УДК 530 1 539 2

РЕЗОНАНСНОЕ МНОГОКАНАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ ЧАСТИЦ ИЛИ ВОЛН И ОТКЛИК СИСТЕМЫ НА КОГЕРЕНТНЫЙ ТОК

А. М. Косевич
Физико-технический институт низких температур им Б И Веркина НАН Украины
С. Е. Савотченко
Белгородский государственный университет, Россия

Обращено внимание на то, что в стандартной 1D задаче о рассеянии волны точечным потенциалом, предполагается существование определенного стационарного потока, заданного на всей оси бегущей волной Найдены функции отклика системы на такой ток, который мы будем называть когерентным Установлено, что когерентный ток возбуждает в системе с дефектом собственные стационарные состояния непрерывного спектра. Задача о поиске отклика системы на когерентный ток проанализирована на основе модели, в которой предполагается существование при фиксированном значении энергии двух типов состояний непрерывного спектра, отвечающих однородным и локализованным состояниям В определенном интервале непрерывного спектра за счет взаимодействия на дефекте однородных и локальных состояний возникают квазилокальные состояния Показано, что полюсы амплитуд функций отклика системы на когерентный ток определяют спектр квазилокальных состояний.

1. Известно, что данные задачи о рассеянии позволяют определить очень важные динамические характеристики как рассеивающихся волн или частиц, так и рассеивающего потенциала Например, полюсы амплитуды рассеяния полностью определяют дискретный спектр стационарных состояний, вызванных притягивающим потенциалом [1]. Решение подобных задач осуществляется особенно просто при анализе динамики систем, описываемых скалярными уравнениями типа волнового уравнения, уравнения Клейна-Гордона или уравнения Шредингера, то есть дифференциальными уравнениями с пространственными производными второго порядка. Нам представляется, что такая возможность обусловлена тем, что закон дисперсии стационарных состояний рассеивающихся волн или частиц имеет только одну ветвь и, соответственно, функция Грина такого уравнения является однокомпонентной. Если это не выполняется, то ситуация усложняется, рассеяние становится многоканальным, и возникает несколько способов получения информации о динамике системы

Сначала в п.2 мы поясним это замечание на основе простейшего примера 1D задачи о рассеянии на точечном потенциале частицы с квадратичным законом дисперсии В системе с дефектом бестоковое стационарное состояние с непрерывным спектром собственных значений энергии может существовать на всей оси, поэтому стандартная постановка задачи о рассеянии является неполной. Из амплитуд рассеяния мы не можем извлечь информацию о непрерывном спектре. Мы покажем, что такую информацию об этом непрерывном спектре содержат амплитуды функций отклика системы на стационарный поток, задаваемый бегущей волной на всей оси. Поток с фиксированной фазой мы будем называть когерентным током.

В п.3 мы рассмотрим стандартную задачу о рассеянии частицы точечным дефектом и задачу об отклике системы на когерентный ток на основе уравнения Шредингера с четвертой пространственной производной. В этом случае возникают принадлежащие одной ветви закона дисперсии два типа состояний частицы, определяемые при фиксированной энергии вещественным и чисто мнимым волновыми числами [2]. Волновая функция стационарного состояния в сплошном спектре состоит из двух слагаемых, отвечающих стоячей волне и локализованному вблизи дефекта полю. Такие состояния принято называть квазилокальными. Полюсы амплитуд рассеяния определяют дискретный спектр локальных состояний, волновая функция которых состоит из двух слагаемых, экспоненциально убывающих с разными амплитудами коэффициентами затухания. Когерентный ток возбуждает квазилокальное состояние. Полюсы амплитуд функций отклика системы на когерентный ток определяют спектр таких квазилокальных состояний.

