

## ФИЗИКА. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 537.533.79; 538.97

DOI 10.18413/2687-0959-2020-52-2-152-168

### О ВЛИЯНИИ АСИММЕТРИИ ОТРАЖЕНИЯ НА КОГЕРЕНТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В КРИСТАЛЛАХ

И. Е. Внуков<sup>1\*</sup>, И. С. Волков<sup>1</sup>, Ю. А. Гопонов<sup>1</sup>, М. А. Сиднин<sup>1</sup>, Р. А. Шатохин<sup>2</sup>

(Статья представлена членом редакционной коллегии А. В. Носковым)

<sup>1</sup> Белгородский национальный исследовательский университет,  
г. Белгород, 308015, Россия

<sup>2</sup> Белгородский университет кооперации, экономики и права,  
г. Белгород, 308023, Россия

E-mail: [vnukov@bsu.edu.ru](mailto:vnukov@bsu.edu.ru)

**Аннотация.** Модифицирована предложенная ранее методика расчета выхода дифрагированных реальных фотонов в совершенных кристаллах с использованием подхода Дарвина и Принса о многократных нерезонансных отражениях фотонов на отражающих плоскостях кристалла с помощью метода Монте-Карло. Обсуждается влияние асимметрии отражающей плоскости относительно выходной поверхности на выход дифрагированного излучения. Анализируются результаты измерений угловых распределений излучения параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) релятивистских электронов в кристаллах, в которых отражающая плоскость была не перпендикулярна выходной поверхности. Показано, что форма угловых распределений излучения быстрых электронов в тонких кристаллах может быть с достаточной точностью описана в рамках кинематической теории ПРП с учетом вклада дифракции реальных фотонов как для симметричной, так и для асимметричной геометрии рассеяния. Информации для вывода о соотношении абсолютных значений измеренных выходов излучения с расчетными не достаточно. Необходимы измерения выходов излучения или угловых распределений для двух идентичных отражающих плоскостей с разным значением асимметрии в одинаковых экспериментальных условиях.

**Ключевые слова:** Кристалл, дифракция, моделирование, метод Монте-Карло, асимметрия, параметрическое рентгеновское излучение, сопоставление результатов расчета и эксперимента

**Для цитирования:** Внуков И. Е., Волков И. С., Гопонов Ю. А., Сиднин М. А., Шатохин Р. А. 2020. О влиянии асимметрии отражения на когерентное излучение релятивистских электронов в кристаллах. Прикладная математика & Физика, 52(2): 152–168. DOI 10.18413/2687-0959-2020-52-2-152-168.

---

---

### INFLUENCE OF REFLECTION ASYMMETRY ON COHERENT EMISSION OF RELATIVISTIC ELECTRONS IN CRYSTALS

I. E. Vnukov<sup>1\*</sup>, I. S. Volkov<sup>1</sup>, Yu. A. Goponov<sup>1</sup>, M. A. Sidnin<sup>1</sup>, R. A. Shatokhin<sup>2</sup>

(Article submitted by a member of the editorial board A. V. Noskov)

<sup>1</sup> Belgorod National Research University,  
Belgorod, 308015, Russia

<sup>2</sup> Belgorod University of Cooperation, Economics and Law,  
Belgorod, 308023, Russia

E-mail: [vnukov@bsu.edu.ru](mailto:vnukov@bsu.edu.ru)

Received June 15, 2020

**Abstract.** The previously proposed method for calculating the yield of diffracted real photons is modified using the Darwin and Prince approach for multiple re-reflections of photons on the reflecting planes of the crystal using the Monte Carlo method. The influence of the asymmetry of the reflecting plane relative to the output surface on the output of diffracted radiation is discussed. The results of measurements of the angular distributions of parametric X-ray radiation (PXR) of relativistic electrons in crystals in which the reflecting plane was not perpendicular to the output surface are analyzed. It is shown that the shape of the angular distributions of the emission of fast electrons in thin crystals can be described with sufficient accuracy in the framework of the kinematic theory of PXR taking into account the contribution of the diffraction of real photons for both symmetric and asymmetric scattering geometry. Information for the conclusion about the ratio of the measured radiation outputs absolute values with the calculated ones is not enough. It is necessary to measure the radiation yields or angular distributions for two identical reflective planes with different asymmetry values for the same experimental conditions.

**Key words:** Crystal, diffraction, simulation, Monte Carlo method, asymmetry, parametric x-ray radiation, comparison of calculation results and experiment.

**For citation:** Vnukov I. E., Volkov I. S., Goponov Yu. A., Sidnin M. A., Shatokhin R. A. 2020. Influence of reflection asymmetry on coherent emission of relativistic electrons in crystal. *Applied Mathematics & Physics*, 52(2): 152–168 (in Russian). DOI 10.18413/2687-0959-2020-52-2-152-168.

**1. Введение.** Электромагнитное излучение, возникающее при взаимодействии быстрых частиц с внешними полями и атомными структурами, активно изучается более ста лет (см., например, [Rullhusen et al., 1999] и цитируемую там литературу). Интерес к этим исследованиям обусловлен широким применением этого излучения в различных областях науки и техники. В зависимости от механизма этого взаимодействия меняются спектрально-угловые характеристики и интенсивность получаемого излучения. Одним из таких механизмов является параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ), генерируемое при прохождении быстрых заряженных частиц через кристаллы и обнаруженное более тридцати лет назад. Интерес к этому типу излучения обусловлен его монохроматичностью и удобством использования, поскольку оно испускается под большим углом к направлению движения частиц, определяемым разворотом плоскости кристалла, на которой происходит процесс дифракции поля частицы, и связан, в основном, с поиском новых источников интенсивного рентгеновского излучения с перестраиваемой длиной волны, альтернативных накопителям.

В первом приближении ПРИ может рассматриваться как когерентное рассеяние собственного электромагнитного поля частицы на электронных оболочках периодически расположенных атомов мишени [Гарибян, Ян Ши 1971; Барышевский, Феранчук, 1971]. По аналогии с процессом дифракции рентгеновских лучей в кристаллах [Джеймс, 1950] существует два подхода к описанию ПРИ. Кинематический подход предполагает, что многократное отражение фотонов ПРИ на плоскостях кристалла пренебрежимо мало, и его можно не учитывать [Nitta, 1991; Brenzinger et al., 1997]. В динамической теории ПРИ, см, например, [Гарибян, Ян Ши 1971; Барышевский, Феранчук 1971; Барышевский, Дубовская 1991; Nasonov, Noskov 2003; Блажевич, Посков 2006; Blazhevich, Noskov 2008] и цитируемую там литературу, этот процесс учитывается явным образом и считается определяющим.

С позиций более общей теории поляризационного тормозного излучения (ПТИ) быстрых заряженных частиц на атомах среды [Амусья и др., 1987] процесс параметрического рентгеновского излучения рассматривается как когерентное ПТИ быстрых заряженных частиц в монокристаллах [Лапко, Насонов 1990]. В рамках этого подхода показано [Nitta, 1996], что для совершенных кристаллов вклад динамических эффектов в ПРИ не превышает 10%, поэтому кинематического приближения должно быть вполне достаточно для описания экспериментальных данных. К такому же результату недавно пришли авторы статьи [Papadakis, Trikalinos 2013], в которой показано, что различие результатов расчета в обоих подходах не превышает 6-7%, проявляется в уменьшении выхода излучения в расчетах с использованием динамической теории и наблюдается, в основном, в диапазоне энергий электронов несколько сотен МэВ. Это же подтверждается сопоставлением результатов измерений с расчетами, показавшим, что кинематическая теория ПРИ описывает экспериментальные результаты для совершенных кристаллов с погрешностью не хуже 10-15% [Brenzinger et al., 1997; Goponov et al., 2017].

Единственным уверенно наблюдавшимся проявлением динамических эффектов в ПРИ является так называемое ПРИ вперед [Baryshevsky, 1997], обнаруженное в кристаллах вольфрама и кремния в работах [Алейник и др., 2004; Backe et al., 2005] в области энергий фотонов  $\omega < \gamma\omega_p$ , где  $\gamma$  Лоренц-фактор частицы, а  $\omega$  и  $\omega_p$  частота излученного фотона и плазменная частота среды. Отметим, что в случае ПРИ под большими углами к направлению движения частицы такого ограничения нет.

Из динамической теории дифракции рентгеновского излучения в совершенных кристаллах, см., например, [Шинскер, 1982] известно, что в случае так называемой асимметричной дифракции, когда отражающая плоскость не перпендикулярна выходной поверхности или не совпадает с ней, соотношение выходов дифрагированного излучения и излучения, распространяющегося вдоль направления падения фотона на кристалл, отличаются от симметричного случая.

В уже цитированных статьях [Блажевич, Посков 2006; Blazhevich, Noskov 2008] и других работах этих авторов, посвященных теоретическому описанию ПРИ в рамках динамической теории, утверждается, что такое же различие должно наблюдаться и в параметрическом рентгеновском излучении. Степень этого различия зависит от величины асимметрии отражения  $\epsilon = \sin(\delta' + \Theta_B) / \sin(\delta' - \Theta_B)$ , см., например, [Блажевич, Посков 2006]. Здесь  $\delta'$  – угол между поверхностью мишени и отражающими плоскостями, а  $\Theta_B$  – угол между направлением движения электрона и отражающей плоскостью. В тонком непоглощающем кристалле при наличии асимметрии отражения поля частицы соотношение интенсивностей ПРИ, рассчитанных с использованием

динамической и кинематической теории, должно быть близко к величине  $\epsilon$  [Блажевич, Носков 2006].

В одной из последних работ этой группы [Blazhevich, Noskov 2019] опубликована интерпретация результатов эксперимента [Takabayashi et al., 2017], в котором проведены измерения ПРИ электронов с энергией 255 МэВ в кристалле алмаза с большой гранью перпендикулярной оси  $\langle 001 \rangle$  и толщиной 50 микрон для угла наблюдения  $\Theta_D = 32.2^\circ$  и отражающих плоскостей (110) и (111). Плоскость (110) перпендикулярна поверхности мишени, то есть  $\epsilon = 1$ , а две плоскости типа (111) повернуты относительно неё на угол  $\pm 35.26^\circ$ , что соответствует значениям угла  $\delta' = 54.74^\circ$  и  $125.26^\circ$ . Это позволяет в одних и тех же экспериментальных условиях проводить измерения для  $\epsilon = 0.658$  и  $\epsilon = 1.520$ . Эксперимент [Takabayashi et al., 2017] выполнен для ориентации с  $\epsilon = 0.658$ , поэтому регистрируемый выход излучения должен быть почти в два раза меньше, чем результаты расчета с использованием кинематической теории ПРИ, см. [Blazhevich, Noskov 2019], рисунок 3.

