи встречаются в олимпиадных заданиях, так как дают возможность по-настоящему оценить результаты и способности каждого участника. Эти задачи должны с успехом находить применение в качестве индивидуальных заданий для тех учащихся, которые активно и с легкостью выполняют основную часть самостоятельной работы на уроках математики, или тех, кто желает самостоятельно оценить свои силы. Решая такие задачи, учащиеся получают интеллектуальное развитие и подготовку к энергичной практической деятельности.

## 1.3. Решение нестандартных математических задач как творческий процесс

Как справедливо отмечают авторы работы [20], в большинстве подборок нестандартных математических задач в лучшем случае разбирается методика их решения, но, в основном, представляются авторские решения, и совсем не описаны этапы мыслительного процесса решения указанного вида задач.

Безусловно, в сборниках задач для школьников такие рассуждения не нужны, а вот организаторам математического образования, учителям и методистам было бы полезно разобраться в сути мыслительных процессов, связанных с решением задач, особенно, не носящим алгоритмического характера. Учителю-практику полезно понять, как помочь ученикам научиться понимать условие задачи и находить пути их решения. Для успешного решения этой педагогической задачи, как отмечено, в [20] необходимо использование педагогических и психологических теорий и, безусловно, собственного творческого опыта.

Соглашаясь с В.В. Дрозиной и В.Л. Дильманом [20], можно отметить, что процесс решения нестандартной задачи носит творческий характер, поэтому, полезно разобраться в «механизмах» творческой деятельности. Заметив, что почти в каждом виде деятельности есть творческий элемент, можно сделать вывод о том, что знание закономерностей творческого мышления поможет учителю лучше разобраться в вопросах воспитания у детей способности, а главное, желания занимать решением нестандартных математических задач.

Необходимо также отметить, что творческий порыв может проявляться в игровой, учебной, совместной, самостоятельной и во многих других видах деятельности. Привлечением к творчеству детей подходили основательно многие исследователи. Так, воплощением этой идеи в жизнь стало создание в 1970 году научно-популярного физико-математического журнала «Квант» [40], у истоков которого стояли создатели академики П.Л. Капица, И.К. Кикоин, А.Н. Колмогоров.

По многочисленным разработкам и исследованиям структуры творческого процесса, необходимо отметить, что сам процесс творческой работы делится на определенные этапы или стадии. Об этом свидетельствуют исследования Я.А. Пономарева, Л.Б. Ительсона, М.Г. Гарунова и др.

Я.А. Пономарев [45] подчеркивает такие этапы:

1) этап подготовки;

2) этап созревания;

3) этап вдохновения;

4) этап развития идеи, ее окончательное оформление и проверка.

М.Г. Гарунов [11] подразделяет на пять стадий:

1) стадия ознакомительная;

2) стадия поисковая;

3) стадия оперативно-реконструктивная;

4) стадия варьирующая;

5) стадия контрольная.

Рассматривая процесс решения задач, мы можем отметить то, что в целом рассматриваются те же закономерности. Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий и др. [55] описывают данный процесс восьми этапами:

1) анализ задачи;

2) схематическая запись задачи;

3) поиск способа ее решения;

4) осуществление решения задачи;

5) проверка решения;

6) исследование задачи;

7) формулирование ответа задачи;

8) анализ решения.

Как мы заметить, структура процесса решения задачи и структура творческого процесса по сути не отличаются друг от друга. Заключая, обобщим этапы творческой деятельности:

1) постановка вопроса (умение увидеть проблему);

2) мобилизация необходимых знаний (личного опыта или опыта, обобщенного в специальной литературе) для постановки гипотезы, определения путей и способов решения задачи;

3) специальные наблюдения и эксперименты, их обобщение в виде выводов и гипотез;

4) оформление возникших мыслей (образов) в виде математических, графических, предметных структур;

5) проверка социальной ценности продукта.

Эти этапы отражают процесс творчества и, в частности, процессы решения задач.

Отправной точкой определения творчества мы принимаем идею Дж. Гулфорда, Х. Литона, Л. С. Выготского и других о том, что творчество выражается и реализуется в деятельности по мере наличия особенных способностей к определенной деятельности. Такой стиль деятельности может совпасть с талантливостью к предмету, а может и не совпасть.

Итак, творческие способности может иметь любой индивид, и, определенно, такая проблема, как решение нестандартной задачи, будут зависеть от того, насколько хорошо развит творческий аппарат у человека.

Современными психологами рассматриваются теории, которые по-своему видят вопрос о значении творчества по отношению к разным видам мышления. Точка зрения А.В. Брушлинского [3], Л.С. Выготского [6], П.М. Горева [14], М.Г. Гарунова [10], Н.Ф. Талызиной [51] и др. отстаивает право любого мышления быть творческим.

Невзирая на разнообразные видения проблемы, они выделяют у творческого мышления следующие признаки:

– открытость опыту (умение видеть проблему);

– широта категоризации (если падающее яблоко говорит не о его спелости, а обосновывается с законом всемирного тяготения);

– беглость мышления (избыток и многообразие идей; ассоциации, появляющиеся по поводу незначительного стимула);

– гибкость мышления (умение быстро переноситься из одной части другую);

– оригинальность мышления [23;34].

Для того, чтобы показать в какой степени развито у учащихся математическое мышление авторами предлагаются три различных подхода.

Авторами первого подхода являются А.Н. Колмогоров, Б.В. Гнеденко и др., которые разработали вопрос о структуре понятия «математическое мышление» и его особенностях.  Также А.И. Маркушевич [36], А.Н. Колмогоров [29], В.А. Крутецкий [32] математическое мышление определяют со спецификой предмета математики и свойствами ее абстракций. В характерных чертах математического мышления они подчеркивают широту и гибкость; тенденцию к операциям с числами и знаками; способности к умению решать математические задачи; умение выполнять абстракцию и т.п.

Л.С. Трегуб [53] и др., являющиеся представителями второго подхода, отвергают специфичность математического мышления, так как считают, что специальных методов, характерных для его не существует.

Третий подход представлен Ж. Пиаже [43] и его сторонниками. Они утверждают, что у школьников формируются такие операторные структуры мышления, которые позволяют оценивать характеристики классов объектов и их отношений.

Тем самым, если принять точку зрения о появлении типов мышления, как о систематизации мышления по разным признакам, и добавляя математическому мышлению определенные признаки, характерные особенностям предмета математики, подтвердим, что математическое мышление имеет место быть со своими особенностями и рядом признаков, которые также свойственны и творческому мышлению.

По мнению (А.В. Усовой, А.Н. Леонтьева, Л.Ф. Спирина), как указывается в работе [20], способности учащихся, ориентированные на творчество, раскрывают сущность умения.

Умения, обязательные при решении задач, заключают в себе: исследование изучаемого явления, сопоставление роли и места части в структуре целого (синтез), соотнесение теоретического материала и логичность изучаемого явления, выявление соответствия рассматриваемого явления и теории. Такие умения, обязательные для решения задач и дополненные творчеством, приведут к умениям решать нестандартные задачи [35; 37; 54].

Умения, присущие творческой работе, вполне могут быть систематизированы по разным признакам. В работе [20] предлагаются классификации по выполнению творческого процесса (Приложение 1. табл.1) или по качествам, присущим творческой личности (Приложение 2. табл. 2).

Можно заметить, что для решения нестандартной математической задачи необходима сформированность как общих, так и частных умений, характеризующих любую творческую деятельность.

В свою очередь, сам процесс работы с нестандартной задачей способствует совершенствованию этих умений. Следовательно, включение обучающихся в деятельность по решению нестандартных математических задач может повлиять на развитие их интереса к математике в целом (в случае успешности этой деятельности).

# ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ

## 2.1. Возрастная классификация обучения решению нестандартных задач

Как отмечено в работе [20], при включении нестандартных задач в процесс обучения математике необходимо учитывать возраст и возрастные особенности учащихся.

На начальном этапе занятий математикой необходимо особое внимание уделить тому, чтобы у учащихся не растерялся интерес к математике. Это может возникнуть из-за своевременно непреодолимых трудностей, возникших при решении задач. Поэтому при обучении решению нестандартных задач необходимо обратить внимание на возникновение творческой личности, качества которой смогут справиться с возникшими барьерами.

Как нами было отмечено выше, творческое мышление содержит все виды мышления и, в том числе, математическое. Авторы работы [20] полагают, что формировать математическое мышление школьника необходимо в трех основных направлениях: пространственно-геометрическом, арифметическом и логическом.

В пятом классе необходимо поработать над улучшением устного счета у учащихся, а также постараться овладеть всевозможными его приемами и запоминанием нужной арифметической информации.

В это время будут хороши задачи, развивающие пространственное воображение. Для этого может подойти «Пифагорова головоломка», развивающая фантазию и расширяющая геометрический кругозор.

Занимательные логические задачи будут нужными для развития способности к рассуждениям. Учащимся можно предложить варианты логических задач (на переливание, перекладывание, взвешивание, задачи с ограничениями, логические таблицы).

Для шестого класса, характерна работа над основными темами логико-комбинаторного цикла: принципами Дирихле, основными принципами комбинаторики, идеями четности, задачами-играми, методами раскрасок, идеями симметрии и др., не забывая про тематику пятого класса.

В седьмом классе, ранее чем будут изучены в геометрии основные факты и теоремы на строгом уровне, положительно эти факты объяснить без доказательства, используя геометрическую наглядность, проницательность и приступить к решению познавательных геометрических задач.

Арифметика, алгебра, геометрия, статистика, теория вероятности – самые важные темы при работе в восьмых и девятых классах. Главное при работе с учащимися научить их выдвигать идеи, размышлять, аргументировать и делать выводы.

Сложность обучения нестандартным задачам, начиная с десятого класса возрастает. Необходимо приступать к изучению нестандартных задач, встречающихся в ЕГЭ. Это могут быть задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию, сложные квадратные уравнения, экономические задачи. Одними из самых сложных нестандартных задач считаются экономические задачи. Экономические задачи не получится объединить в одну группу. К каждой задаче потребуется индивидуальный подход. Возможно при решении необходимо будет грамотно воспользоваться системой уравнений, использованием функций или применить неравенство. Решение этих задач не получится научиться решать с нуля. Здесь потребуются знания, накопленные ранее.

