



УДК 621.397

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СЛУЧАЙНОГО АДДИТИВНОГО ШУМА НА ВОССТАНОВЛЕНИЕ СМАЗАННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ С РЕГУЛЯРИЗАЦИЕЙ А.Н. ТИХОНОВА

А.А. ЧЕРНОМОРЕЦ
И.В. ЛЫСЕНКО
Г.А. ТРАВИН

*Белгородский государственный
национальный исследовательский
университет*

e-mail:

1) chernomorets@bsu.edu.ru

2) lusenko@bsu.edu.ru

В работе проведено исследование влияния случайного аддитивного шума на восстановление смазанных изображений при использовании метода преобразования Фурье с регуляризацией А.Н. Тихонова.

Ключевые слова: изображение, смаз, шум, восстановление, регуляризация.

Введение.

В задачах получения информации о земной поверхности в виде спутниковых снимков и аэрофотосъемки одной из основных проблем обработки изображений является наличие в регистрируемых снимках различного рода искажений, таких, как смаз, дефокусировка и зашумленность.

Задача восстановления (реконструкции) зашумленных и искаженных в результате смаза (сдвига, смещения) изображений является актуальной и одной из наиболее трудных задач обработки изображений, требующей сложных математических вычислений [1-10].

При восстановлении изображения осуществляется реконструкция или воссоздание исходного изображения, которое было искажено в результате различного рода воздействий, используя априорную информацию о явлении, которое вызвало искажение. Методы восстановления основаны на моделировании процессов искажения и применении обратных процедур для воссоздания исходного изображения. Так, для восстановления смазанных изображений применяются такие методы, как инверсная фильтрация, параметрическая винеровская фильтрация, фильтрация по Тихонову, алгоритм Люси–Ричардсона, «слепая» деконволюция и другие [1-6].

В работе проведено исследование погрешностей при восстановлении смазанных изображений с использованием метода регуляризации А.Н. Тихонова под влиянием аддитивного шума.

Под изображениями в данной работе, для определенности, будем подразумевать космические фотоснимки земной поверхности, аэрофотоснимки или фотографии быстролетящего объекта.

Одна модель искажения изображения.

Для формулирования основных теоретических положений восстановления изображений с использованием метода регуляризации А.Н. Тихонова изображение следует описать в виде следующей модели: представим изображение в виде действительной ограниченной неотрицательной функции $f(x,y)$ двух пространственных перемещений x, y , представляющей интенсивность или яркость изображения в каждой точке плоскости (x, y) [4-6].

Как правило, шум на изображении возникает в процессе получения (оцифровки) данного изображения, а также в процессе его передачи по каналам связи. Это связано с тем, что работа регистрирующей аппаратуры зависит от различных факто-

ров, таких как внешние условия в процессе фотосъемки и качество самой аппаратуры. Например, в процессе получения изображения с помощью фотокамеры с ПЗС матрицей, основными факторами, влияющими на величину шума, являются уровень освещенности и температура сенсоров. В процессе передачи изображения могут искажаться помехами, возникающими в каналах связи. Например, при передаче изображения с использованием беспроводной связи, оно может быть искажено в результате разряда молнии или других возмущений в атмосфере [3-6, 8].

Ни одна оптическая система воспроизведения не может обеспечить совершенство качества изображений, поэтому реально всегда получается искаженное зашумленное изображение, для улучшения качества которого необходимо выполнить некоторую коррекцию, например: устранить царапины на снимке, подобрать контрастность и тому подобное [6].

Модель процесса искажения предполагает действие некоторого искажающего оператора H на исходное изображение $f(x, y)$ с учетом воздействия аддитивного шума, в результате которого формируется искаженное изображение $g(x, y)$ [3, 5].

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y), \quad (1)$$

где $h(x, y)$ – искажающий оператор в пространственной области, связанный с функцией рассеивания точки (ФРТ или PSF в зарубежной литературе), символ «*» обозначает свертку, $\eta(x, y)$ – аддитивный шум.