2. Рассмотрим вначале простейшую 1D задачу о рассеянии на δ-образном потенциале $U(x) = U_0\delta(x)$ частицы с законом дисперсии

$$E = \frac{1}{2}k^2 \qquad (1)$$

и подчиняющейся обычному уравнению Шредингера

$$E\psi = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + U_0\delta(x)\psi\,. \qquad (2)$$

В этом случае, как хорошо известно [1], имеется одна ветвь стационарных состояний с волновыми векторами

$$k = \pm\sqrt{2E}\,, \qquad (3)$$

и задача о рассеянии сводится к отысканию следующего решения при $k>0$

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Re^{-ikx}, & x < 0 \\ Te^{ikx}, & x > 0, \end{cases} \qquad (4)$$

где амплитуда A считается фиксированной (заданной). Точечный потенциал в уравнении (2) приводит к очевидным граничным условиям при x=0:

$$\psi(+0) = \psi(-0) = \psi(0);$$

$$\frac{\partial\psi(+0)}{\partial x} - \frac{\partial\psi(-0)}{\partial x} = 2U_0\psi(0)\,. \qquad (5)$$

Условия (5) определяют амплитуды рассеяния

$$R = \frac{U_0}{\Delta(k)}A, \qquad T = \frac{ik}{\Delta(k)}A, \qquad (6)$$

где $\Delta(k) = ik - U_0$. Полюсы амплитуд рассеяния (6), то есть нули знаменателя (корни уравнения $\Delta(k) = 0$), возникающие только при E<0 и для притягивающего потенциала ($U_0 < 0$), отвечают локализованному состоянию ($k = i\kappa$)

$$\psi(x) = \psi_0\exp(-\kappa|x|)\,, \qquad \kappa = -U_0\,. \qquad (7)$$

Состояние (7) обладает дискретным уровнем

$$E = -\frac{1}{2}U_0^2\,. \qquad (8)$$

Этот элементарный расчет демонстрирует, что полюсы амплитуды рассеяния действительно определяют дискретный спектр изучаемой системы. Очень существенно, что дискретное собственное значение (8) находится вне интервала энергии, для которого формулировалась задача рассеяния.

Чтобы перейти к характеристики непрерывного спектра (E>0) при наличии точечного дефекта, перепишем (4) в другом виде:

$$\psi(x) = \begin{cases} (A+R)e^{ikx} - 2iR\sin kx, & x < 0 \\ (A+R)e^{ikx}, & x > 0. \end{cases} \qquad (9)$$

Мы видим, что стационарная задача о рассеянии предполагает существование определенного тока, задаваемого бегущей волной $(A+R)e^{ikx}$ Так как фаза этой волны фиксирована, то мы будем называть его когерентным током. Естественно поставить вопрос об изучении динамики рассматриваемой системы при фиксированной (заданной) величине A+R, то есть об отклике системы на когерентный ток.

Сама постановка этой задачи показывает неполноту представления искомого решения в виде (9). Действительно, второе слагаемое в (9) при x<0 есть бестоковое стационарное состояние. Но подобное состояние может существовать не только при x<0, но и при $x>0$. Поэтому при фиксированном когерентном токе полное решение задачи может быть записано, например, в виде

$$\psi(x)=\begin{cases} Je^{ikx}+B\cos(kx-\varphi), & x<0 \\ Je^{ikx}+B\cos(kx+\varphi), & x>0 \end{cases}, \quad (10)$$

где волновое число k может иметь любой знак. Прежние граничные условия (5) дают выражения для амплитуды B:

$$B=-J\frac{U_0}{\Delta(E,\varphi)},$$

$$\Delta(E,\varphi)=k\sin\varphi+U_0\cos\varphi. \quad (11)$$

Полюс функции B отвечает условию

$$\operatorname{tg}\varphi=-\frac{U_0}{k} \quad (12)$$

и определяет фазу φ, параметризующую бестоковое состояние в присутствии точечного дефекта:

$$\psi(x)=\begin{cases} D\cos(kx-\varphi), & x<0 \\ D\cos(kx+\varphi), & x>0. \end{cases} \quad (13)$$