## 2.2. Выбор методик обучения решению нестандартных задач в 6 классе

В методологических разработках, принимая во внимание деятельностный подход к обучению, рассматриваются правомерности решения задач, раскрывается роль умственных операций и математического мышления (Л.О. Денищева, Д. Пойа, М.Б. Волович, Ю.М. Колягин, В.И. Крупич, В.М. Монахов, А.А. Столяр, Г.И. Саранцев, К.И. Нешков, В.А. Далингер, А.К. Артёмов, А.Д. Семушин, З.И. Слепкань, Л.М. Фридман, П.М. Эрдниев и др.). Сюда можно соотнести и труды психологов (Г.А. Балл, Е.А. Машбиц, Л.М. Фридман, А.Ф. Эсаулов и др.), которые изучали влияние учебных задач на процесс развития мышления. Зарубежные математики и педагоги также интересовались различными вопросами психологии решения задач. К предмету обсуждения проявляли интерес Ж. Адамар, А. Крыговская, Д. Пойа, А. Пуанкаре, А. Реньи, Г. Штейнгауз, У. Сойер, А. Фуше. В трудах этих авторов, как упоминается [13; 15; 16; 18] возникают общие и дополнительные приемы и методы решения разных классов задач и кроме прочего, необходимые для их решения способы. Такие способы, открывают перед учащимися потенциал общего подхода к выполнению задач, делают знания обобщенными и сознательными, позволяющими выстраивать целую систему знаний.

Например, известный математик Л. М. Фридман [55] при поиске решения задач приводит следующие рекомендации:

1. Прочтя задачу, надо попытаться установить, к какому виду задач она принадлежит.

2. В случае, если же задача не является стандартной, то необходимо действовать в надлежащих направлениях:

а) вычленять из задачи или разбивать ее на подзадачи стандартного вида (способ разбиения);

б) ввести в условие вспомогательные элементы: вспомогательные параметры, вспомогательные построения (способ вспомогательных элементов);

в) переформулировать ее, заменить ее другой равносильной задачей (способ моделирования).

3. Для воплощения обозначенных способов, будет полезным выстроить вспомогательную модель задачи – ее схематическую запись.

4. Решение нестандартных задач есть искусство. Им вполне вероятно овладеть лишь в результате глубокого постоянного самоанализа действий по решению задач и постоянной тренировки в решении разнообразных задач.

Авторы работы [20], считали, что для получения результатов в общих целях обучения мало одной, конкретной задачи. В этом процессе необходимо применять некоторую систему задач.

Методика обучения выполнению нестандартных задач предусматривает воздействие на появление элементов как внешней, так и внутренней сторон [12; 17; 32; 36].

Одно из существенных качеств внешней стороны – интегральное, которое ориентирует ученика на творческую деятельность. При его возникновении и развитии в процессе обучения происходят изменения некоторых аспектов: вида творчества, знаний, творческого мышления, умений творческой самостоятельной работы.

Методика обучения решению нестандартных задач шестиклассников предполагает некоторые аспекты. Во-первых, установим, на что необходимо обратить внимание при обучении по программе для шестого класса. Во-вторых, изучим различные рекомендации по обучению решению нестандартных задач. В-третьих, сосредоточимся на моментах, чтобы избежать трудностей при обучении.

Для шестиклассников просто необходима арифметическая «разминка». Школьники должны выучить квадраты второго десятка, степени двойки и тройки примерно до тысячи. Для этого покажем им формулу «разность квадратов» и обучим с ее помощью устно делать умножение, например:

$$17 \times 19 = (18 - 1) \times (18 + 1) = 324 - 1 = 323;$$

$$13 \times 17 = (15 - 2) \times (15 + 2) = 225 - 4 = 221;$$

$$24 \times 28 = (26 - 2) \times (26 + 2) = 676 - 4 = 672.$$

Такого рода вычисления увеличивают потенциалы устного счета, позволяют усвоить важную алгебраическую формулу и являются великолепной тренировкой при запоминании квадратов.

Какое-то время необходимо предназначить операции разложения на простые множители, например, чисел 40, 42, 64, 101, 200, 244, 10001.

В качестве примера предложим извлечь квадратный корень из числа $7 \times 15 \times 35 \times 75$ или $35 \times 55 \times 77$ (даже если мы опережаем программу или вовсе уйдем за ее границы).

Такого типа темы, как делимость и остатки, включая последнюю цифру степени и проценты, должны быть сначала темами отдельных занятий. Ребусы с цифрами – прекрасные домашние задания. Обратимся к источникам [26; 27; 28]).

Для шестого класса логический блок посерьезнее. В это время можно знакомить с такими важными темами, как принцип «ящики – кролики» (принцип Дирихле), раскраски как средство решения задач, задачи – игры и задачи с вариантами четности и симметрии.

Принцип Дирихле

Существуют следующие принципы:

1. Принцип переполнения.

2. Принцип незаполнения.

Общая формулировка: если $m$ зайцев находятся в $n$ клетках, то найдется клетка, в которой находится не меньше $m/n$ зайцев («переполнение»), и клетка, в которой сидят не более $m/n$ зайцев («незаполнение»). К примеру, если зайцев 23, а клеток 7, то найдется клетка, в которой не меньше 23/7, т.е. не меньше 4 зайцев, и клетка, в которой не больше 23/7, т.е. не больше 3 зайцев.

3. Принцип совпадения слагаемых при малой сумме.

4. Принцип превышения среднего арифметического. Здесь пойдет речь о непрерывной вариации принципа Дирихле: если в $n$ клеток положили (для будущих зайцев) $m$ килограммов корма, то имеется клетка, в которой не меньше $m/n$ кг корма, и клетка, в которой не больше $m/n$ кг корма.

Это с легкостью доказывается от противного (приведением к противоречию).

1. Принцип переполнения

Пример 1. 11 сусликов рассадили в 10 ящиков. Докажите, что в каком–то ящике не больше одного суслика. Тогда в сумме во всех ящиках не больше десяти сусликов. Противоречит условию задачи.

Пример 2. 91 зайца посадили в 10 клеток. Докажите, что найдется клетка, в которой сидят не меньше 10 зайцев.

Доказательство. Как в предыдущей задаче.

2. Принцип незаполнения

Например. В отряде 11 учащихся шестых, седьмых, восьмых и девятых классов. Доказать, что имеется такая параллель, что в отряде не больше двух учащихся из этой параллели.

Решение. В какой-то параллели имеется не более чем 11/4 учеников, т.е. не больше двух.

3. Принцип совпадения слагаемых при малой сумме

Пример 6. Десять девочек собрали 50 подосиновиков, причем каждая нашла хотя бы один гриб. Доказать, что найдется две девочки, у которых равное количество грибов.

Доказательство. Допустим, что все девочки набрали разное количество грибов. Тогда самая неудачливая нашла не меньше, чем один гриб, вторая – не меньше двух, третья – не меньше трех и так далее, десятая – не меньше десяти, а все вместе – не меньше, чем $1 + 2 + 3 +\ldots+ 10 = 55$ подосиновиков, что расходится с условием задачи. Поэтому расчет неверен, что доказывает утверждение.

4. Принцип превышения среднего арифметического

Пример 8. Средний бегемот семьи весит 2 т., а самый большой – 4 т. Средний вес бегемота в семье 3 т. Докажите, что в семье найдется группа из четырех бегемотов, общий вес которых не меньше 13 т. (всего в семье не менее 5 бегемотов).

Решение. Отправим самого маленького и большого бегемота покупаться, и выясним, что средний вес бегемотов, которые остались на берегу тоже 3 т. Выберем среди них трех, общий вес которых не менее 9 т. и прибавим к ним выкупавшегося самого большого бегемота.

Раскраски

Такие задачи представлены разлинованными на одинаковые клетки фигурами. Требуется доказать недопустимость выполнения какой-то операции на этой фигуре (например, перемещения по фигуре по определенному правилу, замощения фигурками меньшего размера какого-либо вида). Тогда при раскрашивании клеточек данной фигуры по некоторому правилу дается возможность отличать клетки друг от друга, что необходимо при решении задачи. Чаще всех предлагаются прямоугольники, со следующими типами двухцветных раскрасок:

1) «диагональными» – одна диагональ раскрашивается, несколько других пропускаются, затем снова одна раскрашивается, несколько следующих пропускается и так далее. Самая популярная из таких раскрасок – шахматная (одна диагональ раскрашивается, следующая пропускается);

2) «полосы» – одна полоса раскрашивается, несколько других пропускаются (полосы параллельны линиям сетки);

3) «кварталы» – раскрашиваются и вертикальные, и горизонтальные полосы.

Пример 9. В клетчатом поле 10 × 10 были убраны по одной клетке на двух противоположных углах. Возможно ли полученную фигуру замостить без наложений двухклеточными фигурками («доминошками»)?

Решение. Нельзя. Используя шахматную раскраску к данной фигуре, установим, что клеточек одного цвета будет 50, а другого 48. Но каждая «доминошка» закроет по одной клеточке разных цветов, поэтому все вместе они закроют равное число клеток обоих цветов.

Игры

Существует множество интересных задач, в которых два (или несколько) игрока выполняют по очереди и некоторым правилам ходы, желая выиграть. В задаче необходимо ответить на вопрос: возможно ли кому-нибудь из игроков, независимо от игры соперника, достигнуть необходимого результата (т.е. будет ли иметь этот игрок выигрышную тактику)? Задачи-игры подразделяются по методу их решения:

1) выигрышные позиции;
2) повторение ходов противника и использование симметрии;
3) задачи – шутки и инварианты.

1. Выигрышные позиции

Например. В одной коробочке 5 леденцов, в другой 7. За один подход можно взять и съесть неограниченное количество леденцов, но только из одной коробочки. Проиграет тот, у кого перед ходом закончатся все леденцы. Кто останется в выигрыше при правильной стратегии?

Решение. Выиграет первый. Вообще, если леденцов в коробочках не одинаковое число, то выиграет первый. Если же леденцов в начале было одинаковое количество, то выигрывает второй. Проведем анализ, с конца, с финальной позиции. Если две коробочки пусты, тот, чей должен быть ход, проигрывает. Если одна из них пуста, то выполняющий ход выиграет, вынув из другой коробочки все леденцы. Если в коробках по одному леденцу, то, взяв один леденец, имеем для противника выгодную позицию, т. е. мы проиграем. Если в одной коробочке один леденец, в другой два леденца, то это выигрыш, так как, сравняв количество леденцов, предоставим сопернику проигрышный вариант. На этом этапе вы можете угадать, в чем заключается выигрышная стратегия: если количество леденцов в коробочках разное, то их необходимо уравнять. Если соперник сделает количество леденцов в коробочках не одинаковым – мы опять сравняем, и так до выигрыша.

