Экономика. Информатика. 2021. Том 48, № 2 (360–375)
Economics. Information technologies. 2021. Vol. 48, No. 2 (360–375)

УДК 004.94,623.618.3,338.24
DOI 10.52575/2687-0932-2021-48-2-360-375

Внутриуровневая и межуровневая согласованность в многоуровневых распределенных системах управления региональной безопасностью

Маслобоев А.В.
Институт информатики и математического моделирования Федерального исследовательского центра «Кольский научный центр Российской академии наук»,
Россия, 184209, Мурманская область, г. Апатиты, ул. Ферсмана, 14
E-mail: masloboev@iimm.ru

Аннотация. Работа является логическим продолжением исследований, направленных на развитие методов и средств математического и компьютерного моделирования многоуровневых распределенных систем обеспечения региональной безопасности для повышения их эффективности на основе координации децентрализованного управления в этих системах. В ходе этих исследований была разработана агентная многоуровневая рекуррентная иерархическая модель управления безопасностью региона, основанная на функционально-целевом подходе и формальном аппарате теории иерархических многоуровневых систем, что обеспечивает согласование локальных решений децентрализованного управления на всех уровнях принятия решений. В работе предложены подход и модели внутриуровневой и межуровневой координации управления в многоуровневых распределенных системах обеспечения региональной безопасности. Эти модели могут найти применение и для других актуальных приложений в различных предметных областях. Приводятся основные теоремы и их доказательства, составляющие основу предлагаемых моделей координации.

Ключевые слова: многоуровневая распределенная система, управление, обеспечение региональной безопасности, координация, математическое моделирование.

Благодарности: результаты получены в рамках выполнения государственного задания ИИММ КНЦ РАН (№ 0226-2019-0035). Практическая реализация разработок для задач построения системы обеспечения безопасности регионального горно-химического кластера поддержана РФФИ (проект 19-07-01193-а).

Для цитирования: Маслобоев А.В. 2021. Внутриуровневая и межуровневая согласованность в многоуровневых распределенных системах управления региональной безопасностью. Экономика. Информатика, 48 (2): 360–375. DOI 10.52575/2687-0932-2021-48-2-360-375.

Intralayer and interlayer coordination in multi-level distributed management systems of regional security

Andrey V. Masloboev
Institute for Informatics and Mathematical Modeling of the Federal Research Centre «Kola Science Centre of the Russian Academy of Sciences»,
14 Fersman St, Apatity, Murmansk region, 184209, Russia
E-mail: masloboev@iimm.ru

Abstract. The research logically proceeds with the earlier studies devoted to development of mathematical and computer modeling aids and methods for multi-level distributed systems of regional security management support for the purpose of its efficiency enhancement by the decentralized control coordination in these systems. In the course of these studies an agent-based multi-level recurrent hierarchical model for regional security management based on the functional-target approach and formal apparatus of multi-level hierarchical system theory has been developed. That provides local decisions coordination under decentralized security management at all levels of decision-making. An approach and models of intralayer and interlayer control coordination in the multi-level distributed management systems of regional security support are proposed. These models can be used for other urgent applications in various object domains. The fundamental theorems and its proving, that form the foundations of the proposed coordination models, are represented.

Keywords: multi-level distributed system, management, regional security support, coordination, mathematical modeling.

Acknowledgements: the research results were obtained within the framework of the State Research Program of the Institute for Informatics and Mathematical Modeling of the Kola Science Centre of RAS (project No. 0226-2019-0035). Developments practical implementation for problem-solving of security management system engineering of mining and chemical cluster of the region was sponsored by the Russian Foundation for Basic Research under grant No. 19-07-01193-A.

For citation: Masloboev A.V. 2021. Intralayer and interlayer coordination in multi-level distributed management systems of regional security. Economics. Information technologies, 48 (2): 360–375. (in Russian). DOI 10.52575/2687-0932-2021-48-2-360-375.

Введение

Сегодня актуальной проблемой является повышение эффективности современных систем обеспечения безопасности как на региональном и федеральном, так и на международном уровне. Эти системы относятся к классу многоуровневых распределенных систем с переменной структурой и децентрализованным управлением. Они характеризуются динамичностью и неоднородностью элементной базы, сложностью формализации, многоаспектностью и взаимосвязанностью протекающих в них процессов. Как показывает общемировая практика, согласованность принимаемых на разных уровнях управленческих решений и полнота ситуационной осведомленности всецело определяют эффективность работы современных систем обеспечения безопасности. При этом решение проблемы затрудняется еще и тем, что при управлении безопасностью сложных объектов в социально-экономической сфере все не может быть заранее учтено и спланировано. Так, на региональном уровне возникновение практически любой дестабилизирующей ситуации способно оказать непосредственное влияние на состояние систем более высокого уровня и привести к негативным последствиям в их функционировании. Поэтому для обоснования и введения новых форм управления и способов организации взаимодействия компонентов многоуровневых распределенных систем при обеспечении региональной безопасности в интересах повышения эффективности этих систем в последние десять лет активно стали развиваться модели и методы координации децентрализованного принятия решений в приложении к сети ситуационных центров региона [Маслобоев, Путилов, 2016].

Внутриуровневая и межуровневая несогласованность локально принятых решений сетецентрического управления безопасностью снижает оперативность и своевременность отклика системы обеспечения безопасности в условиях воздействия множественных угроз на состояние развития региональных компонентов. Вместе с тем это может отрицательно сказаться на выборе антикризисных мер и эффективности их реализации. Проблемы согласования интересов и координации взаимодействия участников процессов управления социально-экономическими системами являются многоаспектными в силу сложности этих систем и протекающих в них процессов. Интерес к этим вопросам в настоящее время повышается, что подтверждается их широким обсуждением с различных точек зрения, как в отечественных [Кузьмин и др., 1991; Ириков, Тренев, 1999; Гилев и др., 2002; Маслобоев, Путилов, 2016; Михайлов, 2016; Дубина и др., 2019], так и в зарубежных [Месарович и др., 1973; Petit, 1975; Vijay et. al., 2005; Johansson, Rantzer, 2012; van Schuppen, Villa, 2015; Mahmoud, 2017; Liu, Liu, 2017; Ma et. al., 2018] исследованиях. При этом анализ научной литературы по этой проблематике свидетельствует о том, что можно выделить критические области, для которых координация является относительно новой и приоритетной задачей. Такой перспективной областью является управление региональной безопасностью. Идеологическая и методологическая сторона вопроса изложена в работах [Маслобоев и др., 2014; Маслобоев и др., 2015]. На поиск решений задач координации в данной предметной области направлена настоящая работа, являющаяся логическим продолжением предыдущих исследований [Маслобоев, Путилов, 2016; Маслобоев и др., 2014; Маслобоев и др., 2015] по вопросам структурно-функционального синтеза и координации управления в системах обеспечения региональной безопасности.

В статье приводятся основные теоремы и их доказательства, составляющие основу разработанных моделей внутриуровневой и межуровневой координации многоуровневых распределенных систем управления, адаптированных для задач обеспечения региональной безопасности. Эти модели могут быть также использованы в различных приложениях теории координации.

Теоретические основы исследования

С позиции теории управления организационными системами центральной задачей для сетецентрических систем ситуационного управления безопасностью является согласование интересов (целевых функций) всех участников процесса принятия решений, децентрализованных на различных уровнях организации системы и взаимодействующих с подключением как горизонтальных, так и вертикальных связей, то есть речь идет о задаче координации взаимодействия управляющих элементов и подсистем. Эта задача, согласно исследованию [Маслобоев, Путилов, 2016], заключается в обеспечении достаточной для заданных условий согласованности показателей качества функционирования элементов системы. Это достигается за счет оптимизации и установления гибких связей между этими элементами путем активации соответствующих алгоритмов управления. По своей природе эти связи могут различаться, что обусловлено как характером взаимодействия элементов системы, так и специфическими особенностями процессов управления, которые требуется координировать.