Не все специалисты согласны с утверждением о столь значимой роли угла между направлением отражающей плоскости и поверхностью мишени в процессе генерации ПРИ. В частности, в статье [Artru, 2019], дискутирующей с работой [Blazhevich, Noskov 2019], подчеркивается, что асимметрия отражения поля частицы может привести к изменению соотношения между потоками излучения, вылетающего из кристалла в направлении движения первичной частицы (ПРИ вперед) и Брэгговского отражения (обычное ПРИ), однако полная интенсивность рожденного в кристалле излучения не должна зависеть от угла между отражающими плоскостями и поверхностью мишени.

Эксперимент [Takabayashi et al., 2017] выполнен с помощью рентгенографической пластины (imagine plate – IP). Этот прибор измеряет поглощенную дозу, оставленную прошедшим через него излучением, то есть в случае ПРИ обусловленную вкладом всех порядков отражения, а его эффективность и энергетический отклик зависит от энергии фотонов. Поэтому прямое сопоставление результатов измерений с расчетами для отражений (220) и (111), сделанное в работе [Blazhevich, Noskov 2019], представляется недостаточно корректным.

Большинство измерений по исследованию ПРИ релятивистских частиц в кристаллах, см., например, обзоры [Потылицын, 1998; Лобко, 2006] и цитированные там работы, выполнено для кристаллов с симметричной геометрией отражения. Можно отметить только эксперимент [Brenzinger et al., 1997], в котором с помощью полупроводникового детектора в одних и тех же экспериментальных условиях проведены измерения выходов ПРИ в кристалле кремния с ориентацией  $\langle 001 \rangle$ , как и в эксперименте [Takabayashi et al., 2017]. Измерения выполнены для отражающих плоскостей (110), (111) и (112). Известно, что в кристалле с такой ориентацией плоскости типа (111) и (112) направлены под углом к плоскости (001), совпадающей с поверхностью кристаллической мишени, поэтому в процессе этих измерений регистрировалось ПРИ для случая асимметричного рассеяния поля частицы.

Известно, см., например, [Brenzinger et al., 1997; Балдип и др., 2006] и цитируемую там литературу, что в Брэгговском направлении кроме ПРИ распространяются дифрагированное переходное излучение (ДПИ) и дифрагированное тормозное излучение (ДТП), на выход которых может влиять асимметрия отражения. Первый механизм реализуется в области энергий фотонов  $\omega < \gamma\omega_p$ , а второй при выполнении противоположного условия. Если  $\omega \sim \gamma\omega_p$ , то необходимо учитывать вклад обоих механизмов излучения. Величина вклада, обусловленного этими механизмами излучения, в полный выход излучения зависит от условий измерений и достаточно подробно апализировалась в работах [Балдип и др., 2006; Бакланов и др., 2007].

Вклад дифракции реальных фотонов тормозного и переходного излучений максимален в случае использования тонких кристаллов. Переходное излучение (ПИ) формируется вблизи входной границы мишени, поэтому интенсивность ДИП практически не зависит от толщины кристалла, тогда как интенсивность ПРИ пропорциональна толщине мишени и сравнительно слабо зависит от многократного рассеяния частиц в ней, поскольку характерный угол вылета фотонов ПРИ  $\Theta_{ph} = \sqrt{\gamma^{-2} + \omega_p^2/\omega^2}$ , как правило, значимо больше угла многократного рассеяния  $\vartheta_{ms}$  электронов в кристалле. Угловое распределение тормозного излучения существенно уже углового распределения ПРИ и, вследствие этого, сильнее зависит от многократного рассеяния, поэтому с ростом толщины кристалла интенсивность ДТП растет существенно медленнее, чем выход ПРИ [Бакланов и др., 2007].

Паличие разногласий в процессе описания ПРИ в кристаллах с асимметричной геометрией рассеяния поля частицы [Artru, 2019; Blazhevich, Noskov 2019] наряду с уверенным проявлением влияния асимметрии отражения на выход рентгеновского излучения в совершенных кристаллах [Пинскер, 1982] позволяет считать сопоставление результатов измерений, где реализовывалась геометрия асимметричного рассеяния, с результатами расчетов, учитывающих вклад всех возможных механизмов излучения, важным и актуальным.

**2. Учет влияния асимметрии отражения рентгеновского излучения относительно поверхности кристалла на выход излучения.** Для анализа влияния асимметрии отражения на

выход дифрагированного излучения воспользуемся методикой, предложенной в работе [Laktionova et al., 2014] и основанной на подходе Дарвина и Принса [Джеймс, 1950; Пинскер, 1982] о многократных переотражениях фотонов на плоскостях кристалла.

В интересующих нас экспериментах измерялась зависимость выхода излучения в фиксированный коллиматор от угла ориентации кристалла  $\Theta$  [Brenzinger et al., 1997] и зависимость выхода излучения в единичный элемент координатно чувствительного детектора от его положения относительно центра рефлекса, то есть вертикальное  $Y(\theta_y)$  или горизонтальное  $Y(\theta_x)$  угловые распределения [Takabayashi et al., 2017]. Ориентационные зависимости выхода ДПИ и ДТП (см., например, [Brenzinger et al., 1997]) могут быть представлены в виде:

$$Y_{DTR}(\Theta) = \int_{\Delta\omega(\Theta, \Theta_D)} d\omega \int_{\Delta\Omega(\Theta, \Theta_D)} \frac{d^2 I_{TR}^*}{d\omega d\Omega} R(\omega, \vec{n}, \vec{g}, \Theta_D) d\Omega. \quad (1)$$

$$Y_{DB}(\Theta) = \int_0^T dt \int_{\Delta\omega(\Theta, \Theta_D)} d\omega \int_{\Delta\Omega(\Theta, \Theta_D)} \frac{d^2 I_{BS}^*}{d\omega d\Omega} R(\omega, \vec{n}, \vec{g}, \Theta_D) d\Omega, \quad (2)$$

где  $\frac{d^2 I_{TR,BS}^*}{d\omega d\Omega}$  спектрально-угловое распределение интенсивности переходного (тормозного) излучения с учетом расходимости электронного пучка и, в случае регистрации дифрагированного тормозного излучения, многократного рассеяния, а  $\Delta\Omega(\Theta, \Theta_D)$  и  $\Delta\omega(\Theta, \Theta_D)$  область интегрирования по телесному углу и спектральному диапазону излучения, для которых дифрагированное излучение после отражения может попасть в детектор, расположенный под углом  $\Theta_D$ , для угла ориентации кристалла  $\Theta$ .  $R(\omega, \vec{n}, \vec{g}, \Theta_D)$  – отражающая способность для данного направления векторов распространения фотона и обратной решетки плоскости кристалла, па которой происходит отражение,  $\vec{n}$  и  $\vec{g}$ , соответственно.  $T$  – толщина кристалла.

Угловое распределение дифрагированного излучения определяется аналогичным образом. В частности, вертикальное угловое распределение дифрагированного переходного излучения записывается следующим образом:

$$Y_{DTR}(\theta_y) = \int_{\Delta\omega(\theta_y, \theta_x, \Theta_D)} d\omega \int_{\Delta\Omega(\theta_y, \theta_x, \Theta_D)} \frac{d^2 I_{TR}^*}{d\omega d\Omega} R(\omega, \vec{n}, \vec{g}, \Theta_D) d\Omega, \quad (3)$$

где  $\Delta\omega(\theta_y, \theta_x, \Theta_D)$ ,  $\Delta\Omega(\theta_y, \theta_x, \Theta_D)$  – спектральный и угловой диапазоны, для которых дифрагированное излучение после отражения может попасть в элемент детектора, расположенный под углами  $\theta_y$ ,  $\theta_x$  относительно центра рефлекса.

Для определения выхода дифрагированного излучения с помощью выражений (1)-(3) необходима информация об отражающей способности кристалла  $R(\omega, \vec{n}, \vec{g}, \Theta_D)$ . В соответствии с методикой [Laktionova et al., 2014] для фиксированного направления распространения излучения  $\vec{n}$  из пучка со спектрально-угловым распределением  $\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega}$  при выполнении брэгговского условия для квантов с энергией  $\omega$  отражаются только фотоны в энергетическом интервале

$$\Delta\omega = \omega \cos(\Theta_B) / \sin(\Theta_B) \Delta\Theta, \quad (4)$$

где  $\Theta_B$  – угол между направлением вектора  $\vec{n}$  и отражающей плоскостью с вектором обратной решетки  $\vec{g}$ , направленным по нормали к ней.

Для неполяризованного излучения и отсутствия поглощения величина  $\Delta\Theta$  определяется следующим образом [Джеймс, 1950]:

$$\Delta\Theta = 2 \cdot \eta \Delta\theta_0, \quad (5)$$

где  $\Delta\theta_0 = \frac{2 \cdot \delta}{\sin 2\Theta_B}$  – поправка к углу Брэгга  $\Theta_B$  из-за преломления волны в кристалле,  $\delta = (\omega_0/\omega)^2/2$  – отличие показателя преломления от 1, а  $\eta = \frac{1}{2} \frac{f(\vec{g})}{f(0)} (1 + \cos(2\Theta_B))$ , где  $f(\vec{g})$  – Фурье-компонента пространственного распределения электронов в атоме кристалла, ( $f(0) = z$ , где  $z$  – число электронов в атоме).

В качестве оценки характерного параметра модели – длины первичной экстинкции можно использовать выражение [Джеймс, 1950]:

$$l_{ex} = d / (2\bar{\xi} \sin \Theta_B), \quad (6)$$

где  $d$  – межплоскостное расстояние, а  $\exp(-2\bar{\xi})$  – ослабление интенсивности первичной волны при пролете через одну плоскость:

$$2\bar{\xi} = \frac{\pi d^2 N F}{n} \frac{e^2}{mc^2}. \quad (7)$$

Здесь  $N$  – концентрация рассеивающих центров,  $F = \frac{|S(\vec{g})|f(\vec{g})\exp(-Ag^2/2)}{f(0)}$  – структурный множитель,  $|S(\vec{g})|$  – структурный фактор элементарной ячейки кристалла,  $\exp(-Ag^2/2)$  – фактор Дебая-Уоллера, где  $A$  – средний квадрат амплитуды тепловых колебаний атомов кристалла, а  $n$  – порядок отражения.

