АЛГОРИТМЫ ОЦЕНКИ МГНОВЕННОЙ ЧАСТОТЫ В БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЯХ ДАТЧИКОВ

А.М. ЛОГВИНОВ Ю.Е. ПОЛЕНОВА М.Г. ТРАВИН

Белгородский государственный университет В статье рассматриваются три алгоритма оценки мгновенной частоты сигнала в беспроводных сетях датчиков. Алгоритмы основаны на преобразовании Гильберта, вейвлете Хаара и методе обобщенного пакета функций (МОПФ). Приводятся полученные результаты как для численно моделируемых, так и для экспериментальных данных.

Ключевые слова: алгоритмы, мгновенная частота, беспроводные сети датчиков

e-mail: travin@bsu.edu.ru

Введение

Проблема определения мгновенной частоты принимаемого сигнала очень важна во многих областях коммуникации, в том числе в беспроводных сетях датчиков получения и накопления данных на оборудовании нефтяных месторождений. В некоторых приложениях изучения нефтяных месторождений на пункт обработки передается малый объем данных измерений от датчика, расположенного в нескольких километрах под Землей. Двоичное частотно-модулированное кодирование (ДЧМК) представляет собой наиболее часто используемый метод передачи результатов измерений в беспроводных датчиках. Главная проблема этого метода передачи данных обусловлена значительной ограниченностью пространства и емкостью электропитания. В связи с этим задача разработки новых алгоритмов демодуляции сигнала является актуальной. Цель выполненной работы — разработать методы и алгоритмы определения мгновенной частоты сигнала, обладающие простотой программирования и аппаратной реализации. Для достижения поставленной цели исследованы три различных метода, основанных на преобразовании Гильберта [1], вейвлете Хаара [2] и методе обобщенного пакета функций (МОПФ) [3, 4, 6].

Математические модели частотно-и фазомодулированных сигналов

При частотной модуляции (ЧМ) мгновенная частота несущей ω_i изменяется линейно по закону модулирующего сигнала m(t) [5]. Таким образом, ω_i можно записать как

$$\omega_i = \omega_c + k_f m(t) , \qquad (1)$$

где ω_c — несущая частота; k_f — постоянная. Фазу $\theta(t)$ можно представить в следующем виде:

$$\theta(t) = \int_{-\infty}^{t} \left[\omega_c + k_f m(\xi) \right] d\xi = \omega_c t + k_f \int_{-\infty}^{t} m(\xi) d\xi .$$
⁽²⁾

Следовательно, ЧМ-сигнал можно записать как

$$s(t) = A \times \cos \left[\omega_c t + k_f \int_{-?}^{t} m(\xi) d\xi \right].$$
(3)

В фазомодулированном (ФМ) сигнале вместо частоты линейно изменяется фаза $\theta(t)$ по закону модулирующего сигнала:

$$\theta(t) = \omega_c t + k_p m(t) , \qquad (4)$$

а мгновенная частота (0, изменяется линейно производной этого сигнала:

$$\omega_i = \frac{d\theta}{dt} = \omega_c + k_p m(t) .$$
(5)

Отсюда становится ясно, что ФМ и ЧМ тесно связаны. Как одна модуляция может быть получена из другой, изображено на рис. 1. Обычно используемые в беспроводных цифровых датчиках методы модуляции — ДЧМК и двоичное фазомодулированное кодирование (ДФМК) являются частными случаями ЧМ и ФМ, когда модулирующий сигнал m(t) принимает только бинарные значения. Хотя все результаты работы

рассматриваемых в настоящей статье алгоритмов приводятся для обработки ЧМсигналов, они могут быть легко модифицированы для ФМ-сигналов.