2. Повторение ходов противника и использование симметрии

Например. По кругу лежат 2006 шаров. За один раз можно откинуть один или два, лежащих рядом (с самого начала) шара. Играют вдвоем. Выиграет тот, кто откинет последний шар. Кто победит при верной стратегии?

Решение. Выиграет второй. Он своим первым ходом должен взять один или два шара напротив того места (на противоположной стороне круга), где взял шар(ы) первый игрок, так, чтобы стало две линии шаров по равному количеству в каждой. По правилу можно брать два шара только на одной линии (стороне круга), это дает право второму игроку повторять ходы первого игрока: когда первый откинет на одной линии в каком-либо месте один или два шара, второй откинет такое же количество на месте, симметричном этому, на другой линии.

3. Инварианты и задачи-шутки

Есть игры, в которых победа игрока не зависит от стратегий участников, а предопределена правилами игры. Эти игры-задачи являются задачами-шутками.

Пример 1. В куче 101 камушек (все они разные по весу) и чашечные весы без гирь. На весах можно взвесить 2 камушка и найти, какой тяжелее. Двое играющих делают это в очередности, перед друг другом. Выиграет тот, кто определит самый тяжелый камушек и докажет, что он тяжелее всех.

Решение. За одно взвешивание, один, более легкий камушек выходит из числа соперников на роль самого тяжелого. В связи с этим, независимо от выбора камушков до взвешивания, чтобы остался только один камушек, нужно выбрать 100 камушков, т. е. сделать сто измерений. Так как 100 – четное число, последнее взвешивание выполнит второй играющий. Он и победит.

Пример 2. Молочный шоколад поделен на сорок клеточек и имеет форму $5 \times 8$. За какое самое малое количество переломов ее можно будет поделить на отдельные клеточки?

Решение. При разломе количество кусочков увеличивается на 1, поэтому, независимо от направления и линий разломов, необходимо сделать 39 разломов, чтобы получилось 40 кусочков.

Эта задача является примером задач на инвариант. В этом случае это число действий, не зависимо от их порядка.

Мы считаем, что во время обучения решению нестандартных задач возможны различные затруднения. Главные моменты, на что следует обратить внимание:

1) объяснение должно быть доступным и целенаправленным – говорить только главное;

2) в объяснении четко выделять основные утверждения;

3) основная идея должна быть сфокусированной и постоянно повторяться.

Анализируя проблему при выполнении задач, потребуйте от обучающихся четкой обратной реакции, стремитесь получить четких и конкретных ответов.

Решение возникшей проблемы при решении нестандартных задач – это творческий процесс, который предполагает определенный ряд действенных шагов учителя [20]. Сюда мы относим объяснение ошибок ученику, не делая существенной подсказки; проведение отдельного занятия для разъяснения непонятного момента при решении задачи; упрощение задачи, путем предложения аналогичных.

## 2.3. Нетрадиционная форма организации обучения решению нестандартных задач в 6 классе

Чтобы поддерживать высокий уровень интереса учащихся, необходимо наличие творческого подхода, повседневного поиска правильного построения занятий, их уникальности и разнообразия.

Поскольку обучение представляет собой процесс взаимодействия обучающего с обучаемыми, при работе над учебными пособиями с целью их усвоения и овладения способами познавательной деятельности, возникает вопрос о формах организации обучения. Они представляют совокупность звеньев учебного процесса. Формы могут быть разными в зависимости от звена, которое непосредственно зависит от целей и особенностей усвоения обучающимися умений, навыков и знаний. К звеньям процесса обучения авторы работы [20] относят: формирование новых знаний, их закрепление и совершенствование, формирование навыков и умений, их применение на практике, повторение, систематизацию знаний, контроль усвоения умений, навыков и знаний.

В работе [20] проведен анализ работы И.М. Чередова, а также анализ других исследователей. Каждая данная форма организации обучения состоит из определенных этапов, которые для урока традиционного подробно рассматриваются в этих работах. Нетрадиционные формы обучения в виде игр и т.п. нашли отражение во многих публикациях учителей – новаторов [22; 24]. Основаны они на традиционных звеньях и в учебном порядке содержат элементы неожиданности, заинтересованности и пр., т. е. выполняют психологическую ситуацию успеха.

Собственно, при организации обучения решению заданий предполагаем, что урок обязан включать в себя несколько факторов, направленных на хорошее приобретение знаний по решению задач и выработку качеств творческой личности, необходимые для владения методами активной деятельности.

Учитель выбирает методику в зависимости от цели. Рассмотрим нетрадиционную форму организации обучения в виде игры.

1. Обобщение и повторение решения конкретного типа задач.

Форма А. Поделим учащихся на группы, которые получат свое задание. Группа №1 – «поясняющая» – анализирует условие задачи. Группа №2 – группа помощи – предоставляет необходимые данные для решения задачи, пользуясь учебными материалами. Группа №3 – «мозговой центр» – выдвигает гипотезы для решения задачи. Группа №4 занимается проверкой выдвинутых гипотез. Группа №5 – «аналитическая» – анализирует ответы и задает вопросы, тем самым защищает от ошибок и помогает найти правильное решение.

Форма Б. Учитель теоретически обобщает пройденный материал, который включает ошибочные сведения и неточности. Учащиеся должны отметить основные идеи, исправить ошибки, допущенные учителем. Записи делают в таблице, которая включает 2 графы: основные мысли, ошибки. Ученик называет ошибку, преподаватель воспроизводит нужный отрывок, затем выясняется причина неверного утверждения.

Форма В. Каждый решает как можно больше задач. Работу можно выполнять индивидуально, фронтально или в группах. Школьники составляют схему, которая показывает ход решения задач. Схема включает два этапа: первый показывает ход решения, а второй определяет, как будет найдено каждое значение. Учитель проверяет правильность схемы. Следующей задаче будет иметь более сложную схему.

2. Повторение материала по теме.

Форма А. Поделим учащихся группы, которые будут задавать вопросы. Команды, непосредственно, представляют журналы теоретической и экспериментальной математики «Математика в инженерии», «Вопросы истории математики», «Наука и математика». Для каждой группы определяется область интересов, например: суть понятия, формулы, теоремы, история возникновения, применения на практике и т.д. Команды готовят вопросы по теме, на которые хотят получить ответы. Еще одна группа должна подготовиться к ответам на вопросы. Занятие состоит из 4 частей: ответы на вопросы (45 мин.); подготовка и оформление заданий (20 мин.) – каждый «журналист» пишет заметку в журнал; отчет о работе (15 мин.); подведение итогов и выпуск экспресс-газеты.

3. Закрепление способности решать задачи разных типов.

Форма А. Занятие делится на этапы:

I. Включает составление задач по пройденной теме. Один ученик сообщает составленную задачу. Второй вносит некоторые изменения в этой задаче. Возможно, что второй и последующие ученики изменят вопрос задачи; не исключен вариант, когда второй ученик изменит элемент и вопрос задачи, третий предлагает какие-то свои изменения. Все ученики рассматривают полученные варианты задачи. Они выделяют изменения задачи и делают заключение о соответствии новой задачи установленным требованиям, также поясняя, что можно и нельзя изменить. Исходя из вышеперечисленного, отбираются всевозможные варианты начальной задачи, которые соответствует условиям;

II. Предполагает конкурс «Проверка домашнего задания». Ученики устанавливают базовые элементы, на которых основывается решение данного типа задачи;

III. Решения заданий с выбором ответа;

IV. Включает конкурс «Угадайчик». Один ученик выходит из класса. Оставшиеся определяют вопросы, которые будут задавать. Вернувшись, ученик должен угадать по примерам и намекам, какое понятие, метод решения были загаданы;

V. Включает конкурс «Глухой телефон». Один ученик выходит за дверь. Демонстратор показывает часть решения задачи, какое-то понятие и пр., объясняя его ученикам. Приглашается вышедший, и другие ученики изображают для него фрагмент. В результате, учащийся должен узнать, о чем шла речь, и восстановить запись.

4. Обеспечение усвоения материала на занятии.

Форма А. В начале урока выбирается ученик, играющий роль «Учителя». Он составляет вопросы по решению нестандартной задачи.

После объяснения учителем материала, ученики делятся пополам: на «учеников» и «учителей».

Занятие включает этапы:

Первый этап. «Учителя» проводят опрос, ставят оценки и консультируют.

Второй этап. Ученики воспроизводят в тетрадях полученный на занятии материал (8 мин.)

Третий этап. «Учитель» устно спрашивает класс, также «ученики» могут применять материал на практике.

Четвертый этап. «Ученики» высказывают мнение о работе «учителя» после выставления оценок.

5. Использование в различных типах задач метода решения.

Форма А. Проводится анализ неверно решенной математической задачи, который охватывает все этапы решения: разработку версии, исследование мотивов принятия решения, проверку на практике.

Следующие этапы проведения занятия:

1) ученикам сообщается тема, цель, условие задания и решение;

2) создаются группы по десять человек. Им даются вопросы и время на их решение (1–3 мин.). Потом проходит обсуждение и определение правильного ответа.

Схема определения ошибки в решении задачи:

1. Выясняется, из какой темы был взят математический материал:

– какие формулы (теоремы) в ней применены;

– разбор условия задачи;

– сопоставление верного понимания условия задачи и условия, приведшего к неверному решению.

После обсуждения условия, подводятся первые итоги групп.

2. На вопрос задачи ищется ответ:

– обсуждаются всевозможные предположения;

– осуществляется одно, основанное на доказанных теоремах и формулах;

– решается задача.

3. Выявляются и обсуждаются допущенные ошибки.

Формулируется заключение по использованию метода решения в задаче.

Форма А.

I. Учитель определяет жюри (3 человека).

II. Создаются группы по 10 человек. Они, опираясь на знания использованных способов решения задач, должны придумать задачу, которая решалась бы одним из данных способов.

III. Группы обмениваются выдуманными задачами и решают их.

IV. Выдуманные задачи отдаются жюри, которое решает и оценивает их.

V. Решенные задачи всеми обсуждаются.

VI. Жюри оценивает работу. Высшая оценка ставится ученику, который правильно придумал и решил задачу.

6. Подготовка к сдаче учениками творческого отчета.

Форма А. К данному занятию делается творческая работа по определенной теме: составить задачу, провести исследования понятий темы, разработать алгоритм решения, взять интервью у специалиста, написать реферат. Работать можно группой или индивидуально, самостоятельно и консультируясь. Отчет включает в себя: обоснование, изложение, объяснение полученных результатов и показ практического применения. Занятие построено таким образом: вводное слово учителя, выступление учащихся с отчетами и их ответы на вопросы, подведение итогов.