Для участка кристалла с толщиной  $t$ , много меньше длины первичной экстинкции  $l_{ex}$ , вероятность отражения фотонов с энергией  $\omega$  и направлением движения  $\vec{n}$ , для которых выполняется брэгговское условие, пропорциональна количеству пересекаемых ими плоскостей [Джеймс, 1950]. Следовательно, зависимость числа квантов, не испытавших отражение, от длины пути в кристалле может быть записана в виде  $N_\gamma(t) = N_\gamma(0)\exp(-t/l_{ex})$  [Джеймс, 1950], где  $N_\gamma(0)$  – число фотонов в начальной точке.

Для учета поглощения и рассеяния фотонов вследствие процессов, не связанных с дифракцией, зависимость числа фотонов, не испытавших взаимодействие, от пройденного в кристалле пути можно переписать в виде:

$$N_\gamma(\omega, \vec{n}, t) = N_\gamma(\omega, \vec{n}, 0)\exp(-\mu_{tot}(\omega, \vec{g}, \vec{n})t), \quad (8)$$

где  $\mu_{tot}(\omega, \vec{g}, \vec{n}) = \mu(\omega) + \mu_{dif}(\omega, \vec{g}, \vec{n})$  – полный линейный коэффициент поглощения излучения с энергией  $\omega$ , для направления отражающей плоскости кристалла  $\vec{g}$  и направления движения фотона  $\vec{n}$ . Здесь  $\mu(\omega)$  – линейный коэффициент поглощения излучения с энергией  $\omega$  в материале кристалла за счет процессов фотопоглощения, когерентного и некогерентного рассеяний на отдельных атомах, а  $\mu_{dif}(\omega, \vec{g}, \vec{n}) = 1/l_{ex}(\omega, \vec{g}, \vec{n})$ , где  $l_{ex}(\omega, \vec{g}, \vec{n})$  – длина первичной экстинкции для фотонов, энергия и направление движения которых удовлетворяет брэгговскому условию. Если это условие не выполняется, длина первичной экстинкции равна бесконечности, то есть излучение проходит через кристалл, как через неупорядоченное вещество.

Возможность такой формы записи позволяет использовать хорошо известный в экспериментальной физике метод статистического моделирования прохождения фотонов через вещество, смотри, например, [Аккерман и др., 1986], и для процесса их прохождения через кристалл в условиях дифракции.

Процесс прохождения фотонов через ориентированный кристалл моделировался следующим образом. Для падающего на кристалл или родившегося в нём фотона с энергией  $\omega$  и направлением движения  $\vec{n}$ , удовлетворяющего брэгговскому условию в кристалле, определялись величины  $\mu(\omega)$ ,  $\mu_{dif}(\omega, \vec{g}, \vec{n})$  и  $\mu_{tot}(\omega, \vec{g}, \vec{n})$ . Для определения  $\mu(\omega)$  использовались значения сечений взаимодействия фотонов с веществом, приведенные в [Berger et al., 2017]. Затем разыгрывался пробег фотона до точки взаимодействия  $t = \ln \xi / \mu_{tot}$ , где  $\xi$  – случайное число от нуля до единицы. Далее определялись координаты точки взаимодействия. Если эта точка не принадлежала кристаллу, история фотона заканчивалась, и розыгрыш начинался снова.

Если взаимодействие произошло внутри кристалла, разыгрывалось, какой процесс произошел: дифракция или какой-либо из процессов на отдельном атоме. Поскольку вероятность фотона попасть в детектор с малой угловой апертурой в результате последующих перерассеяний пренебрежимо мала, в последнем случае фотон считался поглощенным, история розыгрыша фотона заканчивалась, и моделирование начиналось снова.

Если произошла дифракция, процесс розыгрыша повторялся до тех пор, пока фотон не выходил из кристалла или не поглощался в нём. Проверка вылета фотона из кристалла осуществлялась по значению проекции точки взаимодействия на нормаль к выходной поверхности. Смещение фотона вследствие дифракции в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, как правило, не учитывалось, поскольку толщина кристаллов, которые нас интересуют, не превышает несколько сотен микрон.

Для каждого вылетевшего из кристалла фотона запоминалось количество отражений. Вероятность попадания дифрагированного фотона в детектор, заменяющая в данном случае отражающую способность  $R(\omega, \vec{n}, \vec{g}, \Theta_D)$  при расчете выхода дифрагированного излучения в соответствии с выражениями (1) – (3), определялась отношением количества фотонов, испытавших в кристалле нечетное число отражений, то есть вылетевших из него в направлении брэгговского рассеяния, к числу розыгрышей.

Методика [Laktionova et al., 2014] разрабатывалась, в основном, для расчета дифракции тормозного излучения, которое в достаточно хорошем приближении можно считать некогерентным. Для описания вклада ДПП в выход когерентного излучения релятивистских электронов в тонких кристаллах [Goronov, Laktionova, Sidnin et al., 2017] методика [Laktionova et al., 2014] была доработана с учетом необходимости учета зависимости отражающей способности от поляризации излучения.

Известно, что переходное излучение, которое возникает на передней грани мишени при падении на её поверхность релятивистских электронов и может затем дифрагировать внутри кристалла,

линейно поляризовано в плоскости вылета [Гарибян, Ян Ши 1983]. Вектор напряженности электрического поля испущенных фотонов  $E$  лежит в плоскости, содержащей вектор скорости электрона и волновой вектор испущенного фотона, то есть направление вектора  $E$  зависит от азимутального угла вылета фотона.

Для удобства сопоставления с выражениями, приведенными в работах по динамической теории ПРИ и ДПИ [Блажевич, Носков 2006; Blazhevich, Noskov 2008; Blazhevich, Noskov 2019], азимутальный угол  $\varphi$  отсчитывается от плоскости, содержащей вектор скорости электрона  $\vec{\beta}$  и вектор обратной решетки отражающей плоскости кристалла  $\vec{g}$ . Как известно, см., например, [Джеймс, 1950], отражающая способность рентгеновского излучения кристаллом зависит от поляризации падающего на него излучения. Для излучения поляризованного вдоль плоскости, она пропорциональна  $f(\vec{g})/z$ . Для излучения, поляризованного перпендикулярно плоскости появляется множитель  $\cos(2\Theta_B)$ . В терминах цитированных работ это перпендикулярная и параллельная компоненты поляризации.

С учетом поляризации переходного излучения выражения (1) и (3) для расчета ориентационных зависимостей и угловых распределений интенсивности ДПИ должны состоять из двух слагаемых с компонентами интенсивности излучения, обладающими разными поляризациями,  $(\frac{d^2 I_{TR}^*}{d\omega d\Omega})_{\perp(\parallel)}$  и отражающими способностями  $R_{\perp(\parallel)}(\omega, \vec{n}, \vec{g}, \Theta_D)$ . Для углов падения электронов на кристалл меньше  $\pi/2$  и малого значения расходимости электронного пучка  $\sigma'$  по сравнению с характерным углом излучения  $\gamma^{-1}$  спектрально-угловую плотность переходного излучения можно записать в следующем виде [Гарибян, Ян Ши 1983]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2 I_{TR}^*}{d\omega d\Omega}\right)_{\perp} &= \frac{d^2 I_{TR}^*}{d\omega d\Omega} \sin^2(\varphi) \\ \left(\frac{d^2 I_{TR}^*}{d\omega d\Omega}\right)_{\parallel} &= \frac{d^2 I_{TR}^*}{d\omega d\Omega} \cos^2(\varphi), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $(\frac{d^2 I_{TR}^*}{d\omega d\Omega})_{\perp}$  и  $(\frac{d^2 I_{TR}^*}{d\omega d\Omega})_{\parallel}$  интенсивность излучения, поляризованного поперек и вдоль плоскости отсчета.

Ширина спектральной области отражения  $\Delta\omega_{\perp(\parallel)}$  для каждой из компонент определяется аналогично выражениям (4)-(5).

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{\perp(\parallel)} &= \omega \cos(\Theta_B) / \sin(\Theta_B) \Delta\Theta_{\perp(\parallel)} \\ \Delta\Theta_{\perp} &= \frac{\delta}{\sin 2\Theta_B} \frac{|S(\mathbf{g})|f(\mathbf{g}) \exp(-Ag^2/2)}{f(0)}. \\ \Delta\Theta_{\parallel} &= \Delta\Theta_{\perp} \cdot \cos(2\Theta_B) \end{aligned} \quad (10)$$

Зависимость отражающей способности от поляризации излучения приводит к аналогичной зависимости длины первичной экстинкции  $l_{ex}$ . Для перпендикулярной поляризации она определяется в соответствии с выражениями (6), (7). Для параллельной поляризации её можно записать:

$$l_{ex}^{\parallel} = \frac{l_{ex}^{\perp}}{\cos(2\Theta_B)}. \quad (11)$$

Здесь необходимо отметить, что в уже цитированных работах по динамической теории ДПП [Блажевич, Носков 2006; Blazhevich, Noskov 2008] используется похожая методика определения спектральной ширины области отражения рентгеновского излучения совершенными кристаллами, причем соответствующие формулы, после приведения их к одинаковому виду, совпадают с (10). Значения величины длин первичной экстинкции, получаемых в соответствии с выражениями (6), (7) и (11), отличаются от значений этих величин, получаемых по формулам, приведенным в цитированных работах, примерно на 20%, что, по-видимому, обусловлено разным пониманием этой величины и самого процесса первичной экстинкции в подходах, основанных на прохождении волн [Блажевич, Носков 2006; Blazhevich, Noskov 2008] и фотонов [Джеймс, 1950] через кристалл.

Для лучшего понимания методологии расчета и влияния асимметрии отражающих плоскостей относительно выходной поверхности па процесс прохождения излучения через кристалл на рисунке 1 приведены три возможных ориентации кристалла с гранью, совпадающей с плоскостью (001), относительно направления распространения фотонов, что соответствует геометрии экспериментов [Brenzinger et al., 1997; Takabayashi et al., 2017]. Кристаллы развернуты так, что угол между направлением отражающих плоскостей (111), (110), (11 $\bar{1}$ ) и фотона –  $\Theta_B$  во всех случаях один и тот же, соответственно рисунки 1a, 1б и 1в для  $\epsilon < 1$ ,  $\epsilon = 1$  и  $\epsilon > 1$ . Регистрирующая аппаратура расположена слева относительно направления фотонов. Там же показан процесс последовательных переотражений фотонов, рожденных на поверхности мишени или падающих на неё, при прохождении через

кристалл для каждой из ориентаций. Вне зависимости от ориентации кристалла фотоны могут испытать нечетное количество отражений и вылететь в брэгговском направлении (1), поглотиться в нем (2), либо испытать четное число переотражений и вылететь в первоначальном направлении (3).