Рис. 1. Взаимосвязь между частотной и фазовой модуляциями

Методы определения мгновенной частоты сигнала, основанные на преобразовании Гильберта, вейвлете Хаара и методе обобщенного пакета функций

Преобразование Гильберта. Преобразование Гильберта сигнала s(t) порождает ортогональный ему сигнал $s_h(t)$. Угол комплексного сигнала $s(t) + js_h(t)$ соответствует мгновенному значению фазы, а его производная — мгновенной частоте сигнала.

Пусть $\hat{s}(\omega)$ — результат преобразования Фурье вещественного сигнала s(t). Типичный амплитудный спектр сигнала s(t) представлен на рис. 2. Мы можем выделить сигнал $s_+(t)$, который содержит только положительные частоты s(t) умножением спектра $\hat{s}(\omega)$ на функцию Хевисайда $\hat{u}(\omega)$:

$$\widehat{s}_{+}(\omega) = \widehat{s}(\omega)\widehat{u}(\omega).$$
(6)



Рис. 2. Типичный амплитудный спектр сигнала

Из (6) получаем

 $2\hat{s}_{+}(\omega) = \hat{s}(\omega)[1 + \operatorname{sgn}(\omega)] = \hat{s}(\omega) + j[-j \times \operatorname{sgn}(\omega)\hat{s}(\omega)], \qquad (7)$

где $[-j \times \text{sgn}(\omega)\hat{s}(\omega)]$ и есть $\hat{s}_h(\omega)$. Из (8) непосредственно вытекает, что сама функция $s_h(t)$ преобразования Гильберта сигнала s(t) может быть определена из соотношения

$$s_h(t) = F^{-1}\{-j \times \operatorname{sgn}(\omega)\widehat{s}(\omega)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(t)}{t - \tau} d\tau$$
(8)

где F^{-1} — обратное преобразование Фурье. Не сложно проверить, что функции ортогональны, т.е. $\langle s(t), s_h(t) \rangle = 0 \Longrightarrow s_h(t) \perp s(t)$.

Когда мы получили ортогональный сигнал $s_h(t)$, мгновенные фаза и частота сигнала s(t) могут быть определены следующим образом [1]:

$$\theta(t) = \operatorname{arctg}\left\{\frac{s_h(t)}{s(t)}\right\}$$
(9)

И

$$\omega_i(t) = \frac{d\theta}{dt} = \omega_c + k_f m(t) .$$
(10)

Вейвлет-преобразование. По заложенной в нем идее алгоритм, основанный на вейвлет-анализе, аналогичен преобразованию Гильберта. Здесь также определяется ортогональный сигнал к принятому ЧМ-сигналу. Как следует из теории вейвлетов [2], исходный сигнал s(t) можно разложить на ортогональные составляющие f(t) и g(t):

$$f(t) = \sum_{k} c_k \phi(at - k) , \qquad (11)$$

$$g(t) = \sum_{k}^{n} d_k \psi(at - k) , \qquad (12)$$

где параметр *а* зависит от частоты выборки сигнала s(t). Базисные функции $\phi(t)$ и $\psi(t)$ соответствуют масштабирующей функции и вейвлету. Эти функции ортогональны друг другу, т.е. $\langle \phi(at), \psi(at-l) \rangle = 0$ для любых $l \in \Box := \{..., -1, 0, 1, ...\}$.

В наших исследованиях использовался самый простой вариант масштабирующей функции и вейвлета — функции Хаара, представленные на рис. 3. В этом случае коэффициенты $\{c_k\}$ и $\{d_k\}$ для a = 2 определяются выражениями:

$$2c_k = s(k) + s(k+1), (13)$$

$$2d_k = s(k) - s(k+1) . (14)$$



Рис. З. Масштабирующая функция и вейвлет Хаара

Как и в случае преобразования Гильберта мы имеем дело с ортогональными сигналами, поэтому можем получить мгновенную фазу $\theta_k := \theta(t_k)$, где $t_k = k\Delta t$, следующим образом:

$$\theta_{k} = A_{\psi} \arctan\left\{\frac{d_{k}}{c_{k}}\right\}, \tag{15}$$

где A_{ψ} — постоянная, зависящая от периода дискретизации Δt . Окончательно, производная от { θ_k } дает мгновенную частоту.