В работе [Михайлов, 2016] проведен подробный содержательный анализ подходов к определению понятий координации и согласованности. Обобщая известные результаты в этой области исследований, определим координируемость как способность системы запускать внутри себя такие алгоритмы управления, которые обеспечивают достижение оптимального решения целевой задачи системы при решении подзадач, оптимизируемых ее элементами, функционирующих на разных уровнях иерархии управления. При этом для обеспечения внутриуровневой и межуровневой координации в системе ставится цель создать такие условия (задать ограничения на управление и определить связи между подсистемами), при которых децентрализованные элементы системы будут согласованно взаимодействовать с учетом горизонтальных и вертикальных управляющих воздействий.

Для решения задач координации в сетецентрических системах управления в работе [Маслобоев и др., 2014] на примере многоуровневой системы обеспечения региональной безопасности разработана и исследована формальная концептуальная модель предметной области, используемая в качестве оператора структурно-алгоритмического синтеза облика исполнительной среды координирующих программ управления безопасностью региона и информационной поддержки процессов согласования децентрализованных решений на всех уровнях управления в этой системе. Математически формализация данной модели выполнена в виде иерархии алгебр, гомоморфно отображенных друг на друга «снизу вверх», и основана на рекуррентной декомпозиции целей управления:

$$Z = \left\{ z^{k}_{\bar{j}^{k}} \right\}_{k=1}^{K}, \tag{1}$$

$$A^k = \left\langle \Sigma^k, \{\otimes, \oplus\} \right\rangle, \tag{2}$$

$$\gamma_k : A^{k+1} \to A^k, \tag{3}$$

где $\left\{ z^k_{\vec{j}^k} \right\}^K_{k=1}$ – множество классов эквивалентности; K – число уровней декомпозиции; k – индекс уровня декомпозиции; $\vec{j}^k = \{j_i\}, i = \overline{1, K}$ – вектор-индекс длиной k класса эквивалентности на k-ом уровне декомпозиции; $j_i,\ i = \overline{1, K}$ – i-й компонент вектор-индекса; $z^k_{\vec{j}^k}$ – имя класса на k-ом уровне декомпозиции с вектор-индексом $\vec{j}^k$; γ_k есть совокупность отношений $\left\{ R^k_{\vec{j}^k} \right\}$; $R^k_{\vec{j}^k}$ – отношение эквивалентности, разбивающее $z^k_{\vec{j}^k}$ на $\left\{ z^{k+1}_{\vec{j}^{k+1}} \right\}, x, y \in z^k_{\vec{j}^k}$; Σ^k – множество цепочек над алфавитом $\left\{ z^k_{\vec{j}^k} \right\}$.

При построении модели применялись формальный аппарат теории иерархических многоуровневых систем [Месарович и др., 1973] и функционально-целевая технология синтеза и анализа сложных динамических систем [Кузьмин и др., 1991].

Рекуррентный характер модели заключается в детализации плана совместных действий элементов системы при выполнении процедур декомпозиции целей управления и оптимизации целевых функций этого плана для достижения требуемых показателей с учетом заданных ограничений. Другими словами, результат предыдущего применения алгоритмов формального синтеза согласованной иерархии действий в модели является отправной точкой для последующего уточнения и декомпозиции исходной функции. При этом условием останова рекуррентного процесса вложенного применения модели к самой себе является достижение уровня элементарных функций, неделимых с точки зрения субъекта управления. Для успешного решения задач координации децентрализованного управления в многоуровневой системе с помощью модели необходим не только контроль и гибкое варьирование ограничений на горизонтально-вертикальные взаимосвязи между элементами системы, но и обеспечение совместимости решаемых задач независимыми элементами на разных уровнях системной организации по отношению к глобальной задаче системы. Вместе с тем для системы должны выполняться принципы согласования взаимодействий и функций качества, доказанные и подтвержденные практикой в работе [Месарович и др., 1973].

Модели внутриуровневой и межуровневой координации

При оптимизации управляющими элементами многоуровневой системы локальных целевых функций могут возникнуть конфликты (несогласованность) между локальными решениями [Макаров, 1979; Михалевич, Волкович, 1982]. Принципы координации обеспечивают отсутствие конфликтов, если при оптимизации локальных целевых функций выполняются условия согласования. Эти условия, в свою очередь, обеспечиваются, если система обладает определенными свойствами. К таким свойствам относятся, например, монотонность, безусловная, ограниченная внутриуровневая или межуровневая согласованность и другие. Указанные свойства определяются через взаимосвязи между целевыми функциями. Для определения этих взаимосвязей вводятся специальные вспомогательные функции [Маслобоев, Путилов, 2016]:

а) функция глобальных затрат $g : \Gamma \to V$;

б) локальные функции затрат $h^k_{j\gamma} : \Gamma \to V$.

Тогда $\left(\forall j,\ j = \overline{1, N_k}\right), \left(\forall k, k = \overline{2, K}\right), \left(\forall \gamma^{k-1} \in \Gamma^{k-1}\right), \left(\forall \gamma^k \in \Gamma^k\right),$

$$\left[h_{j\gamma}^{k}\left(\gamma^{k}\right)=g_{j\gamma}^{k}\left(\gamma_{j}^{k},L_{j}^{k}\left(\gamma_{j}^{k}\right)\right)\right],$$

то есть $h_{j\gamma}^{k}\left(\gamma^{k}\right)$ учитывает затраты, которые производит *j*-й локальный элемент *k*-го уровня при выработке локального координирующего воздействия γ_{j}^{k} и фактически реализуемом связном сигнале $u_{j}^{k}=L_{j}^{k}\left(\gamma_{j}^{k}\right)$.

в) межуровневые функции качества $\psi_{\gamma}^{k}:V^{n}\to V$ в любой подсистеме S_{j}^{k}, $j=\overline{1,N_{k}}$, $k=\overline{1,K-1}$ для любого $\gamma_{j}^{k}\in\Gamma_{j}^{k}$ существует единственное отношение

$$\psi_{j\gamma}^{k}\subseteq V^{n}\otimes V:\psi_{j\gamma}^{k}=\left[\left(h_{1\gamma}^{k+1}\left(\gamma^{k+1}\right),...,h_{j_{k+1}}^{k+1}\left(\gamma^{k+1}\right)\right),h_{j}^{k}\left(\gamma_{j}^{k}\right)\right],$$

связывающее суммарные затраты элемента вышестоящего уровня с фактическими локальными затратами элементов нижнего уровня. Если $\psi_{j\gamma}^{k}$ – функция, то:

$$h_{j}^{k}\left(\gamma_{j}^{k}\right)=\psi_{j\gamma}^{k}\left(h_{1\gamma}^{k+1}\left(\gamma^{k+1}\right),...,h_{j_{k+1}}^{k+1}\left(\gamma^{k+1}\right)\right),\ j=\overline{1,N_{k}},\ k=\overline{1,K-1}, \tag{4}$$

$\psi=\left\{\left\{\psi_{j\gamma}^{k}\right\}_{j=1}^{N_{k}}\right\}_{k=1}^{K-1}$ – множество межуровневых функций качества.