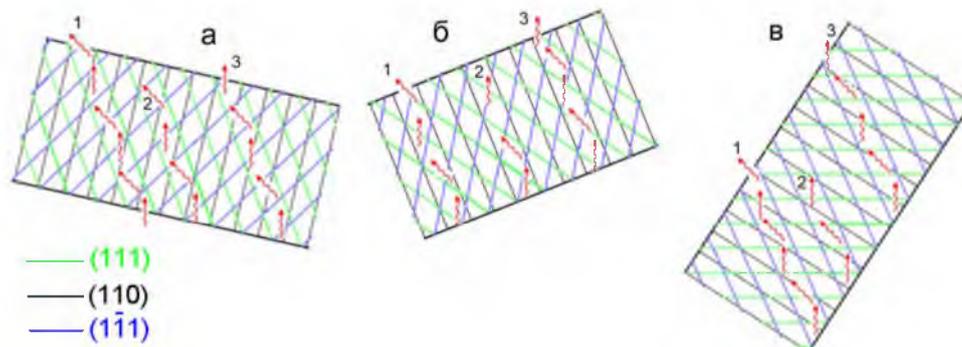


Рис. 1. Ориентации кристалла с выходной гранью (001) для получения когерентного излучения от отражающих плоскостей (111), (110) и ( $\bar{1}\bar{1}$ )

Fig. 1. Orientation of crystals with an exit face (001) to obtain coherent radiation from reflecting planes (111), (110) и ( $\bar{1}\bar{1}$ )

Из рисунка видно, что при каждом переотражении фотон меняет направление движения, поэтому его путь в кристалле больше  $T/\cos(\Theta_B \pm \delta)$ , что обычно предполагается при анализе процесса прохождения рентгеновского излучения через ориентированные кристаллы. По этой же причине средняя длина пути фотона в кристалле без учета поглощения близка к полусумме длин путей вдоль первоначального направления и брэгговского отражения. По порядку величины среднее число отражений равно отношению длины пути фотона в кристалле к длине первичной экстинкции. Как и раньше,  $T$  – толщина кристалла, имеющего форму параллелепипеда,  $\Theta_B$  – угол между направлением движения фотона и плоскостью кристалла,  $\delta=35.26^\circ$  – угол между нормалью к поверхности кристалла, совпадающей с направлением плоскости (110), и отражающими плоскостями типа (111). Использование угла  $\delta = \pi/2 - \delta'$  вместо  $\delta'$ , вводимого авторами вышеупомянутых работ [Блажевич, Носков 2006; Blazhevich, Noskov 2008], представляется более наглядным с точки зрения описания геометрии измерений.

Главной особенностью кристаллов с асимметричной геометрией рассеяния является отличие угла вылета фотонов из мишени относительно нормали к её поверхности от угла Брэгга. В частности, для ориентации на рисунке 1а с величиной  $\epsilon < 1$  угол вылета дифрагированного фотона больше угла Брэгга, а для вылетевшего в первоначальном направлении меньше него. Для ориентации с  $\epsilon > 1$  обратная ситуация, фотон, вылетевший в направлении брэгговского отражения, покидает кристалл почти вдоль нормали к поверхности мишени, а летящий в первоначальном направлении под большим углом к ней. В результате вероятность вылета фотона вдоль каждого из возможных направлений уже не одинакова, как для симметричной геометрии (см. рисунок 1б), а отличается в  $\epsilon$  раз.

Для подтверждения вышесказанного воспользуемся тем, что для вышедших из кристалла фотонов средняя длина свободного пробега совпадает с длиной первичной экстинкции. Фотон, движущийся в том или ином направлении, вылетит из кристалла, если испытает отражение на расстоянии  $l < l_{ex} \cdot \cos(\delta \mp \Theta_B)$  от выходной поверхности кристалла. Следовательно, отношение вероятностей вылета фотона в каждом из направлений равно отношению этих расстояний  $\cos(\delta \mp \Theta_B) / \cos(\delta \pm \Theta_B)$  и после замены  $\delta$  на  $\delta'$  совпадает с величиной  $\epsilon = \sin(\delta' + \Theta_B) / \sin(\delta' - \Theta_B)$  [Блажевич, Носков 2006; Blazhevich, Noskov 2008]. Не сложно заметить, что при переходе от ориентации на рисунке 1а к ориентации на рисунке 1в числитель и знаменатель в формуле для  $\epsilon$  меняются местами.

В качестве иллюстрации вышесказанного на рисунке 2 приведено распределение фотонов по числу отражений в направлениях брэгговского рассеяния (кривая 1) и первоначального движения (зависимость 2) до их вылета из кристалла для условий эксперимента [Takabayashi et al., 2017] и толщины кристалла 0.25 мм, то есть фотонов, испытавших до вылета из кристалла нечетное (1) и четное (2) число отражений. Полная площадь под каждой зависимостью  $P_{1,2} = \sum_{i=1}^{n_{max}} \rho_{1,2}(n)$  соответствует вероятности вылета фотона в том или ином направлении. Расчет выполнен для толщины кристалла 0.25 мм, а не 50 микрон как в эксперименте, поскольку для толщины кристалла 50 микрон из-за меньшего количества отражений различия формы распределений для разных ориентаций менее заметны.

В цитируемой работе для угла поворота плоскости (110), перпендикулярной к выходной поверхности мишени, относительно направления электронов  $\Theta_B=16.2^\circ$  (рисунок 1б) реализовывалась

геометрия симметричного отражения на плоскостях (110). Для получения асимметричного отражения на плоскостях (111) с  $\epsilon=0.658$  кристалл разворачивался относительно направления падения электронного пучка на угол  $\Theta = \delta - \Theta_B = 17.3^\circ$  в противоположном направлении (рисунок 1а).

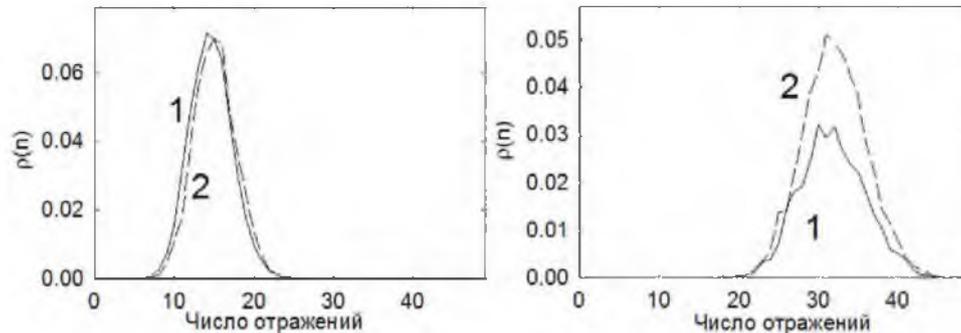


Рис. 2. Распределение по числу отражений фотонов до вылета из кристалла для условий эксперимента [Takabayashi et al., 2017] и толщины кристалла 0.25 мм. а – симметричное отражение на плоскостях (110); б – асимметричное отражение на плоскостях (111)

Fig. 2. Distribution by the number of photon reflections before exit from the crystal for the experimental conditions [Takabayashi et al., 2017] and crystal thickness 0.25 mm. а – symmetric reflection on the (110) planes; б – asymmetric reflection on the (111) planes

Из рисунка 2а видно, что для симметричной геометрии рассеяния распределения по числу отражений до вылета фотона из кристалла для обоих направлений практически совпадают, как и вероятности вылета  $P_1 \approx 0.485$ ,  $P_2 \approx 0.467$ . Из-за поглощения фотонов в кристалле величина  $P = P_1 + P_2$  меньше 1. Можно отметить незначительный сдвиг распределения 1 относительно распределения 2, обусловленный тем, что сначала идет отражение в направлении брэгговского рассеяния и только затем переотражение в направлении первоначального движения. По этой же причине  $P_1 > P_2$ .

Из-за статистического характера процесса прохождения фотонов через кристалл наблюдается разброс числа отражений относительно среднего  $\bar{n} \sim 0.5T/l_{ex} \approx 14.6$ , где  $T$  – средняя длина пути фотонов до вылета из кристалла. Ширина распределений  $\Delta n/\bar{n} \sim 0.35$ , где  $\bar{n}$  и  $\Delta n$  – центр тяжести распределения и ширина на полувысоте.

Для асимметричной геометрии (рисунок 2б) различие между распределениями более существенно. В соответствии с замечанием о соотношении вероятностей вылета в направлениях брэгговского отражения и первоначального движения для  $\epsilon < 1$  распределение 1 ниже распределения 2,  $P_1 \approx 0.319$  меньше  $P_2 \approx 0.500$ , а их отношение  $P_1/P_2 \approx 0.639$  близко к величине асимметрии  $\epsilon=0.658$ . Центр тяжести распределения  $\bar{n} \sim 0.5T/l_{ex} \approx 31.9$  сдвинут в сторону большего числа отражений из-за изменения длины первичной экстинкции фотонов с  $l_{ex}^{220}=9.22$  микрона до  $l_{ex}^{111}=5.11$  микрон вследствие уменьшения энергии фотонов с  $\omega_{220}=17.692$  кэВ до  $\omega_{111}=10.834$  кэВ. Следует напомнить, что для асимметричного отражения длина пути фотонов в кристалле больше, чем для симметричного, что также приводит к увеличению количества отражений.

Зависимости, приведенные на рисунке 2, получены для излучения с перпендикулярной компонентой поляризации. В соответствии с выражениями (10), (11) для параллельной компоненты поляризации область полного отражения в  $\cos 2\Theta_B$  раз меньше, а длина первичной экстинкции во столько же раз больше. Поэтому выход излучения и число переотражений до вылета из кристалла во столько же раз меньше, при сохранении соотношения  $P_1/P_2 \sim \epsilon$ . Выход ДТП рассчитывается таким же образом с учетом рождения фотонов внутри кристалла и отсутствием учета поляризации. То есть интенсивности компонент с перпендикулярной и параллельной поляризацией одинаковы и не зависят от азимутального угла вылета фотона.

