ОПТИМАЛЬНЫЕ КАНАЛЬНЫЕ СИГНАЛЫ ПРИ ЦИФРОВОЙ ПЕРЕДАЧЕ С ЧАСТОТНЫМ УПЛОТНЕНИЕМ

Е.Г. ЖИЛЯКОВ
С.П. БЕЛОВ
Д.В. УРСОЛ

Белгородский государственный университет

e-mail: Zhilyakov@bsu.edu.ru

В статье рассматривается новый метод формирования канальных сигналов с минимальным «просачиванием» энергии за пределы заданной частотной полосы, как альтернатива используемым в настоящее время, таким как GMSK и BPSK. Приведены результаты вычислительных экспериментов по сравнению указанных методов в скорости передачи, эффективности занимаемой полосы и помехоустойчивости.

Ключевые слова: канальный сигнал, методы передачи данных, цифровая связь, мобильные системы.

Формирование канальных сигналов конечной длительности с максимальной концентрацией энергии в заданной частотной полосе является одной самых важных проблем передачи информации в режиме частотного уплотнения. Известные в настоящее время методы формирования канальных сигналов в системах мобильной связи и радиодоступа не являются оптимальными в этом смысле, так как в основе их используется принцип обеспечения, прежде всего определённого уровня верности передачи. Используемые при этом канальные сигналы занимают слишком большую ширину полосы, что для исключения интерференционного влияния на соседние каналы требует введения так называемых заградительных полос и это не позволяет реализовывать потенциально достижимую скорость передачи.

Таким образом, разработка метода синтеза сигналов конечной длительности, оптимальных в смысле максимальной концентрации энергий в заданных частотных интервалах, является актуальной задачей. Именно в такой постановке проблема формирования канальных сигналов и рассматривается в данной работе.

Математическая формулировка проблемы формирования оптимальных канальных сигналов имеет вид

$$P_V = \int_{v \in V} | X(v) |^2 dv = \max \tag{1}$$

при условии

$$\| \vec{x}_N \|^2 = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 = c^2 . \tag{2}$$

где $\vec{x}_N = (x_1, .., x_N)^T$ – вектор, компоненты которого являются искомыми отсчётами канального сигнала; подынтегральная функция является квадратом модуля трансформанты Фурье

$$X(v) = \sum_{k=1}^{N} x_k \exp(jv(k-1)) ; \tag{3}$$

V – заданный частотный интервал

$$V = [-v_2, -v_1) \cup [v_1, v_2) , \tag{4}$$

границы которого удовлетворяют условию $0 \le v_1 < v_2 \le \pi$.

При этом, как известно, справедливо представление для компонент рассматриваемого вектора на основе трансформанты Фурье

$$x_i = \int_{-\pi}^{\pi} X(v)\exp(-jv(i-1))dv/2\pi, i = 1,..,N. \qquad (6)$$

Квадрат модуля правой части представления (6) характеризует распределение энергии сигнала по оси частот, при этом имеет место равенство Парсеваля

$$\|\vec{x}\|^2 = \int_{-\pi}^{\pi} |X(v)|^2 dv/2\pi = \sum_{k=1}^{N} x_k^2. \qquad (7)$$

Может показаться, что для вычисления значения P_V необходимо определить модуль трансформанты Фурье во всех точках используемого частотного интервала, чтобы затем выполнить интегрирование. Однако это не так, что легко показать, подставив в правую часть определения (1) представление (5) и выполнив несложные преобразования.

В результате нетрудно получить представление

$$P_V = \vec{x}' A\, \vec{x}, \qquad (8)$$

которое, позволяет вычислить искомую долю энергии вектора конечной размерности в заданном частотном интервале без предварительного вычисления трансформанты Фурье.

