УДК 621.316.7

НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗАДАЧИ И НЕПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В. И. КАПАЛИН

Московский государственный институт электроники и математики

e-mail: **v_kapalin@mail.ru**

Проблема идентификации связана с проблематикой теории некорректных задач. В статье рассматриваются некоторые основные в этой области проблемы и обсуждаются пути преодоления некоторых сложностей при применении непараметрических методов идентификации.

Ключевые слова: идентификация, априорная информация, «черный ящик», нейросетевой подход.

Теория управления нередко имеет дело с объектами, математическое описание которых известно неточно, либо отсутствует полностью. Для успешного управления такими объектами их необходимо идентифицировать. Что же понимается под задачей идентификации? Термин «идентификация» стал использоваться в отечественной науке начиная с 60-х годов прошлого века. Этот термин употребляется для задач, в которых математическую модель объекта управления требуется построить по информации о реакциях объекта на известные внешние воздействия. Термин идентификация – это транслитерация английского слова «identification», которое однако в английском языке не является сугубо научным термином. Так, англо-русский словарь В.К. Мюллера дает перевод слова «identification» просто как «опознание», «установление личности». Задачи идентификации, т.е. опознавания моделей «живых организмов и машин», рассматривались как одна из задач кибернетики Норбертом Винером. Именно этой задаче в ее наиболее общей непараметрической и нелинейной постановке была посвящена последняя публикация Винера «Нелинейные задачи теории случайных процессов», вышедшая на русском языке в 1961 году [1]. Эта задача обсуждалась и в ряде работ других авторов [2]. Частично тема винеровской теории идентификации затронута и в настоящем докладе.

В постановке задачи идентификации существует известная свобода. Традиционно методы идентификации разделяют на две большие группы: непараметрические и параметрические [3]. Непараметрические методы ориентированы на случай, когда априорная информация о структуре модели объекта отсутствует или игнорируется, т.е. когда объект рассматривается как «черный ящик» бихевиоризма и кибернетики (рис. 1).

В этом случае отыскиваются некоторые функциональные характеристики модели – импульсная переходная функция, частотные характеристики, ядра Вольтерра и Винера или их изображения.

Рис. 1

Если имеется априорная информация об уравнениях модели объекта, заданных с точностью до неизвестных параметров, то задача идентификации сводится к оценке этих параметров. Это случай параметрической идентификации. Общих рекомендаций, когда следует использовать методы параметрической, а когда – непараметрической идентификации не существует – все определяется конкретной задачей исследования. Однако во всех случаях идентификации приходится считаться с неточностями в задании модели, неточностями в измерениях сигналов шумами и вычислительными погрешностями. Как результат малые погрешности в эмпирических данных и в задании модели могут привести к значительным ошибкам в результатах идентификации. Это типичная ситуация проблематики некорректных задач [4] и настоящий доклад связан с обсуждением этой проблематики для задач непараметрической идентификации. Для линейных стационарных систем, для которых описание типа «вход-выход» задается интегралом свертки. Задача непараметрической идентификации в этом случае сводится к решению интегрального уравнения Вольтерра I рода относительно неизвестной импульсной переходной функции, т.е. ядра оператора Вольтерра.

$$y(t) = \int_0^t h(\tau)x(t-\tau)d\tau, \qquad t \in [0,T]. \tag{1}$$

Это – задача о решении интегрального уравнения I-го рода. Она относится к числу некорректных и требует, вообще говоря, применения методов регуляризации. Однако, в отличие от задач математической физики в задачах идентификации применение общего метода решения некорректных задач – метода линеаризации сглаживающего функционала А.Н. Тихонова практически исключается по следующим основным причинам.

В методе сглаживающего функционала для получения гладкого решения вместо решения достаточно простого уравнения Вольтерра нужно решать некоторое интегро-дифференциальное уравнение, что требует применения несравненно более сложных численных методов. Попытки заменить решение этого интегро-дифференциального уравнения решением интегрального уравнения Фредгольма II рода за счет применения слабой регуляризации оказывается безрезультатным. Слабая регуляризация не обеспечивает требуемой гладкости решений и сходимости семейства приближенных решений к точному решению даже в пространстве непрерывных функций [5]. Наконец отыскание в методе сглаживающего функционала параметра регуляризации по невязке тоже вызывает в задачах идентификации значительные вычислительные сложности.