**3. Сопоставление результатов измерений с расчетом.** В работе [Goponov, Laktionova, Sidnin et al., 2017] показано, что кинематическая теория ПРИ с учетом вкладов ДТП и ДПП описывает результаты измерений в тонких кристаллах с точностью не хуже 10-15%. Поэтому для сопоставления результатов измерений для асимметричного отражения поля частицы [Brenzinger et al., 1997; Takabayashi et al., 2017] с расчетом воспользуемся этим же подходом. Для расчета ПРП использовалась формула для спектрального углового распределения излучения, полученная в кинематическом приближении в работе [Nitta, 1991]. Для расчета вклада дифрагированного тормозного излучения использовались результаты работы [Клейпер и др., 1992], учитывающие подавление интенсивности тормозного излучения из-за эффекта плотности. Для расчета ДПП использовалось спектрально-угловое распределение переходного излучения, описываемое формулой Гарибяна. Предполагалось, что оно рождается непосредственно при влете в кристалл и дифрагирует в нем. Расходимость электронного пучка, многократное рассеяние частиц в кристалле, угол коллимации

излучения и другие экспериментальные условия учитывались в соответствии с методикой, описанной в работе [Bogomazova et al., 2003].

Наиболее информативным для сопоставления результатов измерений с расчетом представляется эксперимент [Brenzinger et al., 1997], в котором проведены абсолютные измерения угловой плотности выхода излучения электронов с энергией 855 МэВ для отражающих плоскостей (110), (111), (112) кристалла кремния толщиной 124 микрона с помощью полупроводникового детектора (ППД) с апертурой коллиматора  $\varnothing=1$  мм, который располагался под углом  $\Theta_D=45^\circ$  на расстоянии 101 см от кристалла. Это позволило экспериментально разделить вклады различных порядков отражения, в отличие от эксперимента [Takabayashi et al., 2017], где использованная регистрирующая аппаратура не дала возможности это сделать.

Как упоминалось во введении и видно из рисунка 1, для регистрации ПРИ от рефлекса (111) детектором, расположенным с левой стороны относительно направления электронного пучка, кристалл с большой гранью, совпадающей с плоскостью (001), может быть повернут вокруг вертикальной оси, совпадающей с кристаллографической осью  $\langle 1\bar{1}0 \rangle$ , на угол  $\delta - \Theta_B$  по часовой стрелке, либо на угол  $\delta + \Theta_B$  в противоположную сторону. В первом случае должно наблюдаться излучение от плоскости (111) с  $\epsilon=0.547$ , а во втором от плоскости ( $1\bar{1}1$ ) и  $\epsilon=1.827$ . В обоих случаях отсчет углов идет от совпадения нормали к поверхности мишени и направления электронного пучка. Плоскости типа ( $11\bar{2}$ ) перпендикулярны плоскостям (111), поэтому измерения для рефлекса (224) также были выполнены для асимметричной геометрии.

Результаты расчетов угловой плотности выхода излучения в рамках кинематической теории ПРИ, выполненных авторами цитируемой работы, совпали с результатами измерений с точностью до погрешности нормировки  $\sim \pm 10\%$ . Такое же согласие получено в работе [Goronov, Laktionova, Sidnin et al., 2017], где был дополнительно учтен вклад дифракции фотонов переходного и тормозного излучений. В работе [Brenzinger et al., 1997] приведены значения угловой плотности выхода излучения для первого порядка отражения в максимуме горизонтального углового распределения, что соответствует углу наблюдения  $\theta_x \sim \Theta_{ph}$  относительно центра рефлекса, и отражающих плоскостей (110), (111) и (112). Для точного сопоставления результатов измерений и расчетов с целью поиска вклада асимметрии в выход ПРИ, ДПП и ДТП этой информации недостаточно, поскольку вклад дифракции реальных фотонов сосредоточен в центре углового распределения [Laktionova et al., 2014].

Более интересным представляется сопоставление результатов измерений угловых распределений плотности излучения для отражающей плоскости (111) и двух порядков отражения (111) и (333), так же приведенных в цитируемой работе, с расчетом. Как отмечено выше, получить отражение (111) в кристалле с такой геометрией можно двумя способами. На рисунке 3 приведено измеренное горизонтальное распределение угловой плотности излучения  $J = Y/\Delta\Omega$ , где  $Y$  – выход фотонов на один электрон, а  $\Delta\Omega$  – телесный угол, перекрываемый детектором, для порядка отражения (111) с энергией фотонов  $\omega = 5.17$  кэВ. Здесь же приведены рассчитанные угловые распределения для отражающих плоскостей (111) и ( $1\bar{1}1$ ), соответственно, кривые 1 и 2.

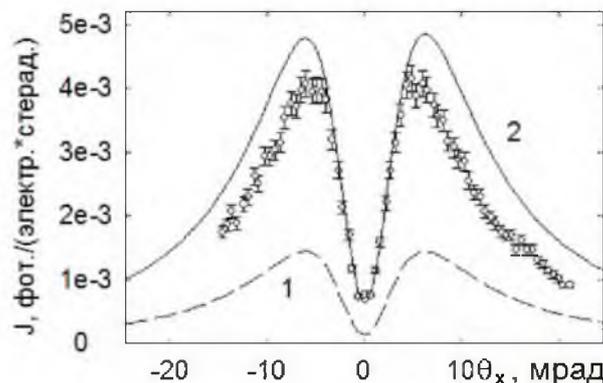


Рис. 3. Горизонтальное угловое распределение для отражения (111) в эксперименте [Brenzinger et al., 1997]. Точки – эксперимент; кривые – расчет для отражающих плоскостей (111) и ( $1\bar{1}1$ ) (см. рисунок 1)  
Fig. 3. The horizontal angular distribution for the reflection of (111) in the experiment [Brenzinger et al., 1997]. Points – experiment; curves – calculation for reflecting planes (111) and ( $1\bar{1}1$ ) (see Figure 1)

Различие в интенсивности излучения для этих отражающих плоскостей не связано с динамическими эффектами в излучении, а обусловлены различием длин путей электронов, излучение которых может выйти из кристалла. Для подтверждения вышесказанного воспользуемся тем, что при выполнении условия  $l_a \ll T$ , где  $T$  и  $l_a$  толщина кристалла и длина поглощения излучения с энергией  $\omega$ , фотоны могут выйти из кристалла только если их путь в нем не превышает  $l_a \approx 20$  микрон. Для ориентации (111) это соответствует длине пути излучающего электрона

$l_e = l_a \cos(\delta + \Theta_B) / \cos(\delta - \Theta_B) \sim 11$  микрон, то есть путь электрона значительно меньше пути фотона (см. рис. 1а). В данном случае направление движения электрона в кристалле соответствует фотону, движущемуся в первоначальном направлении. В случае генерации излучения на плоскости  $(\bar{1}\bar{1}1)$   $l_e = l_a \cos(\delta - \Theta_B) / \cos(\delta + \Theta_B) \sim 37$  микрон. Поскольку выход ИРИ пропорционален длине пути электрона в кристалле, то для плоскости  $(\bar{1}\bar{1}1)$  выход излучения в три с лишним раза больше, чем для плоскости  $(111)$ . Если  $l_a$  значительно больше толщины кристалла  $T$ , как например для излучения третьего порядка отражения с  $\omega \approx 15.5$  кэВ и  $l_a \approx 420$  микрон, то отношение выходов излучения пропорционально отношению длин путей электронов  $l_e = T / \cos(\delta - \Theta_B)$  и  $l_e = T / \cos(\delta + \Theta_B)$  для отражений  $(111)$  и  $(\bar{1}\bar{1}1)$ , соответственно.

Следует подчеркнуть, что в цитируемой работе детектор оставался на месте, а измерение зависимости выхода излучения относительно центра рефлекса осуществлялось за счет изменения угла ориентации кристалла, то есть измерялась ориентационная зависимость, а не угловое распределение. В соответствии с закономерностью  $\Theta_D = 2\Theta_B$  в случае, если отражающая плоскость направлена вертикально, угловое распределение в два раза шире ориентационной зависимости, чем и воспользовались авторы [Brenzinger et al., 1997]. Расчеты показывают, между угловым распределением и растянутой в два раза ориентационной зависимостью есть незначительная разница. Однако, следуя авторам цитируемой работы, будем говорить об угловом распределении излучения.

Как видно из рисунка 3, зависимость 2 для отражающей плоскости  $(\bar{1}\bar{1}1)$  существенно ближе к экспериментальным данным, чем зависимость 1. Иолученное в результате расчета значение угловой плотности излучения  $J_{calc} = 4.8 \cdot 10^{-3}$  фотон/(электрон\*стерадиан) хорошо согласуется с измеренным значением  $J_{exp} = (4.5 \pm 0.5) \cdot 10^{-3}$  фотон/(электрон\*стерадиан) [Brenzinger et al., 1997]. Следовательно, эксперимент [Brenzinger et al., 1997] выполнен для отражающей плоскости  $(\bar{1}\bar{1}1)$ . Различие рассчитанной и измеренной зависимостей может быть обусловлено погрешностью нормировки или, что более вероятно, поглощением фотонов материалом передней степки детектора. Вклад дифракции реальных фотонов не учитывался, так как выход тормозного излучения подавлен эффектом плотности, а вклад ДИИ пренебрежимо мал, поскольку толщина кристалла более чем в пять раз превышает длину поглощения фотонов с такой энергией.

На рисунке 4а приведены рассчитанные угловые распределения выхода ИРИ, ДТИ, ДИИ и суммарного выхода когерентного излучения для порядка отражения  $(333)$ , соответственно, зависимости 1-4. Расчет выполнен для регистрации излучения от отражающей плоскости  $(\bar{1}\bar{1}1)$ . На рисунке 4б приведены измеренные и рассчитанные распределения угловой плотности излучения. Следует отметить, что для отражающей плоскости  $(111)$  выход излучения будет примерно в два раза ниже.