Здесь A – квадратная, симметричная субполосная матрица с элементами

$$A = \{a_{ik}\}, i, k = 1,..,N,$$

$$a_{ik} = \int_{v \in V} \exp[-jv(i-k)]dv/2\pi,\ j = \sqrt{-1}.$$

(10)

Отсюда и из определения (4) следует окончательное выражение для искомых элементов матрицы в представлении (9)

$$a_{ik} = \{\sin[v_2(i-k)] - \sin[v_1(i-k)]\}/[\pi(i-k)], i \ne k;$$
$$a_{ik} = (v_2 - v_1)/\pi, i = k.$$

(11)

Забегая вперёд, отметим, что матрицы с такими элементами возникают и при рассмотрении проблемы полосовой оптимальной фильтрации. Поэтому представляется уместным именовать их субполосными матрицами, подразумевая соответствие выбранному частотному интервалу.

Исходя из выражения (9) условие вариационной задачи (1) можно представить в виде

$$\vec{x}^T A\vec{x} - \lambda\|\vec{x}\|^2 = \max. \qquad (12)$$

Для достижения поставленной задачи (12) или (1) необходимо выполнение условия

$$\lambda\vec{x} = A\vec{x}. \qquad (13)$$

Тем самым, помножив обе части выражения (13) на $\vec{x}^T$ мы получаем выражение

$$\vec{x}^T \lambda\vec{x} = \vec{x}^T A\vec{x},$$
$$\vec{x}^T\vec{x} = c^2,$$
$$\lambda c^2 = \vec{x}^T A\vec{x} = \max. \qquad (14)$$

Таким образом, из равенства следует, для достижения условия поставленной вариационной задачи (1), необходимо чтобы значение λ было максимальным или близким к максимальному значению.

Поскольку, матрица с элементами (11) является положительно определённой, и в силу симметричности обладают полным набором ортогональных собственных векторов, удовлетворяющих условиям

$$\lambda_i \vec{q}_i = A\vec{q}_i\,, \qquad (15)$$

где для определённости предполагается, что собственные числа упорядочены по убыванию и обладают следующими свойствами

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_N > 0\,; \qquad (16)$$

$$\| \vec{q}_i \|^2 = \sum_{k=1}^{N} q_{ki}^2 = 1;$$
$$(\vec{q}_k, \vec{q}_i) = \sum_{r=1}^{N} q_{ri} q_{rk} = 0, i \neq k. \qquad (17)$$

Исходя из условия (17) значения собственных чисел соответствующих собственных векторов не превышают единицу, поскольку

$$\lambda_i = \frac{1}{2\pi} \int_{w \in V} \left| Q_i(w) \right|^2 dw \le \sum_{k=1}^{N} q_{ik}{}^2 \qquad (18)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^{N} q_{ik} e^{-jw(k-1)}\,. \qquad (19)$$

Таким образом, из условия (18) следует, что собственные векторы, энергия которых максимально сосредоточенна в заданной полосе, обладают соответствующими собственными числами, значения которых равны или близки к единице.

Суть метода состоит в формировании канального сигнала на основе собственных векторов с определенными коэффициентами, которыми являются информационные биты исходного сигнала. Последовательность бит должна иметь биполярный вид. Такой вид исходной последовательности исключает возможность потери собственного вектора при перемножении на нулевой коэффициент.

Для формирования оптимального канального сигнала, прежде всего, следует вычислить элементы субполосной матрицы A для заданного частотного интервала по формуле (11).

Количество собственных чисел близких или равных единице определяют сколько собственных векторов удовлетворяют условию по оптимальному занятию выделенной полосы частот, тем самым можно определить количество бит J, которые можно передать в выбранной последовательности, при том что один бит соответствует одному собственному вектору.

Формируем матрицу $Q_1 = \{\vec{q}_1, \vec{q}_2, \ldots \vec{q}_J\}$ размерностью $[N \times J]$, состоящую из собственных векторов $\vec{q}$, соответствующие собственные числа которых близки или равны единице.

