

Коновалова Е.С./Гладкий А.С./Ситник С.М./Воронеж/  
 ФОРМУЛА ТЭЙЛОРА ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ ТИПА БЕССЕЛЯ .

Объектом изучения является пара интегральных операторов

$$(\mathcal{D}_b^-(\alpha, \beta, \nu) f)(x) = \frac{1}{\Gamma(\beta+2\alpha)} \int_x^b \left(\frac{y^2-x^2}{2}\right)^{\beta+2\alpha-1} y^{1-2\alpha} \cdot {}_2F_1\left(\begin{matrix} \beta+\alpha+\frac{\nu-1}{2}, \alpha \\ \beta+2\alpha \end{matrix} \middle| 1-\frac{x^2}{y^2}\right) f(y) dy, \quad (1)$$

$$(\mathcal{D}_a^+(\alpha, \beta, \nu) f)(x) = \frac{1}{\Gamma(\beta+2\alpha)} \int_a^x \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^{\beta+2\alpha-1} x^{1-2\alpha} \cdot {}_2F_1\left(\begin{matrix} \beta+\alpha+\frac{\nu-1}{2}, \alpha \\ \beta+2\alpha \end{matrix} \middle| 1-\frac{y^2}{x^2}\right) f(y) dy, \quad (2)$$

где  ${}_2F_1$  - гипергеометрическая функция Гаусса, а также формально сопряженные к ним. Эти операторы на подходящих функциях являются отрицательными дробными степенями оператора Бесселя  $B_\nu = y^{-\nu} d/dy y^\nu d/dy$ , и одновременно обобщают дробные интегралы и операторы Эрлеи-Кобера.

Основной результат - формула Тейлора с оператором Бесселя (справедливая при очевидных ограничениях)

$$f(x) = \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{\Gamma(2k-1)} \left(\frac{b^2-x^2}{2b}\right)^{2k-2} {}_2F_1\left(\begin{matrix} k+\frac{\nu-1}{2}, k-1 \\ 2k-1 \end{matrix} \middle| 1-\frac{x^2}{b^2}\right) \cdot (B_\nu^{k-1} f)|_b - \frac{1}{\Gamma(2k)} \left(\frac{b^2-x^2}{2b}\right)^{2k-1} {}_2F_1\left(\begin{matrix} k+\frac{\nu-1}{2}, k \\ 2k \end{matrix} \middle| 1-\frac{x^2}{b^2}\right) \cdot (DB^{k-1} f)|_b \right\} + \frac{1}{\Gamma(2n)} \int_x^b \left(\frac{y^2-x^2}{2y}\right)^{2n-1} {}_2F_1\left(\begin{matrix} n+\frac{\nu-1}{2}, n \\ 2n \end{matrix} \middle| 1-\frac{x^2}{y^2}\right) B^n f(y) dy.$$

Таким образом, интегральные операторы (1-2) являются ядрами остаточных членов приведённых формул Тейлора.

Авторами также изучены формулы Тейлора для более общего дифференциального оператора, получены формулировки в терминах функций Лежандра, построены резольвенты, формулы композиций и связи разносторонних операторов, обоснованы приложения к решению сингулярных уравнений В-эллиптического типа по методу конечных элементов и Буснова-Галёркина.