УДК 533.72

ТЕРМОФОРЕЗ НАГРЕТОЙ КАПЛИ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ*

Н.В. Малай

Белгородский государственный университет
308015, Белгород, ул. Победы, 85, e-mail: malay@bsu.edu.ru

При малых числах Рейнольдса и Пекле проведено теоретическое описание влияния на термофорез капли в вязкой неизотермической жидкости движения среды (учет конвективных членов в уравнении теплопроводности) и нагрева ее поверхности. При рассмотрении термофореза учитывалась зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости и теплопроводности) от температуры. Получены аналитические формулы для силы и скорости термофореза.

Ключевые слова: термофорез, термофорез в жидкости

1. Введение. Постановка задачи. Термофоретическое движение капли возникает во внешнем заданном поле градиента температуры относительно неподвижной жидкости. Под действием термокапиллярной силы и силы вязкого сопротивления среды капля приобретает постоянную скорость – скорость термофореза. В общем случае, это движение связано с возникновением касательных напряжений на поверхности капли за счет изменения коэффициента поверхностного натяжения σ с температурой T (эффект Марангони [1]) и тепловым скольжением окружающей среды вдоль поверхности частицы K_{TS} [2]. В работе [3] коэффициент теплового скольжения определен для ряда жидкостей (например, для капель ртути, движущихся в воде $K_{TS}^{e}=K_{TS}^{i}=0.13$; для капель ртути, движущихся в глицерине $K_{TS}^{e}=K_{TS}^{i}=2.5\,10^{-5}$). Здесь и далее индексы «е» и «i» будем относить соответственно к вязкой жидкости и частице; индексом «∞» обозначены параметры жидкости вдали от капли, а индексом «s» – значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности частицы, равной T_S. Заметим, что до настоящего времени пока удалось рассчитать с разумной степенью точности коэффициент теплового скольжения для газов [4]. Это связано с отсутствием строгой математической теории неоднородных жидкостей.

Рассматривается установившееся движение нагретой капли вязкой несжимаемой жидкости в другой, не смешивающейся с ней вязкой несжимаемой жидкости, заполняющей все пространство. Под нагретой каплей понимают каплю, средняя температура поверхности которой по величине значительно превышает температуру окружающей среды вдали от нее. Нагрев ее поверхности может быть обусловлен, например, протеканием объемной химической реакции; процессом радиоактивного распада вещества частицы; поглощением электромагнитного излучения и т.д. Нагретая поверхность капли оказывает значительное влияние на теплофизические характеристики окружающей среды и тем самым существенно может повлиять на распределение полей скорости и давления в ее окрестности. На бесконечности жидкость покоится и имеется заданный постоянный градиент температуры ∇T ($\nabla T || OZ$). Предполагается, что плотности, теплопроводности, теплоемкости жидкостей вне и внутри капли постоянны, коэффициент вязкости капли по величине больше коэффициента вязкости внешней жидкости, коэффициент поверхностного натяжения – произвольная функция температуры, движение капли достаточно медленное (малые числа Пекле и Рейнольдса), и она сохраняет сферическую форму (искажение сферической формы будет рассмотрено ниже).

---

* Работа выполнена при поддержке внутривузовского гранта и гранта РНП.2.1.1.3263

При исследовании движения неравномерно нагретых капель при произвольных перепадах температуры в вязкой среде во внешнем постоянном поле градиента температуры необходимо учитывать наряду с зависимостью коэффициента динамической вязкости и коэффициента поверхностного натяжения от температуры, также и влияния движения среды на термофорез, т.е. учет конвективных членов в уравнении теплопереноса.

Из всех параметров переноса жидкости только коэффициент динамической вязкости (μ_e) сильно зависит от температуры [5]. Для учета зависимости вязкости от температуры воспользуемся формулой (1.1), которая позволяет описывать изменение вязкости в широком интервале температур с любой необходимой точностью (при $F_n = 0$ эту формулу можно свести к известному соотношению Рейнольдса [5])

$$\mu_e = \mu_\infty \left[1 + \sum_{m=1}^{\infty} F_n \left(\frac{T_e}{T_\infty} - 1 \right)^n \right] exp\left\{ - A \left(\frac{T_e}{T_\infty} - 1 \right) \right\}. \tag{1.1}$$

Здесь $\mu_\infty = \mu_e(T_\infty)$, T_∞ – температура жидкости вдали от нагретой капли.