Возможно, однако, и другое решение задач непараметрической идентификации с учетом их некорректности, не использующие метод сглаживающего функционала и гораздо более простой с вычислительной точки зрения. В основе этого решения лежат методы регуляризации М.М. Лаврентьева и А.С. Апарцина [5], в которых не требуется перехода к интегро-дифференциальным уравнениям, а регуляризованное решение находится из интегрального уравнения Вольтерра. Как следствие необходимые алгоритмы регуляризации оказываются легко реализуемыми в нынешнем негласном университетском стандарте – пакете MATLAB.

Суть этих методов заключается в замене исходной некорректной задачи на, в некотором смысле, близкую к ней, но корректную задачу. С этой целью можно использовать три подхода.

Первый из них заключается в выборе шага при решении уравнения Вольтерра с помощью одной из квадратурных формул. Как было доказано, в этом случае регуляризацию обеспечивает правильный выбор шага дискретизации при условии, что решение ищется с помощью одной из формул прямоугольников – левых, правых или средних. Применение более точных квадратурных формул, таких как формула Симпсона или формула Грегори приводит к расходящимся методам. Решение задачи идентификации при использовании формулы средних прямоугольников может быть найдено по рекуррентной формуле.

$$\tilde{h}\left[(i-\frac{1}{2})\Delta\right]=\frac{1}{x\left[\frac{\Delta}{2}\right]}\left(\frac{y[i\Delta]}{\Delta}-\sum_{j=1}^{i-1}\tilde{h}\left[(j-\frac{1}{2})\Delta\right]x\left[(i-j+\frac{1}{2})\Delta\right]\right). \quad (2)$$

Второй подход связан с регуляризацией по-Лаврентьеву и заключается в замене исходного уравнения первого рода на уравнение второго рода с параметром регуляризации. В этом случае решение может быть найдено с помощью следующей модификации рекуррентной формулы. Здесь α – параметр регуляризации.

$$\tilde{h}\left[(i-\frac{1}{2})\Delta\right]=\frac{1}{\alpha+\Delta x(\frac{\Delta}{2})}\left\{y[i\Delta]-\sum_{j=1}^{i-1}\tilde{h}\left[(j-\frac{1}{2})\Delta\right]x\left[(i-j+\frac{1}{2})\Delta\right]\right\}. \quad (3)$$

Наконец, третий подход к решению уравнения Вольтерра первого рода с учетом его некорректности связан с применением метода наименьших квадратов. Здесь возможны два варианта решения.

При первом – модель объекта записывается в непрерывном времени и для решения используется интегральное уравнение Фредгольма I-го рода, задающее необходимое условие минимума квадратичного функционала, тоже записанного для непрерывного времени. Искомое решение находится путем дискретизации интегрального уравнения, задающего условие минимума квадратичного функционала и решения полученной системы линейных алгебраических уравнений.

Второй, значительно более простой с вычислительной точки зрения подход заключается в использовании с самого начала дискретного аналога линейного оператора Вольтерра и минимизации квадратичного функционала, записанного для дискретного времени. Здесь необходимое условие минимума сразу дает систему линейных алгебраических уравнений относительно дискретных значений ядра оператора Вольтерра и проблема решения уравнений Фредгольма первого рода не возникает. Регуляризацию в случае применения метода наименьших квадратов можно осуществить либо по-Лаврентьеву

$$\left(\Delta\tilde{A}^T\tilde{A}+\alpha I\right)\tilde{H}=\tilde{A}^T Y \quad , \quad (4)$$

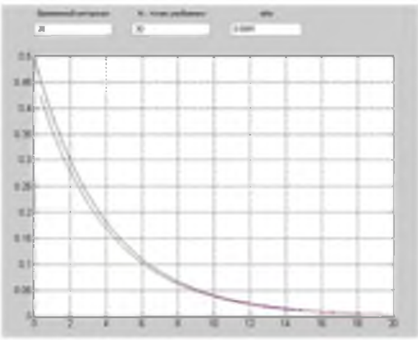
либо применяя для решения полученной СЛАУ процедуру сингулярного разложения матриц – SVD

$$A=U\sum V^T. \quad (5)$$

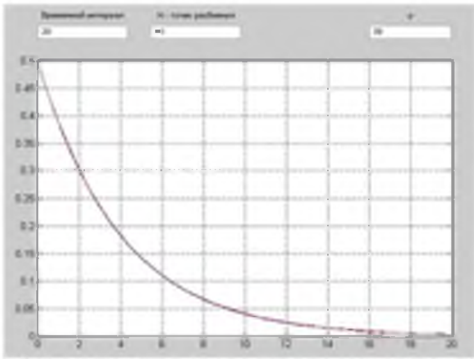
Охарактеризовав проблему и возможные пути ее решения, перейдем к практическим результатам исследования, т.е. к результатам вычислительных экспериментов.