г) кажущаяся глобальная целевая функция $g_{\Gamma}:\Gamma\otimes U\to V$. Функция g_{Γ} дает суммарные затраты, какими они представляются локальным решающим элементам. g_{Γ} не всегда дает истинные суммарные затраты, потому что учитывает все пары $(\gamma,u)\in\Gamma\otimes U$, хотя для некоторых из этих пар нарушается условие $u_{j}^{k}=L_{j}^{k}\left(\gamma_{j}^{k}\right)$. Однако g_{Γ} представляет истинные суммарные затраты $g(\gamma)$ всякий раз, когда $u=L(\gamma)$ для $\forall\gamma\in\Gamma$.

Определение 1. Многоуровневая система управления обладает свойством монотонности, если все ее межуровневые функции качества $\psi_{j\gamma}^{k}$, $j=\overline{1,N_{k}}$, $k=\overline{1,K-1}$ *являются* монотонными функциями.

Если система обладает свойством монотонности, то предполагается, что для $\forall\gamma\in\Gamma$ существует множество ψ монотонных функций $\psi:V^{n}\to V$, выступающих в качестве множества межуровневых функций для множества координирующих управляющих воздействий.

Теорема 1. Пусть многоуровневая система *управления (1)–(3)* обладает свойством монотонности и γ – заданное множество координирующих управляющих воздействий: $\gamma\in\Gamma$,

$$\gamma=\left\{\left\{\gamma_{j}^{k}\right\}_{j=1}^{N_{k}}\right\}_{k=1}^{K}.$$

Тогда $g(\gamma)=\min_{\Gamma}g$ всякий раз, когда координирующие управляющие воздействия γ_{j}^{k}, $j=\overline{1,N_{k}}$, $k=\overline{2,K}$, таковы, что:

$$h_{j}^{k}\left(\gamma_{j}^{k}\right)=\min_{\Gamma_{j}^{k}}h_{j}^{k}. \tag{5}$$

Доказательство. В силу определения межуровневых функций

$$\psi_{1\gamma}^{1}\left(h_{1\gamma}^{2}\left(\gamma_{1}^{2}\right),...,h_{j_{1}\gamma}^{2}\left(\gamma_{j_{1}}^{2}\right)\right)=h_{1}^{1}\left(\gamma_{1}^{2}\right).$$

Для других уровней системы ($k=\overline{2,K-1}$) справедливы соотношения (4). Так как система обладает свойством монотонности, то:

$$g(\gamma)=\min_{\Gamma}g=\min_{\Gamma_{1}^{1}}h_{1}^{1}\left(\gamma_{1}^{2}\right) \tag{6}$$

всякий раз, когда $h_{j}^{1}\left(\gamma_{j}^{2}\right)=\min_{\Gamma_{j}^{2}}h_{j}^{2}$, $j=\overline{1,j_{1}}$. (7)

Предположим, что условие (5) нарушилось для какого-либо элемента нижнего уровня подсистемы S_j^l. Но тогда для этой подсистемы

$$h_j^l\left(\gamma_j^l\right) \neq \min \psi_{j\gamma}^l\left(h_{1\gamma}^{l+1}\left(\gamma^{l+1}\right), \ldots, h_{j_{l+1}\gamma}^{l+1}\left(\gamma^{l+1}\right)\right) \quad (8)$$

в силу монотонности межуровневой функции $\psi_{j\gamma}^l$, что приведет в силу предположения о монотонности всех межуровневых функций к нарушению условий (6). Таким образом, утверждение теоремы доказано.

Смысл *теоремы 1* заключается в том, что, если все межуровневые функции многоуровневой системы монотонны, то глобальная целевая функция монотонно связана с локальными функциями затрат. Уменьшение фактических локальных затрат не приводит к увеличению суммарных затрат или уменьшает суммарные затраты, если монотонность является строгой. В такой системе внутриуровневые конфликты отсутствуют.

Определение 2. Семейство функций $f_i, i = \overline{1,n}$ обладает свойством согласованности, если существует общий элемент, принадлежащий к области определения каждой из функций f_i и минимизирующий каждую функцию f_i в ее области определения. Такой элемент называется элементом, согласующим функции f_i. Семейство функций $f_i, i = \overline{1,n}$ является согласованным с функцией *f*, если каждый элемент, согласующий функции f_i, содержится в области определения *f* и минимизирует *f* на ее области определения [Месарович и др., 1973].

Определение 3. Множество координирующих управляющих воздействий $\gamma \in \Gamma$ приводит к безусловной локальной согласованности, если семейство локальных функций затрат $h_{j\gamma}^k,\ j = \overline{1, N_k}, k = \overline{2, K}$ обладает свойством согласованности. Следовательно, множество $\gamma, \gamma \in \Gamma$ определяет безусловную локальную согласованность, если оно минимизирует каждую из локальных функций затрат $h_{j\gamma}^k$ на Γ_j^k.

Определение 4. Множество координирующих управляющих воздействий приводит к безусловной межуровневой согласованности, если семейство локальных функций затрат $h_{j\gamma}^k,\ j = \overline{1, N_k}, k = \overline{2, K}$ оказывается согласованным с глобальной целевой функцией. Многоуровневая система управления обладает безусловной межуровневой согласованностью, если $\gamma, \gamma \in \Gamma$ одновременно минимизирует глобальные затраты и локальные функции затрат.

Теорема 2. Если многоуровневая система управления (1)–(3) обладает свойством монотонности, она обладает также безусловной межуровневой согласованностью.

Доказательство следует из определения межуровневой согласованности и доказательства *теоремы 1*.

Для существования множества координирующих управляющих воздействий $\gamma \in \Gamma$, создающих локальную согласованность в многоуровневой системе управления (1)–(3), требуется возможность одновременной минимизации каждой из локальных функций затрат $h_{j\gamma}^k,\ j = \overline{1, N_k}, k = \overline{2, K}$ на всем множестве Γ. Если это условие не выполняется, то достигнуть локальной согласованности можно, ограничивая область минимизации. Поскольку требуется осуществить выбор связующих сигналов, рассмотрим ограничения, порождаемые связующими сигналами. Пусть минимизируется локальная функция затрат $h_{j\gamma}^k\left(\gamma_j^k\right)$ при условии $L_j^k\left(\gamma_j^k\right) = u_j^k$. В этом случае:

$$h_{j\gamma}^k\left(\gamma_j^k\right) = g_{j\gamma}^k\left(\gamma_j^k, u_j^k\right). \quad (9)$$

Введем обозначение $\left[\gamma^k\right]^L$ для класса $\tilde{\gamma}^k \in \Gamma^k \cdot \tilde{\gamma}_{\sim}^k\ \gamma^k$ в том смысле, что

$$L_j^k\left(\tilde{\gamma}_j^k\right) = L_j^k\left(\gamma_j^k\right).$$

$\forall\ \gamma^k \in \Gamma^k$ содержится во множествах $\left[\gamma^k\right]_1^L, ..., \left[\gamma^k\right]_{N_k}^L$, которые этим γ^k порождаются. Если L^k взаимно однозначное отображение, то γ^k и есть единственное управляющее воздействие, общее для всех этих множеств. Пусть $\left[h_{j\gamma}^k\right]^{jk}$ обозначает ограничение для $h_{j\gamma}^k$ на множестве $\left[\gamma^k\right]_j^L$.

