

$$X(v, \beta) = s(\beta) \sum_{k=1}^N Q_k(v) / (\beta + (1 - 2\beta)z_k) \int_{v \in V} F(v_1) Q_k(v_1) dv_1 / 2\pi, -\pi \leq v \leq \pi. \quad (55)$$

При сопоставлении (53) и (55) нетрудно понять, что в данном случае степень искажений из-за наложения при прореживании определяется наложениями в трансформантах Фурье собственных векторов матрицы  $A$ .

Согласно результатам второго раздела данной работы степень наложения частот в собственных векторах тем выше чем меньше соответствующие им собственные числа.

#### Библиографический список

1. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. М.: Нука, 1961.
2. Рабинер Л., Голд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.
3. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. М.: Наука, 1976.
4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц .М.: Наука, 1967.
5. Френкс Л. Теория сигналов. М.: Наука, 1974.
6. Хургин Я.И., Яковлев В.П. Фinitные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971.

#### ABOUT A VARIATIONAL APPROACH TO DATA SEQUENCE FILTERING.

*E. G. Ziliakov, I. I. Chizov*

The article deals with variational target setting in empirical data sequence filtering as calculation procedure of their division into segments which by a certain criterion in the best way meet these or those a priori demands.

Mathematical grounds have been worked out for calculation of additive components, whose Fourier transforms in the given frequency burst from the root-mean-square view point are very close to initial sequence transforms and have large part of Euclidian standard (energy concentration). At the same time Fourier transforms are not calculated.

УДК 621.396.2.

#### УМЕНЬШЕНИЕ ПИКФАКТОРА OFDM СИГНАЛА МЕТОДОМ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЧАСТЬЮ ПОДНЕСУЩИХ

*Волчков В.П.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> - Московский технический университет связи и информатики

Проблема пикфактора в системе OFDM возникает из-за почти когерентного сложения некоторых гармоник OFDM сигнала. В данной статье предлагается метод уменьшения пикфактора, основанный на оптимальном адаптивном управлении PAPR (Peak-to-Average Ratio) OFDM сигнала. Суть его в том, что в каждый OFDM символ на место неиспользуемых поднесущих замешиваются специальные управляющие символы, которые минимизируют динамический диапазон текущей реализации OFDM сигнала по обобщенному среднеквадратическому критерию. Показано, что синтезированный на основе данного метода алгоритм позволяет уменьшить PAPR на 2,9-3,2 дБ. При этом энергетические потери по характеристикам BER не превышают 0,2-0,3 дБ.

#### 1. ОПИСАНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Известно, что системы связи с ортогонально-частотным мультиплексированием (OFDM) обладают хорошей помехоустойчивостью в условиях, когда радиоканал является многолучевым и подвержен глубоким релейским замираниям [1]. Однако при практической реализации такой системы приходится решать ряд специфических проблем, одной из которых является проблема пикфактора. Она возникает из-за когерентного (или почти когерентного) сложения некоторых гармоник OFDM сигнала. При большом

количестве поднесущих и случайном характере изменения фаз отдельных гармоник (что обычно выполняется на практике) вероятность образования значительных пиков огибающей всегда отлична от нуля и равна примерно  $10^{-5} \dots 10^{-6}$ . На практике пикфактор характеризуются величиной PAPR (Peak-to-Average Ratio) отношения пиковой мощности OFDM сигнала к его средней мощности

Большой пикфактор сигнала требует увеличения динамического диапазона аналого-цифровых преобразователей и выходного усилителя мощности. Что приводит к их неоправданному усложнению, а значит увеличению стоимости аппаратуры в целом. Еще более важное соображение связано с тем, что PAPR является основным параметром, определяющим уровень межканальных помех. Для систем OFDM это самый уязвимый показатель. Поэтому эффективное решение проблемы уменьшения PAPR позволит расширить область практического применения OFDM технологии в сотовых системах связи и облегчит их сосуществование с другими технологиями.

Среди известных методов уменьшения PAPR выделим два, которые широко применяются на практике и входят в ряд существующих стандартов

Первый, наиболее простой, метод (**Clipping**) заключается в нелинейном ограничении сигнала на некотором заданном уровне с помощью специального ограничителя или усилителя мощности с характеристикой насыщения [1-3]. Однако при этом возникают два неприятных побочных эффекта - нарушение ортогональности между сигналами поднесущих (взаимная интерференция каналов) и повышение уровня внеполосного излучения. В результате чего ухудшаются характеристики помехоустойчивости BER и требуются дополнительные меры по фильтрации сигнала.

