(классическим) сферически симметричной по части переменных (в том числе и радиальных) функции. Это обстоятельство и делает возможным фантастическое предположение о том, что преобразование Радона осесимметрических и радиальных функций в евклидовом пространстве дробной размерности (а это преобразование Радона-Киприянова функций из соответствующих весовых классов) ---преобразование Абеля.

В предполагаемой лекции будут приведены соответствующие формулы вместе с доказательствами наиболее принципиальных из них.

Ситник С.М. (Ростов-на-Дону)
mathsms@yandex.ru

Операторы преобразования Бушмана-Эрдейи и их приложения

Операторы Бушмана–Эрдейи являются интегральными операторами специального вида с функциями Лежандра в ядрах. При определённом выборе параметров они являются одновременным обобщением операторов преобразования Сонина–Пуассона-Дельсарта и их сопряжённых, операторов дробного интегродифференцирования Римана–Лиувилля и Эрдейи–Кобера, а также интегральных преобразований Мелера–Фока.

Интегральные операторы указанного вида с функциями Лежандра в ядрах впервые встретились в работах E.T. Copson по уравнению Эйлера-Пуассона-Дарбу в конце 1950-х годов. Впервые подробное изучение разрешимости и обратимости данных операторов было начато в 1960–х годах в работах Р. Бушмана и А. Эрдейи, и продолжено в работах Higgins, Ta Li, Love, Habibullah, K.N. Srivastava, Динь Хоанг Ань, Смирнова, Катрахова, Вирченко, Федотовой, Килбаса, Скоромник. Название для этого класса операторов предложено автором.

В докладе перечислены основные результаты для операторов Бушмана-Эрдейи, приведена их специальная классификация.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск, Наука и техника, 1987.
2. Virchenko N., Fedotova I. Generalized Associated Legendre Functions and Their Applications. World Scientific, 2001.
3. Kilbas A.A., Skoromnik O.V. Integral transforms with the Legendre function of the first kind in the kernels on L- spaces // Integral Transforms and Special Functions. 2009. Vol. 20, issue 9. P. 653--672.
4. Катрахов В.В. Операторы преобразования и псевдодифференциальные операторы// СМЖ, 1980, т. 21, № 1.
5. Катрахов В.В. Общие краевые задачи для одного класса сингулярных и вырождающихся уравнений// ДАН СССР, 1980, т. 251, № 6.
6. Ситник С.М. Унитарность и ограниченность операторов Бушмана--Эрдейи нулевого порядка гладкости // Препринт ИАПУ ДВО РАН. Владивосток. 1990. 45 с.
7. Ситник С.М. Факторизация и оценки норм в весовых лебеговых пространствах операторов Бушмана-Эрдейи //ДАН СССР. 1991. Т. 320, №6. С. 1326-1330.
8. Ситник С.М. Обзор: Операторы преобразования и их приложения //
В книге: "Исследования по современному анализу и математическому моделированию". (Под ред. В.Ф.Коробейника, А.Г.Кусраева). Владикавказ, ИМ РАН, 2008. С. 226-293.
9. Sitnik S.M. Transmutations and Applications: a survey// 141 pages/ http://arxiv.org/abs/1012.3741
10. Ситник С.М. Ограниченность операторов преобразования Бушмана-Эрдейи// Труды 5-ой международной конференции "Analytical Methods of Analysis and Differential

Equations (AMADE)" Том 1: Математический Анализ. Национальная Академия наук Белоруси,
институт математики. Минск, 2010. С. 120--12511.
11. Ситник С.М. Решение задачи об унитарном обобщении операторов преобразования Сонина—Пуассона// Научные Ведомости Белгородского государственного университета. № 5 (76), Выпуск 18, 2010, С. 135--153.
12. Ситник С.М. Метод факторизации операторов преобразования в теории дифференциальных уравнений// Вестник Самарского Государственного Университета (СамГУ) — Естественнонаучная серия. № 8/1 (67), 2008, С. 237--248.

Скориков А.В. (Москва)
skorikov@gubkin.ru

Пространство потенциалов Рисса на цилиндре

В работе С.Г.Самко [1] дано описание в терминах гиперсингулярных интегралов пространства риссовых потенциалов на R^n Рассмотрим задачу об описании пространства риссовых потенциалов функций, определенных на цилиндрическом множестве, которое является декартовым произведением m-мерного тора T^m и евклидова пространства R^n. Отождествим такие функции с функциями на R^{m+n} периодическими по первым m переменным. Функциональные пространства дифференцируемых функций на $T^1 \times R^n$ применяются в теории уравнений КЗК (Хохлова, Заболоцкой, Кузнецова) [2].

Используя на R^n ядро Гаусса-Вейерштрасса $\mathrm{W_t(x) = (4\pi t)^{-n/2} \exp(-|x|^2/4t)}, \mathrm{x} \in \mathrm{R}^n$, а на T^m модифицированную периодизацию такого ядра

$$w_{\mathrm{t}}(\theta) = \sum_{|k|>0} e^{-t|k|^2} \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\mathrm{k},\theta)}, \theta \in \mathrm{R}^m$$

определим на цилиндре ядро Гаусса-Вейерштрасса $w_{\mathrm{t}}(\theta, x) = w_{\mathrm{t}}(\theta)\mathrm{W_t(x)}$ и ядро потенциала Рисса

$$I_\alpha(\theta, x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha/2)} \int_0^\infty t^{\alpha/2-1} w(\theta, x) dt.$$

Потенциал Рисса I_*^α на функциях с нулевым средним по тору T^m определяется как свертка с ядром $I_\alpha(\theta, x)$. В образах Фурье потенциал Рисса сводится к умножению на функцию $|\lambda|^{-\alpha}$ с целочисленными первыми m координатами.

Теорема 1. Если $0 < \alpha < m+n,\ 1 < p < \alpha/(m+n)$, то оператор Рисса I_*^α ограничен из L_p в L_q.

Теорема 2. Если $\int_{T^m} \varphi \, d\nu = 0$ и $0 < \alpha < n$, то справедливо представление потенциала Рисса $I_*^\alpha \varphi$ в виде особо сходящегося интеграла по всему пространству R^{m+n}.

С помощью теорем 1,2 можно дать описание пространства риссовых потенциалов на цилиндре в терминах гиперсингулярных интегралов.

1.Самко С.Г. О пространствах риссовых потенциалов. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1976, т.40, №5, с.1443-1472.

2. Bardos C., Rozanova A. KZK equation. International conference and work-shop "Function Spaces, Approximation Theory, Nonlinear Analysis"dedicated to the centennial of Sergei Michailovich Nikolskii. Russian Academy of Sciences. V.A. Steclov Mathematical Institute, Moscow, Russia, May, 23-29, 2005, p.258