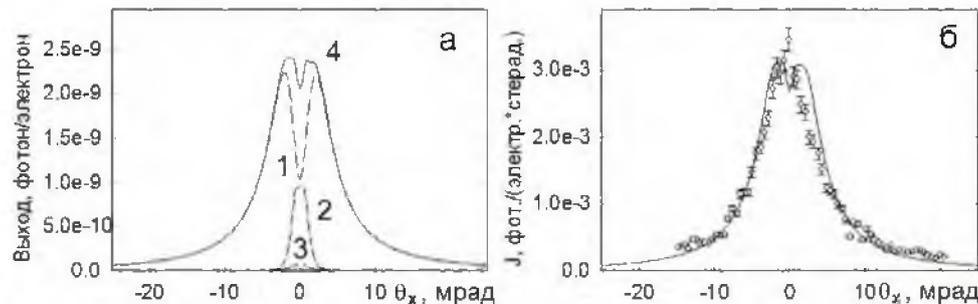


Рис. 4. Горизонтальное угловое распределение для отражения  $(333)$  и отражающей плоскости  $(\bar{1}\bar{1}1)$ . а – Рассчитанные зависимости выхода излучения: 1 – ПРИ; 2 – ДПИ; 3 – ДТИ; 4 – ПРИ+ДПИ+ДТИ. б – распределение угловой плотности излучения. Точки – эксперимент [Brenzinger et al., 1997], кривая – расчет  
Fig. 4. The horizontal angular distribution for the reflection  $(333)$  and the reflecting plane  $(\bar{1}\bar{1}1)$ . а – Calculated dependences of the radiation yield: 1 – PXR; 2 – DTR; 3 – DB; 4 – PXR + DTR + DB. б – distribution of the angular density of radiation. Points – experiment [Brenzinger et al., 1997], curve – calculation

Из рисунка 4 а видно, что вклад ДИИ и ДТИ существенно изменил угловое распределение регистрируемого излучения. Из-за дифракции реальных фотонов и меньшего характерного угла вылета фотонов ИРИ провал в центре углового распределения (см. рисунок 3) практически отсутствует. Дополнительной причиной изменения соотношений вкладов ИРИ и дифрагированных реальных фотонов является разная зависимость их интенсивности от величины  $f(\vec{g})$ , как было отмечено в [Бакланов и др., 2007]. Интенсивность ИРИ пропорциональна  $|f(\vec{g})|^2$ , а интенсивность ДИИ и ДТИ величине  $f(\vec{g})$ . Вклад ДИИ, в том числе и из-за асимметрии отражения, сопоставим с интенсивностью в максимуме ПРИ. Вклад ДТИ сравнительно мал, так как  $\omega_{333} = 15.51$  кэВ  $< \gamma\omega_p = 51.53$  кэВ. Как и для отражения  $(\bar{1}\bar{1}1)$  наблюдается удовлетворительное согласие результатов измерений и расчетов.

Следует отметить, что учет асимметрии отражающей плоскости относительно выходной поверхности увеличил вклад дифракции реальных фотонов на  $\sim 30\%$ . Это значительно улучшило согласие

результатов измерений с расчетом. Без него провал в центре зависимости был бы глубже, а согласие хуже. Необходимо подчеркнуть, что сопоставление результатов измерений работы [Brenzinger et al., 1997] и расчета не включает каких-либо масштабирующих коэффициентов за исключением предположения о геометрии измерений.

Уже упоминавшийся эксперимент [Takabayashi et al., 2017] выполнен для кристалла алмаза и следующих экспериментальных условий. Энергия электронов 255 МэВ, расходимость электронного пучка 0.25 мрад. Характерные размеры пучка на мишени в вертикальной и горизонтальной плоскости  $\sigma_y \approx 0.9$  мм,  $\sigma_x \approx 0.3$  мм, соответственно. Большая грань кристалла алмаза толщиной 50  $\mu\text{м}$  перпендикулярна оси  $\langle 001 \rangle$ . Для получения когерентного излучения от плоскости (110) с энергией фотонов  $\omega_{220} = 17.7$  кэВ и  $\Theta_{ph} \approx 2.9$  мрад кристалл разворачивался на угол  $\Theta = \Theta_D/2 = 16.1^\circ$  вокруг вертикальной оси но направлению к детектору, а для исследования излучения от плоскости (111) с  $\omega_{111} = 10.9$  кэВ и  $\Theta_{ph} \approx 4.0$  мрад на угол  $19.16^\circ$  в противоположную сторону (см. рисунки 1б и 1а).

В качестве детектора использовалась позиционно-чувствительная рентгенографическая пластина типа SR (Imagine plate – IP) с химическим составом BaFBr:Eu<sup>2+</sup>, пространственным разрешением не хуже 50  $\mu\text{м}$ , толщиной 112  $\mu\text{м}$  и плотностью 3.07 г/см<sup>3</sup> [Meadowcroft et al., 2008], установленная на расстоянии 1 м от кристалла под углом  $\Theta_D = 32.2^\circ$ . В отличие от полупроводникового детектора IP-пластина регистрирует не отдельные фотоны, а поглощенную дозу, оставленную излучением в её рабочем объеме [Takabayashi et al., 2017]. Другими словами, регистрируется суммарное угловое распределение фотонов всех порядков отражения с учетом зависимости эффективности детектора и его отклика от их энергии. Под откликом детектора понимается средняя энергия, оставленная фотоном в детекторе.

В процессе обработки результатов измерений эксперимента [Takabayashi et al., 2017], опубликованных в работе [Внуков и др., 2019], для сопоставления результатов измерений и расчетов с помощью метода Монте-Карло по аналогии с методикой, описанной в работе [Goropov, Sidnin, Vnukov et al., 2017], проведено моделирование зависимости эффективности (кривая 1) и отклика IP-пластины (кривая 2) от энергии регистрируемого излучения. При проведении моделирования учитывалось только наличие атомов бария, брома и фтора, поскольку концентрация атомов европия в веществе детектора мала. Результаты моделирования приведены на рисунке 5.

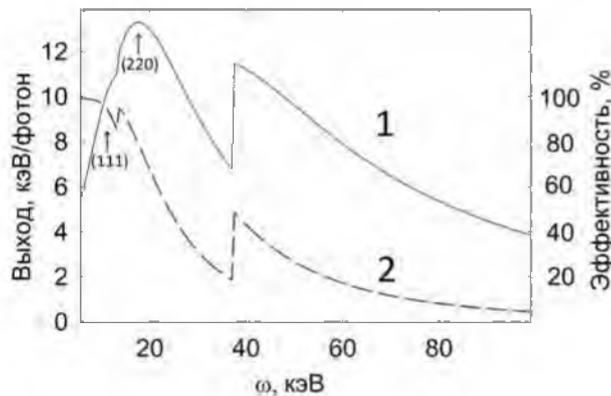


Рис. 5. Зависимость эффективности (1) и энергетического отклика (2) IP-пластины от энергии фотонов  
Fig. 5. Dependence of the efficiency (1) and energy response (2) of an IP on the photon energy

Из рисунка видно, что эффективность детектора падает с ростом энергии фотонов, за исключением области энергий вблизи края фотопоглощения бария, где наблюдается скачок эффективности. Зависимость энергетического отклика уменьшается более плавно, чем эффективность регистрации, то есть вклад более жесткого излучения в показания детектора выше. В частности, для одинаковой интенсивности излучения с энергиями  $\omega_{220} = 17.7$  кэВ и  $\omega_{111} = 10.9$  кэВ в первом случае показания детектора будут выше, так как энергетические отклики  $\Delta E_{220} = 14.2$  кэВ/фотон и  $\Delta E_{111} = 10.53$  кэВ/фотон, указанные стрелками на рисунке 5, отличаются почти в полтора раза.

Для подтверждения вывода о влиянии характеристик IP-пластины на измеряемые распределения на рисунке 6а приведены результаты расчета вертикальных угловых распределений выхода излучения для отражающей плоскости (111) и трех порядков отражения. Расчет выполнен для перемещения квадратного детектора со стороной 0.3 мм через центр рефлекса с учетом условий эксперимента [Takabayashi et al., 2017], включая размер пучка электронов на мишени и поглощение излучения на пути от кристалла до детектора [Внуков и др., 2019]. На рисунке 6б приведены угловые распределения отклика детектора при регистрации фотонов для трех порядков отражения (кривые 1-3) и результирующее угловое распределение – точки. Учтен вклад всех механизмов излучения, то есть ПРИ, ДПП и ДТП, причем для первого порядка отражения вклад дифрагированных

реальных фотонов в центре рефлекса не превышает 7% от интенсивности в максимуме, что сопоставимо с увеличением интенсивности излучения в минимуме зависимости из-за влияния конечных размеров нучка частиц на мишени [Внуков и др., 2019].

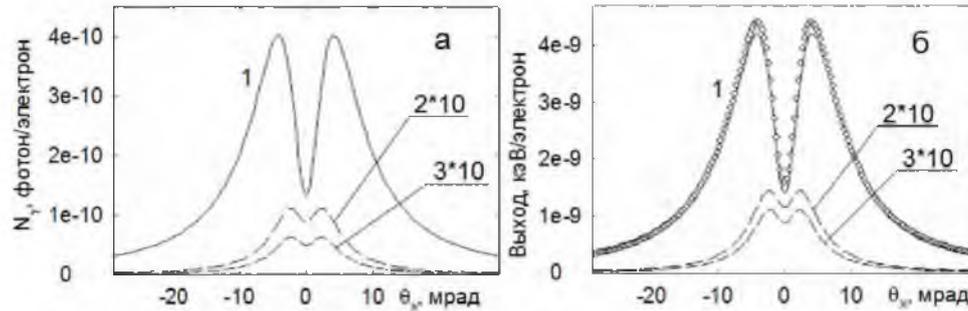


Рис. 6. Вертикальные угловые распределения для отражения от плоскости (111) и условий эксперимента [Takabayashi et al., 2017]. а – распределения фотонов для 1-3 порядков отражения. б – распределения энергии, оставленной фотонами в детекторе. Кривые – распределения для отдельных порядков отражения. Точки – результирующая зависимость

Fig. 6. Vertical angular distributions for reflection from the (111) plane and experimental conditions [Takabayashi et al., 2017]. а – photon distribution for 1-3 orders of reflection. б – distribution of energy left by photons in the detector. Curves are distributions for individual reflection orders. Points are the resulting dependency

Из рисунка видно, что вклад второго и третьего порядков отражения не превышает 2-3 процентов от интенсивности первого порядка отражения, поэтому форма углового распределения, измеренного с помощью ИР-пластины, близка к угловому распределению фотонов первого порядка отражения, чем воспользовались для сопоставления результатов эксперимента с расчетом авторы работы [Blazhevich, Noskov 2019]. В то же время следует отметить, что форма результирующего углового распределения, измеряемая прибором, (точки) отличается от распределения для первого порядка отражения – кривая 1 на рисунке 6б. Наблюдается отличие и в соотношении интенсивности излучения и показаний детектора в процессе регистрации отдельных порядков отражения.

На рисунке 7 приведены результаты измерений вертикальных угловых распределений излучения для отражающих плоскостей (111) и (110), полученные в эксперименте [Takabayashi et al., 2017] с помощью ИР-пластины, соответственно, точки и треугольники. Здесь же приведены расчетные зависимости. Из-за отсутствия информации об абсолютной чувствительности ИР-пластины совмещение расчетных зависимостей с измеренными осуществлено с помощью масштабного множителя. Более подробное сопоставление результатов измерений и расчетов приведено в работе [Внуков и др., 2019].