Пусть задан информационный вектор размерностью J, в виде последовательности бит, который подлежит передаче по каналу связи в частотном интервале вида (3) с использованием канального дискретного сигнала (вектора).

$$\vec{e} = (e_1, .., e_J)'\,. \qquad (20)$$

Вектор $\vec{e}$ представляет собой набор двоичных значений, принимающих значения 1 либо -1.

Формирования канального сигнала осуществляется по формуле

$$\vec{x} = Q_1 \cdot \vec{e} = \left(\vec{q}_1, \vec{q}_2, \ldots \vec{q}_J\right) \cdot \vec{e} = \sum_{i=1}^{J} e_i \vec{q}_i\,. \qquad (21)$$

Поскольку собственные вектора ортогональны то, сформированный канальный сигнал обладает хорошей помехоустойчивостью, сравнимой с помехоустойчивостью канального сигнала сформированного с использование фазовой модуляции.

Свойство ортогональности собственных векторов позволяет записать равенство

$$Q \cdot Q^T = 1\,. \qquad (22)$$

На приемной стороне регистрируются N значений, и осуществляется перемножение на заранее известную транспонированную матрицу собственных векторов Q и исходя из условия (16) можно восстановить переданный информационный вектор.

$$\vec{e} = Q^T \cdot \vec{x} = Q^T \cdot Q \cdot \vec{e} = 1 \cdot \vec{e} \ ,$$

где $\vec{e}$ восстановленный информационный вектор.

Таким образом, имея идеальный канал связи, т.е. передача канального сигнала осуществляется без искажений и помех, восстановленный вектор будет совпадать с первоначальным.

Если, $\hat{\vec{x}} = \vec{x} + \vec{\varepsilon}$, где $\vec{\varepsilon}$ – помехи в канале связи, то необходимо использовать решающую процедуру отнесения символа e_i к 1 или к 0, на основе сколярных произведений $\hat{e}_i = e_i + (\vec{\varepsilon}_i \vec{q}_i)$.

Решающее устройство с порогом $h=0$, принимает решение о наличии логической единицы, если $\hat{e}_i > 0, i = 1 \ldots J$ или логического нуля, если $\hat{e}_i < 0, i = 1 \ldots J$, таким образом восстанавливая исходный информационный вектор. Безопасность передачи информации обеспечивается за счет перестановок собственных векторов перед формированием канального сигнала, что потребует знание точного расположения переставленных собственных векторов при восстановлении данных на приемной стороне, ключом данного метода защиты будет являться карта точного расположения собственных векторов.

Для оценивания помехоустойчивости и уровней просачивания энергии использовались вычислительные эксперименты с помощью математического пакета MatLab. Основными критериями определения эффективности метода передачи были установлены: просачивание энергии за приделы полосы частот, которая выделяется для передачи сформированного сигнала, помехоустойчивость (вероятность ошибочно принятой информации при различном уровне помех), скорость передачи (количество информационных бит переданных в единицу времени).

Для сравнительных исследований были выбраны два вида манипуляции наиболее помехоустойчивая и с минимальной занимаемой полосой частот:

– GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying) – это гауссовская двухпозиционная частотная манипуляция с минимальным сдвигом, обладающая двумя особенностями, одна из которых – "минимальный сдвиг", другая – гауссовская фильтрация. Обе особенности направлены на сужение полосы частот, занимаемой GMSK-сигналом;

– BPSK (Binary Phase-Shift Keying) – скачкообразное переключение фазы синусоидального сигнала на 180° при неизменной амплитуде, при этом фазе 0° ставится в соответствие логический нуль, а 180° логическая единица.

Задается произвольная последовательность бит длительностью τ_0 (по стандарту GSM $\tau_0 = 3.36 \cdot 10^{-6} c$), формируются канальные сигналы на основе собственных векторов, Гауссовской двухпозиционой частотной манипуляции с минимальным сдвигом (GMSK) и обычной фазовой манипуляции. Канальные сигналы подвергаются воздействию белого шума различной мощности, и восстановление исходного информационного вектора осуществляется соответствующими методами. Оцениваются три основных параметра: объем переданной полезной информации, вероятность ошибки при различном уровне воздействия помехи и количество энергии, попавшее за пределы выделенной полосы частот. На рисунке ниже представлены средние квадраты модулей трансформант Фурье.