Метод обобщенного пакета функций. Для заданного множества выборок $\{f_i : i = 0, 1, ..., N\}$ комплексной функции f(t) метод обобщенного пакета функций определяет множество комплексных коэффициентов $\{c_k, \gamma_k : k = 1, 2, ..., M\}$ таких, что

$$f_i \coloneqq f(t_i) = \sum_{k=1}^{M} c_k \exp(\gamma_k t_i); \quad M < N ,$$
(16)

где $t_i = i\Delta t$ и Δt — период дискретизации. МОПФ имеет лучшие вычислительные характеристики по сравнению с последовательным методом Прони [7], который оперирует матричными уравнениями с неполными условиями и требует вычисления

корней полиномов. МОПФ также обладает повышенной устойчивостью к шумовой составляющей сигнала [4]. Сам алгоритм вкратце описывается ниже.

Рассмотрим множество векторов выборок сигнала $\{f_i\}$:

$$\mathbf{F}_{i} \coloneqq \begin{bmatrix} f_{i} & f_{i+1} & \dots & f_{i+N-L-1} \end{bmatrix}^{T}; \\ 0 \le i \le L,$$
(17)

и образуем матрицы размером $(N-L) \times L$:

$$A_{1} = [F_{0} \quad F_{1} \quad \dots \quad F_{L-1}]$$
(18)

И

$$\mathbf{A}_2 = [\mathbf{F}_1 \quad \mathbf{F}_2 \quad \dots \quad \mathbf{F}_L]. \tag{19}$$

Далее, введя обозначение $z_k := e^{\gamma_k \Delta t}$, можно показать, что $\{z_k\}$ представляют собой собственные числа пакета матриц $\mathbf{A}_2 - z\mathbf{A}_1$. Когда получены все значения экспонент, коэффициенты $\{c_k\}$ легко находятся из (16), поскольку теперь мы имеем дело с линейными уравнениями.

Для решения задачи определения мгновенной частоты в экспериментах мы брали окно, включающее в себя не менее одного периода наивысшего значения несущей частоты, и вычисляли две экспоненты. Мнимые части этих экспонент γ_k представляют собой мгновенную частоту, которая определяется на заданном интервале обрабатываемого сигнала с использованием скользящего окна.

Результаты моделирования и экспериментальные данные

На первом этапе исследования всеми тремя алгоритмами обрабатывался численно моделированный ЧМ-сигнал. Сравнительные оценки проводились относительно ошибки восстановления сигнала, которая определялась следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i} |S_{i,n} - S_{i,0}|^{2}}{\sum_{i} |S_{i,0}|^{2}},$$
(20)

где суммирование производилось по всем выборкам, а $S_{i,n}$ и $S_{i,0}$ соответствуют *i*-й выборке сигнала с наличием и отсутствием шума восстановления, соответственно. Этот же критерий использовался и для определения ошибок в экспериментальных исследованиях.

Форма моделируемого исходного сигнала изображена на рис. 4*a*. Для кодирования битов были выбраны следующие частоты: 4 кГц для передачи нулевого бита, а 6 кГц — единичного. Все три алгоритма показали результат определения мгновенной частоты, отличающийся не более чем на 1%, изображенный на рис. 4*б*, что объясняется малой зашумленностью сигнала.



Puc. 4. Результаты определения мгновенной частоты при численном моделировании: а) модулирующий сигнал; б) результат определения мгновенной частоты

Экспериментальные данные показали различие в качестве определения мгновенной частоты различными алгоритмами. На рис. 5 приведен фрагмент зашумленного сигнала с соотношением сигнал/шум 3 дБ, полученного от беспроводного температурного датчика погружного нефтяного насоса с глубины 3,2 км. Результаты определения мгновенной частоты различными алгоритмами приведены на рис. 6.