Задача восстановления смазанного изображения

Рассмотрим задачу восстановления (реконструкции) изображений, искаженных в результате смаза.

Смазы на изображении возникают при перемещении объекта относительно камеры в процессе регистрации. Примером может послужить процесс фотографирования быстро движущихся объектов неподвижным фотоаппаратом и, наоборот, фотографирование неподвижных объектов быстро движущимся фотоаппаратом [7, 8].

В работе будем рассматривать смаз, полученный в результате перемещения параллельно одной из координатных осей (см. рис. 1-2), т.е. когда угол смаза равен нулю.



Рис.1. Исходное изображение



Рис.2. Смазанное изображение
(длина смаза $\Delta=60$ пикс.)

Математически постановка задачи смазывания изображения заключается в следующем: введем в плоскости объекта прямоугольную систему координат $\xi'O'\eta'$, а в плоскости фотопленки $\xi O\eta$. Введем наряду с неподвижной системой координат $\xi O\eta$ систему координат xOy , связанную с движущейся фотопленкой и совпадающую с $\xi O\eta$ лишь в начальный момент ($\tau=0$) процесса смазывания. На некоторую точку (x, y) фотопленки за время будет проецироваться непрерывный набор точек A с



абсциссами от $\xi=x$ до $\xi=x+\Delta$ и с различными интенсивностями $w(\xi,y)$, т.е. результирующая интенсивность (обозначим ее через g) в некоторой точке (x,y) фотопленки будет равна сумме (точнее, интегралу) интенсивностей $w(\xi,y)$, $\xi \in [x, x + \Delta]$ [8]:

$$g(x, y) = \frac{1}{\Delta} \int_x^{x+\Delta} w(\xi, y) d\xi. \quad (2)$$

Можно записать (2) иначе:

$$\frac{1}{\Delta} \int_x^{x+\Delta} w(\xi, y) d\xi = g(x, y), \quad (3)$$

где $g(x, y)$ – распределение интенсивностей на фотопленке (на смазанном изображении) в функции прямоугольных координат x, y (ось x направлена вдоль сдвига (смаза)), Δ – величина смаза, полагаемая известной, $w(\xi, y)$ – распределение истинной неискаженной интенсивности на фотопленке (той интенсивности, которая была бы на фотопленке в отсутствие сдвига, т.е. при $\Delta=0$).

Соотношение (3) является основным в задаче реконструкции смазанных изображений. Данное соотношение есть одномерное интегральное уравнение Вольтера I рода относительно $w(\xi,y)$ при каждом фиксированном значении y , играющем роль параметра, другими словами, (3) есть совокупность одномерных интегральных уравнений.

Уравнение (3) можно записать в виде интегрального уравнения Фредгольма I рода:

$$g(x, y) = \int_a^b k(x - \xi) w(\xi, y) d\xi, \quad (4)$$

где $g(x, y)$ – распределение интенсивности вдоль смазанного изображения, $w(\xi, y)$ – распределение интенсивности вдоль неискаженного изображения, $k(x - \xi)$ – математическое ядро интегрального уравнения, а физически импульсная характеристика системы или функция рассеяния точки (ФРТ, PSF), равная в случае равномерного смаза

$$k(x) = \begin{cases} 1/\Delta & \text{при } x \in [-\Delta, 0] \\ 0 & \text{при } x \notin [-\Delta, 0] \end{cases} \quad (5)$$

Отметим, что величина смаза Δ априори неизвестна и ее можно определить путем подбора или по величине штрихов на искаженном изображении. Что же касается направления смаза (вдоль которого устанавливается ось x), то его можно определить по направлению штрихов на искаженном изображении. После определения направления смаза, изображение можно повернуть на соответствующий угол, чтобы ось x была горизонтально направлена.