Зависимость (12) позволяет вычислить изменение плотности состояний непрерывного спектра, вызванное точечным дефектом. Используя стандартные граничные условия Борна-Кармана на концах излучаемой системы длиной L, определяем допустимые значения волнового числа: $kL-2\varphi(k)=2\pi n$, где n = 0, 1, 2... В пределе $L\to\infty$ спектр становится сплошным со следующей плотностью распределения волновых чисел k:

$$g(k)=\frac{dn}{dk}=\frac{L}{2\pi}+\delta g(k), \quad (14)$$

где

$$\delta g(k)=\frac{1}{\pi}\frac{d\varphi(k)}{dk}=\frac{1}{\pi}\frac{U_0}{k^2+U_0^2}. \quad (15)$$

Если $U_0<0$, то интегрирование (15) по всем возможным значениям волнового числа k позволяет определить полное изменение чисел состояний сплошного спектра при наличии рассматриваемого дефекта:

$$\delta n=\frac{U_0}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk}{k^2+U_0^2}=-1. \quad (16)$$

Уменьшение числа состояний непрерывного спектра связано с возникновением одного локального состояния (7) с дискретным уровнем энергии (8) при $U_0<0$.

3. Рассмотрим теперь ситуацию, которая возникает при рассеянии волны с одной ветвью закона дисперсии, но обладающей более сложной зависимостью E от волнового числа, то есть когда одному и тому же значению энергии отвечают несколько различных значений импульса частицы. Такой случай реализуется при учете четвертой пространственной производной в уравнении типа Шредингера:

$$E\psi=-\frac{1}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{1}{2}\beta\frac{\partial^4\psi}{\partial x^4}+U(x)\psi. \quad (17)$$

Потенциал точечного дефекта в уравнении (17) по-прежнему будем считать короткодействующим: $U(x)=U_0\delta(x)$. Закон дисперсии стационарных состояний $\psi(x)=\psi(0)\exp(ikx)$ уравнения (17) есть биквадратная зависимость E от волнового числа (рис. 1):

$$E(k)=\frac{1}{2}(k^2+\beta k^4). \quad (18)$$

Интегрирование уравнения (17) вблизи точки $x=0$ дает условие

$$\beta\left(\frac{\partial^3\psi(+0)}{\partial x^3}-\frac{\partial^3\psi(-0)}{\partial x^3}\right)-$$
$$-\left(\frac{\partial\psi(+0)}{\partial x}-\frac{\partial\psi(-0)}{\partial x}\right)+2U_0\psi(0)=0. \quad (19)$$

При $\beta=0$ условие (19) совпадает с граничным условием (5). Мы будем интересоваться случаем, когда $\beta\neq 0$. Систему граничных условий необходимо дополнить требованием непрерывности волновой функции $\psi(x)$ и ее второй производной при $x=0$, но тогда и первая производная должна быть непрерывной в этой точке. Таким образом, мы будем пользоваться следующей системой граничных условий:

$$\psi(+0)=\psi(-0);\quad \frac{\partial\psi(+0)}{\partial x}=\frac{\partial\psi(-0)}{\partial x};$$
$$\frac{\partial^2\psi(+0)}{\partial x^2}=\frac{\partial^2\psi(-0)}{\partial x^2}; \quad (20)$$
$$\frac{\partial^3\psi(+0)}{\partial x^3}-\frac{\partial^3\psi(-0)}{\partial x^3}+\frac{2U_0}{\beta}\psi(0)=0.$$

Рассмотрим стандартную задачу рассеяния налетающей на точечный дефект частицы с энергией $E>0$. В этом случае фиксированному значению энергии частицы отвечают две пары значений волновых чисел, определяемых законом дисперсии (18): одна пара чисто вещественных волновых чисел $k_1 = k$.

$$k^2 = \frac{1}{2\beta}\left\{\sqrt{1+8\beta E} - 1\right\}, \qquad (21)$$

а другая – чисто мнимые $k = i\kappa$:

$$\kappa^2 = \frac{1}{2\beta}\left\{\sqrt{1+8\beta E} + 1\right\}. \qquad (22)$$

Зависимость энергии от вещественного волнового числа импульса (21) и мнимого (22) изображена на рис. 1.