Форма Б. Учащиеся делятся на группы. Каждой дается задача, связанная с конкретным типом решения. Дети прослушивают сообщение по данному типу решения, после самостоятельно подбирают литературу и необходимый теоретический материал. После всей группы решают задачу. Преподаватели слушают отчет групп и оценивают их. В конце предлагается самостоятельно придумать необычные задачи.

7. Повторение и обобщение данного материала.

Форма А. Ученики рисуют плакаты с изображение пройденных тем; на столах преподавателя и учащихся – задачи. Ребята называют темы, которые они изучали. Ведется беседа о способах решения задач.

Следующий этап –повторение тем курса математики: ученики показывают задачи, объясняют и решают их. Так же работают по второй теме и т.д.

8. Оценивание, проверка усвоения данного материала.

Форма А. Вызываются два ученика для взаимного опроса по решению и теории задач. Процедура повторяется несколько раз. Оставшиеся учащиеся сдают зачет опрошенным ученикам.

Форма Б. Решение нестандартных задач в группах. Каждый член имеет направление в работе (командир, аналитик, теоретик). Отчеты командиров и выставление оценок происходит непосредственно с учетом трудового участия при выполнении задания.

Анализ представленных методик помогает сделать вывод, что применение игровых форм проведения урока математики может повысить интерес к предмету и способствует формированию навыка умения решать необычные задачи.

# ГЛАВА 3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

## 3.1. Анализ внеурочной деятельности интеллектуального клуба «Праправнуки Лобачевского»

Для достижения современного уровня математического образования, необходимо принимать во внимание значение внеклассной работы, так как в единстве с обязательным курсом внеурочная деятельность создаёт условия для более полного осуществления практических, воспитательных, общеобразовательных и развивающих целей обучения [8; 9; 11; 25].

Основная цель состоит в улучшении развития творческих способностей у школьников 6 класса в ходе обучения решению нестандартных задач.

База исследования – МБОУ «СОШ №33» г. Белгород, 6 «А» класс.

Описание выборки исследования: количественный состав группы – 20 человек, из них 8 девочек и 12 мальчиков, обучающихся в 6 «А» классе.

Условиями развития творческих способностей у школьников среднего звена являются:

– формирование их в результате целенаправленной деятельности учителя;

– определение предметного содержания, приемов обучения и комплекс нестандартных задач, которые выходят за рамки учебного материала и направленные на развитие математических способностей у школьников среднего звена.

Цель: привитие учащимся интереса к математике, систематизация и углубление знаний по математике, выработка способностей к творческой деятельности.

Задачи исследования:

– расширять кругозор учащихся в различных областях элементарной математики;

– развивать способность к формализации математического материала, к оперированию числовой и знаковой символикой;

– развивать гибкость мышления, способность сокращать процесс рассуждения;

– развивать образно-геометрическое мышление и пространственные представления.

С самого начала учебного года в 6 «А» классе был организован интеллектуальный клуб «Праправнуки Лобачевского». Занятия в клубе проходили по четвергам. Занятия клуба были рассчитаны на групповую и индивидуальную работу. Для проверки готовности к работе с нестандартными задачами, уровня развития творческих способностей и оценки накопленных знаний за пять лет было проведено два теста.

Один был направлен на проверку знаний, которые накопились у учеников за 5 лет. Он включал темы, которые были пройдены учениками за время обучения. Задания были разного уровня сложности: семь заданий – уровня А, два задания – уровня В и одно задание – уровня С. Задания, предлагаемые в уровне С были нестандартными (Приложение 3–4). Результаты теста (Диаграмма 1).


Диаграмма 1.

Исходя из данных диаграммы, нами было установлено, что наибольшую трудность у учеников вызвало задание части С, которое было нестандартным. Оно не предусматривало наличие каких-либо дополнительных теоретических знаний у ученика, а требовало нестандартного, творческого подхода.

Следующим был проведен еще один тест, который включал в себя 10 нестандартных задач, с разными уровнями сложности (Приложение 5). Результаты теста (Диаграмма 2).

Диаграмма 2.


Как мы можем заметить, количество учеников, которые справились с нестандартными заданиями очень мало, даже первое, наиболее легкое задание смогли решить лишь 7 учеников. А начиная с седьмого задания не было правильных ответов или ученик даже не пытался решить эти задачи.

Таким образом, нами был сделан вывод, что у школьников слабо развито логическое, нестандартное мышление и, в большей мере, отсутствует творческий подход к проблеме, что как раз и помогает решать нестандартные задачи.

Поэтому на внеурочных занятиях основным стал упор на развитие гибкости мышления, расширения кругозора, неординарного подхода, на нахождение необычных способов решения.

Следуя опыту, описанному в работе [18] и касающегося тематической стороны вопроса, мы решили, что при обучении нестандартные задания необходимо систематизировать, поделить на группы: задачи комбинаторного, логического характера и т.д. Рассмотрели, как задачи влияют на математическое мышление. К примеру, посредством комбинаторных задач зарождается навык неупорядоченного перебора всевозможных вариантов.

Задача 1. Оксана перебирает бабушкины бусы (рис. 1). Она хочет убрать 5 темных бусин. Какое самое малое количество белых бусин ей нужно снять для этого?

Рис.1

Решая такого типа задачи, школьники учились перебирать всевозможные варианты решения. Учащиеся убеждаются, в том, что получится определенное количество вариантов и иных быть не может.

Задача 2. Число 100 Вася умножил то ли на 2, то ли на 3, добавил к результату то ли 1, то ли 2, а потом разделил результат то ли на 3, то ли на 4. Было получено натуральное число. Какое?

Выполняя такие задачи, школьники учились решать комбинаторные задачи с использованием схем. Эти схемы похожи на дерево, отсюда и их термин – дерево возможных вариантов. Если дерево будет построено правильно, то ни один из перечисленных возможных вариантов не будет пропущен.

Решая логические задачи, сравнивая математические объекты и делая математические операции у учащихся развивается определенное мышление.

Задача 3. В примере три цифры заменили звездочками.

$$\begin{array}{r} 1*3 \\ +\ 1*4 \\ \underline{1*5} \\ 402 \end{array}$$

Найти сумму этих цифр?

Такая задача позволяет учащимся логически понимать операцию сложения и сравнивая находить сумму цифр.

Задача 4. Когда четверых девушек попросили ответить, сколько из них вчера ходили на каток, Аня сказала, что никто, Катя – что один человек, Таня – что два, а Жанна – что три. Известно, что не обманули только те девушки, кто ходил на каток. Сколько девушек сходило на каток?

Нарисовав «логическую» таблицу, ученики расставили известные запреты по задаче и затем определили, сколько девушек было на катке.

Для дальнейшей работы, чтобы учитель в короткий срок и качественно мог подбирать задания для подготовки к уроку, а также самостоятельного выполнения заданий школьниками вне школы, необходимо решить организационную сторону вопроса, с позиции современных технологий. Например, можно создать электронную базу данных, в форме сайта, где будет представлена копилка математических задач.

Для формирования такой копилки можно использовать различные источники. Для ведения кружковой деятельности, задачи должны быть представлены в различных вариациях, как для «сильных» учеников, так и для «средних».

На следующем этапе учитель контролирует выполнение задач учениками. Непонятные и сложные моменты, ошибки, допущенные при решении задачи обсуждаются вместе со всем классом.

При проведении дополнительных занятий, мы частично использовали базу данных в формате сайта [2], позволяющую учителю и учащимся свободно пользоваться ею. Банк задач сформирован на основе заданий конкурсов «Кенгуру» (2010–2015 годы) и «Золотой ключик» (2013, 2015, 2016 годы) и составлен так, что возможно получать задачи по нужным категориям. В отдельности здесь показаны «нестандартные» задачи из учебников по математике для 5-го и 6-го классов авторского коллектива под руководством С. М. Никольского [41; 42]. Здесь представлены задачи конкурсов «Кенгуру» и «Золотой ключик». Они разбиты на задачи решающиеся арифметическим способом, комбинаторным способом, а также на задачи, требующие применения логики. Кроме того, имеются задачи с геометрическим содержанием. Задачи конкурса «Кенгуру» делятся по уровню усложненности: оцениваемые в 3 балла, 4 балла и 5 баллов.

Кроме того, в качестве дополнительных пособий в нашей работе мы пользовались сборниками задач [17; 41; 42] и сборником ВКР. При этом были предусмотрены и некоторые организационные моменты.

Задачи брались по уровню сложности от простых (в 3 балла) до сложных задач (в 5 балла) и всегда можно было заглянуть в ответы, чтобы проверить решение. Задачи в три балла, учащиеся решали устно и отвечали с места. Задача в 4 балла также решалась устно, если вызывала затруднения, разбиралась вместе с учителем. Задачи в 5 баллов, относились к сложным и разбирались вместе с учителем.

На протяжении всей работы дети решали задачи, сложность которых определялась не столь математическим содержанием, а новизной и необычностью. Это вызывало желание у обучающихся отойти от образца, проявить самостоятельность, поработать в условиях поиска.

Для смены обстановки и снижения математической усталости мы включили подвижные математические игры и просмотр различных видеоматериалов из области математических открытий. Представление ситуации нестандартной задачи путем её зарисовки, способствовало развитию креативного мышления. Часто одна группа учеников разыгрывала нестандартную задачу, словно сценку, а другая пыталась ее решить, такой способ также развивает творческие способности. При этом использовался принцип свободного перемещения по классу, работа в парах постоянного и сменного состава, работа в группах.

Результат следующего тестирования, который был проведен в декабре, показал значительно лучший результат.

Рассмотрим диаграмму, по тесту (Приложение 6–7), который также включает в себя задания части A, B, C. (Диаграмма 3)

Исходя из полученных данных, можно сделать вывод, что показатель успешного выполнения заданий значительно вырос, а самое главное, что с нестандартными заданиями справилась почти половина класса.


Диаграмма 3.

Рассмотрим (Диаграмму 4), которая показывает успешность выполнения теста по нестандартным задачам (Приложение 8), в зависимости от сложности задач:


Диаграмма 4.

Как мы видим, здесь результаты тоже значительно улучшились. Ученики стали лучше понимать, как решать нестандартные задачи, научились находить способ решения.

Таким образом, цель была достигнута. За половину учебного года ученики значительно улучшили умение решать нестандартные задачи, научились применять различные способы к их решению, начали любить математику или любить ее еще сильнее.