Повернув изображение так, чтобы направление смаза соответствовало направлению оси x и, узнав величину смаза Δ , можно, решив уравнение (4) восстановить устойчивым образом неискаженную интенсивность на фотоснимке $w_a(x, y)$ по интенсивности на искаженном снимке $g(x, y)$. При этом на искаженном фотоснимке может быть заложена ценная, но непосредственно нераспознаваемая информация: земного объекта, снятого из космоса, быстролетящей цели и т.д. И только математическим путем (с использованием вычислительных возможностей компьютера) можно будет извлечь эту информацию.



Уравнения вида (4) представляют собой однопараметрическое семейство интегральных уравнений Фредгольма первого рода.

Задача решения уравнения (4) является некорректной (неустойчивой). В подавляющем большинстве наиболее известных методов задача восстановления рассматривается с позиций обеспечения устойчивости вычислений, и к настоящему времени разработаны достаточно устойчивые методы решения [8-11]. Среди множества этих методов особо широкую известность приобрел метод регуляризации Тихонова А.Н, где исходное некорректное уравнение первого рода (4) преобразуют к уравнению второго рода на основе вариационного принципа минимизации регуляризирующего функционала, в конструкции которого используются эвристический функционал - стабилизатор.

Основным (устойчивым) методом численного решения уравнения (4) обычно считается метод преобразования Фурье с регуляризацией Тихонова [6]. Решение согласно данному методу может быть записано в виде обратного ПФ [3, 5, 11-14, 18]:

$$w_{\alpha}(\xi, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} w_{\alpha}(\omega, y) e^{-i\omega\xi} d\omega, \quad (6)$$

где регуляризованный одномерный Фурье-спектр решения (при некотором y) равен

$$w_{\alpha}(\omega, y) = \frac{K(-\omega)G(\omega, y)}{L(\omega) + \alpha M(\omega)}, \quad (7)$$

причем

$$K(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} k(x) e^{i\omega x} dx = \frac{\sin(\omega\Delta)}{\omega\Delta} + \frac{\cos(\omega\Delta) - 1}{\omega\Delta} i, \quad (8)$$

$$G(\omega, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) e^{i\omega x} dx. \quad (9)$$

Здесь $K(\omega)$ и $G(\omega, y)$ – одномерные Фурье-спектры ядра (функции рассеяния точки) $k(x)$ и правой части (смазанного изображения) $g(x, y)$ уравнения (4) при некотором y ; α – параметр регуляризации, $M(\omega)$ – регуляризатор, который может быть выбран, например, в виде $M(\omega) = \omega^{2p}$, $p \geq 0$ – порядок регуляризации (обычно $p = 1$, Δ – величина смаза):

$$L(\omega) = |K(\omega)|^2 = K(\omega)K(-\omega) = \text{Re}^2 K(\omega) + \text{Im}^2 K(\omega). \quad (10)$$

Фурье-спектр ядра $K(\omega)$ (не зависящий от y) может быть вычислен аналитически согласно (8), а $G(\omega, y)$ может быть найдено численно для каждого значения y с помощью дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

Численно вычислить $w_{\alpha}(\xi, y)$ из соотношения (6) можно в результате замены интегралов конечными суммами, например, по формулам трапеций или прямоугольников. В результате чего можно вычислять дискретное преобразование Фурье вместо непрерывного. Также может быть применено и быстрое преобразование Фурье.

Правильный выбор значения параметра регуляризации α является очень важным. Для решения данной задачи применяют ряд способов [16, 17]. Например, выбор α можно осуществлять способом невязки или обобщенным принципом невязки, способом квазиоптимального (квазинаилучшего), способом отношения, способом независимых реализаций, способом перекрестной значимости, способом моделирования и др. В работах [14, 15] выбор α осуществляют способом подбора.

Данный способ заключается в том, что вначале задается некоторый набор значений α :



$$\alpha = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n.$$

Затем для каждого α производится реконструкция смазанного изображения и результаты выводятся на экран. Выбирается то значение α , при котором результат является наиболее разрешимым и правдоподобным.