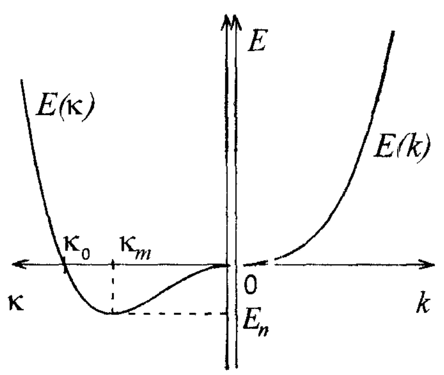

Рис 1 Зависимость энергии E от волновых чисел k и κ

При стандартной постановке задачи рассеяния частицы предполагается заданным значение амплитуды волновой функции падающей частицы. Рассеяние является многоканальным и, поэтому решение уравнения (17) в этом случае ищется в виде

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Re^{-ikx} + Me^{\kappa x}, x < 0 \\ Te^{ikx} + Ne^{-\kappa x}, \qquad x > 0, \end{cases} \qquad (23)$$

где A, R, T, M, N – амплитуды падающей, отраженной, прошедшей и локализованных по обе стороны от дефекта волн, а k и κ определяются выражениями (21) и (22). В постановке (23) ищется отклик системы на падающую из $x=-\infty$ волны с фиксированной амплитудой A. Подставив решение (23) в граничные условия (20), нетрудно вычислить искомые амплитуды:

$$M = N = \frac{ikU_0}{\Delta(E)}A, \qquad (24)$$

$$R = \frac{\kappa U_0}{\Delta(E)}A, \qquad (25)$$

$$T = \frac{ik\{\beta\kappa(\kappa^2 + k^2) - U_0\}}{\Delta(E)}A, \qquad (26)$$

где

$$\Delta(E) = ik\{\beta\kappa(\kappa^2 + k^2) - U_0\} - \kappa U_0. \qquad (27)$$

Из (25) и (26) можно легко получить коэффициенты отражения r и прохождения t:

$$r = \frac{|R|^2}{|A|^2} = \frac{\kappa^2 U_0^2}{\kappa^2 U_0^2 + k^2\{U_0 - \beta\kappa(\kappa^2 + k^2)\}^2} \qquad (28)$$

$$t = \frac{|T|^2}{|A|^2} = \frac{k^2\{U_0 - \beta\kappa(\kappa^2 + k^2)\}^2}{\kappa^2 U_0^2 + k^2\{U_0 - \beta\kappa(\kappa^2 + k^2)\}^2} \qquad (29)$$

Естественно, что выполняется квантовомеханический закон сохранения $r+t=1$ В этом случае полное прохождение частицы через дефект, когда $t=1$ и $r=0$, возможно только при U_0=0 (отсутствие дефекта) для любых значений энергии падающей волны. Любопытно заметить, что для отличного от нуля значения параметра дефекта возможно полное отражение частицы ($t=0$ и $r=1$) при резонансных значениях энергии E_R, определяемых из соотношения

$$\beta\kappa(k^2 + \kappa^2) = U_0. \qquad (30)$$

В случае квадратичного закона дисперсии такая особенность процесса рассеяния отсутствует. Возможность полного отражения волны связана с тем обстоятельством, что в изучаемой системе существует несимметричное стационарное состояние, амплитуда которого отлична от нуля только с одной стороны от дефекта [3]. Возникновение несимметричных состояний с энергиями в сплошном спектре было описано в [4,5], где рассматривалась задача рассеяния упругой волны тонким двумерным слоем в изотропном твердом теле. Подобные особенности были изучены в дискретной модели ГЦК кристалла в [6], где приведен анализ результатов численных расчетов. Однако следует помнить, что упругая волна состоит из двух независимых компонент (продольной и поперечной), а изучаемое нами поле является однокомпонентным (задается скалярным полем), поэтому в нашем случае роль двух компонент исполняют два типа собственных состояний, отвечающих двум разным значениям импульса при одном значении энергии. Особенности рассеяния дефектом двупарциального скалярного поля были проанализированы в [2].

