



УДК 621.397

МЕТОД СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ОСНОВАННЫЙ НА РАЗЛОЖЕНИИ КВАЗИЦИКЛИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПО СОБСТВЕННЫМ ВЕКТОРАМ СООТВЕТСТВУЮЩИХ СУБПОЛОСНЫХ МАТРИЦ

**Е.Г. ЖИЛЯКОВ
А.А. ЧЕРНОМОРЕЦ
В.А. ГОЛОЩАПОВА**

*Белгородский государственный
национальный исследовательский
университет*

*e-mail:
Zhilyakov@bsu.edu.ru
Chernomorets@bsu.edu.ru
VGoloschapova@bsu.edu.ru*

В работе изложен метод сжатия изображений, основанный на разложении квазициклических компонент изображения по собственным векторам соответствующих субполосных матриц, который позволяет достичь высоких коэффициентов сжатия для отдельного класса изображений.

Ключевые слова: изображение, частотный субинтервал, квазициклические компоненты, информационные классы, субинтервальные преобразования.

Современное развитие информационно-телекоммуникационных систем, основанное на использовании все более мощных компьютеров и наличии прогресса в технологии производства цифровых камер, сканеров и принтеров, приводит к широкому использованию изображений в цифровом виде. В связи с этим растет интерес к улучшению алгоритмов сжатия изображений. Сжатие данных актуально для достижения больших скоростей их передачи и эффективности хранения. Для решения проблемы сжатия изображения используются достижения во многих областях техники и математики. Одной из основных проблем является выделение и сокращение избыточности информации на изображении. В данной работе представлен новый метод сжатия изображений, основанный на разложении квазициклических компонент по собственным векторам соответствующих субполосных матриц, который позволяет достичь высоких коэффициентов сжатия для отдельного класса изображений.

Предлагаемый метод сжатия/восстановления изображений в цифровом виде, задаваемых в виде матрицы $\Phi = (f_{ik})$, $i = 1, 2, \dots, N_1$, $k = 1, 2, \dots, N_2$, значения элементов которой соответствуют яркости пикселей изображения, заключается в следующем.

На первом этапе необходимо определить доли энергии $P_{r_1 r_2}$, $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$, компонент изображения $\Phi = (f_{ik})$, $i = 1, 2, \dots, N_1$, $k = 1, 2, \dots, N_2$, в различных частотных субинтервалах $\Omega_{r_1 r_2}$ [1],

$$P_{r_1 r_2} = \frac{\text{tr}(A_{r_1}^T \cdot \Phi \cdot A_{r_2} \cdot \Phi^T)}{\text{tr}(\Phi \Phi^T)}, \quad (1)$$

где Φ – матрица исходного изображения, $A_{r_1} = (a_{i_1 i_2}^{r_1})$, $i_1, i_2 = 1, \dots, N_1$, и $A_{r_2} = (a_{k_1 k_2}^{r_2})$, $k_1, k_2 = 1, \dots, N_2$ – субполосные матрицы, значения элементов которых вычисляются на основании следующих выражений,



$$\alpha_{i_1 i_2}^{r_1} = \begin{cases} \frac{2 \cos \frac{\sigma_1 (2r_1 - 1)(i_1 - i_2)}{2} \sin \frac{\sigma_1 (i_1 - i_2)}{2}}{\pi (i_1 - i_2)}, & i_1 \neq i_2, \\ \frac{\sigma_1}{\pi}, & i_1 = i_2, \end{cases}$$

$$\alpha_{k_1 k_2}^{r_2} = \begin{cases} \frac{2 \cos \frac{\sigma_2 (2r_2 - 1)(k_1 - k_2)}{2} \sin \frac{\sigma_2 (k_1 - k_2)}{2}}{\pi (k_1 - k_2)}, & k_1 \neq k_2, \\ \frac{\sigma_2}{\pi}, & k_1 = k_2, \end{cases}$$