Другой, более продвинутый, метод **Peak Windowing** наряду с ограничением сигнала осуществляет фильтрацию внеполосного излучения с помощью специальным образом подобранного спектрального окна (например, Кайзера, Хеминга и др.) [2]. Однако уменьшение внеполосного излучения, даже при оптимально подобранных параметрах окна, достигается за счет дополнительного ухудшения характеристик BER, поскольку окно в частотной области искажает отсчеты OFDM сигнала, прилегающие к области ограничения (при обычном "клиппинге" эти отсчеты не искажаются).

В работе предлагается другой метод уменьшения PAPR, основанный на оптимальном адаптивном управлении частью поднесущих OFDM сигнала. Суть его в том, что в каждый OFDM символ на место неиспользуемых (для передачи информации) поднесущих замешиваются специальные управляющие символы, которые минимизируют динамический диапазон текущей реализации OFDM сигнала по обобщенному среднеквадратическому критерию.

Показано, что полученный на основе данного метода алгоритм формирования OFDM сигнала, позволяет уменьшить PAPR на 3 дБ. При этом структура приемника мобильного абонента не усложняется, а энергетический потери по характеристикам помехоустойчивости BER не превышают 0,2 дБ. Кроме того, предлагаемый метод не приводит к нелинейным искажениям информационных символов и не повышает уровень внеполосного излучения, как другие известные методы.

## 2. МОДЕЛЬ УПРАВЛЯЕМОГО OFDM СИГНАЛА И КРИТЕРИЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ

Пусть  $\mathbf{x}$  - исходный информационный  $N_{inf} \times 1$  -вектор комплексных модулирующих символов, подлежащих передаче по каналу OFDM системы;

$\mathbf{u}$  - некоторый комплексный вектор размерности  $N_{cont} \times 1$ , который будем называть управляющим, причем  $N_{cont} \square N_{inf}$ ;

$\mathbf{A}, \mathbf{B}$  - матрицы, размерности  $N_{car} \times N_{inf}$  и  $N_{car} \times N_{cont}$ , соответственно, состоящие из нулей и единиц, которые описывают линейную процедуру формирования OFDM символа, в виде комплексного вектора  $\mathbf{s}$  размерности  $N_{car} \times 1$ :

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (1)$$

Структура матриц  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  должна быть такой, чтобы реализовывалась операция вставки компонент вектора  $\mathbf{u}$  между модулирующими символами  $\mathbf{x}$ . Процедура вставки может быть равномерной или неравномерной и определяется сеткой (номерами) неинформационных поднесущих  $I_{cont}$ .

Если номера всех поднесущих  $I_{car} = [1 : N_{car}]$  упорядочены по возрастанию, то при заданном  $I_{cont}$ , информационные поднесущие располагаются на сетке  $I_{inf} = I_{car} - I_{cont}$ , т.е.  $I_{inf} \cap I_{cont} = 0$ . Явные выражения для матриц  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  в этом случае принимают вид:

$$\mathbf{A} = (a_{i,j}), \quad a_{i,j} = \begin{cases} 1, & i \in I_{inf}, j = find(I_{inf} = i) \\ 0, & i \notin I_{inf} \end{cases}$$

$$\mathbf{B} = (b_{i,j}), \quad b_{i,j} = \begin{cases} 1, & i \in I_{cont}, j = find(I_{cont} = i) \\ 0, & i \notin I_{cont} \end{cases}$$

Пусть  $\mathbf{W}$  - матрица обратного дискретного преобразования Фурье (IFFT), тогда OFDM сигнал, передаваемый в линию, имеет вид

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{s} . \quad (2)$$

Отметим, что вектор  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{N_{car}}]^T$  является дискретным низкочастотным эквивалентом реального OFDM сигнала [1]. Его пикфактор определяется выражением

$$PAPR = \frac{\max(|y_i|^2)}{\sum_{i=1}^{N_{car}} |y_i|^2} , \quad (3)$$

где  $|\cdot|$  знак модуля комплексного числа.