Определение 5. Множество координирующих управляющих воздействий влечет за собой ограниченную локальную согласованность, если существует множество $\left\{\left\{\gamma_j^k\right\}_{j=1}^{N_k}\right\}_{k=2}^K$ такое, что множество ограниченных функций локальных затрат $\left\{\left\{\left[h_{j\gamma}^k\right]^{\gamma k}\right\}_{j=1}^{N_k}\right\}_{k=2}^K$ обладает свойством согласованности. Если при этом для всех элементов нижнего уровня подсистем S_j^k функции L_j^k являются взаимно однозначными функциями, то данное множество $\left\{\left\{\gamma_j^k\right\}\right\}$ есть единственное управляющее воздействие, согласующее множество ограниченных функций локальных затрат.

Определение 6. Множество координирующих управляющих воздействий $\gamma \in \Gamma$ влечет за собой ограниченную межуровневую согласованность, если для всех координирующих управляющих воздействий из множества Γ множество ограниченных функций локальных затрат оказывается согласованным с глобальной целевой функцией. Многоуровневая система управления (1)–(3) обладает ограниченной межуровневой согласованностью, если любое множество координирующих управляющих воздействий из Γ порождает эту согласованность.

Для исследования влияния свойств целевых функций на возникновение конфликтных ситуаций между глобальной и локальными целями введем дополнительные ограничения на координирующие управляющие воздействия. Пусть для каждого координирующего управляющего воздействия $\gamma_j^k,\ j=\overline{1, N_k},\ k=\overline{1, K-1}$ существует пара $\left(\gamma_j^{\gamma(k+1)}, u_j^{\gamma(k+1)}\right)$, которая будет парой из $\Gamma^{k+1} \times U^{\gamma(k+1)} : U^{\gamma(k+1)} = U_1^{\gamma(k+1)} \times ... \times U_{j_{k+1}}^{\gamma(k+1)}$ так, что любая пара $\left(\gamma_j^{\gamma}, u_j^{\gamma k}\right)$ принадлежит множеству $\Gamma_j^k \times U_j^{\gamma k}$, минимизирует соответствующую локальную целевую функцию $g_{j\gamma}^k$ на этом множестве.

Теорема 3. Если многоуровневая система управления (1)–(3) обладает безусловной межуровневой согласованностью и $L^k\left(\gamma^k\right) \subseteq U^{\gamma k},\ k=\overline{2, K}$ для каждого координирующего управляющего воздействия $\gamma_j^{k-1},\ j=\overline{1, N_{k-1}},\ k=\overline{2, K}$, то $\gamma^{k\gamma},\ k=\overline{2, K}$ есть глобально оптимальное множество координирующих воздействий всякий раз, когда $u^{\gamma k} = L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)$.

Доказательство. Доказательство утверждения *теоремы 3* проводится по аналогии с доказательством теоремы 5.3, приведенном в исследовании [Месарович и др., 1973]. Рассмотрим произвольно выбранную подсистему $S_j^{k-1},\ j=\overline{1, N_{k-1}},\ k=\overline{2, K}$ многоуровневой системы управления (1)–(3). Предположим, что для этой подсистемы $u^{\gamma k} = L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)$.

Тогда для всех $\gamma^k \in \Gamma^k$ (относящихся к $S^{л-1}$)

$$h_{j\gamma}^k\left(\gamma^{\gamma k}\right) = g_{j\gamma}^k\left(\gamma_j^{\gamma}, u_j^{\gamma k}\right) \le g_{j\gamma}^k\left(\gamma_j^{\gamma}, L_j^k\left(\gamma_j^k\right)\right) = h_{j\gamma}^k\left(\gamma^k\right),\ j=\overline{1, j_k}$$

и, в соответствии с определением безусловной межуровневой согласованности, $\forall\gamma\in\Gamma$ одновременно минимизирующее все локальные функции затрат $h^k_{j\gamma}$, $j=\overline{1,N_k}$, $k=\overline{2,K}$ минимизирует также и глобальную целевую функцию. Теорема доказана.

Теорема 4. Пусть в многоуровневой системе управления (1)–(3) наряду с условием $L^k\left(\gamma^k\right)\subseteq u^{\gamma k}, k=\overline{2,K}$, для каждого координирующего управляющего воздействия γ^k_j, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$ существуют пары $\left(\gamma^{\gamma k}_j,u^{\gamma k}_j\right)=\left(\gamma^k_j,L^k_j\left(\gamma^k\right)\right)$ по всем подсистемам S^{k-1}_j, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$. Тогда, для того чтобы $\gamma^{\gamma k}$, $k=\overline{2,K}$ были глобально оптимальными всякий раз, когда и $u^{\gamma k}=L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)$, необходимо и достаточно, чтобы имела место безусловная межуровневая согласованность.

Доказательство. Достаточность доказана в *теореме 3*. При доказательстве необходимости предположим, что для произвольной подсистемы S^{k-1}_j многоуровневой системы управления (1)–(3) координирующее воздействие $\hat{\gamma}^k$ минимизирует каждую из локальных функций затрат $h^k_{j\gamma}$, $j=\overline{1,j_k}$ элементов нижнего уровня подсистемы S^{k-1}_j. Но тогда:

$$\left[\exists\left(\gamma^{\gamma k}_j,u^{\gamma k}_j\right), j=\overline{1,j_k}\ \right]:\left(\gamma^{\gamma k}_j,u^{\gamma k}_j\right)=\left(\hat{\gamma}^k_j,L^k_j\left(\hat{\gamma}^k_j\right)\right), j=\overline{1,j_k},$$

откуда $\hat{\gamma}^k_j=\gamma^{\gamma k}_j, u^{\gamma k}_j=L^k_j\left(\hat{\gamma}^k_j\right), j=\overline{1,j_k}$.

Если теперь для каждой подсистемы S^{k-1}_j, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$ сигнал $\gamma^{\gamma k}$ является глобально оптимальным координирующим управляющим воздействием, то безусловная межуровневая согласованность невозможна, что и доказывает необходимость. Теорема доказана.

Далее рассмотрим аналог *теоремы 3* для случая ограниченной межуровневой согласованности.

Теорема 5. Если многоуровневая система управления (1)–(3) обладает ограниченной межуровневой согласованностью $u:U^{\gamma k}=\left\{\alpha^{\gamma k}\right\}, k=\overline{2,K}$ для каждого координирующего управляющего воздействия γ^{k-1}_j, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$, то $\gamma^{\gamma k}$, $k=\overline{2,K}$ есть глобально оптимальное множество координирующих воздействий всякий раз, когда $L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)=\alpha^{\gamma k}$ для всех S^{k-1}_j, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$.

Доказательство. Рассмотрим производную подсистему S^{k-1}_j, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$ многоуровневой системы управления (1)–(3). Предположим, что для этой системы $\alpha^{\gamma k}=L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)$. Тогда для всех $\gamma^k\in S^{k-1}_j$ и $\gamma^k\in\left[\gamma^k\right]^L_j$ справедливо равенство:

$$L^k_j\left(\gamma^k\right)=\alpha^{\gamma k}_j \text{ и } h^k_{j\gamma}\left(\gamma^{\gamma k}\right)=g^k_{j\gamma}\left(\gamma^{\gamma}_j,\alpha^{\gamma k}_j\right)\le g^k_{j\gamma}\left(\gamma^k_j,\alpha^{\gamma k}\right)=h^k_{j\gamma}\left(\gamma^k\right).$$

Пусть это выражение удовлетворяется для всех подсистем S^{k-1}_j, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$. Тогда $\gamma^{\gamma k}$, $k=\overline{2,K}$ согласует ограниченные локальные функции затрат $\left[h^k_{j\gamma}\right]^{\gamma k}$ для каждой подсистемы S^{k-1}_j и, в соответствии с определением ограниченной межуровневой согласованности, $\gamma^{\gamma k}$, $k=\overline{2,K}$ является глобально оптимальным множеством координирующих воздействий. Теорема доказана.