В таблице 1 приведены экспериментальные данные работы алгоритмов при различном соотношении сигнал/шум. Данные получены при снятии показаний десятиразрядного беспроводного датчика температуры с периодом передачи 10 секунд и равномерном опускании погружного нефтяного насоса в скважину (температура корпуса насоса во время эксперимента не изменялась). Приводятся данные только с соотношением сигнал/шум, близким к шагу в 10%.







Puc. 6. Результаты определения мгновенной частоты сигнала от датчика температуры, изображенного на рис. 5, различными алгоритмами

Таблица 1

Ошибка ^(E) определения мгновенной частоты сигнала от беспроводного датчика температуры погружного нефтяного насоса тремя алгоритмами при различном соотношении сигнал/шум

Соотношение сигнал/шум, дБ	Ошибка, Е		
	Преобр. Гильберта	Вейвлет Хаара	МΟΠΦ
20.0	0.00004	0.00024	0.00004
14.0	0.00019	0.00109	0.00005
10.5	0.00042	0.00273	0.00010
8.0	0.00076	0.00523	0.00016

6.0	0.00123	0.00850	0.00022
4.5	0.02897	0.02143	0.00030
3.0	0.03840	0.03500	0.00042
2.0	0.04707	0.06756	0.00062
1.0	0.05133	0.10211	0.00099
0.0	0.05656	0.11747	0.01252

Выводы

Полученные результаты свидетельствуют о том, что МОПФ менее чувствителен к шуму. Это, скорее всего, связано со спецификой организации метода, который основан на минимизации ошибки по критерию наименьшей квадратической погрешности. Метод, основанный на вейвлет-анализе, представляет собой наиболее простой вариант реализации рассматриваемой задачи и с точки зрения вычислительных затрат. Более того, он может быть просто реализован аппаратными средствами для режима реального времени. Это связано с тем, что для этого метода необходима информация о сигнале только в текущий момент времени. Наоборот, преобразование Гильберта, основанное на преобразовании Фурье, что предполагает использование глобальных базисных функций, требует полной информации о принятом сигнале. МОПФ способен анализировать сигнал в режиме реального времени, но матричные операции сложны для реализации в аппаратуре рассмотренного назначения.

Литература

1. J.G. Proakis, Digital Communication, McGraw-Hill, New York, 1995.

2. М.Г. Травин, В.М. Терешко, Г.А. Травин. Вейвлеты для инженеров – Белгород: «Политерра», 2007.

3. J.C. Goswami, R. Mittra, "On the solution of a class of large-body scattering problems via the extrapolation of FDTD solutions," J. Electromagn. Waves Appl., 12, pp. 229–244, 1998.

4. Y. Hua, T.K. Sarkar, "Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system for its transient response," IEEE Trans. Antennas Propagat., 37, pp. 229–234, 1989.

5. B.P. Lathi, Modern Digital and Analog Communication System, Holt, Rinehart & Wilson, New York, 1983.

6. A.J. Mackay, A. McCowen, "An improved pencil-of-function method and comparisons with traditional methods of pole extraction," IEEE Trans. Antennas Propagat., 35, pp. 435–441, 1987.

7. M.L. Van Blaricum, R. Mittra, "A technique for extracting the poles and residues of a system directly from its transient response," IEEE Trans. Antennas Propagat., 23, pp. 777–781, 1975.

ALGORITHMS FOR ESTIMATING INSTANTANEOUS FREQUENCY IN WIRELESS SENSOR NETWORKS

A.M. LOGVINOV Y.E. POLENOVA M.G. TRAVIN Three algorithms for estimating instantaneous frequency in wireless are discussed. These algorithms are based on Hilbert transform, Haar wavelet, and generalised pencil of functions (GPOF) methods. The received results both for numerically modeling, and for experimental data are resulted.

Belgorod State University

e-mail: travin@bsu.edu.ru

Keywords: algorithms, instantaneous frequency, wireless sensor networks.