$$\sigma_1 = \frac{\pi}{R_1},$$

$$\sigma_2 = \frac{\pi}{R_2},$$

соответствующие частотному субинтервалу $\Omega_{r_1 r_2}$,

$$\Omega_{r_1 r_2} : \{ \Omega(u, v) \mid (u \in [\alpha_{r_1}, \alpha_{r_1+1}] \mid v \in [\beta_{r_2}, \beta_{r_2+1}]) \cup (u \in [\alpha_{r_1}, \alpha_{r_1+1}] \mid v \in [-\beta_{r_2+1}, -\beta_{r_2}]) \cup (u \in [-\alpha_{r_1+1}, -\alpha_{r_1}] \mid v \in [-\beta_{r_2+1}, -\beta_{r_2}]) \cup (u \in [-\alpha_{r_1+1}, -\alpha_{r_1}] \mid v \in [\beta_{r_2}, \beta_{r_2+1}]) \}, \quad (2)$$

$$\alpha_{r_1} = (r_1 - 1) \frac{\pi}{R_1}, \quad \beta_{r_2} = (r_2 - 1) \frac{\pi}{R_2},$$

$$r_1 = 1, 2, \dots, R_1, \quad r_2 = 1, 2, \dots, R_2.$$

Далее на основе анализа значений указанных долей энергии определяется частотная концентрация C_m [2] для различных пороговых значений доли m суммарной энергии

$$C_m = \frac{l_m}{R_1 R_2}, \quad (3)$$

где l_m – минимальное количество частотных субинтервалов, в которых сосредоточена заданная доля m энергии изображения. Вычисленная частотная концентрация позволяет оценить долю суммарной площади частотных субинтервалов, в которых сосредоточена подавляющая доля энергии анализируемого изображения. Ранее [2] было выявлено, что для большинства изображений значение величины частотной концентрации указывает на сосредоточенность энергии изображений в узком частотном диапазоне.

Затем, на основе анализа значений долей энергии изображения, компоненты изображения, соответствующие различным субинтервалам, разбиваются на информационные классы $V_i, i = 1, 2, \dots$ [3], информация о которых хранится в матрице $M_{r_1 r_2}$, содержащей номера информационных классов компонент, соответствующих частотному субинтервалу $\Omega_{r_1 r_2}, r_1 = 1, 2, \dots, R_1, r_2 = 1, 2, \dots, R_2$.



Далее выполняются субинтервальные преобразования на основе их разложения [4] по собственным векторам субполосных матриц только в тех частотных субинтервалах $\Omega_{r_1 r_2}$, которые соответствуют вычисленной ранее частотной концентрации C_m для заданного значения доли m суммарной энергии

$$W_{1r_1 r_2} = Q_{1r_1}^T \Phi Q_{1r_2}, \tag{4}$$

$$r_1 = 1, 2, \dots, R_1, r_2 = 1, 2, \dots, R_2,$$

где Q_{r_1} , Q_{r_2} – матрицы, столбцами которых являются собственные векторы матрицы A_{r_1} и A_{r_2}

$$Q_{r_1} = (\vec{q}_1^{r_1}, \vec{q}_2^{r_1}, \dots, \vec{q}_{N_1}^{r_1}),$$

$$Q_{r_2} = (\vec{q}_1^{r_2}, \vec{q}_2^{r_2}, \dots, \vec{q}_{N_2}^{r_2}).$$

Как известно, основная потеря информации при реализации большинства методов сжатия изображений происходит на этапе квантования по уровням результатов различных преобразований над значениями яркости пикселей изображения. В данном методе используется метод квантования по уровням значений субинтервальных преобразований, который основан на выборе различного количества уровней квантования компонент изображения в зависимости от величины доли энергии данных компонент изображения.

Значения полученных субинтервальных преобразований $W_{1r_1 r_2}^{Q_u}$, с учетом принадлежности $M_{r_1 r_2}$, $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$ некоторому информационному классу V_i , $i = 1, 2, \dots$, квантуются по соответствующему количеству уровней квантования $N_{r_1 r_2}^{Q_u}$, которые определяются как

$$N_{r_1 r_2}^{Q_u} = 2^{M_{r_1 r_2}}, \tag{5}$$

если $M_{r_1 r_2} = 0$, то субинтервальные преобразования при данных r_1 и r_2 отбрасываются и не сохраняются в дальнейшем. В результате квантования получаем матрицы $W_{1r_1 r_2}^{Q_u}$ соответствующих квантованных значений.

Далее квантованные значения оставшихся субинтервальных преобразований $W_{1r_1 r_2}^{Q_u}$ записываются в некоторый файл, запись осуществляется в порядке обхода элементов матриц $W_{1r_1 r_2}^{Q_u}$ по «змейке» («зигзаг-сканирование»). Данные в полученных файлах сжимаются на основе кодирования по методу Хаффмана с фиксированной таблицей [5] или одним из других известных методов сжатия без потерь.