Благодаря такому методу обучения, ученики не загружали себя тяжелыми формулами, доказательствами и правилами, а получали удовольствие решая нестандартные задачи, их мозг научился использовать не только логическое мышление, но и креативное.

## 3.2. Методические материалы для проведения кружка по математике

Тематическое деление обучения решению нестандартных задач предполагает творческий подход. В нашей работе был использован следующий вариант:

Арифметика

Методы устного счета.

Признаки делимости.

Числовые ребусы.

Делимость и остатки. Последняя цифра степени.

Проценты.

Десятичная система счисления.

Числовые неравенства и оценки.

Арифметические конструкции.

Геометрия

Задачи на разрезание, перекладывание и построение фигур.

Вычисление площадей фигур разбиением на части и дополнением.

Задачи на построение с идеей симметрии.

Неравенство треугольника.

Логика.

Логические таблицы.

Переливания.

Взвешивания.

Популярные и классические логические задачи.

Принцип Дирихле: принцип переполнения и не заполнения, доказательство от противного, конструирования «ящиков».

Раскраски: шахматная раскраска, замощения.

Игры: игры–шутки, выигрышные позиции, симметрия и копирование действий противника.

Четность: делимость на 2, чередования, парность.

Алгебра

Разность квадратов: устный счет, задачи на экстремум.

Анализ

Задачи на совместную работу.

Разные задачи на движение.

Суммирование последовательностей: арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия со знаменателем 2 и 1/2.

Теория множеств

Булевы операции на множествах.

Формула включений и исключений.

Комбинаторика

Правило произведения и суммы. Факториал.

Правило дополнения.

Правило кратного подсчета.

## 3.3. Разработка сборника нестандартных задач по математике для 6 класса

1. Каков должен быть вес четырех гирь, чтобы с их помощью можно было бы определить на чашечных весах груз, который весит любое целое число граммов от 1 г до 40 г (гири разрешается ставить на обе чашки весов)?

2. В каком месяце было понедельников 5, а пятниц – 4. Каким днем было четырнадцатое число этого месяца?

3. Устно вычислите: а) $353535 \times 43043043 - 434343 \times 35035035$; б) $2006 \times 7 \times 11 \times 13 - 2006000$ в) $14 \times 16$; $19 \times 21$; $28 \times 32$; $49 \times 51$; $12 \times 18$; $16 \times 24$.

4. Как наиболее просто вычислить суммы:

а) $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \ldots + 8192$; б) $3 + 8 + 13 + 18 + \ldots + 103$.

5. Заменить звездочки цифрами в записи числа :23*800*, если известно, что число должно делиться на 45.

6. Расшифруйте запись $(HE)^2 = SHE$ (разным буквам соответствуют разные цифры , и наоборот).

7. Сколькими нулями оканчивается число $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \ldots \times 98 \times 99 \times 100$?

8. Вычислите остатки от деления на 10 чисел 33333 и 77777.

9. Какой цифрой завершается число $7^{31}$?

10. Какой цифрой закончится число $2007^{2006?}$

11. Сумма цифр двузначного числа равна девяти. Если из этого числа вычесть число, из тех же цифр, но в обратном порядке, то получится 45. Определить это число.

12. В четырехзначном числе заменили местами первую и последнюю цифры, а после определили разность первоначального и полученного числа. Выясните, делится ли полученная разность на 37 без остатка.

13. Взяли сумму всех различных трехзначных чисел, полученных из одних и тех же трех различных нечетных цифр, равной 4662. Определите эти трехзначные числа.

14. Два двузначных простых числа получаются друг из друга путем перестановки цифр, и их разность составляет полный квадрат. Что это за цифры?

15. Лимонадопровод последовательно проходит через города К, М и Ч в страну лимонию. Коротышки, жители города К забирают 10% сладкого продукта, Малышки из города М – 20%, а чебурашки из города Ч – 30%. На сколько процентов производителю нужно увеличить производство, чтобы страна лимония не испытывала недостатка в этом сладком, хотя и не очень полезном продукте (завод работает только на экспорт в страну лимонию).

16. Как-то раз Женя первый вторник месяца пробыл в Самаре, а первый вторник после первого понедельника – в Белгороде. В следующем месяце он первый вторник встретил в Саранске, а первый вторник после первого понедельника – в Тольятти. Выясните, число и месяц пребывания Жени в каждом из городов?

17. Возможно ли в одном месяце пять вторников и пять четвергов? А пять четвергов и пять суббот?

18. Что больше: 2006/2007 или 2007/2008?

19. Что больше: $2^{30}$ или $3^{20}$?

20. Великан был в 30 раз выше среднего карлика. Во сколько раз карлик был легче великана?

21. Круглый мячик объемом 3 л после подкачивания увеличил свой диаметр в полтора раза? На сколько литров сделался больше объем мячика?

22.Поделите треугольник по прямой так, чтобы после деления треугольника и переложения его частей получился параллелограмм.

23. Произвольный треугольник разбейте на три одинаковые трапеции.

24. Егор живет на берегу теплого моря. На пути в школу, по дороге, он купается в море. Где Егор должен купаться, зная, что времени у него мало, и путь от дома до школы должен быть как можно короче? (Нарисуйте неизвестную точку береговой линии на схеме.)

25. Расстояние от села Абрикосовка до села Быково – 3,2 км, от Быковки до Покровки – 1,4 км, от Покровки до Лугового – 6,2 км, от Лугового до Абрикосовки –1,6 км. Найти расстояние от Быково до Лугового.

26. Определить наикратчайший путь гусеницы, ползущей по поверхности куба от вершины А до противоположной вершины В (рис.2). Какое количество таких маршрутов?

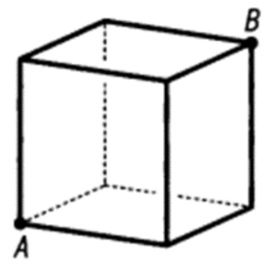



Рис.2

27. Четыре мальчика со своими отцами переправляются на другой берег озера, причем каждый мальчик в лодке или на берегу не остается с не своим отцом, если рядом нет своего отца. На озере есть остров, куда можно высаживаться. Как им переправиться, если лодка вмещает только двух человек (любой мальчик сам может переправиться в лодке на другой берег)?

28. Имеются песочные часы на 4 и 13 минут. Сварите яйцо за 5 минут.

29. У мальчиков есть ведерки на 9 и 13 литров. Как набрать из колодца 8 литров воды? Можно ли это выполнить, если ведерки будут иметь объем 9 и 12 литров?

30. Как можно четырьмя взвешиваниями на чашечных весах без гирь найти среди 80 монет не настоящую, более легкую монету.

31.Трое путешественников решили позавтракать. У одного путешественника было две лепешки, у второго – три, и они поделились едой с третьим, который рассчитался пятью монетами. Как по-честному должны поделить эти деньги между собой первые два путешественника?

32. За круглым столом сидит 100 человек, причем 51 из них – мальчики, 49 – девочки. Доказать, что двое мальчиков, будут сидеть друг против друга.

33. В пятом классе 21 ученик. За две самостоятельные работы – по математике и физике – никто не получил меньше четверки. Доказать, что по меньшей мере 6 человек имеют одинаковые оценки.

34. В детском саду 369 детей. Найдутся ли в этом детском саду хотя бы два ребенка, чьи день рождения приходятся на одну и ту же дату календаря? Почему вы так считаете?

35. Десять школьников математического боя выполнили 35 задач, где кто-то решил одну, кто-то две, а кто-то три задачи. Доказать, что хотя бы один участник решил хотя бы пять задач.

36. В сумке имеются шарики: 5 фиолетовых, 3 розовых и 6 голубых. Какое наименьшее количество шариков нужно вытащить (наугад) из сумки, чтобы оказались шары всех цветов?

37. В пятом классе, где учится 21 ученик, при написании диктанта один школьник сделал 10 ошибок, а все остальные – меньше. Докажите, что по меньшей мере 3 школьника сделали равное количество ошибок.

38. В молодежном турнире по шашкам каждый из десяти игроков должен сыграть с каждым другим одну партию (т. е. турнир проводится в один круг). Доказать, что в любой момент во время игры найдутся два игрока, которые сыграли равное количество партий.

39. В классе 10 девочек и 15 мальчиков. За три практические работы – по физике, химии и программированию – никому не поставили меньше четверки. Докажите, что имеется 4 одноклассника или больше, которые получили равные оценки.

40. В девятом классе, где занимаются 17 учеников, и никто никогда не получал оценки меньше четверки, прошли контрольные работы по химии, биологии, немецкому языку и истории, а также писали сочинение. Докажите, что имеется 2 ученика, которые получили равные наборы оценок.

41. Из шахматной доски убрали две противоположные угловые клетки. Доказать, что имеющую фигуру нельзя поделить на доминошки $2 \times 1$ клеток.

42. Возможно ли замостить шахматную доску $8 \times 8$ с убранной угловой клеткой: а) полосками $1 \times 3$; б) уголками из трех клеток?

43. На доске написали 20 ноликов и 21 единичку. Каждый из двух игроков убирает два любых знака и пишет знак 1, если были убраны одинаковые знаки, и 0 – если разные. Если, в конце игры, остается знак 1, то побеждает первый игрок, если 0, то второй. Кто выиграет при правильной стратегии – начинающий или его противник?

44. Имеется горка, состоящая из 2006 камней. За один раз каждый из двух играющих выкидывает один камень и какую-нибудь кучу камней делит на две (любые) части. Тот, у кого не получится сделать очередной ход, проиграл. Возможно ли второму играющему найти выигрышную стратегию?

45. Ладья расположена в левом нижнем углу шахматной доски. Двое игроков, делают по очереди ходы ладьей, причем только вправо или вверх. Должен победить тот, кто очутится в правом верхнем углу. Кто выиграет при правильной игре?

46. На столе 9 абрикосов. За один раз каждый из двух играющих детей съедает одно или два абрикоса. Кто победит – съест последний абрикос – при правильной игре? Поменяется ли ответ, если абрикосов будет 10, а не 9?

47. Двое игроков ставят по очереди на шахматную доску слонов, с условием, что можно ставить слона только на свободное, не битое другими слонами поле. В выигрыше тот, кто поставит последнего слона. Возможно ли кому-нибудь выиграть независимо от игры противника? Кто и как?

48. Рассмотрим условие предыдущей задачи с полем $8 \times 9$. С полем $9 \times 9$?

49. Имеется квадратная таблица $4 \times 4$, в одной из клеток таблицы стоит знак «+», а в остальных знак «–». За один ход можно изменить все знаки в любой строке или в любом столбце на противоположные. Получится ли таблица из одних плюсов через несколько ходов?