Известно, что вязкость жидкости уменьшается с температурой по экспоненциальному закону [5]. Анализ имеющихся полуэмпирических формул показал, что выражение (1.1) позволяет наилучшим образом описать изменение вязкости в широком интервале температур с любой необходимой точностью. Без учета коэффициентов F_n относительная погрешность может составить до 40 %. Впервые формула (1.1) была предложена в работах Е.Р. Щукина, см., например, [6].

Выберем начало неподвижной системы координат в мгновенном положении центра сферической капли радиуса R. Будем предполагать, что капля движется с постоянной скоростью U в отрицательном направлении оси OZ. Распределения скорости и давления должны быть симметричными относительно оси, проходящей через центр капли и параллельной вектору скорости U. В рамках сформулированных допущений уравнения для скоростей (U), давлений (P) и температур (T) вне и внутри капли приобретают в виде [7-8]

$$\frac{\partial P_e}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu_e \left(\frac{\partial U_k^e}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^e}{\partial x_k} \right) \right\}, \quad div U_e = 0, \tag{1.2}$$

$$\mu_i \Delta U_i = \nabla P_i, \quad div U_i = 0, \tag{1.3}$$

$$\rho_e c_{pe} (U_e \cdot \nabla) T_e = \lambda_e \Delta T_e, \tag{1.4}$$

$$\rho_i c_{pi} (U_i \cdot \nabla) T_i = \lambda_i \Delta T_i + q_i. \tag{1.5}$$

Система уравнений (1.2) – (1.5) решалась со следующими граничными условиями в сферической системе координат (r, θ, φ):

$$r = R, \quad T_e = T_i, \quad \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} = \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r}, \quad U_r^e = U_r^i = -U \cos\theta,$$

$$U_\theta^e - U_\theta^i = K_{TS}^e \frac{\nu_e}{RT_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} - K_{TS}^i \frac{\nu_i}{RT_i} \frac{\partial T_i}{\partial \theta}, \tag{1.6}$$

$$\mu_e \left(\frac{\partial U_\theta^e}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^e}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^e}{r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \frac{\partial T_i}{\partial \theta} = \mu_i \left(\frac{\partial U_\theta^i}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^i}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^i}{r} \right),$$

$$r \to \infty, \; U_e \to 0, \; P_e \to P_\infty, \; T_e \to T_\infty + |\nabla T| r \cos\theta, \tag{1.7}$$

$$r \to 0, \quad |U_i| \neq \infty, \; P_i \neq \infty, \; T_i \neq \infty. \tag{1.8}$$

Здесь $q_i(r,\theta)$ – плотность тепловых источников, неоднородно распределенных в объеме капли, зависящая от сферических координат r и θ $(0\le\theta\le\pi)$; σ – коэффициент поверхностного натяжения капли; ν, c_p, λ – коэффициенты кинематической вязкости, теплоемкости и теплопроводности: U_k – компоненты массовой скорости U_e в декартовой, а U_r, U_θ – в сферической системах координат.

В граничных условиях (1.6) на поверхности ($r=R$) капли учтено: условие непроницаемости для нормальных компонентов скоростей, равенство температур, непрерывность потоков тепла, равенство касательных скоростей для внутренней и внешней среды и непрерывность касательных составляющих тензора напряжений.

На большом расстоянии от капли ($r\to\infty$) справедливы граничные условия (1,7), а конечность физических величин, характеризующих частицу при $r\to 0$, учтена в (1,8).