Для проведения экспериментов использовался пакет MATLAB 7.3. Для вывода результатов в графической форме применялся MATLAB Compiler 4. Были рассмотрены случаи точных измерений выходного сигнала и измерений выходного сигнала в присутствии аддитивной помехи. В качестве объектов идентификации были выбраны стандартные передаточные функции морского дизеля, что определялось требованием заказчика работы – Вьетнамского морского университета, г. Хайфон. В качестве входного сигнала использовались единичная ступенька и полигармонический сигнал. Аддитивная помеха тоже задавалась полигармоническим сигналом или белым шумом. В общей сложности на разработанном автономном программном обеспечении было проведено 72 эксперимента с различными видами передаточных функций морского дизеля и различными возмущениями. Рассмотрим результаты проведенных экспериментов.

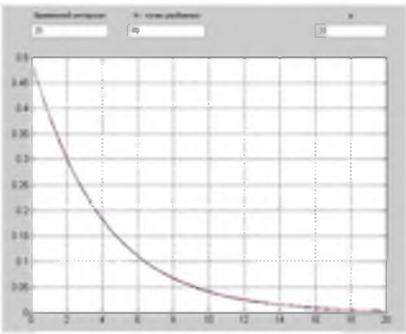
Случай 1. Точные измерения. Целью здесь было проверить работоспособность рассмотренных методов идентификации в присутствии только вычислительных погрешностей. Из полученных результатов на рис. 2-3 следует, что все три группы методов дают практически одинаковые результаты. Поэтому в этом случае предпочтительней самый простой алгоритм – рекуррентный без регуляризации.