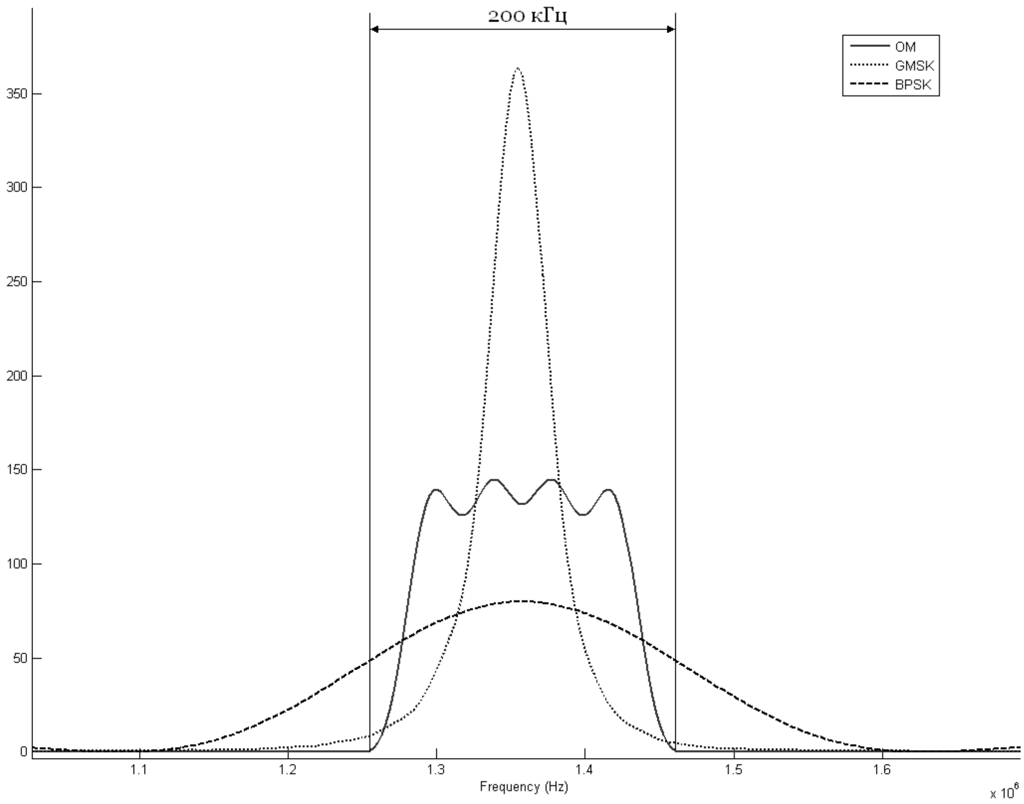

Рис. 1. Среднее распределение энергии сравниваемых методов формирования канальных сигналов в заданной частотной полосе

Вычисление количества энергии попавшей за приделы выбранной полосы рассчитывались по формуле:

$$E = 1 - \frac{\vec{x} \cdot A \cdot \vec{x}'}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}, \tag{23}$$

где $\vec{x}$ – сформированный канальный сигнал, A – субполосная матрица, элементы которой рассчитаны для заданного диапазона частот по формуле (11). Результаты экспериментов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Доля энергии за приделами частотного диапазона различных методов передачи

Оптимальный метод	0,001673
GMSK	0,043116
BPSK	0,360282

Оценивание помехоустойчивости моделируемых методов осуществлялось следующим образом: выбирались различные уровни энергии белого шума по отношению к уровню энергии канального сигнала, на приемной стороне проводилась демодуляция и сравнение с исходной передаваемой информацией. Для средней оценки помехоустойчивости метода проводилось порядка 10^6 экспериментов, и результаты усреднялись. Вероятность ошибки рассчитывалась по следующей формуле:

$$P = \frac{N_{\text{ош}}}{J \cdot N_{\text{эксп}}}, \tag{24}$$

где $N_{\text{ош}}$ – количество неверно принятых бит на протяжении всех экспериментов, $N_{\text{эксп}}$ – количество экспериментов; J – количество передаваемых бит.