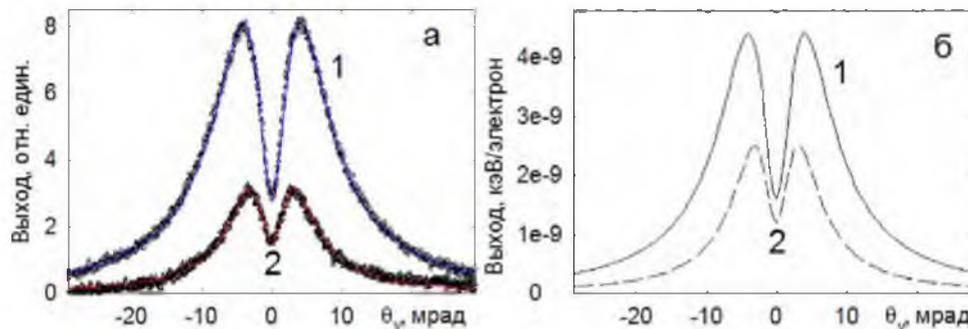


Рис. 7. Вертикальные угловые распределения излучения в эксперименте [Takabayashi et al., 2017]. а – измеренные и рассчитанные распределения для отражений (111) и (220), соответственно, точки, треугольники и кривые 1, 2. б – результаты расчета

Fig. 7. Vertical angular distributions of radiation in an experiment [Takabayashi et al., 2017]. а – measured and calculated distributions for reflections (111) and (220), respectively, points, triangles and curves 1, 2. б – calculation results

Как видно из рисунка, наблюдается хорошее согласие результатов измерений с расчетом во всем диапазоне углов наблюдения, что подтверждает правильность учета соотношения вкладов НРИ и дифракции реальных фотонов и влияния размера пучка на кристалле на измеряемое угловое распределение. Подчеркнем, что такое же согласие наблюдается и для горизонтальных угловых распределений [Внуков и др., 2019].

Вместе с тем, следует отметить, что нормировочные константы для обеих отражающих плоскостей отличаются, см. соотношение зависимостей 1, 2 на рисунках 7а и 7б. Отношение измеренного выхода излучения для плоскости (111) с меньшей энергией фотонов к расчету больше, чем для плоскости (110). По-видимому, это обусловлено неполнотой информации о характеристиках ИР-пластины. Например, меньшие значения ее толщины или плотности, чем использованные при проведении моделирования, могут привести именно к такому результату.

Другой причиной может быть неадекватность кинематической теории ПРИ для описания характеристик излучения в случае асимметричного рассеяния поля частицы [Блажевич, Посков 2006; Blazhevich, Noskov 2008; Blazhevich, Noskov 2019]. Следует подчеркнуть, что отношение зарегистрированного выхода излучения для плоскости (111) с асимметричной геометрией рассеяния к расчету в кинематическом приближении выше, чем для плоскости (110), тогда как в соответствии с цитированными работами оно должно быть в  $\epsilon$  раз меньше.

Ответ на вопрос, какая из причин является правильной, может быть получен только при измерении характеристик излучения для двух идентичных отражающих плоскостей с разным значением асимметрии в одинаковых экспериментальных условиях. Например, для отражающих плоскостей (111) и ( $\bar{1}\bar{1}$ ), либо для перпендикулярных им ( $11\bar{2}$ ) и ( $\bar{1}\bar{1}\bar{2}$ ) кристалла алмаза или кремния с входной гранью, перпендикулярной оси  $\langle 001 \rangle$ , см. рисунок 1.

**4. Заключение.** Результаты проведенных исследований кратко могут быть сформулированы следующим образом:

1) С помощью метода Монте-Карло реализован подход Дарвина и Принса о многократных не-реотражениях рентгеновских фотонов на отражающих плоскостях кристалла, учитывающий поляризацию излучения и возможность асимметрии отражающих плоскостей относительно выходной поверхности.

2) Асимметрия отражающей плоскости относительно выходной поверхности кристаллической мишени приводит к изменению соотношения интенсивности отраженных фотонов и вылетевших в первоначальном направлении в  $\epsilon = \sin(\delta' \pm \Theta_B) / \sin(\delta' \mp \Theta_B)$  раз, где  $\delta'$  – угол между поверхностью мишени и отражающей плоскостью, а  $\Theta_B$  – угол между направлением фотона и плоскости.

3) Кинематическая теория ПРИ с учетом вклада дифракции реальных фотонов описывает результаты измерений угловых распределений излучения быстрых электронов в тонких кристаллах в направлении брэгговского рассеяния с погрешностью не хуже 10-15% как для симметричной, так и для асимметричной геометрии рассеяния поля частицы относительно выходной грани мишени.

4) Для окончательного ответа на вопрос о влиянии асимметрии рассеяния на интенсивность ПРИ необходимы измерения для идентичных отражающих плоскостей и разных значений асимметрии в одинаковых экспериментальных условиях.

#### Список литературы

1. Аккерман А. Ф., Грудский М. Я., Смирнов В. В. 1986. Вторичное электронное излучение из твердых тел под действием гамма-квантов. М.: Энергоатомиздат, 186.
2. Алейник А. П., Балдин А. П., Богомазова Е. А. и др. 2004. Экспериментальное обнаружение параметрического рентгеновского излучения вдоль скорости релятивистских электронов, движущихся в кристалле вольфрама. Письма в ЖЭТФ, 80(6): 447.
3. Амусья М. Я., Буймистров В. М., Зон Б. А. и др. 1987. Поляризационное тормозное излучение. М.: Наука, 320.
4. Бакланов Д. А., Балдин А. П., Внуков П. Е., Печаенко Д. А., Шатохин Р. А. 2007. Соотношение вкладов дифрагированного тормозного излучения и параметрического рентгеновского излучения в совершенных кристаллах. Вестник Харьковского национального университета имени В. П. Каразина, 763. Серия физическая, «Ядра, частицы, поля», 1(33): 41–56.
5. Балдин А. П., Внуков П. Е., Калинин Б. П., Каратаева Е. А. 2006. О вкладе дифракции реальных фотонов в наблюдаемые спектры параметрического рентгеновского излучения электронов в совершенных кристаллах. Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования, 4: 72–85.
6. Барышевский В. Г., Феранчук П. Д. 1971. О переходном излучении гамма-квантов в кристалле. ЖЭТФ, 61: 944.
7. Барышевский В. Г., Дубовская П. Я. 1991. Дифракционные явления в процессах спонтанного и коллективного излучения релятивистских заряженных частиц в кристаллах. Итоги науки и техники. Сер. Пучки заряженных частиц и твердое тело, 4: 129–225.

8. Блажевич С. В., Носков А. В. 2006 Зависимость характеристик когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона в толстом кристалле от ориентации его входной поверхности. *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*, 4: 23–29.
9. Внук И. Е., Гопонов Ю. А., Сиднин М. А., Шатохин Р. А., Sumitani K., Takabayashi Y. 2019. Измерение поперечных размеров пучка электронов по угловому распределению их когерентного излучения в кристалле. *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*, 6: 57–67.
10. Гарибян Г. М., Ян Ши 1971 Квантовая микроскопическая теория излучения равномерно движущейся заряженной частицы в кристалле. *ЖЭТФ*, 61: 930.
11. Гарибян Г. М., Ян Ши 1983 Рентгеновское переходное излучение. Ер.: Изд. АН АрмССР, 320.
12. Джеймс Р. 1950. Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей. М.: Изд. Иностран. Лит., 464.
13. Клейнер В. П., Пасонов П. П., Шляхов П. А. 1992 Поляризационное тормозное излучение быстрой заряженной частицы в конденсированной среде. *УФЖ*, 37(1): 48.
14. Лапко В. П., Пасонов П. П. 1990. О параметрическом механизме излучения быстрых заряженных частиц в конденсированной среде. *ЖТФ*, 1: 160–162.
15. Лобко А.С. 2006. Экспериментальные исследования параметрического рентгеновского излучения. Мн.: БГУ, 201.
16. Пинскер З.Г. 1982. Рентгеновская кристаллооптика. Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 392.
17. Потылицын А.П. 1998. Параметрическое рентгеновское излучение – обнаружение, исследования, возможности применения. *Изв. ВУЗов «Физика»*, 41(4): 26–31.
18. Artru X. 2019. Comment about the article Interpretation of the results of the experiment on generation of parametric X-radiation by relativistic electrons in a single-crystal target, by S. V. Blazhevich and A.V. Noskov. *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B*, 441: 126–127.
19. Backe H., Rueda A., Lauth W., Glawiter N., El-Ghazaly M., Kunz P., Weber T. 2005. Forward diffracted parametric X radiation from a silicon single crystal. *Nucl. Instr. Meth. B*, 234: 138–147.
20. Baryshevsky V. G. 1997. Parametric X-ray radiation at a small angle near the velocity direction of the relativistic particle. *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B*, 122: 13–18.
21. Berger M. J., Hubbell J. H. et al. 2017. Photon Cross Sections Database. NIST Standard Reference Database 8 (XGAM), <http://www.nist.gov/pml/data/xcom/index.cfm>
22. Blazhevich S. V., Noskov A. V. 2019. Interpretation of the results of the experiment on generation of parametric X-radiation by relativistic electrons in a single-crystal target. *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.*, 441: 119–125.
23. Blazhevich S. V., Noskov A. V. 2008 Coherent X-radiation of relativistic electrons in a single crystal under asymmetric reflection conditions. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms-Vol*, 266: 3770–3776.
24. Bogomazova E. A., Kalinin B. N., Naumenko G. A. et al. 2003. Diffraction of real and virtual photons in a pyrolytic graphite crystal as source of intensive quasimonochromatic X-ray beam. *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res.*, 201: 276.
25. Brenzinger K.H., Herberg C., Limburg B. et. al. 1997. Investigation of the production mechanism of parametric X-ray radiation. *Z. Phys*, 358: 107.
26. Brenzinger K.-H., Limburg B., Backe H., Dambach S., Euteneuer H., Hagenbuck F., Herberg C., Kaiser K.H., Ketting O., Kube G. 1997. How narrow is the linewidth of parametric X-ray radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 279: 2462–2465.
27. Goponov Yu. A., Sidnin M. A., Vnukov I. E., Behrens C., Kube G., Lauth W., Gogolev A. S., Potylitsyn A. P. 2017. Spatial distribution of PXR generated by 855 MeV electrons: Comparison of simulation results with experimental data. *Nucl Instrum. Methods*, 402: 83.