Выберем в качестве эталонного сигнала комплексный вектор  $\mathbf{y}_d$

$$\mathbf{y}_d : y_d(i) = \begin{cases} c_o \exp(j \cdot \text{angl}(y(i))), & \text{if } y(i) > c_o \\ y(i), & \text{if } y(i) \leq c_o \end{cases} , \quad (4)$$

полученный из исходного сигнала (2) путем жесткого клипирования (ограничения) огибающей. Очевидно пикфактор сигнала  $\mathbf{y}_d$  определяется значением константы  $c_o$ . В нем полностью сохраняется информация о фазе, но амплитуды отдельных поднесущих могут быть сильно искажены. Поэтому простая замена  $\mathbf{y}$  на  $\mathbf{y}_d$  приведет к неустраняемым нелинейным искажениям на приемной стороне.

Построим оптимальный управляющий сигнал  $\mathbf{u}$ , который минимизирует смешанный среднеквадратический критерий качества

$$\mathbf{u}_{opt} = \min_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u}) \quad (5)$$

$$J(\mathbf{u}) = (\mathbf{y} - \mathbf{y}_d)^* \mathbf{Q} (\mathbf{y} - \mathbf{y}_d) + \mathbf{u}^* \mathbf{R} \mathbf{u}$$

Здесь  $\mathbf{Q} = \text{diag}\{q_1, q_2 \dots q_{N_{car}-1}\} = \text{diag}(\mathbf{q})$  - диагональная матрица весовых коэффициентов  $q_i \geq 0$ , которые в общем случае могут зависеть от вектора  $\mathbf{y}$ . Компоненты вектора  $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{y})$  характеризуют вклад каждого отсчета OFDM сигнала в формирование соответствующего «пика» огибающей. В дальнейшем будем полагать  $\mathbf{q} \propto |\mathbf{y}|$ . Диагональная матрица  $\mathbf{R} = r_o \mathbf{I}$  с весовым коэффициентом  $r_o \geq 0$  задает мягкое ограничение на интенсивность управления.

Согласно критерию (5), оптимальное управление  $\mathbf{u}_{opt}$  обеспечивает наилучшее весовое среднеквадратическое приближение OFDM сигнала (2) к клипированному эталону (4), но при этом интенсивность управления выбирается как можно меньшей. При такой стратегии управления достигается снижение пикфактора сигнала и полностью отсутствуют нелинейные искажения информации, так как управление добавляется на свободные поднесущие. Однако поскольку на управление расходуются дополнительные частоты и энергия, спектральная и энергетическая эффективность результирующего OFDM сигнала (1)–(2) немного снижаются.

Ниже, на основе приведенных модели и критерия синтезируется оптимальный одношаговый алгоритм управления OFDM сигналом. Затем, полученный результат обобщается на многошаговую стратегию управления.

### 3. СИНТЕЗ ОДНОШАГОВОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ УПРАВЛЕНИЯ ПИКФАКТОРОМ OFDM СИГНАЛА

Для нахождения оптимального решения (5) определим расширенные векторы состояния системы (1)–(2):

$$\mathbf{y}_- \equiv [\mathbf{y}; \mathbf{y}_d], \mathbf{s}_- \equiv [\mathbf{s}; \mathbf{s}_d], \mathbf{s}_d = \mathbf{W}^* \mathbf{y}_d, \mathbf{x}_- = [\mathbf{x}; \mathbf{s}_d], \quad (6)$$

и запишем для них эквивалентную расширенную модель OFDM сигнала.

$$\mathbf{s}_- = \mathbf{A}_- \mathbf{x}_- + \mathbf{B}_- \mathbf{u} = \mathbf{s}_{o-} + \mathbf{B}_- \mathbf{u}, \quad (7)$$

$$\mathbf{y}_- = \mathbf{W}_- \mathbf{s}_-, \quad (8)$$

$$\mathbf{A}_- \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix}, \mathbf{B}_- \equiv [\mathbf{B}; \mathbf{0}], \mathbf{W}_- \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W} \end{pmatrix},$$

где \* и  $T$  - символы эрмитового сопряжения и транспонирования;  $\mathbf{I}$  и  $\mathbf{0}$  единичная и нулевая матрицы соответствующих размерностей; нижней чертой  $_-$  помечены расширенные векторы и матрицы модели сигнала. Точка с запятой внутри квадратных скобок обозначает выстраивание матриц в блок по вертикали, а запятая - выстраивание в блок по горизонтали.