Определяющими параметрами в задаче являются материальные постоянные ρ_e, μ_∞, λ_e, c_{pe} и сохраняющиеся в процессе движения сферической капли $R, |\nabla T|, T_\infty$ и U. Из этих параметров можно составить три безразмерные комбинации: $\varepsilon = R|\nabla T|/T_\infty \ll 1$ – характеризующий перепад температуры на размере частицы, и числа Рейнольдса и Пекле.

Обезразмерим уравнения (1.2) – (1.5) и граничные условия (1.6) – 1.8), введя безразмерные скорость, температуру следующим образом: $V_k = U_k/U$, $t_k = T_k/T_\infty$, $k=e, i$). Здесь в качестве единицы изменения расстояния выбран радиус капли R, температуры $-T_\infty$ и скорости – U, где $U \sim |\mu_\infty|\nabla T||/(\rho_e T_\infty)$.

При $\varepsilon \ll 1$ решение уравнений гидродинамики и теплопереноса следует искать в виде:

$$V = V^{(o)} + \varepsilon V^{(1)} + \ldots, \qquad t = t^{(o)} + \varepsilon t^{(1)} + \ldots \tag{1.9}$$

2. Поля температур вне и внутри нагретой капли. Сила и скорость термофореза. При нахождении силы и скорости термофореза мы ограничимся поправками первого порядка малости. Поэтому до членов, пропорциональных ε, получаем следующие решения уравнений гидродинамики и теплопереноса. Нулевые приближения:

$$t_e^{(o)}(y) = 1 + \frac{\gamma_0}{y},\ t_i^{(o)}(y) = B_o + \frac{1}{4\pi R T_\infty \lambda_i y}\int_V q_i dV + \int_1^y \frac{\psi_o}{y}dy - \frac{1}{y}\int_1^y \psi_o dy, \tag{2.1}$$

$B_o = 1 + (1 - \frac{\lambda_e}{\lambda_i})\gamma_0$, $\psi_o = -\frac{R^2}{2\lambda_i T_\infty} y^2 \int_{-1}^{+1} q_i(r,\theta)dx$, где $\gamma_0 = t_S - 1$ – безразмерный параметр, характеризующий перепад температуры между каплей и областью вдали от нее; $t_S = T_S/T_\infty$, T_S – средняя температура поверхности частицы, определяемая формулой

$$\frac{T_s}{T_\infty} = 1 + \frac{1}{4\pi R\lambda_e T_\infty}\int_V q_i dV\ . \tag{2.2}$$

В (2.2) интегрирование также ведется по всему объему капли.

В силу слабой асимметрии по углу θ в коэффициенте динамической вязкости, можно пренебречь зависимостью от угла θ в системе капля-жидкая среда и считать, что вязкость зависит только от температуры $t_e^{(0)}(y)$, т.е. $\mu_e(t_e) \approx \mu_e(t_e^{(0)})$. С учетом этого, выражение (1.1) принимает вид

$$\mu_e = \mu_\infty\left[1+\sum_{n=1}^{\infty}F_n\frac{\gamma_0^n}{y^n}\right]exp\left\{-A\frac{\gamma_0}{y}\right\}. \tag{2.3}$$

Формула (2.3) в дальнейшем используется при нахождении полей скорости и давления в окрестности нагретой капли.

Кроме того, учитывая, что $\mu_e(t_e)$ зависит только от $t_e^{(0)}(y)$, т.е. от радиальной координаты, что позволяет решать раздельно уравнения гидродинамики и теплопереноса в первом приближении методом разделения переменных. Сшивка решений происходит с помощью граничных условий на поверхности капли.