50. Из книги «Гарри Потер» выпали 3 листа. Глеб сложил сумму номеров страниц на этих листах и получил 100. Ошибся ли Глеб при подсчете?

51. Задумали любое число (кроме нуля). Умножили его на 3, к результату прибавили 2, потом поделили на 2, отняли 1, умножили на 4, прибавили 6, поделили на утроенное первое задуманное число, отняли 2, умножили на первое задуманное. Получили два. Дайте объяснение.

52. Вычислите устно: $29 \times 31$; $18 \times 22$; $24 \times 26$; $13 \times 17$; $17 \times 19$; $97 \times 103$.

53. Школа огорожена прямоугольным забором длиной 400 метров. Какова форма и размеры школьного участка, чтобы он имел наибольшую площадь?

54. Кузнец выпивает кадку кваса за 2 недели, а вместе с женою такую же кадку – за 10 дней. За сколько дней жена кузнеца одна выпьет столько же кваса?

55. Поезд, шедший с постоянной скоростью, проходит туннель длиной 1 км за 1 мин. 30 сек., а мост длиной 1 км 500 м – за 2 мин. Вычислите скорость и длину поезда.

56. Электричка, идущая с постоянной скоростью, проезжает мост за 1 минуту, а мимо столба за 20 с. Найдите длину электрички и ее скорость, если длина моста 1000 м.

57. Мама дала троим своим детям мелочь – монеты достоинствами в 2, 5 и 10 рублей. Двоим младшим она дала поровну, а старшему – в 3 раза больше, чем каждому из младших, поручив ему сходить в магазин. Докажите, что – либо двухрублевых монет, среди выданной суммы не было, либо их было не меньше пяти. [40]

58. Вычислите суммы:

а) $2 + 4 + 6 + \ldots + 100$;

б) $1 + 4 + 7 + \ldots + 100$;

59. На международной конференции 85% представителей знают немецкий язык, 75% – французский. Какая часть представителей наверняка знают два языка?

60. Если в записи натурального числа встретятся только нечетные цифры, то пусть это число будет «милым». Какое количество найдется четырёхзначных «милых» чисел?

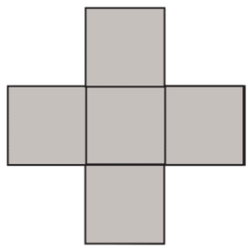
61. Определить количество двузначных и трехзначных чисел с разными цифрами?

62. Определить количество шестизначных чисел, при написании которых не используется цифра два?

63. Два четырехугольника пересекаются между собой. Может ли это пересечение быть восьмиугольником, девятиугольником, десятиугольником?

64. Параметры длин сторон имеющегося прямоугольника – натуральные числа, а периметр и площадь выражены одинаковым числом. Найти варианты таких прямоугольников.

65. Крест составлен из пяти равных квадратов. Разрежьте его на такие части, из которых можно (без дыр и перекрытий) составить квадрат.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании проделанного нами исследования, было установлено, что решение задач – есть вид творческой деятельности, а поиск решения – процесс изобретательства. Интерес к математике и математические способности учащихся проявляются в довольно раннем возрасте. Огромную роль в их развитии играет решение задач, которые могли бы заинтересовать юных школьников и содействовали бы рвению к самостоятельным исследованиям. Чаще всего учащихся заинтересовывают задачи, у которых необычный ход решения. Такие задачи называются нестандартными. Нестандартные задачи – это такие задачи, которые не решаются привычными методами и преобразованиями. Такие задачи, как правило, находятся в конце математического теста и являются заданиями на пятерку, так как они обладают более повышенным уровнем сложности. Неординарные задачи не выходят за границы школьного уровня, но зачастую на их решение нужно потратить большее количество времени.

Нестандартные задачи служат совершенствованию математического образования. Они могут быть представлены в школьном курсе математике, в олимпиадах, в олимпиадах международного уровня. Мы заметили многообразие всех видов математических задач. Основной нашей задачей являлось изучение роли и использование на практике поиска всевозможных решений нестандартных задач. Неотъемлемой частью нашей работы стало изучение развития творческого подхода в результате решения школьниками задач нестандартного типа. Развитие творческого подхода стало «локомотивом» данного процесса. Мы использовали только часть вариантов, предлагаемых в математическом образовании, чтобы повысить уровень математической культуры. Хочется отметить, что нестандартные задачи способствуют:

1.Совершенствованию интеллектуальных возможностей учащихся, «подведение» их к индивидуальному математическому творчеству за счёт обогащения навыков самостоятельной работы.

2. Знакомству с новыми подходами при решении математических задач.

3. Нарушению стереотипности восприятия учебной информации и формированию умения видеть «новое в известном».

Мы это доказали это на примере опытно-поисковой работы.

Нами были отобраны и реализованы на дополнительных уроках математики нестандартные задачи с целью развития творческих способностей и повышения интереса к математике.

После проведения опытно − поисковой работы, которая проводилась в течении полугода, шестиклассники улучшили многие показатели математических способностей. Ускорилось логическое мышление, умение абстрагироваться. Самым главным в процессе работы наблюдалось то, что школьники с должным участием и интересам относились к предложенным задачам. Многие задачи выполняли сами, по собственному желанию, а не по наставлению учителя. Для этого использовали задачи, предложенные в журнале Квант и на сайте сборник математических задач. Трудные и сложные задачи разбирались вместе с учителем.

Обучающиеся поняли, что нестандартные задачи – это такие задачи, которые настоятельно просят необычного, даже творческого подхода к их решению. Решение задач нестандартного типа дело очень непростое, требующее особого типа мышления, концентрации, силы духа, воли, вдохновленное идеей и смыслом чего–либо постичь. Порой для решения таких задач требуются минимальные сведения из курса школьной математики, а вот логика, смекалка и сообразительность будут просто необходимы.

Итак, существуют различные пути к постижению нестандартных задач, но ведущий путь – путь к исследованию задачи, мы старались показать это на примере работы. Уже в начальных классах нужно закладывать почву для проявления креативных способностей, потому что дети наиболее тонко чувствуют окружающий мир. Некоторые методисты считают, что при обучении математике не требуется творческий подход, а нужно учить мыслить точно, повторять таблицу умножения, уметь строить закономерные схемы решения различных задач. Но математика, это прежде всего оригинальный тип мышления, умение видеть и понимать окружающий мир. Математическое логическое мышление надо развивать с раннего возраста, поддерживая способности детей думать неординарно.

Умению решать нестандартные задачи содействуют моральные качества: настойчивость, терпение, воля к победе. Роль нестандартных задач значительна. Они дают возможность активно использовать весь арсенал средств элементарной математики, комбинировать разнообразные идеи и факты, а также помогают учащимся при сдаче ЕГЭ. Такие задачи являются надежным средством контроля и проверки глубины и прочности знаний учеников и их осмысленности, умения применять полученные знания на практике. [33]

Исходя из проделанной работы, а именно экспериментальной части, делаем вывод о том, требуется существенная перестройка школьной математики, причем эта перестройка должна учитывать индивидуальные образовательные запросы и возможности различных целевых групп учащихся. Необходимо детей знакомить с увлекательными математическими материалами и приучать к регулярной самостоятельной работе. Учащийся должен сам добывать, наполнять смыслами, присваивать знания. Мы показали, что посредством применения нестандартных задач на уроках, в групповых и индивидуальных формах деятельности, в факультативной деятельности повышается уровень математической культуры, знания становятся более основательными и разносторонними.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Распоряжение Правительства РФ от 24.12.2013 N 2506-р «Об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации». – Режим доступа http:/www.consultant.ru

2. Банк нестандартных задач. – [Электронный ресурс]. URL:http://yulib94. wixsite.com/ bankzadach (дата обращен. 09.2018)

3. Брушлинский А.В. Психология мышления и проблемное обучение. /А.В. Брушлинский – М.: Знание,1983. – 96 с.

4. Буслаева И.П. О различных подходах к определению нестандартной задачи // Научные труды Московского педагогического государственного университета им. В.И. Ленина. Серия: Естественные науки. / И.П. Буслаева – М.: Прометей, 1995. — С. 204, 205.

5. Васильева Г.Н. Современные технологии обучения математике. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / Г.Н. Васильева, В.Л. Пестерева. — Электрон. текстовые данные. — Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2013. — 114 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/32091.html14.

6. Выготский Л.С. Воображение и творчество в детском возрасте: Психол. Очерк: Кн. Для учителя, –3-е изд. / Л.С. Выготский – М.: Просвещение,1991. – 93 с.

7. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Алгебра: Учеб. пособие для учащихся 7-11кл. / Е.В. Галкин. – Челябинск: «Взгляд», 2004. – 448 с.

8. Галямова Э.Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов [Электронный ресурс] / Э.Х. Галямова. — Электрон. текстовые данные. — Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. — 116 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/64633.html

9. Галямова Э.Х. Практикум по теории и методике обучения

математике в средней школе [Электронный ресурс] / Э.Х. Галямова. — Электрон. текстовые данные. — Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2008. — 51 с. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/64636.html

10. Гарунов М.Г. Самостоятельная работа как средство накопления опыта творческой деятельности / М.Г. Гарунов // Советская педагогика. 1973. № 4. С. 21.

11. Гарунов М.Г. Развитие у учащихся восьмилетней школы опыта творческой деятельности в процессе выполнения самостоятельных работ: на материале курса математики восьмилетней школы: Дис. канд. пед. наук / М.Г. Гарунов. – М.,1973.

12. Горев П. М. Уроки развивающей математики в 5–6-х классах средней школы / П. М. Горев // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2012. – № 10 (октябрь).

13. Горев П. М. Инновационная деятельность образовательного учреждения как одно из условий повышения качества образования / П. М. Горев // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – No 7 (июль).– URL: http://e-koncept.ru/2015/15233.htm

14. Горев П. М. Приобщение к математическому творчеству: дополнительное математическое образование: монография / П. М. Горев. – Saarbrucken: Lambert Academic Publishing, 2012. – 156 с

15.Горев П. М. Основные формы организации дополнительного математического образования в средней школе / П. М. Горев // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2013.– No 5. – URL:http://e-koncept.ru/2013/13116.htm

16. Горев П. М. Направления совершенствования школьного математического образования / П. М. Горев // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Выпуск 17: периодический межвузовский сборник научно-методических работ. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2015. – С. 224–236.