Сформулируем для полученной модели новую экстремальную задачу

$$\mathbf{u}_{opt} = \min_{\mathbf{u}} J(\mathbf{u})$$

$$J(\mathbf{u}) = \mathbf{y}_-^* \mathbf{Q}_- \mathbf{y}_- + \mathbf{u}^* \mathbf{R} \mathbf{u} \quad (9)$$

где  $\mathbf{Q}_- \square \mathbf{E}^T \mathbf{Q} \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{E} \square [\mathbf{I}, -\mathbf{I}]$ . Покажем, что задача на экстремум (7), (8), (9) полностью эквивалентна исходной задаче (1), (2), (5), т.е. они минимизируют один и тот же критерий качества  $J(\mathbf{u})$ . Действительно, с учетом введенных обозначений имеем:

$$J(\mathbf{u}) = \mathbf{y}_-^* \mathbf{Q}_- \mathbf{y}_- + \mathbf{u}^* \mathbf{R} \mathbf{u} = \mathbf{y}_-^* [\mathbf{I}, -\mathbf{I}]^T \mathbf{Q} [\mathbf{I}, -\mathbf{I}] \mathbf{y}_- + \mathbf{u}^* \mathbf{R} \mathbf{u} =$$

$$= (\mathbf{y} - \mathbf{y}_d)^* \mathbf{Q} (\mathbf{y} - \mathbf{y}_d) + \mathbf{u}^* \mathbf{R} \mathbf{u} \rightarrow \min_{\mathbf{u}}$$

Преобразуем критерий  $J(\mathbf{u})$ , выразив  $\mathbf{y}_-$  через  $\mathbf{u}$ , используя (8), (7):

$$J(\mathbf{u}) = (\mathbf{s}_{0-} + \mathbf{B}_- \mathbf{u})^* \mathbf{W}_-^* \mathbf{Q}_- \mathbf{W}_- (\mathbf{s}_{0-} + \mathbf{B}_- \mathbf{u}) + \mathbf{u}^* \mathbf{R} \mathbf{u} \quad (10)$$

Поскольку сумма двух квадратичных форм (10) - выпуклая функция, то решение экстремальной задачи (9) существует, единственно и определяется путем приравнивания градиента этой функции нулю

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} J(\mathbf{u}) = 2(\mathbf{s}_{0-} + \mathbf{B}_- \mathbf{u})^* \mathbf{W}_-^* \mathbf{Q}_- \mathbf{W}_- \mathbf{B}_- + 2\mathbf{u}^* \mathbf{R} = 0 \quad (11)$$

Решая уравнение (11) относительно  $\mathbf{u}$ , получаем искомое оптимальное одношаговое управление

$$\mathbf{u}_{opt} = \mathbf{P} \mathbf{s}_{0-} \quad \mathbf{P} = -(\mathbf{R} + \mathbf{B}_-^T \mathbf{W}_-^* \mathbf{Q}_- \mathbf{W}_- \mathbf{B}_-)^{-1} \mathbf{B}_-^T \mathbf{W}_-^* \mathbf{Q}_- \mathbf{W}_-$$

$$\mathbf{s}_{0-} = \mathbf{A}_- \mathbf{x}_-, \quad \mathbf{Q}_- \square [\mathbf{I}, -\mathbf{I}]^T \text{diag}(|\mathbf{y}|) [\mathbf{I}, -\mathbf{I}], \quad \mathbf{R} = r_o \mathbf{I} \quad (12)$$

При его записи мы учли вещественность и симметричность матриц  $\mathbf{Q}_-$ ,  $\mathbf{R}$ , а также вещественность матриц  $\mathbf{A}_-$  и  $\mathbf{B}_-$ . Нетрудно убедиться, что все эти матрицы имеют сильно разреженную структуру. Поэтому существует быстрый алгоритм вычисления  $\mathbf{u}_{opt}$ . Он получается путем подстановки в (12) явных выражений для матриц, исключения всех операций умножения на ноль и реализации процедур вида  $\mathbf{W}^* \mathbf{x}$  с помощью алгоритма быстрого дискретного преобразования Фурье (БПФ).

#### 4. ПОСТРОЕНИЕ МНОГОШАГОВОЙ АДАПТИВНОЙ СТРАТЕГИИ УПРАВЛЕНИЯ

Решение (12) описывает оптимальное управление для исходного OFDM символа  $\mathbf{s}_0 \square \mathbf{A} \mathbf{x}$ , который получается из (1) при нулевом управлении  $\mathbf{u} = 0$ . В расширенном пространстве состояний ему соответствует вектор  $\mathbf{s}_{0-} = \mathbf{A}_- \mathbf{x}_-$ . После управления формируется новый OFDM символ  $\mathbf{s}_1 \square \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}_{opt}$  и его расширенный аналог  $\mathbf{s}_{1-} = \mathbf{s}_{0-} + \mathbf{B}_- \mathbf{u}_{opt}$ , где индекс 1 указывает на число шагов управления.