Первые приближения:

$$t_i^{(1)} = cos\theta\left\{By+\frac{C}{y^2}+\omega\frac{\beta\lambda_e}{2\lambda_i}(A_3-\frac{A_4}{2}y^2)+\frac{1}{3}\left[y\int_1^y\frac{\psi_1}{y^2}dy-\frac{1}{y^2}\int_1^y\psi_1 y\,dy\right]+\right.$$

$$\left.+y\int_1^y\Omega\left(A_4+\frac{A_3}{y^2}\right)dy-\frac{1}{y^2}\int_1^y\Omega\left(A_4y^2+A_3y\right)dy\right\},\ P_i = P_{i0}+10\frac{\mu_i}{R}A_4y^2cos\theta,$$

$$t_e^{(1)}(y,\theta)=cos\theta\left\{\frac{\Gamma}{y^2}+y-\omega\sum_{k=1}^{2}A_k\tau_k\right\},\quad V_r^e(y,\theta)=cos\theta\left(A_1G_1+A_2G_2\right), \tag{2.4}$$

$$V_\theta^e(y,\theta)=-sin\theta\left(A_1G_3+A_2G_4\right),\quad V_r^i(y,\theta)=cos\theta\left(A_3+A_4y^2\right),$$

$$V_\theta^i(y,\theta)=-sin\theta\left(A_3+2A_4y^2\right),\quad P_e=P_\infty+h(y)cos\theta,$$

где $J=\frac{1}{V}\int_V q_i z\,dV$, $\Omega=\frac{Pr_\infty\beta}{3}\int_1^y\psi_o dy$, $z=r\cos\theta$; $\int_V q_i z\,dV$ – дипольный момент плотности тепловых источников; $Pr_\infty=\mu_\infty c_{pe}/\lambda_e$ – число Прандтля, $\omega=Pr_\infty\gamma_0$.

$$C=\frac{RJ}{3T_\infty\lambda_i}-\frac{\omega}{6}\frac{\beta\lambda_e}{\lambda_i}\left(A_3+\frac{A_4}{2}\right),\ V=\frac{4}{3}\pi R^3,\ \psi_1=-\frac{3R^2}{2\lambda_iT_\infty}y^2\int_{-1}^{+1}q_ix\,dx,\ \beta=\frac{\rho_i c_{pi}\lambda_e}{\rho_e\lambda_i c_{pe}},$$

$$B=B_1+\frac{\omega}{3}\frac{\beta\lambda_e}{\lambda_i}(A_4+A_3),\ G_1=\frac{1}{y^3}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{C_n^{(1)}}{y^n},\ G_2=\frac{1}{y}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{C_n^{(2)}}{y^n}+\frac{\omega_0}{y^3}\ln y\sum_{n=0}^{\infty}\frac{C_n^{(1)}}{y^n},$$

$$G_3=G_1+\frac{y}{2}G_1^I,\quad G_4=G_2+\frac{y}{2}G_2^I,\quad \tau_1=\frac{1}{y^3}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{C_n^{(1)}}{(n+1)(n+3)y^n}, \tag{2.5}$$

$$\tau_2=-\frac{1}{y}\left\{\frac{1}{2}+\frac{C_1^{(2)}}{3y}\ln y-\sum_{n=2}^{\infty}\frac{C_n^{(2)}}{(n-1)(n+2)y^n}-\frac{\omega_0}{y^2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[(n+1)(n+4)\ln y+\right.\right.$$

$$\left.\left.+2n+5\right]\frac{C_n^{(1)}}{(n+1)^2(n+4)^2y^n}\right\}.\ h(y)=\frac{\mu_eU}{R}\left[\frac{y^2}{2}\frac{d^3G}{dy^3}+3y\frac{d^2G}{dy^2}+2\frac{dG}{dy}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\mu_e}\frac{d\mu_e}{dy}\left(\frac{y^2}{2}\frac{d^2G}{dy^2}+y\frac{dG}{dy}\right)\right],\quad G(y)=A_1G_1+A_2G_2.$$