17. Горев П. М. Уроки развивающей математики. 5–6 классы: Задачи математического кружка / П. М. Горев, В. В. Утёмов. – Киров: Изд-во МЦИТО, 2014. – 207с.

18. Горев П. М. Технология работы с банком нестандартных задач в дополнительном математическом образовании учащихся 5–6-х классов средней школы / П. М. Горев, Ю. В. Бурданова // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – № 5 (май). – С. 126–133. – URL: http://e-koncept.ru/2017/170113.htm.

19. Дорофеев Г.В. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы / Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов. – Издательство: Дрофа, 2007. – 620 с.

20. Дрозина В.В. Механизм творчества решения нестандартных задач. Руководство для тех, кто хочет научиться решать нестандартные задачи: учебное пособие / В.В. Дрозина, В.Л. Дильман – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 255 с.

21. Егорченко И. В. Математические абстракции и методическая реальность в обучении математике учащихся средней школы: Дис. докт. пед. наук. – Саранск, 2003. – 421 с.

22. Егупова М.В. Практические приложения математики в школе [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов педагогических вузов / М.В. Егупова. — Электрон. текстовые данные. — М.: Прометей, 2015. — 248 с. — 978-5-9906264-5-4. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/58178.html

23. Ермолаева-Томина Л.Б. Проблема развития творческих способностей детей / Л.Б. Ермолаева-Томина // Вопросы психологии. 1975. №5. С. 166 –175.

24. Иванов С.В. Задачник первого–второго года обучения/ Математический кружок / С.В. Иванов. – СПб.: Санкт-Петербургский городской дворец творчества юных, 1993. – 68 с.

25. Ильин Г.Л. Инновации в образовании [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Г.Л. Ильин. — Электрон. текстовые данные. — М.: Прометей, 2015. — 426 с. — 978-5-7042-2542-3. — Режим доступа:

http://www.iprbookshop.ru/58131.html

26. Канель-Белов А.Я. Подготовительные задачи к LVII Московской олимпиаде 1994 года для 8-11 классов / А.Я. Канель-Белов, А.К. Ковальджи, Н.Б. Васильев– М.: TRIADE PUBLISHERS. 1994.

27. Канель-Белов А.Я. Как решают нестандартные задачи: 4-е изд. / А.Я. Канель-Белов, А.К. Ковальджи. – М.: МЦНМО, 1997. – 96 с.

28. Кириченко И.В. Головоломки для детей и взрослых / И.В. Кириченкою – Донецк: ИКФ «Сталкер», 1997. — 496 с

29. Колмогоров А.Н. Математика – наука и профессия / А.Н. Колмогоров. – М.: Наука, 1988. – 288 с.

30. Колягин Ю.М. Учебные математические задачи творческого харак–тера / Ю.М. Колягин // Роль и место задач в обучении математике. – М.,1973. Вып. 2. – С. 5–19.

31. Кордемский Б.А. Очерки о математических задачах на смекалку / Б.А. Кордемский. – М.: Учпедгиз, 1958. – 116 с.

32. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников / В.А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1968. – 432 с.

33. Кузнецова Е.В. Нестандартные задачи в школьной математике / /Е.В. Кузнецова // ПРОБЛЕМА ПРОЦЕССА САМОРАЗВИТИЯ И САМООРГАНИЗАЦИИ В ПСИХОЛОГИИ И ПЕДАГОГИКЕ: Сборник статей по итогам Международной научно - практической конференции (Самара, 23 ноября 2018 г.). – Стерлитамак: АМИ, 2018 – С 104–106.

34. Лернер И.Я. Качества знаний учащихся. Какими они должны быть? / И.Я. Лернер. М.: Знание, 1978. - 48 с.

35. Лернер, И.Я. Об учебных умениях и их отражении в учебниках / И.Я. Лернер II Проблемы школьного учебника. Вып. 12. - М.: Просвещение, 1983. - С. 228 - 234.

36. Маркушевич А.И. На путях обновления школьного курса математики: Сб. ст. и материалов / А.И. Маркушевич, Г. Г. Маслова, Р. С. Черкасов. – М.: Просвещение, 1978. – 303 с.

37. Менчинская Н.А. Проблемы умения и умственного развития школьника. Избр. психол.труды / Н.А. Менчинская.. – М.: Педагогика, 1989. - 219 с.

38. Миракова Т.Н. Система творческих задач курса алгебры 6-8 (7-9) классов и методика ее использования: Дис. канд. пед. наук. — М., 1989. —251 с.

39. Митенева С.Ф. Нестандартные задачи по математике как средство развития творческих способностей учащихся: Дис. канд. пед. наук: 13.00.02 Вологда, 2005 204 с. РГБ ОД, 61:05-13/1929

40. Научно-популярный физико-математический журнал «Квант» (издается с января 1970 года) ISSN 0130 – 2221 2018 № 2. – С. 28

41. Никольский С.М. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин – М.: Просвещение, 2015. – 256 с.

42. Никольский С.М. Математика. 5 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин – М.: Просвещение, 2015. – 272 с.

43. Пиаже Ж. Структуры математические и операторные структуры мышления // Преподавание математики. – М.: Наука, 1960. – С. 7–31.

44. Пивоварук Т.В. Обучение поиску решения нестандартных задач по алгебре в 6-8 классах: Дис. канд. пед. наук. – Минск, 1985. – 183 с.

45. Пономарев Я. П. Психология творческого мышления / Я. П. Пономарев– М.: Изд-во АПН РСФСР,1960. – 352 с.

46. Пойа Д. Как решать задачу / Д. Пойа. – М.: Либроком, 2010. – 208 с.

47. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Либроком, 2010. – 464 с.

48. Пойа Д. Математическое открытие / Д. Пойа. – М.: КомКнига, 2010. – 450 с.

49. Родионов М.А. Мотивация учения математике и пути ее формирования: Монография. – Саранск: Изд-во МГПИ им. М.Е. Евсевьева, 2001. – 252 с.

50. Столяр А.А. Педагогика математики 3-е изд. Минск: Высшая школа, 1986. – 158 с.

51. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М., 1975.

52. Таубаева Ш.Т. Методология и методы педагогического исследования [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ш.Т. Таубаева, А.А. Булатбаева. — Электрон. текстовые данные. — Алматы: Казахский национальный университет им. Аль-Фараби,2015. — 214 c. — 978-601-04-1141-8. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/57530.html12.

53. Трегуб Л.С. Элементы современного введения в математику. Равенство. Числовые структуры. – Ташкент, 2003. - 355 с.

54. Усова А.В. Формирование у учащихся общих учебно-познавательных умений в процессе изучения предметов естественного цикла. Учебное пособие / А.В. Усова – Челябинск, ЧГПУ, 2002. – 34 с.

55. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи: Кн. для учащихся старших классов средних школ / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. – М.: Просвещение, 1989. - 192 с.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица 1

## Перечень умений творческой самостоятельной работы

| Обобщенные творческие самостоятельные умения учащихся | Частные умения |
|---|---|
| 1. Умение представлять план предстоящих действий | 1. Выделение основных идей |
| | 2. Выяснение, какие следствия ( как теоретического, так и практического характера) могут вытекать из этой идеи |
| | 3. Определение правомерности новых мыслей и идей, вытекающих из выявленной в тексте мысли и идеи |
| | 4. Проверка, насколько общий характер имеет эта идея, мысль и какова область ее применения |
| | 5. Составление плана ответа |
| | 6. Выделение вопросов, вызвавших затруднение |
| 2. Умение входить в активную умственную работу | 1. Осознание материала (не только понимать каждый признак, правило и т.п., но и связь между ними) |
| | 2. Перенос известных способов деятельности на новый материал |
| | 3. Умение видеть значения места каждой части в составе единого целого |
| 3. Умение самостоятельно добывать дополнительные знания | 1. Ориентирование в источниках по данному вопросу |
| | 2. Умение разного вида чтения |
| | 3. Ориентирование в структуре смысловой организации текста |
| 4. Умение пользоваться дополнительной литературой | 1. Умение использовать основные правила работы с литературой |
| | 2. Умение отобрать ту литературу, которая непосредственно посвящена данному вопросу, и ту, которая касается его косвенно |
| | 3. Умение мысленно соединять элементы вопроса и полученные результаты |
| 5. Умение творчески самостоятельно применять знания на практике | 4. Умение применять знания в сходной и новой ситуации |
| | 5. Умение переносить известные способы деятельности на новый материал |

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица 2

**Перечень умений творческой самостоятельной работы в созидающей деятельности**

| Обобщенные творческие самостоятельные умения учащихся | Частные умения |
|---|---|
| 1. Умение входить в творческую работу( вхождение в процесс) | 1. Воспринимать новое. Быть открытым новизне (не боятся) |
| | 2. Справляться с любой ситуацией. Быть уверенным в себе |
| | 3. Критично воспринимать проблему. Обладать способностью сомневаться |
| | 4. Видеть иерархию значимости проблем |
| 2. Умение решать проблему (процесс) | 1. Воссоздавать весь кругозор (объем знаний) |
| | 2. Выбирать нужные знания |
| | 3. Выделять существенное и несущественное |
| | 4. Компоновать знания в определенной последовательности |
| | 5. Находить новую интерпретацию для новых и старых знаний |
| | 6. Перенос способов творческой деятельности |
| 3. Умение выдавать конечный результат | 1. Умение высказывать свое мнение |
| | 2. Умение отказаться от варианта решенной проблемы |

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

**Фамилия, имя________________________________ Класс______ Дата _____**

Вариант 1

Часть А

1. Найдите значение выражения: 846 – (121+613)

2. Представьте в виде неправильной дроби $7\frac{2}{3}$

3. Найдите значение выражения: 4х + 1,7 + 3х при х = 2

4. Округлите число 0,6539 до сотых

5. Найдите периметр квадрата, сторона которого 13 см.

6. Число 4 является корнем уравнения:

1) 8а – 19 = 43; 2)77: а + 25 = 46; 3) 2а + 5 = 13 4) 252 – 19а = 62

7. Дан прямоугольник АВСД. Найдите сторону ВС, если, сторона АВ = 6 см, а площадь этого участка равна 24 см$^2$

Часть В

8. Одну страницу принтер печатает 9 секунд. Сколько страниц напечатает принтер за 3 минуты.