Возможен вариант многошаговой рекурсивной процедуры адаптивного управления. Он заключается в том, что полученный на первом шаге OFDM символ  $\mathbf{s}_1$  отождествляется с (1) и к нему снова применяется описанная выше оптимальная процедура с

формированием нового вектора управлений (12) и т.д. В результате, после  $K$  рекурсивных итераций приходим к многошаговому оптимальному управлению

$$\mathbf{u}_{opt} \square \{ \mathbf{u}_{1opt}, \dots, \mathbf{u}_{Kopt} \}, \quad (13)$$

которое обладает большей эффективностью. На каждом шаге  $k$  рекурсивный алгоритм формирует новые значения  $\mathbf{y}_k = \mathbf{W}\mathbf{s}_k$ , изменяющие эталонный сигнал  $\mathbf{y}_d$  (4) и матрицу  $\mathbf{Q} = \text{diag}(|\mathbf{y}|)$ , которые входят в критерий управления (5). За счет этого обеспечивается меньшее значение функционала  $J(\mathbf{u})$ :

$$J(\mathbf{u}_{1opt}) \geq J(\mathbf{u}_{2opt}) \geq \dots \geq J(\mathbf{u}_{Kopt}),$$

т.е. адаптивная подстройка пикфактора OFDM сигнала. Результирующий OFDM символ, отвечающий  $K$ -му шагу управления, принимает вид

$$\mathbf{s}_K \square \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B} \sum_{k=1}^K \mathbf{u}_{kopt}. \quad (14)$$

Ниже приводятся результаты статистического моделирования многошагового алгоритма управления, из которых следует, что при  $K \geq 3$  пикфактор сигнала уменьшается незначительно, т.е. алгоритм управления быстро сходится.

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Анализ работы алгоритма в составе имитатора прямой линии OFDM проводился по двум показателям. Энергетическая эффективность оценивалась по характеристикам BER (Bit Error Ratio), представляющих зависимость вероятности ошибки в одном бите от отношения сигнал/шум на бит (Eb/No). Эффективность подавления PAPR оценивалась по выборочным вероятностным распределениям CCDF (Complementary Cumulative Distribution Function)

$$\text{CCDF}(c) = \text{Prob}\{\text{PAPR} \geq c\} = \frac{m}{M}, \quad (15)$$

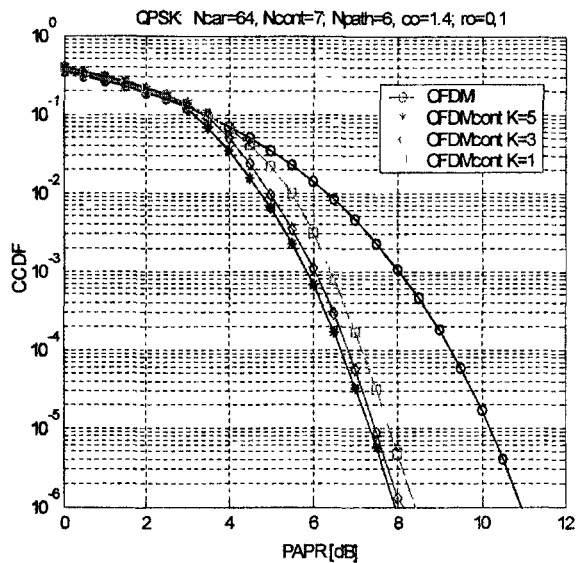
где  $m$  - число благоприятствующих исходов (превышений заданного порога  $c$ ),  $M$  - общее число испытаний.

В процессе моделирования по указанным показателям сравнивались обычный OFDM сигнал с квадратурной фазовой модуляцией поднесущих (QPSK) и предлагаемый вариант OFDM сигнала с адаптивным управлением пикфактора. В программе имитатора использовалась шестилучевая модель радиолинии с медленными релейскими замираниями и аддитивным белым гауссовским зашумлением. Размерность OFDM символа  $N_{car} = 64$ ; число резервируемых управляющих символов  $N_{cont} = 4; 7$ ; число рекурсивных итераций управления  $K = 1; 3; 5$ . Средняя мощность отсчетов OFDM сигнала в эксперименте поддерживалась равной единице. Величины PAPR нормировались по отношению к максимальному значению и определялись в децибелах.