В (2.5) G_k^I – первая производная по y соответствующей функции ($k=1,2$). Значения коэффициентов $C_n^{(1)}$ и $C_n^{(2)}$ находятся с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$C_n^{(1)} = -\frac{1}{n(n+2)(n+3)(n+5)}\sum_{k=0}^{n-1}(k+3)\Big[(k+4)(k+5)(k+6)\alpha^{(1)}_{n-k} + (k+4)\alpha^{(3)}_{n-k} -$$
$$-(\text{л}+4)(\text{л}+5)\alpha^{(2)}_{m-\text{л}} - \alpha^{(4)}_{m-\text{л}}\Big]C^{(1)}_{\text{л}}\gamma_0^{n-k} \qquad (n \ge 1),$$

$$C_n^{(2)} = -\frac{1}{n(n+1)(n+3)(n-2)}\Bigg\{\sum_{k=0}^{n-1}(k+1)\Big[(k+2)(k+3)(k+4)\alpha^{(1)}_{n-k} + (k+2)\alpha^{(3)}_{n-k} -$$
$$-(\text{л}+2)(\text{л}+3)\alpha^{(2)}_{m-\text{л}} - \alpha^{(4)}_{m-\text{л}}\Big]C^{(2)}_{\text{л}}\gamma_0^{n-k} - \omega_0\sum_{k=0}^{n-2}\Big[\left(4k^3+54k^2+238k+342\right)\alpha^{(1)}_{n-k-2} -$$
$$-\left(3k^2+24k+47\right)\alpha^{(2)}_{n-k-2} + (2k+7)\alpha^{(3)}_{n-k-2} - \alpha^{(4)}_{n-k-2}\Big]C^{(1)}_k\gamma_0^{n-k-2}\Bigg\} \quad (n \ge 3).$$

При вычислении коэффициентов $C_n^{(1)}$ и $C_n^{(2)}$ по приведенным выше формулам необходимо учитывать, что $C_o^{(1)} = 1$, $C_o^{(2)} = 1$, $C_2^{(2)} = 1$, $\alpha_n^{(1)} = F_n$, $\alpha_0^{(1)} = 1$,

$\alpha_n^{(2)} = 2(4-n)F_n + 2AF_{n-1}$, $\alpha_n^{(3)} = \left(n^2-9n+8\right)F_n + A(10-2n)F_{n-1} + A^2F_{n-2}$,

$\alpha_0^{(2)} = 8$, $\alpha_m^{(4)} = 2\left(n^2-4\right)F_n + 2(1-2n)AF_{n-1} + 2A^2F_{n-2}$, $\alpha_0^{(3)} = 8$, $\alpha_0^{(4)} = -8$,

$$\omega_0 = \frac{\gamma_0}{30}\left[\left(24\alpha_2^{(1)} - 6\alpha_2^{(2)} + 2\alpha_2^{(3)} - \alpha_2^{(4)}\right)\gamma_0 + 2\left(60\alpha_1^{(1)} - 12\alpha_1^{(2)} + 3\alpha_1^{(3)} - \alpha_1^{(4)}\right)C_1^{(2)}\right],$$

$C_1^{(2)} = \frac{\gamma_0}{8}\left(24\alpha_1^{(1)} - 6\alpha_1^{(2)} + 2\alpha_1^{(3)} - \alpha_1^{(4)}\right)$, F_n при $n<0$ равны нулю.

Постоянные интегрирования, входящие в выражения (2.4), определяются из граничных условий на поверхности нагретой капли. После их вычисления сила, действующая на частицу во внешнем заданном поле градиента температуры, определяется интегрированием тензора напряжений по поверхности капли [8] и аддитивно складывается из силы вязкого сопротивления среды F_μ и силы $F^{(1)}$

$$F = F_\mu + \varepsilon F^{(1)}, \tag{2.6}$$

где $F_\mu = -6\pi R\mu_\infty U f_\mu n_z$, $F^{(1)} = -6\pi R\mu_\infty f_p n_z$, $f_\mu = \frac{2}{3}\dfrac{N_3 + \dfrac{\mu_e^{(S)}}{3\mu_i^{(S)}}}{N_1 + \dfrac{\mu_e^{(S)}}{3\mu_i^{(S)}}}$,