Теорема 6. Пусть для многоуровневой системы управления (1)–(3) координация целей не используется, поэтому локальные целевые функции не зависят от координирующих управляющих воздействий.

Пусть для каждого $\gamma_j^{k-1},\ j=\overline{1,N_{k-1}},\ k=\overline{2,K}: U^{\gamma k}=\{\alpha^{\gamma k}\}, k=\overline{2,K}$ и пусть для каждой подсистемы $S_j^{k-1},\ j=\overline{1,N_{k-1}},\ k=\overline{2,K}$ существует такое $\gamma_j^{\gamma k}$, что $\left(\gamma_j^{\gamma k},\alpha_j^{\gamma k}\right)=\left(\gamma_j^k,L_j^k\left(\gamma^k\right)\right)$, $j=\overline{1,N_{k-1}}$. Пусть также $L^k\left(\gamma^k\right)\subseteq\{\alpha^{k\gamma}\}, k=\overline{2,K}$. Тогда, для того чтобы $\gamma^{\gamma k}, k=\overline{2,K}$ было множеством глобально оптимальных координирующих воздействий, необходимо и достаточно, чтобы имела место ограниченная межуровневая согласованность всякий раз, когда $L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)=\alpha^{\gamma k}$, $k=\overline{2,K}$.

Доказательство теоремы проводится аналогично доказательству *теоремы 4* с использованием доказательства достаточности *теоремы 5*.

В работе [Маслобоев и др., 2015] выражениями (10)–(11) определяются принципы согласования взаимодействий и функций качества для многоуровневой системы (1)–(3).

Принцип согласования взаимодействий для многоуровневой системы управления (1)–(3) с учетом проведенной формализации выражается следующим предложением:

$$\begin{aligned}&S_j^k,\left(\forall j,\ j=\overline{1,N_k}\right),\left(\forall k,\ k=\overline{2,K}\right),\left(\forall\gamma_j^{k-1}\right),\left(\exists x^{k\gamma}\right)\left(\exists\hat{\gamma}^k\right):\\&:\left\{\left[\left(\gamma^k,u^k\right)=x^{k\gamma}\ \&\ L^k\left(\gamma^k\right)=u^k\right]\Rightarrow\left(\gamma^k=\hat{\gamma}^k\right)\right\},\end{aligned}\tag{10}$$

где $L^k=\Gamma^k\to U^k$.

Предложением (10) утверждается, что глобально оптимальное координирующее воздействие обеспечивается локальными решениями всякий раз, когда для каждой подсистемы $S_j^k,\ j=\overline{1,N_k},\ k=\overline{1,K-1}$ связующие сигналы для элементов нижнего уровня согласованы.

Принцип согласования функций качества:

$$\begin{aligned}&S_j^k,\left(\forall j,\ j=\overline{1,N_k}\right),\left(\forall k,\ k=\overline{2,K}\right),\left(\forall\gamma_j^{k-1}\right),\left(\exists x^{k\gamma}\right)\left(\exists\hat{\gamma}^k\right):\\&:\left\{\left[\left(\gamma^k,u^k\right)=x^{k\gamma}\ \&\ \bar{g}_{j\gamma}^k\left(\gamma^k,L^k\left(\gamma^k\right)\right)=\bar{g}_{j\gamma}^k\left(\gamma^k,u^k\right)\right]\Rightarrow\left(\gamma^k=\hat{\gamma}^k\right)\right\},\end{aligned}\tag{11}$$

то есть глобально оптимальное координирующее воздействие обеспечивается локальными решениями всякий раз, когда согласованы ожидаемые и фактические локальные затраты для каждой подсистемы S_j^k, $j=\overline{1,N_k}$, $k=\overline{1,K-1}$.

Далее рассмотрим вопросы координации в многоуровневой системе управления на основе этих принципов в предположении отсутствия внутриуровневых и межуровневых конфликтов и наличия безусловной внутриуровневой и межуровневой согласованности.

Теорема 7. Для многоуровневой системы управления (1)–(3) принцип согласования взаимодействий применим тогда и только тогда, когда для нее применим принцип согласования функций качества.

Доказательство. Доказательство проводится обобщением доказательства теоремы 5.12, приведенного в работе [Месарович и др., 1973]. Предположим, что для каждой подсистемы S_j^{k-1}, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$ существует $x^{\gamma k}=\left(\gamma^{\gamma k},u^{\gamma k}\right)$, причем $g_j^k\left(\gamma^{\gamma k},u^{\gamma k}\right)=g_j^k\left(\gamma^{\gamma k},L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)\right)$, $j=\overline{1,j_k}$. В силу этих предположений пары $\left(\gamma_j^{\gamma k},L_j^k\left(\gamma_j^{\gamma k}\right)\right)$ будут оптимальными решениями локальных задач оптимизации $D_j^k(\gamma)$, $j=\overline{1,N_k}, k=\overline{2,K}$. Пара $\left(\gamma^{\gamma k},L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)\right)$ удовлетворяет условию координируемости (10) принципа согласования взаимодействий, поскольку обеспечивается согласование связующих сигналов $u^{\gamma k}=L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)$

для элементов нижнего уровня всех подсистем S_j^k, $j=\overline{1,N_k}$, $k=\overline{1,K-1}$. Следовательно, если применим принцип согласования взаимодействий, то:

$$\exists\,\hat{\gamma}^k : \gamma^{\gamma k} = \hat{\gamma}^k. \quad (12)$$

В силу сделанных предположений пары $\left(\gamma^{\gamma k}, u^{\gamma k}\right)$, $k=\overline{2,K}$ удовлетворяют условию координируемости (11) принципа согласования функций качества. Следовательно, если применим этот принцип, то справедливо (10). Теорема доказана.

Следствие 1. Многоуровневая система управления (1)–(3) координируема на основе принципа согласования взаимодействий тогда и только тогда, когда она координируема на основе принципа согласования функций качества.

Теорема 7 и *следствие 1* из нее обобщают доказанную в работе [Месарович и др., 1973] математическую эквивалентность принципов согласования взаимодействий и функций качества. Однако использование этих принципов требует разных условий. Для использования принципа согласования взаимодействий необходимо уметь измерять значения фактических связующих сигналов, иначе этим принципом пользоваться нельзя. В этом смысле применение принципа согласования функций качества может оказаться проще, так как кажущиеся и фактические локальные затраты бывают известны или проще измеримы. Вследствие математической эквивалентности принципов далее рассмотрим только принцип согласования взаимодействий. Все полученные для него результаты применимы и к принципу согласования функций качества.

Теорема 8. Принцип согласования взаимодействий применим для любой многоуровневой системы управления вида (1)–(3), обладающей межуровневой согласованностью.

Доказательство. Предположим, что многоуровневая система управления (1)–(3) обладает межуровневой согласованностью, и пусть для каждой подсистемы S_j^{k-1}, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$ существует $x^{\gamma k}=\left(\gamma^{\gamma k}, u^{\gamma k}\right)$. Если связующие сигналы для элементов нижнего уровня любой подсистемы S_j^k, $j=\overline{1,N_k}$, $k=\overline{1,K-1}$ согласованы, то $u^{\gamma k}=L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)$, $k=\overline{2,K}$. Тогда из *теоремы 3* следует, что $\gamma^{\gamma k}=\hat{\gamma}^k$. Следовательно, принцип согласования взаимодействий (10) применим и теорема доказана.