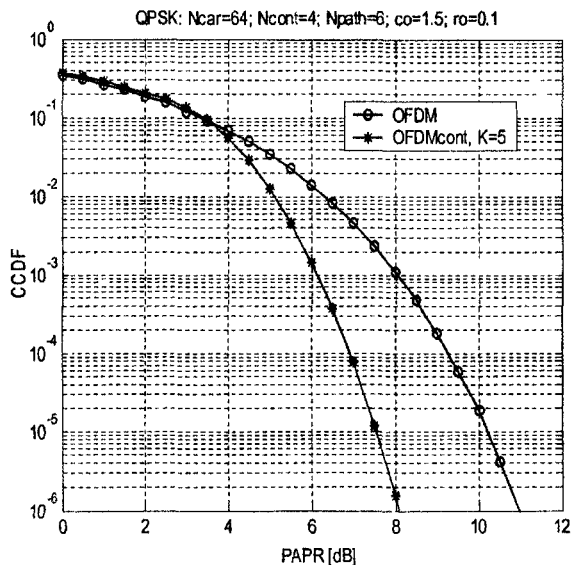
Из представленных на рис. 1...4 графиков видно, что алгоритм адаптивного управления позволяет снизить мощность максимальных пиков OFDM сигнала в среднем на 2,9-3,2 децибела при средних энергетических потерях порядка 0,2– 0,3 децибел (по характеристикам CCDF на уровне  $10^{-6}$  и характеристикам BER на уровне 0,01).

С ростом числа шагов управления  $K$  уровень PAPR снижается, сходясь к некоторому фиксированному значению PAPRo, зависящему от параметров OFDM сигнала  $N_{car}$ ,  $N_{cont}$  и типа модуляции. Причем, как следует из графиков рис. 1, уже после третьего шага PAPR снижается незначительно, т.е. алгоритм управления быстро сходится.

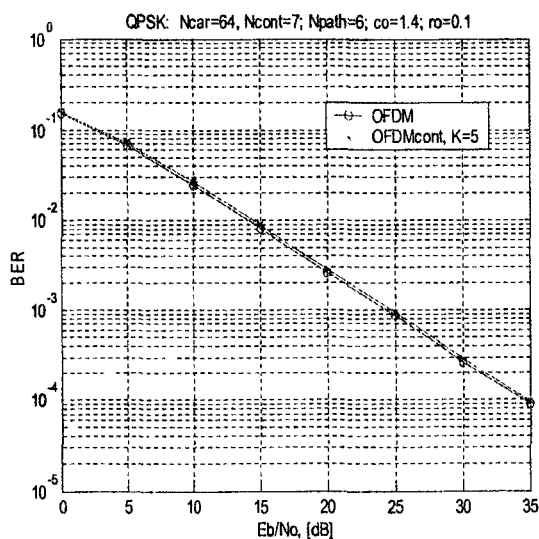
При увеличении  $N_{cont}$  пикфактор снижается более эффективно, но при этом увеличиваются энергетические потери, связанные с управлением. В частности, для 5%-го резервирования поднесущих ( $N_{cont} = 4$ ) и  $K = 5$  удается уменьшить PAPR на 2,9 дБ при незначительных энергетических потерях 0,2 дБ (см. рис. 2,4)



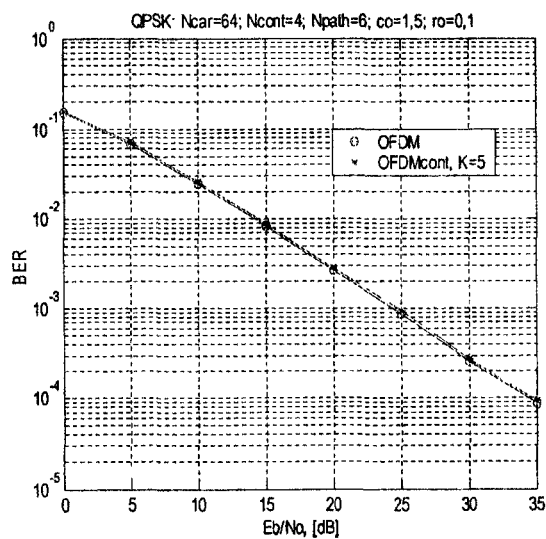
**P**



**P**



**P**



**P**

#### Библиографический список

1. Прокис Дж. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000 г.
2. Rechatd van Nee and Ramjee Prasad, "OFDM wireless multimedia communications". - (Artech House universal personal communications library), 1999.
3. M. Pauli, H. P. Kuchenbecker, "Minimization of the Intermodulation Distortion of a Nonlinear Amplified OFDM Signal". Wireless Personal Communications, Vol.4, No. 1, pp. 93-101, Jan. 1997.