В результате получаем файл, который представляет собой информацию об изображении в сжатом виде, которой достаточно для его восстановления.

Для восстановления изображения на основе субинтервального синтеза последовательно выполняем следующие операции в обратном порядке: декодирование по методу Хаффмана, деквантование с учетом различного количества уровней квантования для различных компонент изображения. Затем выполняются обратные субинтервальные преобразования



$$\tilde{Y}_{r_1 r_2} = Q_{1r_1} L_{1r_1} W_{1r_1 r_2} L_{1r_2} Q_{1r_2}^T, \quad (6)$$

где L_{r_1} , L_{r_2} - диагональные матрицы, составленные из собственных чисел матриц A_{r_1} и A_{r_2}

$$L_{r_1} = \text{diag}(\lambda_1^{r_1}, \lambda_2^{r_1}, \dots, \lambda_{N_1}^{r_1}),$$

$$L_{r_2} = \text{diag}(\lambda_1^{r_2}, \lambda_2^{r_2}, \dots, \lambda_{N_2}^{r_2}),$$

собственные числа упорядочены по убыванию

$$\lambda_1^{r_1} > \lambda_2^{r_1} > \dots > \lambda_{N_1}^{r_1},$$

$$\lambda_1^{r_2} > \lambda_2^{r_2} > \dots > \lambda_{N_2}^{r_2}.$$

На последнем этапе вычисленные для каждого частотного субинтервала результаты суммируются для получения восстановленного изображения

$$\tilde{\Phi} = \sum_{r_1=1}^{R_1} \sum_{r_2=1}^{R_2} \tilde{Y}_{r_1 r_2}. \quad (7)$$

Данный метод в ходе вычислительных экспериментов продемонстрировал высокую эффективность сжатия изображений, энергия которых сосредоточена в незначительном количестве частотных интервалов.

Изложенный в статье метод сжатия изображений, основанный на разложении квазициклических компонент изображения по собственным векторам соответствующих субполосных матриц, является методом сжатия с потерями изображений на основе вариационного субинтервального частотного анализа/синтеза и может быть использован для минимизации затрат ресурсов информационно-телекоммуникационных систем на их хранение и передачу.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры для инновационной России» на 2009-2013 годы, гос. контракт № 14.740.11.0390.

Список литературы

1. Жилияков Е.Г., Об эффективности метода оценивания значений долей энергии изображений на основе частотных представлений / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец, А.Н. Заливин // Известия ОрелГТУ. Информационные системы и технологии. – № 2/52 (563). – 2009. – С. 12-22.
2. Черноморец А.А., О частотной концентрации энергии изображений / А.А. Черноморец, В.А. Голощопова, И.В. Лысенко, Е.В. Болгова // Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. – 2011. – № 1 (96). – Вып. 17/1. – С. 146-151.
3. Черноморец А.А., Метод разбиения частотных субинтервалов на классы в задачах частотного анализа изображений / А.А. Черноморец // Информационные системы и технологии. – № 4(66). – 2011. – С. 31-38.
4. Жилияков Е.Г., Вариационные алгоритмы анализа и обработки изображений на основе частотных представлений / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец // Белгород: Изд-во ООО «ГиК», 2009. – 146 с.
5. Миано Дж., Форматы и алгоритмы сжатия изображений в действии [Текст] / Дж. Миано. – М.: Издательство Триумф, 2003. – 336 с.



IMAGE COMPRESSION METHOD BASED ON THE EXPANSION OF QUASI-CYCLIC IMAGE COMPONENTS IN EIGENVECTORS SUBBAND MATRIX

**E.G. ZHILYAKOV
A.A. CHERNOMORETS
V.A. GOLOSCHAPOVA**

*Belgorod National
Research University*

*e-mail:
Zhilyakov@bsu.edu.ru
Chernomorets@bsu.edu.ru
VGoloschapova@bsu.edu.ru*

In this article we present a image compression method based on the expansion of quasi-cyclic component of the image on the eigenvectors of the subband matrix, which achieves high compression ratios for a particular class of images

Key words: image, frequency subinterval, quasicyclic components, informational classes, subband conversion.