Вычислительные эксперименты

В работе проведены вычислительные эксперименты по выявлению влияния случайного аддитивного шума на погрешность восстановления смазанных изображений при использовании метода преобразования Фурье с регуляризацией Тихонова А.Н.

Для проведения вычислительных экспериментов в среде MATLAB была разработана программная система, в которой реализован алгоритм для моделирования смазанных изображений и алгоритм решения задачи (4), по методу преобразования Фурье с регуляризацией Тихонова А.Н., восстанавливающий смазанное изображение.

При решении обратной задачи параметр регуляризации α выбирался путем визуальной оценки реконструированного изображения.

Относительная погрешность восстановления вычислялась по формуле:

$$\sigma_{\text{отн}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (f_{ij} - f_{ij}^0)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N f_{ij}^0{}^2}}. \tag{11}$$

На первом этапе исследований были проведены вычислительные эксперименты, заключающиеся в проверке работоспособности метода преобразования Фурье с регуляризацией Тихонова А.Н. для восстановления смазанных изображений при отношении шум/сигнал в 0%, 1%, 2%, 5% на основе оценки относительного среднеквадратического отклонения восстановленного изображения от исходного (см. рис. 3-10).

Аддитивные шумы на изображении моделировались по формуле:

$$\hat{f}_y(x) = u_i + cv_i, \quad i, x = 1 \dots N, y = 1 \dots M, \tag{12}$$

где \hat{f} – зашумленная строка изображения,

u_i – отсчеты сигнала (строка изображения),

N – количество отсчетов сигнала (столбцов изображения),

M – количество строк изображения,

$$c = z \left(\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N v_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2}} \right),$$

где z – отношение шум/сигнал,

$$v_i = r_i - s, \quad i = 1 \dots N,$$

где r_i – нормально распределенная случайная величина,

$$s = \frac{\sum_{i=1}^N r_i}{N}.$$

Результаты вычислительных экспериментов представлены на рисунках 3-10.



Рис. 3. Смазанное изображение
($\Delta=60$, отношение шум/сигнал 0%)



Рис. 4. Восстановленное изображение
($\alpha = 1e-7$, $\Delta=60$, отношение шум/сигнал 0%),
 $\sigma_{i0i} = 0.3396$



Рис. 5. Смазанное изображение
($\Delta=60$, отношение шум/сигнал 1%)

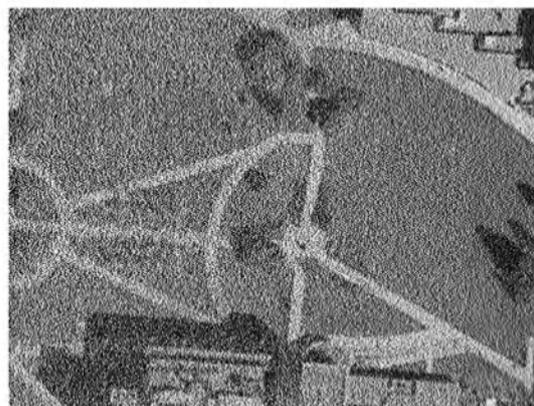


Рис. 6. Восстановленное изображение
($\alpha = 1e-7$, $\Delta=60$, отношение шум/сигнал 1%),
 $\sigma_{i0i} = 0.3621$



Рис. 7. Смазанное изображение
($\Delta=60$, отношение шум/сигнал 2%)



Рис. 8. Восстановленное изображение
($\alpha = 1e-7$, $\Delta=60$, отношение шум/сигнал 2%),
 $\sigma_{i0i} = 0.4197$



Рис. 9. Смазанное изображение
($\Delta=60$, отношение шум/сигнал 5%)