Далее приводятся теорема и ее доказательство о необходимости межуровневой согласованности для применения принципа согласования взаимодействий. При этом на локальные целевые функции накладываются дополнительные ограничения.

Теорема 9. Предположим, что для любого множества координирующих управляющих воздействий $\gamma \in \Gamma$ в многоуровневой системе управления (1)–(3) для каждой подсистемы S_j^{k-1}, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$ равенство

$$\min_{\Gamma_j^k \times U_j^k} g_{j\gamma}^k\left(\gamma_j^k, u_j^k\right) = \min_{\Gamma_j^k} g_{j\gamma}^k\left(\gamma_j^k, L_j^k\left(\gamma^k\right)\right),\ j=\overline{1,j_k} \quad (13)$$

справедливо, когда существует правая часть (13). Тогда наличие в многоуровневой системе межуровневой согласованности необходимо и достаточно для применимости принципа согласования взаимодействий.

Доказательство. Достаточность доказана *теоремой 8*. Доказательство необходимости проводится от противного. Воспользуемся основными принципами доказательства теоремы 5.15, приведенными в работе [Месарович и др., 1973]. Предположим, что система (1)–(3) не обладает межуровневой согласованностью. Тогда для какой-то подсистемы S_j^{k-1} существует

$\gamma_j^{k-1} \in \Gamma^{k-1}$ и $\gamma_j^k \in \Gamma^k$, $j = \overline{1, j_k}$ такие, что $g_{j\gamma}^k\left(\gamma_j^k, L_j^k\left(\gamma^k\right)\right) = \min\limits_{\Gamma_j^k} g_{j\gamma}^k\left(\gamma_j^{1k}, L_j^k\left(\gamma^{1k}\right)\right)$, $j = \overline{1, j_k}$, а γ^k в данном случае не является глобально оптимальным множеством координирующих управляющих воздействий. Из предположения (13) следует, что для подсистемы S_j^{k-1} существует пара $\left(\gamma^{\gamma k}, u^{\gamma k}\right) = x^{\gamma k}$ такая, что $\left(\gamma^k, L^k\left(\gamma^k\right)\right) = \left(\gamma^{\gamma k}, u^{\gamma k}\right)$.

Таким образом, получается, что $x^{\gamma k}$ удовлетворяет условию (13) принципа согласования взаимодействий, но в этом случае $\gamma^{k\gamma} = \gamma^k$ не является глобально оптимальным, что исключает его использование. Этим доказывается необходимость. Теорема доказана.

Теорема 10. Пусть для многоуровневой системы управления (1)–(3) применим принцип согласования взаимодействий. Тогда, для того чтобы система управления была координируемой на основе этого принципа, она должна обладать безусловной локальной согласованностью.

Доказательство. Из координируемости многоуровневой системы управления на основе принципа согласования взаимодействий следует, что:

$$\left(\forall S_j^{k-1},\ j = \overline{1, N_{k-1}},\ k = \overline{2, K}\right),\ \left(\exists \gamma^k, \gamma^k \in \Gamma^k,\ k = \overline{2, K}\right),$$
$$\left(\exists\, x^{\gamma k} : x^{\gamma k} = \left(\gamma^{\gamma k}, u^{\gamma k}\right), k = \overline{2, K}\right) : \left[u^{\gamma k} = L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)\right],\ k = \overline{2, K}.$$

Однако из *теоремы 3* непосредственно следует, что для выбранного $\gamma^k \in \Gamma^k$ для любой подсистемы $S_j^{k-1} : \left[\exists\left(\gamma^{k\gamma}, u^{k\gamma}\right)\right] : \left[u^{k\gamma} = L^k\left(\gamma^{k\gamma}\right)\right]$ только в том случае, когда $\gamma, \gamma \in \Gamma$ приводит к безусловной локальной согласованности. Теорема доказана.

Далее рассмотрим теорему и доказательство достаточности для координируемости многоуровневой системы управления (1)–(3) безусловной локальной согласованности при использовании принципа согласования взаимодействий.

Теорема 11. Пусть для многоуровневой системы управления (1)–(3) применим принцип согласования взаимодействий и удовлетворяется условие (13) для любой подсистемы $S_j^{k-1},\ j = \overline{1, N_{k-1}},\ k = \overline{2, K}$. Тогда существование в многоуровневой системе управления безусловной локальной согласованности необходимо и достаточно для того, чтобы система управления была координируемой на основе этого принципа.

Доказательство. Необходимость доказана выше *теоремой 10.* Для доказательства достаточности предполагается, что многоуровневая система управления (1)–(3) обладает безусловной локальной согласованностью.

Тогда для каждой подсистемы $S_j^{k-1},\ j = \overline{1, N_{k-1}},\ k = \overline{2, K}$

$$\exists\, \gamma^{k-1}\ \exists\, \gamma^k : \left[g_j\left(\gamma_j^k, L_j^k\left(\gamma^k\right)\right) = \min\nolimits_{\gamma^k \in \Gamma^k} g_{j\gamma}\left(\gamma_j^k, L_j^k\left(\gamma^k\right)\right)\right],$$

причем $\gamma^K = \hat{\gamma}^K$.

Следовательно, в силу (13) для каждой подсистемы $S_j^{k-1},\ j = \overline{1, N_{k-1}},\ k = \overline{2, K}$

$$\left[\exists\, x^{\gamma k} : x^{\gamma k} = \left(\gamma^{\gamma k}, u^{\gamma k}\right)\right] : \left[\left(\gamma^{\gamma k}, L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)\right) = \left(\gamma^{\gamma k}, u^{\gamma k}\right)\right],$$

то есть пара $\left(\gamma^{\gamma k}, u^{\gamma k}\right)$ удовлетворяет условию координируемости (13) принципа согласования взаимодействий. Теорема доказана.

Следствие 2. Если многоуровневая система управления (1)–(3) удовлетворяет условию (13) для каждой подсистемы $S_j^k,\ j = \overline{1, N_k},\ k = \overline{1, K-1}$, то одновременное наличие в системе управления межуровневой и локальной согласованности необходимо и достаточно для координируемости на основе принципа согласования взаимодействий.

Нужно отметить, что выполнение условия (13) связано с выполнением для каждой подсистемы S_j^{k-1}, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$ условия $\Gamma_j^k \times U_j^k = \left\{\gamma_j^k, L_j^k\left(\gamma^k\right)\right\}$, $\gamma^k \in \Gamma^k$, $j=\overline{1,j_k}$.

Это условие выполняется, если для всех $j=\overline{1,j_k}$ связующие сигналы u_j^k, получаемые с помощью функции L_j^k, не зависят от координирующих управляющих воздействий γ_j^k, вырабатываемых на этом уровне, и $U_j^k = L_j^k\left(\Gamma^k\right)$.

Далее рассмотрим вопросы координации в многоуровневой системе управления (1)–(3), обладающей свойством монотонности.

Теорема 12. Принцип согласования взаимодействий применим для любой многоуровневой системы управления (1)–(3), обладающей свойством монотонности.

Доказательство. Согласно *теореме 8*, принцип согласования взаимодействий применим, если рассматриваемая система управления обладает свойством межуровневой согласованности. Однако, согласно *теореме 2*, если система (1)–(3) обладает свойством монотонности, она обладает также межуровневой согласованностью, то есть утверждение *теоремы 12* справедливо. Теорема доказана.