9. Из одного и того же пункта в противоположных направлениях вышли 2 пешехода. Через 4 часа расстояние между ними стало 44 км. Найдите скорость второго пешехода, если скорость первого пешехода 6 км/ч

Часть С

10. Кенгуру мама прыгает за 1 секунду на 3 метра, а её маленький сынишка прыгает на 1 метр за 0,5 секунды. Они одновременно стартовали от бассейна к эвкалипту по прямой. Сколько секунд мама будет ждать сына под деревом, если расстояние от бассейна до дерева 240 метров.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

**Фамилия, имя________________________________ Класс______ Дата _____**

Вариант 2

Часть А

1. Найдите значение выражения: 937 – (137 + 793)

2. Представьте в виде неправильной дроби $4\frac{2}{3}$

3. Найдите значение выражения: 5x + 1,4 + 2x при x=3

4. Округлите число 0,2513 до десятых

5. Найдите площадь квадрата, сторона которого 11 см.

6.Число 5 является корнем уравнения

1) x + 10 = 13; 2) 2x + 16 = 32; 3) 525: x – 82 = 23; 4) 148 – 13x = 85

7. Дан прямоугольник АВСД. Найдите сторону ВС, если, сторона АВ = 5 см, а площадь этого участка равна 20 см2

Часть В

8. Одну страницу принтер печатает 6 секунд. Сколько страниц напечатает принтер за 2 минуты.

9. Из одного и того же пункта в противоположных направлениях вышли 2 пешехода. Через 3 часа расстояние между ними стало 21 км. Найдите скорость второго пешехода, если скорость первого пешехода 4 км/ч

Часть С

10. На скотном дворе гуляли гуси и поросята. Мальчик сосчитал количество голов, их оказалось 30, а затем он сосчитал количество ног, их оказалось 84. сколько гусей и сколько поросят было на скотном дворе?

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

ФИО_____________________________________________________________

1. В ящике лежат шары: 5 красных, 7 синих и 1 зелёный. Сколько шаров надо вынуть, чтобы достать два шара одного цвета?

2. Имеются двое песочных часов: на 3 минуты и на 7 минут. Яйцо варится 11 минут. Как отмерить это время при помощи имеющихся часов?

3. В пещере старый пират разложил свои сокровища в 3 цветных сундука, стоящих вдоль стены: в один - драгоценные камни, а в другой - золотые монеты, а в третий - оружие. Он помнит, что: - красный сундук правее, чем драгоценные камни; - оружие правее, чем красный сундук. В сундуке какого цвета лежит оружие, если зелёный сундук стоит левее, чем синий?

4. Девять осликов за 3 дня съедают 27 мешков корма. Сколько корма надо пяти осликам на 5 дней?

5. Сколько на лугу коров и гусей, если у них вместе 36 голов и 100 ног.

6. На книжной полке можно разместить либо 25 одинаковых толстых книг, либо 45 тонких книг. Можно ли разместить на этой полке 20 толстых книг и 9 тонких книг?

7. Можно ли семь телефонов соединить между собой попарно так, чтобы каждый был соединён ровно с тремя другими?

8. Вычеркните в записи 40612027001 пять цифр так, чтобы оставшееся шестизначное число было самым маленьким.

9. Если бы у красного дракона было на 6 голов больше, чем у зеленого, то у них было бы 34 головы на двоих. Но у красного дракона на 6 голов меньше, чем у зеленого. Сколько голов у красного дракона?

10. Отец с двумя сыновьями отправился в поход. На их пути встретилась река, у берега которой находился плот. Он выдерживает на воде или отца, или двух сыновей. Как переправиться на другой берег отцу и сыновьям?

**Фамилия, имя____________________________ Класс______ Дата _____**

Вариант 1

Часть А

1. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел 936 и 1404.

2. В пропорции $\frac{x}{6} = \frac{4}{5}$ неизвестный член равен?

3. Электричкой, автобусом и катером туристы проехали 150 км. Расстояние, которое проехали туристы электричкой, составляет 60% всего пути, а автобусом – 2/3 оставшегося. Сколько километров туристы проехали автобусом?

4. За два дня было вспахано 240 га. Во второй день 7/9 вспахали, что было вспахано в первый день. Сколько гектаров земли было вспахано в каждый из этих дней?

5. На опытном участке капуста занимает 2/7 участка, картофель ¼ оставшейся площади, а остальные 42 га были засеяны кукурузой. Найдите площадь всего опытного участка.

6. 0,9 от 20% числа x равны 5,49. Найдите число x.

7. Посадили 25 семян помидоров. Не взошло 4% всех посаженных семян. Сколько семян взошло?

Часть В

8. Из пункта A в пункт D ведут три дороги. Через пункт B едет грузовик со средней скоростью 32 км/ч, через пункт C едет автобус со средней скоростью 44 км/ч. Третья дорога — без промежуточных пунктов, и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 48 км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояние между пунктами по дорогам. Все три автомобиля одновременно выехали из A. Какой автомобиль добрался до D позже других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге (рис. 2).

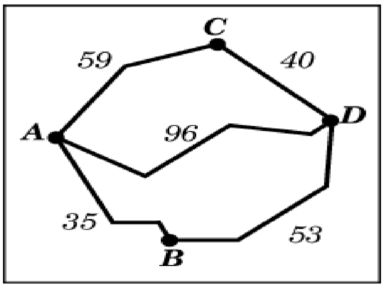



Рис.2

9. Содержание соли в растворе составляет 16%. А. Сколько килограммов соли содержится в 75 кг раствора? Б. Сколько килограммов такого раствора можно приготовить из 8,8 кг соли?

Часть С

10. На каждом километре между селами Марьино и Рощино стоит столб с табличкой, на одной стороне которой написано расстояние до Марьино, на другой – расстояние до Рощина. Останавливаясь у каждого столба, Бобик заметил, что если сложить все цифры, записанные на обеих сторонах таблички, то получится 13. Найдите расстояние между селами.

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

**Фамилия, имя________________________________ Класс______ Дата _____**

Вариант 2

Часть А

1. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел 792 и 1188

2. В пропорции $\frac{x}{7} = \frac{3}{5}$ неизвестный член равен?

3. Электричкой, автобусом и катером туристы проехали 180 км. Расстояние, которое проехали туристы электричкой, составляет 50% всего пути, а автобусом – 2/3 оставшегося. Сколько километров туристы проехали автобусом?

4. В два железнодорожных вагона погрузили 117 т зерна, причем зерно второго вагона составляет 6/7 зерна первого вагона. Сколько тонн зерна погрузили в каждый из этих вагонов?

5. В первый день маслобойня переработала поступивших семян подсолнечника, во второй день остатка, а в третий день остальные 102 тонны. Сколько всего тонн подсолнечника переработала маслобойня за три дня?

6. 0,7 от числа у равны 2,94. Найдите число у.

7. В школе 125 человек. 8% всех учащихся составляют отличники. Сколько в школе остальных учеников?

8. Из пункта А в пункт D ведут три дороги. Через пункт В едет грузовик со средней скоростью 35км/ч, через пункт С едет автобус со средней скоростью 30км/ч. Третья дорога — без промежуточных пунктов, и по ней движется легковой автомобиль со средней скоростью 40км/ч. На рисунке показана схема дорог и расстояние между пунктами по дорогам. Все три автомобиля одновременно выехали из А. Какой автомобиль добрался до D позже других? В ответе укажите, сколько часов он находился в дороге (рис.3).

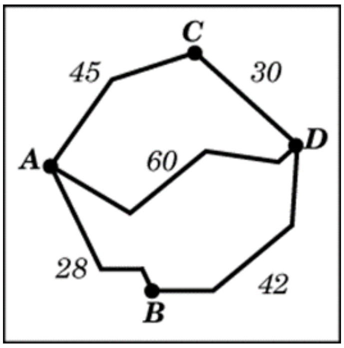



Рис.3

9. Содержание соли в растворе составляет 32%. А сколько килограммов соли содержится в 75кг раствора? Б. Сколько килограммов раствора необходимо взять, чтобы он содержал 12,8кг соли?

Часть С

10. На острове Невезения отменили понедельники: у них за воскресеньем сразу следует вторник. За последний год (то есть, с 15 декабря 2002 года по 14 декабря 2003 года) воскресенья на острове совпадали с нашими воскресеньями ровно восемь раз. Какой день недели на острове сегодня?

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

ФИО_______________________________________________________________

1. Кассир продал все билеты в первый ряд кинотеатра, причем по ошибке на одно из мест было продано два билета. Сумма номеров мест на всех этих билетах равна 857. На какое место продано два билета?

2. Каждый из трёх приятелей либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Им был задан вопрос: «Есть ли хотя бы один лжец среди двух остальных?» Первый ответил: «Нет», второй ответил: «Да». Что ответил третий?

3. Существует ли 10-угольник, который можно разрезать на 5 треугольников?

4. Вася и Митя играют в «морской бой» на поле размером 8 х 8 по следующим правилам. Митя расставляет 16 одноклеточных кораблей так, чтобы они не соприкасались (даже углами). Каждым ходом Вася называет одну из клеток поля и, если на этой клетке стоит корабль, то корабль считается уничтоженным. Докажите, что независимо от расстановки кораблей Вася за 4 хода сможет уничтожить хотя бы один корабль.

5. По кругу стоят восемь козлов разного роста. Любой из них умеет перепрыгивать через двух соседних козлов против часовой стрелки. Докажите, что при любом начальном расположении козлов они смогут встать по росту.

6. В XIX веке один учитель задал своим ученикам вычислить сумму всех целых чисел от единицы до ста. Компьютеров и калькуляторов тогда еще не было, и ученики принялись добросовестно складывать числа. И только один ученик нашел правильный ответ всего за несколько секунд. Им оказался Карл Фридрих Гаусс – будущий великий математик. Как он это сделал?

7. На поверхности пруда плавает одна кувшинка, которая постоянно делится и разрастается. Таким образом, каждый день площадь, которую занимают кувшинки, увеличивается в два раза. Через месяц покрытой оказывается вся поверхность пруда. За сколько времени покроется кувшинками вся поверхность пруда, если изначально на поверхности будут плавать две кувшинки?

8. Для того чтобы получить краску оранжевого цвета, необходимо смешать краски желтого цвета (6 частей) и красного цвета (2 части). Сколько грамм краски оранжевого цвета можно получить (максимально), имея в наличии 3 грамма желтой и 3 грамма красной краски?

9. Один рыбак купил себе новую удочку длиной 5 футов. Домой ему приходиться добираться общественным транспортом, в котором правилами запрещено перевозить предметы длиной более 4-х футов. Как необходимо упаковать удочку, чтобы проехать в общественном транспорте не нарушая правил?

10. При издании книги потребовалось 2 775 цифр того, чтобы пронумеровать ее страницы. Сколько страниц в книге?