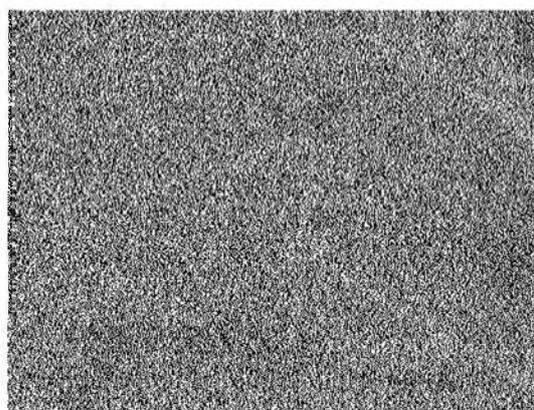


Рис. 10. Восстановленное изображение
($\alpha = 1e-7$, $\Delta=60$, отношение шум/сигнал 5%),
 $\sigma_{i\hat{o}i} = 0.7050$

На основании изображений, приведенных на рис. 3-10, можно утверждать, что при отношении шум/сигнал более 5% метод использовать не рекомендуется.

На следующем этапе были проведены вычислительные эксперименты по реконструкции 1000 смазанных изображений с различными параметрами шума. Получены статистические данные (см. табл. 1, рис. 11) о влиянии случайного аддитивного шума на погрешность восстановления смазанных изображений при использовании метода преобразования Фурье с регуляризацией А.Н. Тихонова. В процессе экспериментов к исходному смазанному изображению добавлялся случайный шум, затем производилась реконструкция изображения и подсчет относительной погрешности восстановления. В табл. 1 представлены некоторые результаты вычислений.

Таблица 1

Некоторые результаты вычислений погрешностей восстановления изображения при случайном аддитивном шуме

z (отношение шум/сигнал)	$\sigma_{i\hat{o}i}$ (среднеквадратическое отклонение восстановленного изображения от исходного)
0,0011	0,3399
0,0065	0,3494
0,0079	0,3529
0,0096	0,36
0,0154	0,3887
0,0193	0,4152
0,0276	0,4826
0,0316	0,5201
0,0377	0,5778
0,0429	0,6299
0,0431	0,6347
0,0444	0,6456
0,0451	0,653
0,0455	0,6593



Продолжение табл. 1

0,0487	0,6909
0,0515	0,7222
0,1013	1,2982
0,1122	1,433
0,1501	1,8909
0,2023	2,5162
0,2504	3,112
0,3	3,7305
0,359	4,463
0,4036	5,0036
0,4508	5,5799
0,5038	6,2598
0,5569	6,9032
0,6021	7,4593
0,6527	8,0985
0,7002	8,7044
0,75	9,2907
0,8013	9,9242
0,8562	10,5819
0,9018	11,1866
0,9541	11,8053
0,9998	12,4176

В результате проведенных вычислений, была получена зависимость относительного среднеквадратического отклонения от уровня аддитивного шума (см. рис. 11).

Из рис. 11 видно, что зависимость относительного среднеквадратического отклонения от уровня аддитивного шума почти линейная, что говорит об устойчивости использованного метода восстановления, т.е. при малом изменении уровня аддитивного шума получаем малую погрешность восстановления изображения, но, в то же время, метод не позволяет подавить шум.