Для получения дополнительных условий координации в многоуровневых системах управления, обладающих свойством монотонности, вводятся показатели «локальных» затрат, относящиеся к затратам каждой подсистемы S_j^k, $j=\overline{1,N_k}$, $k=\overline{1,K-1}$. Каждая из подсистем S_j^k представляет собой двухуровневую систему с одним элементом на верхнем k-м уровне и j_k элементами на нижнем (k+1)-м уровне системы управления (1)–(3). В силу определения многоуровневой системы управления, обладающей свойством монотонности, этим свойством обладает каждая из подсистем S_j^k. Структура этих подсистем идентична в силу рекуррентного характера организации системы управления (1)–(3). Для каждой подсистемы S_j^k обозначим через g_j^{Sk} глобальную целевую функцию затрат, а через $g_{\gamma j}^{Sk}$ – кажущуюся глобальную функцию затрат.

Теорема 13. Необходимым условием координации на базе принципа согласования взаимодействий многоуровневой системы управления (1)–(3), обладающей свойством монотонности, является выполнение равенства:

$$\max_{\Gamma^{k-1}} \min_{\Gamma^k \times U^k} g_{\gamma j}^{Sk}\left(\gamma^{k-1}, \gamma^k, u^k\right) = \min g_j^{Sk}\left(\gamma^k\right) \tag{14}$$

для любой подсистемы S_j^{k-1}, $j=\overline{1,N_{k-1}}$, $k=\overline{2,K}$ системы управления (1)–(3).

Доказательство. Пусть многоуровневая система управления (1)–(3) обладает свойством монотонности и координируема на основе принципа согласования взаимодействий (10). С учетом этих предположений перепишем равенство (14) в несколько ином виде, рассмотрев отдельно его правую и левую части:

$$\max_{\Gamma^{k-1}} \min_{\Gamma^k \times U^k} g_{\gamma j}^{Sk}\left(\gamma^{k-1}, \gamma^k, u^k\right) = \max_{\Gamma^{k-1}} g_{\gamma j}^{Sk}\left(\gamma^{k-1}, \gamma^{\gamma k}, u^{\gamma k}\right) = \max_{\Gamma^{k-1}} g_{\gamma j}^{Sk}\left(\gamma^{k-1}, \gamma^{\gamma k}, L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)\right),$$

так как $\exists\left(\gamma^{\gamma k}, u^{\gamma k}\right):\left[u^{\gamma k} = L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)\right]$.

В силу применимости принципа согласования взаимодействий $\gamma^{\gamma k} = \hat{\gamma}^k$ и, следовательно, $\min_{\Gamma^k} g_j^{Sk}\left(\gamma^k\right) = g_j^{Sk}\left(\hat{\gamma}^k\right)$.

Таким образом, (14) переписывается в виде:

$$\max_{\Gamma^{k-1}} g_{\gamma j}^{Sk}\left(\gamma^{k-1}, \gamma^{\gamma k}, L^k\left(\gamma^{\gamma k}\right)\right) = g_j^{Sk}\left(\hat{\gamma}^k\right). \tag{15}$$

Согласно теореме 5.8, доказанной в работе [Месарович и др., 1973], если двухуровневая система обладает свойством монотонности и кажущейся глобальной целевой функцией g_{γ}^{S} для любого $\gamma^{k-1} \in \Gamma^{k-1}$ неравенство

$$\inf_{U^k} \inf_{\Gamma^k} g_{\gamma j}^{Sk}\left(\gamma^{k-1}, \gamma^k, u^k\right) \le \inf_{\Gamma^k} g_j^{Sk}\left(\gamma^k\right) \tag{16}$$

имеет место всякий раз, когда существует глобально оптимальное воздействие $\hat{\gamma}^k$ и $u^k = L^k\left(\hat{\gamma}^k\right), u^k \in U^k$. Из (16) и следует (15).

Продолжим доказательство *теоремы 13* доказательством от противного. Пусть равенство (15) не выполняется при выполнении условий *теоремы 13*. В соответствии с (16) следует рассмотреть случай, когда в (15) вместо «=» стоит «<». Пусть равенство (15) нарушается для одной из подсистем S_j^{k-1}, элементы нижнего уровня которой вырабатывают координирующие управляющие воздействия, то есть, по сути, глобальные управляющие воздействия всей многоуровневой системы управления (1)–(3). Это предположение означает, что в неравенстве (16) для этой подсистемы S_j^{k-1} стоит «<» вместо «≤», то есть не существует одновременно глобально оптимального координирующего управляющего воздействия $\hat{\gamma}^k$ и согласующего входы сигнала $u^{\gamma k} = L^k\left(\hat{\gamma}^k\right)$ для этой подсистемы, что влечет за собой невыполнимость принципа согласования взаимодействий (10), а это противоречит условию *теоремы 13*. Таким образом, теорема доказана.

Теорема 14. Пусть многоуровневая система управления (1)–(3) обладает свойством монотонности, причем все межуровневые функции системы строго монотонны. Тогда условие (4) является необходимым и достаточным для координации системы управления на основе принципа согласования взаимодействий.

Доказательство. Необходимость условия (14) доказана выше *теоремой 13*. Достаточность доказывается на основе теоремы 5.9, приведенной в работе [Месарович и др., 1973], которая в используемых в настоящем исследовании терминах гласит, что если:

1) двухуровневая система S_j^{k-1} обладает свойством монотонности и имеет кажущуюся глобальную целевую функцию g_j^{Sk};

2) для каждого $\gamma^{k-1} \in \Gamma^{k-1}$ множество $U^{\gamma k}$ содержит $\tilde{u}^k = L^k\left(\hat{\gamma}^k\right)$ при некотором глобально оптимальном $\hat{\gamma}^k$, то при строгой монотонности межуровневых функций системы S_j^{k-1} равенство $\max\limits_{\Gamma^{k-1}} \min\limits_{U^{\gamma k}} \min\limits_{\Gamma^k} g_{\gamma j}^{Sk}\left(\gamma^{k-1}, \gamma^k, u^k\right) = \min\limits_{\Gamma^k} g_j^{Sk}\left(\gamma^k\right)$ является достаточным условием координируемости. Таким образом, из теоремы 5.9, доказанной в работе [Месарович и др., 1973], следует, что (14) является достаточным условием координируемости на основе принципа согласования взаимодействий для любой подсистемы S_j^k, $j = \overline{1, N_k}, k = \overline{1, K-1}$ системы управления (1)–(3). Но тогда из формулировки принципа согласования взаимодействий (10) видно, что в данном случае обеспечивается существование глобально оптимального координирующего управляющего воздействия $\hat{\gamma}^k$ одновременно с согласованностью связующих сигналов элементов нижнего уровня любой подсистемы S_j^k, $j = \overline{1, N_k}$, $k = \overline{1, K-1}$. Достаточность и, следовательно, вся теорема доказана.

Заключение

Таким образом, на предложенной формальной рекуррентной модели проведены исследования вопросов координации, характерных для многоуровневых распределенных систем обеспечения региональной безопасности с множеством децентрализованных по уровням точек принятия решений по организации управления. Результаты исследования свидетельствуют о возможности координации децентрализованного принятия решений в многоуровневых распределенных системах управления с переменной информационной структурой, построенных с применением формальных процедур синтеза рекуррентной модели. Координируемость обеспечивается за счет определения и контроля выполнения специальных требований к характеру поведения и взаимодействию элементов системы управления на разных уровнях принятия решений, а также ограничений на взаимосвязи между показателями качества, локально оптимизируемыми управляющими элементами сетецентрической системы. Таким специальным, но достаточно общим требованием, необходимым и достаточным для координации децентрализованного управления, является существование в многоуровневой распределенной системе безусловной согласованности локальных показателей качества (целевых функций управляющих элементов).