$$f_p = \frac{4}{3}\frac{G_1}{N_1 + \dfrac{\mu_e^{(S)}}{3\mu_i^{(S)}}}\left(\frac{K_{TS}^e\nu_e^{(S)} - K_{TS}^i\nu_i^{(S)}}{Rt_S} + \frac{1}{3\mu_i^{(S)}}\frac{\partial\sigma}{\partial t_i}\right)\left[\frac{RJ}{\lambda_i^{(S)}\delta T_\infty} + 3\frac{\lambda_e^{(S)}}{\delta\lambda_i^{(S)}} +\right.$$
$$\left. + \frac{\omega}{\delta G_1}\frac{\lambda_e^{(S)}}{\lambda_i^{(S)}}\left\{\Phi_1 + \frac{N_3 + \dfrac{\mu_e^{(S)}}{3\mu_i^{(S)}}N_4}{N_1 + \dfrac{\mu_e^{(S)}}{3\mu_i^{(S)}}N_2}\left(G_1\Phi_2 - G_2\Phi_1\right)\right\}\right], \quad \delta = 1 + 2\frac{\lambda_e^{(S)}}{\lambda_i^{(S)}},$$

$\Phi_k = 2\tau_k + \tau_k^I$ $(k=1,2)$, $N_1 = G_1G_2^I - G_2G_1^I$, $N_2 = G_2\left(2G_1^I + G_1^{II}\right) - G_1\left(2G_2^I + G_2^{II}\right)$, $N_3 = -G_1^I$, $N_4 = 2G_1^I + G_1^{II}$, n_z – единичный вектор в направлении оси OZ, верхние индексы "I, II" представляют собой первые и вторые производные от соответствующих функций.

При оценке коэффициентов f_μ, и f_p необходимо учитывать, что индексом "s" обозначены значения физических величин, взятые при средней температуре поверхности капли T_S, которая определяется по формуле (2.2); функции $N_1, N_2, N_3, N_4, \tau_1, \tau_2, \tau_1^I, \tau_2^I, G_1, G_1^I, G_1^{II}, \Phi_1$ и $G_2, G_2^I, G_2^{II}, \Phi_2$ берут при $y = 1$.

Отметим, что в общую силу $F^{(1)}$ дают вклад три эффекта – чистый термофорез (член, пропорциональный $3\dfrac{\lambda_e^{(s)}}{\delta\,\lambda_i^{(s)}}$); член, пропорциональный дипольному моменту плотности тепловых источников ($\dfrac{RJ}{\lambda_i^{(s)}\delta T_\infty}$) и обусловленный неоднородным распределением температуры в объеме капли и член, пропорциональный $\omega = Pr_\infty \gamma_0$, учитывающий влияние движения среды, т.е. конвективных членов в уравнении теплопереноса.

Приравнивая полную силу к нулю, получаем выражение для скорости упорядоченного движения капли во внешнем заданном поле градиента температуры

$$U = -\varepsilon\, f_p / f_\mu\, n_z, \tag{2.7}$$

В случае, когда величина нагрева поверхности капли достаточно мала, т.е. средняя температура поверхности капли незначительно отличается от температуры окружающей среды на бесконечности $(\gamma \to 0)$, зависимостью коэффициента вязкости от температуры можно пренебречь, и тогда формулы (2.6) – (2.7) переходят в известные в литературе выражения [1 –2].

Формулы (2.6) – (2.7) позволяют при известном распределении по объему нагретой капли тепловых источников учесть влияние движения среды на величину силы сопротивления, действующей на каплю, а также термокапиллярную силу и скорость ее упорядоченного движения при произвольных перепадах температуры между поверхностью частицы и областью вдали от нее, с учетом экспоненциального вида зависимости вязкости от температуры во внешнем постоянном поле градиента температуры. Полученные выше формулы (2.6) – (2.7) носят наиболее общий характер.

