

Ляховенский Г.В. / Манчестер /, Ситник С.М./Воронеж/

Приложения гипергеометрических функций к аналитическому и приближенному вычислению одного класса интегралов в задачах расчета конструкций на упругом основании.

Как указано в [1], большой класс задач о расчете изгиба пластинок, стержней и штампов на упругом основании при использовании различных моделей приводит к необходимости вычисления интегралов типа

$$A(x) = \int_0^{\infty} \frac{y^{\alpha} J_{\nu}(xy) dy}{P(y)},$$

где J_{ν} - функция Бесселя, P - многочлен 2, 3 или 4 степени. Через интеграл A выражаются прогиб, давление, угол поворота, изгибающий момент, поперечная сила и другие характеристики. В [1] описаны также некоторые простейшие численные методы и таблицы для A .

Авторами получены следующие две группы результатов.

1) Проведено вычисление интегралов типа $A(x)$ при различных P, ν, α в терминах гипергеометрической функции Гаусса и новых введенных авторами обобщенных гипергеометрических функций от нескольких переменных. Эти функции вводятся при помощи ассоциированной матрицы коэффициентов, содержащей ψ -функции. Описаны особенности и асимптотики $A(x)$ при $x \rightarrow 0, x \rightarrow \infty$. Вычисления основаны на знаменитой теореме Л.Дж. Слейтера - О.И. Маричева, для данного класса задач приводящей к сложному случаю логарифмических расхождений.

2) Полученные формулы содержат быстроходящиеся при всех x ряды; в типичном случае это ряды ${}_0F_5$ с общим членом $\sim \frac{x^k}{(k!)^5}$. На основе этих разложений построены эффективные простые численные методы расчета $A(x)$, для значений P, ν, α из физических моделей построены графики и рассчитаны таблицы. О сложностях, возникающих при прямом расчете $A(x)$ по квадратурным формулам см. также [1] и цитированную там литературу.

Литература.

1. Корнев Б.Г. Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в Бесселевых функциях. / Москва, 1960, ГИФМЛ.