В таблице 2 приведены результаты эксперимента по проверке помехоустойчивости моделируемых методов, при различных соотношениях сигнал/шум.

Таблица 2

Вероятность ошибки при различных уровнях соотношений сигнал/шум

Шум/Сигнал	Оптимальный метод	BPSK
10	0,32546	0,32589
4	0,13346	0,13225
2	0,01306	0,01267
1,33	0,00041	0,00045
1	3,75e-006	3,75e-006
0,5	0	0

Как видно из таблицы вероятность правильного приема при передаче информации оптимальным методом сравнима с двоичной фазовой манипуляцией, которая обладает наиболее высокой помехоустойчивостью среди существующих методов. Высокая помехоустойчивость оптимального метода обуславливается тем, что при передачи информационных бит используются собственные векторы субполосных матриц, которые, как известно, ортогональны друг к другу.

Скорости передачи информации сравниваемых методов одинаковы (1 бит=1 бод), но при этом энергия канального сигнала сформированный на основе собственных векторов имеет на порядок ниже долю энергии за пределами заданной полосы, если сформировать канальный сигнал с долей энергии за пределами полосы около 1% – 4% то станет возможной передача 10-12 бит (1,2-1,5 бит = 1 бод), не теряя при этом в помехоустойчивости.

Таким образом, разработанный метод позволяет существенно повысить эффективность использования частотных ресурсов путем минимизации доли энергии за переделами заданного частотного интервала, также при этом существенно понизить интерференцию между соседними каналами. Кроме того, сформированный канальный сигнал обладает помехоустойчивостью сравнимой с наиболее помехоустойчивой двоичной фазовой манипуляцией, без потерь в скорости передачи информации.

Литература

1. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.И. MATLAB 7. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.
2. Жиляков Е.Г. Вариационные методы анализа и построения функций по эмпирическим данным: моногр. / Е.Г. Жиляков. – Белгород: Изд-во БелГУ, 2007. – 160 с.
3. Кузнецов М.А. GPRS – технология пакетной передачи данных в сетях GSM / Кузнецов М.А., Абатуров П.С., Никодимов И.Ю., Певцов Н.В., Рыжков А.Е., Сиверс М.А.. СПб.: Судостроение, 2002. – 144 с.
4. Прохоренко Е.И., Урсол Д.В., Устинова А.В. «Новый метод отображения частотно-временных энергетических характеристик речевых данных» // Труды Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи имени А.С.Попова. – Москва, 2007. (Серия: цифровая обработка сигналов и ее применение)
5. Рабинер, Л.Р. Цифровая обработка речевых сигналов [Текст]: Пер. с англ. / Рабинер Л.Р., Шафер Р.В.; под ред. Назарова М.В., Прохорова Ю.Н.. – М.: Радио и связь 1981. – 495 с.

OPTIMAL CHANNEL SIGNALS FOR DIGITAL TRANSMISSION WITH FREQUENCY MULTIPLEXING

E.G. ZHILYAKOV
S.P. BELOV
D.V. URSOL

Belgorod State University

e-mail: Zhilyakov@bsu.edu.ru

In article the new method of formation the channel signals with minimum "infiltration" of energy outside set limits of frequency band, as alternative now in use, such as GMSK and BPSK modulations. Results of computing experiments in comparison of the specified methods in speed of transfer, efficiency of an occupied channel bandwidths and probability of occurrence of erroneous bits.

Keywords: a channel signal, data transmission methods, digital communication, mobile systems.