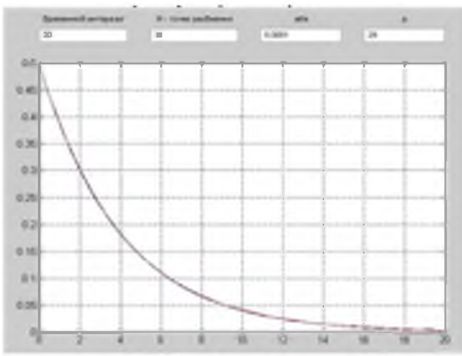
Рекуррентное решение



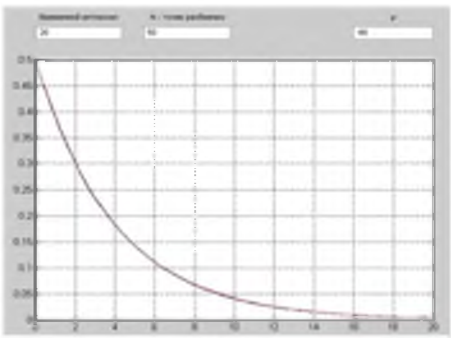
Рекуррентное решение с регуляризацией



МНК

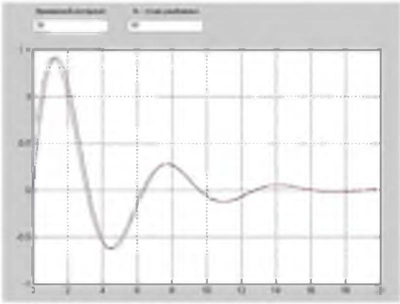


МНК с регуляризацией

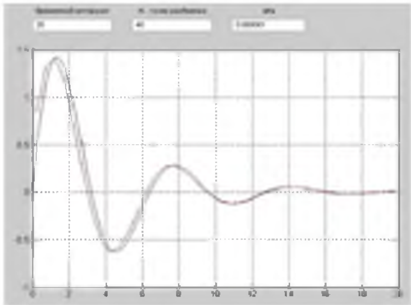


SVD

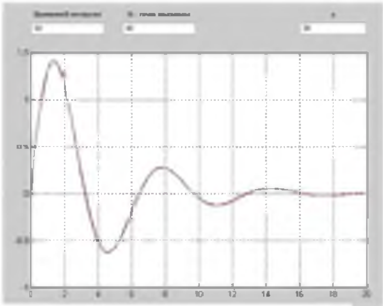
Рис. 2



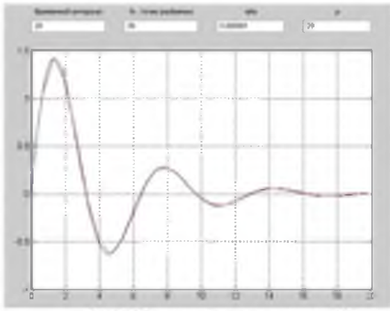
Рекуррентное решение



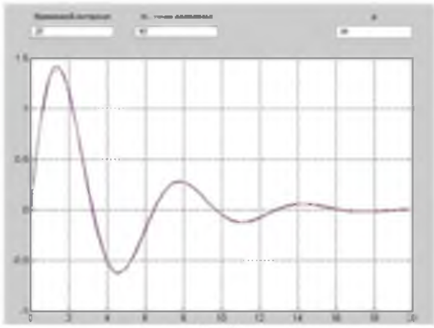
Рекуррентное решение с регуляризацией



МНК



МНК с регуляризацией

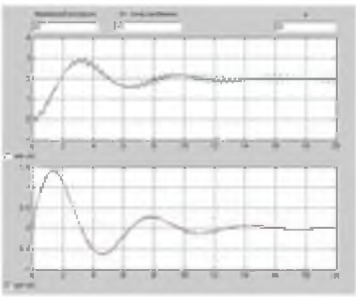


SVD

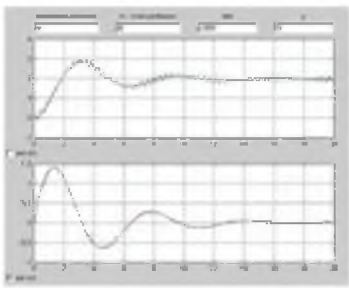
Рис. 3

Случай 2. Гладкие помехи. Следующая группа экспериментов было проведена для случая гладких помех. Здесь применение регуляризации по-Лаврентьеву ощутимо – как в случае рекуррентного метода решения, так и в случае применения метода наименьших квадратов (рис. 4). Полученные этими методами результаты примерно такие же, как дает по точности применение процедуры SVD.

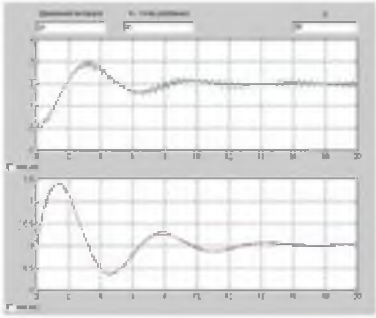
Случай 3. Помехи в виде белого шума. Это самый опасный вид помех. В этом случае рекуррентные алгоритмы и процедура SVD не дали вообще никакого результата. Приемлемые результаты удалось получить только методом наименьших квадратов с применением регуляризации по-Лаврентьеву (рис. 5).



МНК

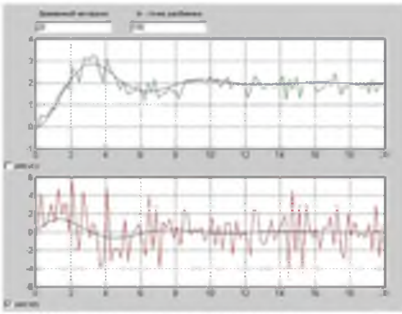


МНК с регуляризацией

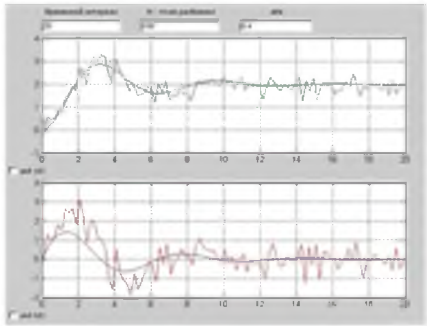


SVD

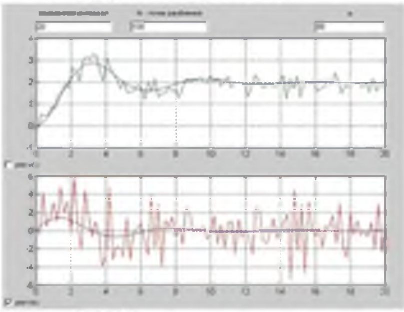
Рис. 4



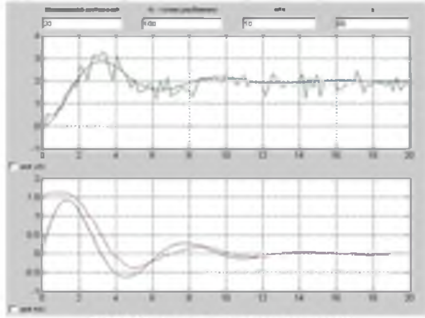
Рекуррентное решение



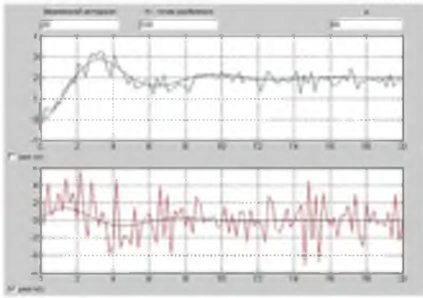
Рекуррентное решение с регуляризацией



МНК



МНК с регуляризацией



SVD

Рис. 5

Рассмотренные здесь методы относятся к классическим методам непараметрической идентификации линейных стационарных систем. Из них на класс нелинейных систем обобщается только метод наименьших квадратов. В теории нелинейных систем Вольтерра-Винера модель «черного ящика» задается полиномов Вольтерра