Чтобы оценить, какой вклад движения среды оказывает на термокапиллярный дрейф капли, необходимо конкретизировать природу тепловых источников. В качестве примера мы рассмотрим наиболее простой случай. Будем предполагать, что нагрев частицы происходит за счет поглощения электромагнитного излучения, и капля поглощает излучение как черное тело. Когда частица поглощает излучение как черное тело, поглощение излучения происходит в тонком слое толщиной $\delta R << R$, прилегающем к нагреваемой части поверхности частицы. При этом плотность тепловых источников внутри слоя толщиной δR определяется с помощью следующей формулы [9]:

$$q_i(r,\theta) = \begin{cases} -\dfrac{I}{\delta R}\cos\theta, & \dfrac{\pi}{2} \le \theta \le \pi, R - \delta R \le r \le R \\ 0, & 0 \le \theta \le \dfrac{\pi}{2} \end{cases}, \tag{2.8}$$

где I – интенсивность падающего излучения, которая связана со средней относительной температурой поверхности частицы соотношением $t_s = 1 + \dfrac{R}{4\lambda_e T_\infty} I$.

С учетом (2.8) имеем следующие выражения:

$$\int_V q_i(r,\theta) z\, dV = -\frac{2}{3}\pi R^3 I, \quad \int_V q_i(r,\theta)\, dV = \pi R^2 I,$$

и формулы (2.6) – (2.7) принимают более простые выражения, позволяющие провести численные оценки влияния движения среды на силу и скорость термофореза. Численные оценки проводились для капель ртути, взвешенных в воде при $T_{\infty} = 273\ ^{o}K$, $R = 15\,мкм$, которые показали, что с увеличением интенсивности падающего излучения учет конвективных членов в уравнении теплопереноса существенно влияет на скорость термофореза.

При рассмотрении термофоретического движения неравномерно нагретой капли форма ее поверхности заранее неизвестна и должна быть определена из решения задачи. Однако легко показать, что в нашем случае, если ограничиваться поправками первого порядка малости (для этого необходимо разложить в ряд по полиномам Лежандра коэффициент поверхностного натяжения и учесть граничное условие для нормальных напряжений тензора вязких напряжений), неравномерно нагретая капля сохраняет сферическую форму.

Заключение

В работе при малых числах Рейнольдса и Пекле рассмотрена задача о термофоретическом движении неравномерно нагретой капли в вязкой несжимаемой жидкости. Получены аналитические выражения для силы и скорости термофореза с учетом зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости и теплопроводности) от температуры и влияния движения среды (учет конвективных членов в уравнении теплопроводности).

Литература

1. Гупало Ю.И., Редников А.Е., Рязанцев Ю.С. Термокапиллярный дрейф капли при нелинейной зависимости поверхностного натяжения от температуры // ПММ. – 1989. – Т. 53. – Вып. 3. – С. 433-442.

2. Яламов Ю.И., Санасарян А.С. Движение капель в неоднородной по температуре вязкой среде // ИФЖ. – 1975. – Т. 28. – № 6. – С. 1061-1064.

3. Mollob G.S., Meison A. Termophoresis in liquids // J. Coll. and Interface Sci. – 1973. – V. 44 – N. 2. – P. 339-346.

4. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. Теория термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц // ЖТФ. – 1982. – Т. 52. – Вып. 11. – С. 2253-2261.

5. Бретшнайдер Ст. Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. – М.: Химия, 1966. – 535 с.

6. Яламов Ю.И., Щукин Е.Р., Попов О.А. Термофоретическоег и фотофоретическое движение нагретой капли в вязкой неизотермической жидкости // ДАН СССР. – 1985. – Т. 297. – № 1. – С. 91-95.

7. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. – М.: Мир, 1976. – 630 с.

8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. – М.: Гостехиздат, 1954. – 795 с.

9. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. – М.: Мир, 1986. – 660 с.

ON THE THERMOPHORESIS OF A HEATED DROP IN THE VISCOUS LIQUID

N.V. Malay

Belgorod State University, Pobedy St., 85, Belgorod, 308015, Russia, e-mail: malay@bsu.edu.ru

The theoretical description of influence of environment and heating surface on drops' thermophoresis in a viscous not isothermal liquid is described for small Reynolds's and Péclet numbers. By thermophoresis consideration dependence of factors of molecular carry (viscosity and heat conductivity) from temperature was taken into account. Analytical formulas for thermophoresis force and speeds are received.

Key words: thermophoresis, thermophoresis in a liquid