28. Goponov Yu. A., Laktionova S. A., Sidnin M. A., Vnukov I. E. 2017. Ratio of the contributions real and virtual photons diffraction in thin perfect crystals. Comparison of calculation and experiment. Nucl. Instrum. Methods, 402: 92.
29. Laktionova S. A., Pligina O. O., Sidnin M. A., Vnukov I. E. 2014. Influence of real photons diffraction contribution on parametric X-ray observed characteristics. J. Phys.: Conf. Ser, 517.
30. Meadowcroft A. L., Bentley C. D., Stott E. N. 2008. Evaluation of the sensitivity and fading characteristics of an image plate system for x-ray diagnostics. Rev. Sci. Instrum, 79.
31. Nasonov N., Noskov A. 2003. On the parametric X-rays along an emitting particle velocity. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms, 201(1): 67–77.
32. Nitta H. 1991. Kinematical theory of parametric X-ray radiation. Phys. Lett, 158: 270.
33. Nitta H. 1996. Theoretical notes on parametric X-ray radiation. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B., 115: 401–404.
34. Papadakis J., Trikalinos C. 2013 Comparison of the results of kinematic and dynamic approximations for parametric X-ray radiation in the Bragg direction. Physica status solidi b-basic solid state physics, 250: 1410–1417.
35. Rullhusen R., Artru X., Dhez P. 1999. Novel Radiation Sources Using Relativistic Electrons. Singapore: World Scientific.
36. Takabayashi Y., Korotchenko K.B., Pivovarov Yu.L., Tukhfatullin T.A. 2017. Angular distributions of parametric X-ray radiation from a diamond crystal. Nucl. Instrum. Methods. B., 402: 79.

### References

1. Akkerman A. F., Grudsky M. Ya., Smirnov V. V. 1986. Secondary electronic radiation from solids under the influence of gamma rays. M.: Energoatomizdat, 186 (in Russian).
2. Aleinik A. N., Baldin A. N., Bogomazova E. A. et al. 2004. Experimental Observation of Parametric X-Ray Radiation Directed Along the Propagation Velocity of Relativistic Electrons in a Tungsten Crystal. JETP Letters, 80: 393–397.
3. Amusya M. Ya., Buymistrov V. M., Zon B. A. et al. 1987. Polarization bremsstrahlung. M.: Nauka, 1987, 320 (In Russian).
4. Baklanov D. A., Baldin A. N., Vnukov I. E., Nechaenko D. A., Shatokhin R. A. 2007. The ratio of the contributions of diffracted bremsstrahlung and parametric x-ray radiation in perfect crystals. Bulletin of the Kharkov National University named after V. N. Karazin, 763.-physical series, «Nuclei, particles, fields», 1 (33): 41–56 (in Russian).
5. Baldin A. N., Vnukov I. E., Kalinin B. N., Karataeva E. A. 2006. About Real Photon Diffraction Contribution into Measured PXR Spectrum in Perfect Crystals. The Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques.- vyp. 4: 72–85 (in Russian).
6. Baryshevsky V. G., Feranchuk I. D. 1971. On transition gamma-quantum radiation in crystal. Sov. Phys. JETP, 34: 502.
7. Baryshevsky V. G., Dubovskaya I. Ya. 1991. Diffraction phenomena in the processes of spontaneous and collective radiation of relativistic charged particles in crystals. Results of science and technology. Ser. Beams of charged particles and a solid structures, 4: 129–225.
8. Blazhevich S. V., Noskov A. V. 2006. Dependence of the Characteristics of Relativistic Electron Coherent X-Radiation in Thick Crystal on Its Input Surface Orientation. The Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Technique, 4: 23–29 (in Russian).
9. Vnukov I. E., Goponov Yu. A., Sidnin M. A., Shatokhin R. A., Sumitani K., Takabayashi Y. 2019. Measuring the Transverse Sizes of an Electron Beam by the Angular Distribution of the Coherent Radiation of Electrons in a Crystal. Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques, 13: 515–524.
10. Garibyan G. M., Yan Shi 1971 Quantum microscopic theory of radiation by a charged particle moving uniformly in a crystal. Sov. Phys. JETP, 34: 495.

11. Garibyan G. M., Yan Shi 1983 X-ray transition radiation. -Er .: Ed. AN ArmSSR, 320 (in Russian).
12. James R. 1950. The optical principles of the diffraction of X-rays. London: G. Bell and Sons, 464.
13. Kleiner V.P., Nasonov N. N., Shlyakhov N. A. 1992. Polarization bremsstrahlung of a fast charged particle in a condensed medium. Ukr. Phys. J, 37(1): 48 (in Russian).
14. Lapko V. P., Nasonov N. N. 1990. Parametric mechanism of radiation of fast charged particles in a condensed medium. JTP.-Iss, 1: 160–162 (in Russian).
15. Lobko A. S. 2006. Experimental studies of parametric x-ray radiation. Mn.: BSU, 201 (in Russian).
16. Pinsker Z. G. 1984. Dynamical Scattering of X-rays in Crystals. -Berlin: Springer, 392.
17. Potylitsyn A. P. 1998. Parametric X-ray radiation – detection, research, application possibilities. Izv. VUZov. «Physics», 41(4): 26–31 (in Russian).
18. Artru X. 2019. Comment about the article Interpretation of the results of the experiment on generation of parametric X-radiation by relativistic electrons in a single-crystal target, by S.V. Blazhevich and A.V. Noskov. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B., 441: 126–127.
19. Backe H., Rueda A., Lauth W., Glawiter N., El-Ghazaly M., Kunz P., Weber T. 2005. Forward diffracted parametric X radiation from a silicon single crystal. Nucl. Instr. Meth. B., 234: 138–147.
20. Baryshevsky V. G. 1997. Parametric X-ray radiation at a small angle near the velocity direction of the relativistic particle. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B., 122: 13–18.
21. Berger M. J., Hubbell J. H. et al. 2017. Photon Cross Sections Database. NIST Standard Reference Database 8 (XGAM), <http://www.nist.gov/pml/data/xcom/index.cfm>
22. Blazhevich S. V., Noskov A. V. 2019. Interpretation of the results of the experiment on generation of parametric X-radiation by relativistic electrons in a single-crystal target. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B., 441: 119–125.
23. Blazhevich S. V., Noskov A. V. 2008 Coherent X-radiation of relativistic electrons in a single crystal under asymmetric reflection conditions. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms, 266: 3770–3776.
24. Bogomazova E. A., Kalinin B. N., Naumenko G. A. et al. 2003. Diffraction of real and virtual photons in a pyrolytic graphite crystal as source of intensive quasimonochromatic X-ray beam. Nucl. Instr. Meth. Phys. Res, 201: 276.
25. Brenzinger K. H., Herberg C., Limburg B. et. al. 1997. Investigation of the production mechanism of parametric X-ray radiation. Z. Phys. 358: 107.
26. Brenzinger K.-H., Limburg B., Backe H., Dambach S., Euteneuer H., Hagenbuck F., Herberg C., Kaiser K.H., Ketting O., Kube G. 1997. How narrow is the linewidth of parametric X-ray radiation. Phys. Rev. Let., 279: 2462–2465.
27. Goponov Yu. A., Sidnin M. A., Vnukov I. E., Behrens C., Kube G., Lauth W., Gogolev A. S., Potylitsyn A. P. 2017. Spatial distribution of PXR generated by 855 MeV electrons: Comparison of simulation results with experimental data. Nucl Instrum. Methods., 402: 83.
28. Goponov Yu. A., Laktionova S. A., Sidnin M. A., Vnukov I. E. 2017. Ratio of the contributions real and virtual photons diffraction in thin perfect crystals. Comparison of calculation and experiment. Nucl. Instrum. Methods, 402: 92.
29. Laktionova S. A., Pligina O. O., Sidnin M. A., Vnukov I. E. 2014. Influence of real photons diffraction contribution on parametric X-ray observed characteristics. J. Phys.: Conf. Ser., 517.
30. Meadowcroft A. L., Bentley C. D., Stott E. N. 2008. Evaluation of the sensitivity and fading characteristics of an image plate system for x-ray diagnostics. Rev. Sci. Instrum., 79.
31. Nasonov N., Noskov A. 2003. On the parametric X-rays along an emitting particle velocity. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms -Vol. 201.- № 1.-P. 67-77.
32. Nitta H. 1991. Kinematical theory of parametric X-ray radiation. Phys. Lett., 158: 270.

33. Nitta H. 1996. Theoretical notes on parametric X-ray radiation. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B., 115: 401–404.
34. Papadakis J., Trikalinos C. 2013 Comparison of the results of kinematic and dynamic approximations for parametric X-ray radiation in the Bragg direction. Physica status solidi b-basic solid state physics., 250: 1410–1417.
35. Rullhusen R., Artru X., Dhez P. 1999. Novel Radiation Sources Using Relativistic Electrons. Singapore:World Scientific.
36. Takabayashi Y., Korotchenko K.B., Pivovarov Yu.L., Tukhfatullin T.A. 2017. Angular distributions of parametric X-ray radiation from a diamond crystal. Nucl. Instrum. Methods. B., 402: 79.

Получена 15.06.2020

---

**Внуков Игорь Евгеньевич** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и прикладной физики института инженерных и цифровых технологий Белгородского государственного национального исследовательского университета

ул. Победы, 85, г. Белгород, Россия, 308015

E-mail: [vnukov@bsu.edu.ru](mailto:vnukov@bsu.edu.ru)

**Волков Иван Сергеевич** – аспирант кафедры теоретической и математической физики института инженерных и цифровых технологий Белгородского государственного национального исследовательского университета

E-mail: [volkov\\_ivan\\_mb@mail.ru](mailto:volkov_ivan_mb@mail.ru)

**Гононов Юрий Александрович** – аспирант кафедры теоретической и математической физики института инженерных и цифровых технологий Белгородского государственного национального исследовательского университета

E-mail: [beijod93@mail.ru](mailto:beijod93@mail.ru)

**Сиднин Михаил Александрович** – стажер кафедры теоретической и математической физики института инженерных и цифровых технологий Белгородского государственного национального исследовательского университета

E-mail: [mikhailsidnin@gmail.com](mailto:mikhailsidnin@gmail.com)

**Шатохин Роман Александрович** – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры организации и технологии защиты информации Белгородского университета кооперации, экономики и права,

ул. Садовая, 116а, г. Белгород, Россия, 38023

E-mail: [ShatokhinR@yandex.ru](mailto:ShatokhinR@yandex.ru)