$$y(t)=\sum_{i=1}^{M}\int_0^t\dots\int_0^t h_i(\tau_1,\dots,\tau_i)u(t-\tau_1)\dots u(t-\tau_i)d\tau_1\dots d\tau_i\,, \qquad (6)$$

который с использованием формулы прямоугольников можно заменить дискретной моделью. Минимизация квадратического критерия качества здесь, как и в линейном случае, дает систему линейных алгебраических уравнений. Однако получающаяся размерность задачи оказывается весьма велика, что существенно затрудняет получение практических результатов в общем нелинейном случае.

На практике в качестве нелинейной модели используется обычно не общая модель Вольтерра-Винера, а ее частные случаи – модели Гаммерштейна и Винера-Гаммерштейна, алгоритмы настройки которых включены в расширение System Identification Toolbox пакета MATLAB.

Рассмотренные ранее методы непараметрической идентификации используют аппарат интегральных уравнений. Альтернативным путем решения задачи построения модели «черного ящика» ставшим возможным совсем недавно стал нейросетевой подход. Его практическое использование в учебном процессе стало возможным после включения в MATLAB 6.5 расширения Neural Network Toolbox. Это расширение включает более 150 различных функций для создания, обучения и использования различных нейронных сетей. Для настройки моделей можно использовать специальный блок пакета Simulink. Построение нейросетевого регулятора может также быть осуществимо в библиотеке Neural Network Block Set пакета Simulink.

Если применение интегральных уравнений для решения задач непараметрический идентификации основывается на известных теоремах функционального анализа о линейных и нелинейных функционалах, то применение нейронных сетей основывается на теоремах о полноте. Фактически эта теорема означает, что с помощью нейронных сетей можно моделировать любую нелинейную зависимость при условии правильного выбора архитектуры сети и ее правильного обучения.

Нейросетевой подход использовался здесь для построения нейросетевого регулятора для рассмотренных моделей морского дизеля – как в линейном, так и в нелинейном случае – для модели Гаммерштейна. Практика настройки нелинейных моделей показала, что это гораздо более сложная процедура, чем настройка линейных моделей. Для нейросетевой модели морского дизеля FODEN FD7 на средних скоростях

$$W(p)=\frac{-0.36p+19.06}{s^2+15.58+13.04} \tag{7}$$

был реализован в Simulink NARMA-L2 регулятор. Результат верификации показал работоспособность синтезированного нейросетевого регулятора.

Позвольте теперь мне перейти к заключению по докладу.

Рассмотренная в докладе непараметрическая идентификация в отличие от параметрической идентификации не привязана жестко к техническим объектам и может использоваться и использовалась в различных задачах кибернетики. Теория непараметрической идентификации напрямую связана с методами решения некорректных задач и нейросетевыми технологиями. Как показали проведенные исследования, соответствующие алгоритмы идентификации могут быть практически реализованы в расширениях Sysytem Identification Toolbox и Neural Network Toolbox пакета MATLAB.

По-прежнему остается открытой проблема идентификации непараметрических нелинейных моделей Вольтерра-Винера. Однако значительное практическое продвижение в этой области следует ожидать, по-видимому, только после включения соответствующих алгоритмов или даже целых расширений в пакет MATLAB.

Литература

1. Винер Н. Нелинейные задачи в теории случайных процессов. – М.: ИЛ, 1961.

2. Пупков К.А., Капалин В.И., Ющенко А.С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. – М.: Наука, 1976.

3. Льюнг Л. Идентификация систем. – М.: Наука, 1991.

4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979.

5. Верлань А.Д., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. – Киев: Наукова думка, 1986.

ILL-POSED PROBLEMS AND NONPARAMETRIC IDENTIFICATION OF CONTROL SYSTEMS

V. I. KAPALIN

Moscow State Institute of Electronics and Mathematics

e-mail: v_kapalin@mail.ru

Problem of identification is connected with the problem of the solution of ill-posed problems. The current paper gives some essential features in that area and discusses ways of overcoming some difficulties in nonparametric methods of identification.

Key words: identification, the aprioristic information, «black box», нейросетевой the approach.