Совершенно естественно, что полюсы коэффициентов отражения (28) и прохождения (29) определяют дискретные уровни энергии неоднородных состояний при $E<0$:

$$\beta\kappa_1\kappa_2(\kappa_1+\kappa_2)=-U_0, \qquad (31)$$

где $i\kappa_1=k$ и $\kappa_2=\kappa$, которые заданы выражениями (21) и (22) соответственно. Неоднородные состояния с энергиями, определяемыми (31), представляют собой локализованные вблизи дефекта состояния, которые задаются двупарциальной волновой функцией вида [7]:

$$\psi(x)=A_1e^{-\kappa_1|x|}+A_2e^{-\kappa_2|x|}. \qquad (32)$$

Локальные состояния возникают при определенном знаке параметра дефекта ($U_0<0$). При $0>E>E_m=-(8\beta)^{-1}$ параметры κ_j (j=1,2) вещественны, и решение (32) описывает обычное монотонно затухающее при удалении от дефекта состояние. При $E<E_m=-(8\beta)^{-1}$ эти параметры становятся комплексными $\kappa_j=\gamma\pm iq$, и тогда волновая функция (32) отвечает обобщенному локальному состоянию и может быть записана в виде [8]:

$$\psi(x)=Ce^{-\gamma|x|}\sin(q|x|+\varphi), \qquad (33)$$

где

$$\gamma^2=\frac{1}{4\beta}\left\{\sqrt{\frac{E}{E_m}}+1\right\}, \quad q^2=\frac{1}{4\beta}\left\{\sqrt{\frac{E}{E_m}}-1\right\} \quad \text{и}$$

$$\operatorname{tg}\varphi=q/\gamma. \qquad (34)$$

Дискретные уровни энергии обобщенного локального состояния (33) определяются выражением

$$2\beta\gamma(\gamma^2+q^2)=-U_0. \qquad (35)$$

Аналогичного типа переход от обычных локальных состояний к обобщенным был описан в [2] для колебаний дискретной линейной цепочке атомов при учете взаимодействия первых и вторых соседей, а также в [7] для магнитоядерных спиновых поверхностных волн.

Заметим, что в рассматриваемой системе возможно неоднородное состояние даже при E=0, которое представляет собой локализованное вблизи дефекта состояние с волновой функцией $\psi(x)=M\exp(-\kappa_0|x|)$, где $\kappa_0^2=\kappa^2(E=0)=1/\beta$ (см. рис. 1). Проанализированное поведение волновой функции локального состояния определяется исключительно видом закона дисперсии (18), который реализуется в системе, описываемой уравнением типа Шредингера с четвертой пространственной производной. Для обычного уравнения Шредингера с квадратичным законом дисперсии волновая функция является однопарциальной, и поэтому указанных особенностей не возникает.

Амплитуды рассеяния (28, 29) позволили нам получить дискретный спектр собственных стационарных состояний при $E<0$. Однако, как и в предыдущей модели, стационарные бестоковое состояния в системе с дефектом существуют и в непрерывном спектре при $E>0$. В этом случае волновая функция бестокового состояния состоит из слагаемых двух типов: первое представляет собой стоячую волну, а второе – локализованное вблизи дефекта решение. Состояние такого типа мы назвали квазилокальным [9,10]. Взаимодействие на дефекте связывает два независимых типа решение уравнения (17), отвечающих вещественному (21) и мнимому (22) волновым числам при одном и том же значении энергии частицы. В системе без дефекта эти решения не взаимодействуют, и поэтому квазилокальные состояния не возникают в идеальной системе.