### PEAK-FACTOR REDUCTION OF OFDM SIGNAL BASED ON AN OPTIMAL ADAPTIVE CONTROL OF PART OF SUBCARRIERS

*V.P. Volchkov*

The problem of peak-factor in OFDM system arises because of almost coherent addition of some harmonics of OFDM signal. In the given article peak-factor reduction method is

proposed. This method is founded on an optimal adaptive control of PAPR (Peak-to-Average Ratio) of OFDM signal. Each OFDM symbol on a place of unused subcarriers the special command symbols are changed, which one minimize a volume range of current implementation of OFDM signal by common mean-squared criteria. It is shown, that the algorithm, synthesized on the proposal method, can reduce PAPR in 2,9-3,2 dB and the power loss under BER does not exceed 0,2–0,3 dB.

УДК 519.233.2

## МОДЕЛЬ СЛУХОВОГО ВОСПРИЯТИЯ РЕЧЕВОГО СИГНАЛА НА ОСНОВЕ МЕТОДА РЕКОНСТРУКТИВНОЙ ТОМОГРАФИИ

*В.Г. Санников<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> - Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), Москва, [evb@mtuci2.ru](mailto:evb@mtuci2.ru)

На основе выдвинутой гипотезы о том, что слуховая система построена по принципу реконструктивной томографии, развивается статистическая теория восстановления речевого сообщения, скрытого в наблюдаемом речевом сигнале. Показывается взаимосвязь функции плотности импульсов слухового нерва, как прообраз искомого речевого сообщения в пространстве Радона, с текущим спектром плотности мощности наблюдаемого речевого сигнала. Выводится формула обращения для восстановления, скрытого от наблюдения, речевого сообщения.

**Метод реконструктивной томографии.** Томография – одно из новейших развивающихся направлений в области получения и обработки информации. Её основную проблему можно сформулировать так: как по получаемым в томографическом эксперименте зашумленным проекционным данным «увидеть» (распознать) внутреннюю структуру скрытого от непосредственного наблюдения объекта (образа)? Математическую основу томографических методов составляет интегральная геометрия, оперирующая такими понятиями, как пространство и преобразование Радона. Обратимся вначале к тем исходным математическим соотношениям, на которых базируются современные методы реконструктивной томографии [1].

Пусть на плоскости, где введена прямоугольная система координат  $\{x, y\}$ , задана функция  $c(x, y)$  – образ некоторого физического явления. Интегрируя данную функцию по прямой, описываемой уравнением

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi - t = 0, \quad (1)$$

получим другую функцию  $R(t, \varphi)$ , где  $t$  – расстояние от начала координат до прямой (1),  $\varphi$  – угол, образованный с осью  $x$  перпендикуляром, опущенным из начала координат на эту прямую.

Подобное интегрирование можно рассматривать как некоторое преобразование, которое данной функции  $c(x, y)$  на плоскости  $\{x, y\}$  ставит в соответствие функцию  $R(t, \varphi)$  на множестве всех прямых, задаваемых интегралами от  $c(x, y)$  вдоль прямых. Это преобразование, называемое преобразованием Радона, задается соотношением

$$R(t, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(x, y) \cdot \delta(x \cos \varphi + y \sin \varphi - t) dx dy, \quad (2)$$

где функция  $R(t, \varphi)$  есть изображение функции  $c(x, y)$  в пространстве Радона. В (2)  $\delta(\bullet)$  – дельта-функция Дирака. Помимо этого о функции  $R(t, \varphi)$  говорят как о проекции  $c(x, y)$  или как о функции, которая описывает проекционные данные.

В задаче реконструктивной томографии исходными являются проекционные данные, связанные с функцией  $R(t, \varphi)$ . Функция  $c(x, y)$  неизвестна, но известна функция  $R(t, \varphi)$ ,