Сформулированы и доказаны теоремы по различным аспектам внутриуровневой и межуровневой координации управления в многоуровневых распределенных системах обеспечения региональной безопасности систем, представимых введенной рекуррентной моделью. Получены необходимые и достаточные условия координируемости систем управления, обладающих свойством монотонности, то есть систем, для которых являются монотонными функции, связывающие локальные показатели качества элементов смежных уровней многоуровневой распределенной системы. Формализованы понятия и принципы внутриуровневой и межуровневой согласованности управляющих элементов этих систем.

Предложенный подход и полученные результаты позволяют эффективно решать задачи синтеза и координации управления в многоуровневых распределенных системах рассматриваемого типа и демонстрируют формальный аппарат решения этих задач. При этом стоит отметить, что в настоящее время многие организационно-технические вопросы координации в системах управления комплексной безопасностью, в частности, в сфере обеспечения региональной безопасности, по-прежнему остаются слабоизученными как в теоретическом плане, так и на практике.

Результаты исследования нашли применение при решении задач информационной поддержки и координации управления региональной безопасностью Мурманской области, а также использованы при реализации основных направлений государственной политики России в Арктике на период до 2035 года в части разработки систем поддержки принятия решений для региональных ситуационных центров.

Список литературы

1. Гилев С.Е., Леонтьев С.В., Новиков Д.А. 2002. Распределенные системы принятия решений в управлении региональным развитием. М., ИПУ РАН, 52.
2. Дубина И.Н., Оскорбин Н.М., Хвалынский Д.С. 2019. Модели координации решений в иерархических системах. Мир экономики и управления, 19, 2: 5–18.
3. Ириков В.А., Тренев В.Н. 1999. Распределенные системы принятия решений. Теория и приложения. М., Наука, 285.
4. Кузьмин И.А., Путилов В.А., Фильчаков В.В. 1991. Распределенная обработка информации в научных исследованиях. Л., Наука, 304.
5. Макаров А.А. 1979. Методы и модели согласования иерархических решений. М., Наука, 237.
6. Маслобоев А.В., Путилов В.А. 2016. Информационное измерение региональной безопасности в Арктике. Апатиты, КНЦ РАН, 222.
7. Маслобоев А.В., Путилов В.А., Сютин А.В. 2015. Координация в многоуровневых сетецентрических системах управления региональной безопасностью: подход и формальная модель. Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики, 15, 1: 130–138.
8. Маслобоев А.В., Путилов В.А., Сютин А.В. 2014. Многоуровневая рекуррентная модель иерархического управления комплексной безопасностью региона. Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики, 6 (94): 163–170.

9. Месарович М., Мако Д., Такахара И. 1973. Теория иерархических многоуровневых систем. М., Мир, 343.

10. Михайлов Р.Л. 2016. Анализ научно-методического аппарата теории координации и его использования в различных областях исследований. Системы управления, связи и безопасности, 4: 1–29.

11. Михалевич В.С., Волкович В.Л. 1982. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М., Наука, 288.

12. Johansson R., Rantzer A. (Eds.) 2012. Distributed Decision Making and Control, vol. 417, Springer-Verlag London, 426.

13. Liu Ch.-L., Liu F. 2017. Consensus Problem of Delayed Linear Multi-agent Systems. Analysis and Design, Springer Singapore, 124.

14. Ma T., Li T., Cui B. 2018. Coordination of fractional-order nonlinear multi-agent systems via distributed impulsive control. Intl. J. of Systems Science, vol. 49, 1: 1–14.

15. Mahmoud M.S. 2017. Decentralized control and filtering in interconnective dynamical systems. CRC Press, 612.

16. Petit T.A. 1975. Fundamentals of management coordination: supervisors, middle managers and executives. Wiley, 511.

17. van Schuppen J.H., Villa T. (Eds.) 2015. Coordination Control of Distributed Systems, 456, Springer Intl. Publ., 398.

18. Vijay K., Naomi L., Stephen M.A. (Eds.) 2005. Cooperative Control, vol 309, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 291.

References

1. Gilev S.E., Leont'ev S.V., Novikov D.A. 2002. Distributed decision-making systems in regional development management. Moscow, ICS RAS, 52. (in Russian)

2. Dubina I.N., Oskorbin N.M., Khvalynskiy D.S. 2019. Decision-making coordination in hierarchical systems. World of Economics and Management, 19, 2: 5–18. (in Russian)

3. Irikov V.A., Trenev V.N. 1999. Distributed decision-making systems. Theory and applications. Moscow, Nauka, 285. (in Russian)

4. Kuz'min I.A., Putilov V.A., Fil'chakov V.V. 1991. Distributed processing of information in scientific research. Leningrad, Nauka, 304. (in Russian)

5. Makarov A.A. 1979. Methods and models for coordination of hierarchical decisions. Moscow, Nauka, 237. (in Russian)

6. Masloboev A.V., Putilov V.A. 2016. Information dimension of regional security in the Arctic. Apatity: KSC RAS, 222. (in Russian)

7. Masloboev A.V., Putilov V.A., Syutin A.V. 2015. Coordination in multilevel network-centric control systems of regional security: approach and formal model. Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics, vol. 15, 1: 130–138. (in Russian)

8. Masloboev A.V., Putilov V.A., Syutin A.V. 2014. Multilevel recurrent model for hierarchical control of complex regional security. Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics, 6 (94): 163–170. (in Russian)

9. Mesarovich M., Mako D., Takakhara I. 1973. Theory of hierarchical multi-level systems. Moscow, Mir, 343. (in Russian)

10. Mikhailov R.L. 2016. An Analysis of the scientific and methodological apparatus of coordination theory and its use in various fields of study. Systems of Control, Communication and Security, 4: 1–29. (in Russian)

11. Mikhalevich V.S., Volkovich V.L. 1982. Computational methods for analysis and engineering of complex systems. Moscow, Nauka, 288. (in Russian)

12. Johansson R., Rantzer A. (Eds.) 2012. Distributed Decision Making and Control, vol. 417, Springer-Verlag London, 426. (in English)

13. Liu Ch.-L., Liu F. 2017. Consensus Problem of Delayed Linear Multi-agent Systems. Analysis and Design, Springer Singapore, 124. (in English)

14. Ma T., Li T., Cui B. 2018. Coordination of fractional-order nonlinear multi-agent systems via distributed impulsive control. Intl. J. of Systems Science, 49, 1: 1–14. (in English)

15. Mahmoud M.S. 2017. Decentralized control and filtering in interconnective dynamical systems. CRC Press, 612. (in English)

16. Petit T.A. 1975. Fundamentals of management coordination: supervisors, middle managers and executives. Wiley, 511. (in English)
17. van Schuppen J.H., Villa T. (Eds.) 2015. Coordination Control of Distributed Systems, 456, Springer Intl. Publ., 398. (in English)
18. Vijay K., Naomi L., Stephen M.A. (Eds.) 2005. Cooperative Control, vol 309, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 291. (in English)

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Маслобоев Андрей Владимирович, доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории информационных технологий управления региональным развитием, Институт информатики и математического моделирования Федерального исследовательского центра «Кольский научный центр Российской академии наук», г. Апатиты, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Andrey V. Masloboev, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Leading Researcher in Department of information technologies for regional development management, Institute for Informatics and Mathematical Modeling of the Federal Research Center “Kola Science Center of the Russian Academy of Sciences”, Apatity, Russia