В рассматриваемом случае короткодействующего потенциала точечного дефекта волновая функция квазилокального состояния может быть выбрана четной ($\psi_S(-x)=\psi_S(x)$):

$$\psi_S(x)=\begin{cases}B\cos(kx-\varphi)+Me^{\kappa x}, & x<0\\ B\cos(kx+\varphi)+Me^{-\kappa x}, & x>0.\end{cases} \qquad (36)$$

Подставив решение (36) в граничные условия (20), легко можно получить выражения для фазы φ:

$$\operatorname{ctg}\varphi = \frac{k}{\kappa U_0}\{U_0 - \beta\kappa(k^2+\kappa^2)\}, \quad (37)$$

которое задает непрерывный спектр квазилокальных состояний при $E>0$.

Из амплитуд рассеяния (28, 29) мы не можем получить информацию о спектре квазилокальных состояний (37). Чтобы получить дисперсионное соотношение для спектра квазилокальных состояний мы должны искать полное решение задачи об отклике на когерентный ток в виде

$$\psi(x) = \begin{cases} Je^{ikx} + B\cos(kx-\varphi) + Me^{\kappa x}, & x<0 \\ Je^{ikx} + B\cos(kx+\varphi) + Me^{-\kappa x}, & x>0. \end{cases} \quad (38)$$

Поскольку мы считаем амплитуду J заданной, то мы можем выразить через нее амплитуды B и M. Воспользовавшись граничными условиями (20), получим:

$$M = -\frac{kU_0\sin\varphi}{\Delta(E,\varphi)}J, \qquad B = \frac{\kappa U_0}{\Delta(E,\varphi)}J, \quad (39)$$

где

$$\Delta(E,\varphi) = k\{U_0 - \beta\kappa(\kappa^2 + k^2)\}\sin\varphi - \quad (40)$$
$$-\kappa U_0\cos\varphi.$$

Мы видим, что полюсы амплитуд B и M (39) (то есть нули выражения (40): $\Delta(E,\varphi)=0$) определяют спектр значений энергии квазилокальных состояний, которые являются типичными состояниями непрерывного спектра системы с дефектом.

Заметим, что в рассматриваемой системе помимо симметричного состояния (36) с четной волновой функцией возможно и антисимметричное состояние

$$\psi_A(x) = D\sin kx, \quad (41)$$

волновая функция которого является нечетной $\psi_A(-x) = -\psi_A(x)$. Очевидно, что решение (41) полностью удовлетворяет граничным условиям (20). Поэтому когерентный ток не возбуждает таких антисимметричных состояний.

В рассмотренной в этом пункте модели выбор точечного потенциала позволил сформулировать достаточно простые граничные условия к дифференциальному уравнению с четвертой пространственной производной. В [2] было показано, что из дискретного уравнения для поля смещения атома в линейной цепочке при учете взаимодействия с первыми и вторыми соседями в длинноволновом приближении следует дифференциальное уравнение с четвертой пространственной производной. С помощью функций Грина такого уравнения были получены дисперсионные соотношения для дискретного спектра обычных и обобщенных локализованных вблизи точечного дефекта колебаний, совпадающее с точностью до обозначений, соответственно, с (31) и (35).

При рассеянии частицы на простом точечном потенциале может возникнуть при резонансном условии полное отражение, однако полного прохождения при неравном нулю значении параметра дефекта не возникает. Это является следствием упрощенности рассмотренной нами модели дефекта. Можно рассмотреть пассивный точечный дефект, обладающий некоторой внутренней структурой, которая будет характеризоваться дополнительным параметром. Тогда можно получить обобщение граничных условий (20), которые позволили бы описать как полное отражение, так и прохождение рассеивающейся на сложном дефекте частицы при нетривиальных резонансных условиях. Анализ этой проблемы требует специального рассмотрения и будет являться предметом следующей публикации.

В заключение отметим, что на основе простых моделей нам удалось найти отклик динамической системы на стационарный когерентный ток. В системах с двумя ветвями закона дисперсии или с неквадратичной зависимостью энергии от волнового вектора в сплошном спектре существуют квазилокальные состояния, которые являются собственными стационарными решениями уравнений типа Шредингера. Мы показали, что в системе с дефектом когерентный ток возбуждает квазилокальное состояние. От стандартной постановки задачи о рассеянии частицы дефектом рассмотренная нами задача отличается тем, что при фиксированном значении амплитуды тока, мы находим амплитуды бестоковых стационарных состояний сплошного спектра, которые существуют на всей оси. Основное свойство амплитуд функций отклика на когерентный ток заключается в том, что их полюсы определяют непрерывный спектр квазилокальных состояний, а не дискретный спектр, который дают полюсы обычных амплитуд рассеяния.

Библиографический список

1. Л Д Ландау, Е М Лифшиц. Квантовая механика. – М.: Наука, 1989. – 768 с.
2. А М Косевич, С. Е. Савотченко ФНТ **25** 737 (1999).
3. А. М. Косевич. ЖЭТФ **115** 306 (1999).
4. A. N. Darynskii and G. A. Maugin. Wave Motion **23** 363 (1996).
5. A. M Kosevich and A. V. Tutov Phys. Lett A **248** 271 (1998).
6. А М. Косевич, Д. В. Мацокин, С. Е. Савотченко. ФНТ **25** 63 (1999).
7. С. В. Тарасенко. ФНТ **24** 219 (1998); ФНТ **24** 832 (1998)
8. А. И. Буздин В. Н. Меньшов, В В. Тугушев ЖЭТФ **91** 2204 (1986)
9. А М. Косевич, А. В. Тутов. ФНТ **19** 1273 (1993)

А. М. Косевич, Д В. Мацокин, С. Е Савотченко. ФНТ **24** 992 (1998).

УДК 530 145,539 12

К ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В КВАЗИКЛАССИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В. В. Сыщенко

Белгородский государственный университет

Н. Ф. Шульга

Харьковский физико-технический институт

Рассмотрены возможности применения метода канонических преобразований к квазиклассической теории излучения спинорных частиц во внешнем поле. Получено выражение для сечения излучения, в котором в конечном состоянии фиксируется не только состояние излученного фотона, но и состояние излучающей частицы; рассмотрены некоторые предельные случаи. Полученные формулы могут быть использованы при моделировании процесса когерентного излучения релятивистских электронов в кристаллах.

В работе Швингера [1] был предложен оригинальный метод учета первой квантовой поправки, связанной с отдачей при излучении, к интенсивности синхротронного излучения релятивистских электронов. Метод основывается на рассмотрении процесса излучения в гайзенберговском представлении квантовой электродинамики. Это позволяет в общем виде выполнить суммирование по конечным состояниям излучающей частицы и выразить вероятность излучения через классическую траекторию частицы в постоянном магнитном поле. Этот метод впоследствии был обобщен на случай, когда эффект отдачи при излучении не мал и когда излучение происходит в произвольном внешнем поле [2]. Основными элементами этой теории, однако, по-прежнему являлись рассмотрение процесса излучения в гайзенберговском представлении и суммирование по конечным состояниям излучающей частицы.

В работе [3, 4] был предложен метод канонических преобразований для описания процесса излучения релятивистских частиц в квазиклассическом приближении, позволяющий учесть как состояние фотона, так и электрона в конечном состоянии. При этом сечение излучения с учетом эффекта отдачи при излучении было выражено через классическую траекторию частицы во внешнем поле. Этот метод близок к методу классических траекторий, который используется в теории столкновений сложных молекул с учетом неупругих процессов [5].