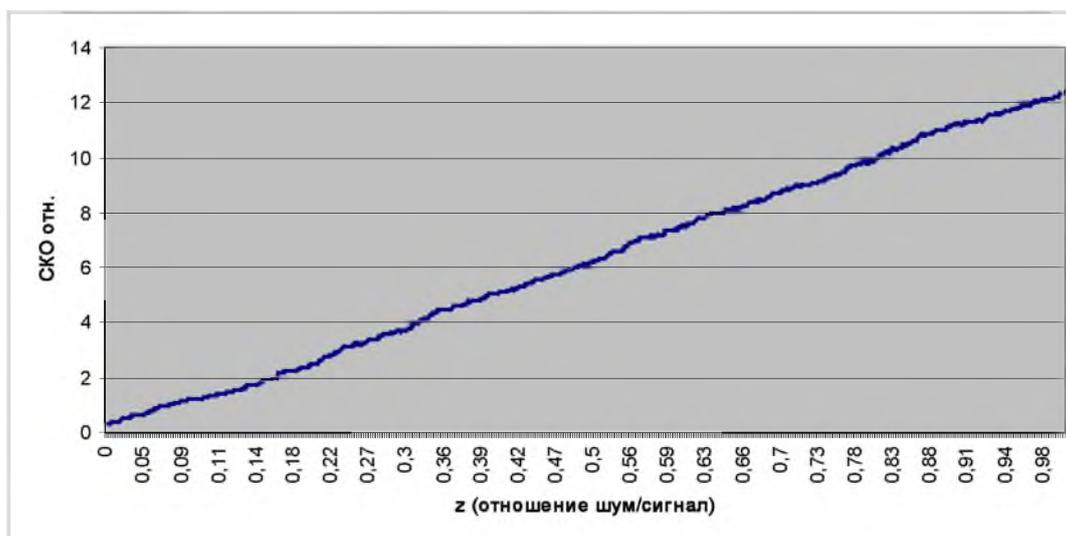


Рис.11. Зависимость относительного среднеквадратического отклонения от уровня аддитивного шума



Затем производилось вычисление средней погрешности восстановления смазанного изображения по 100 реконструкций смазанных изображений для отношений шум/сигнал в 0%, 1%, 2%, 5%, 10% и 50% соответственно. На основании данных экспериментов получены средние значения относительных погрешностей восстановления (см. табл. 2).

Таблица 2

Средние значения погрешностей восстановления при некоторых отношениях шум/сигнал

Отношение шум/сигнал, %	Средняя погрешность восстановления
0	0.3396
1	0.3616
2	0.4201
5	0.7065
10	1.2842
50	6.2027

На основании результатов вычислительных экспериментов выявлено, что погрешность восстановления линейно зависима от изменения уровня аддитивного шума: при малом увеличении уровня аддитивного шума происходит также малое увеличение погрешности восстановления изображения, что говорит об устойчивости рассмотренного метода реконструкции. Таким образом, метод имеет смысл использовать лишь при малом отношении шум/сигнал (не более 1%).

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры для инновационной России» на 2009-2013 годы, гос. контракт № 14.740.11.0390.

Список литературы

1. Жилияков Е.Г. О восстановлении сигналов. Радиотехника и электроника, 2002, том 47, №1, с. 1-6.
2. Жилияков Е.Г. О вычислении приближенных решений интегральных уравнений Фредгольма первого рода с использованием эмпирических данных. Дифференциальные уравнения, №7, 2003г.
3. Жилияков Е.Г., Попов И.Г. Метод восстановления входных сигналов в линейных системах // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». Сборник научных трудов. Тематический выпуск: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2003. – №26. – С. 58-62.
4. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2006. – 1072 с.
5. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.
6. Сизиков В.С. Устойчивые методы обработки результатов измерений: учеб. пособие. – СПб.: «СпецЛит», 1999. – 240 с.
7. Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО, Выпуск 47 «Системный анализ, моделирование и управление», 2008.
8. Бейтс Р., Мак-Доннелл М. Восстановление и реконструкция изображений. – М.: Мир, 1989. – 336 с.
9. Прэйтт У. Цифровая обработка изображений. – М.: Мир, 1982. – Т. 2. – 792 с.
10. Грузман И.С., Киричук В.С., Косых В.П. и др. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. – 168 с.



11. Арефьева М.В., Сысоев А.Ф. Быстрые регуляризирующие алгоритмы цифрового восстановления изображений // Вычислительные методы и программирование. – 1983. – Вып. 39. – С. 40–55.
12. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В. Обратные задачи обработки фотоизображений // Некорректные задачи естествознания / Под ред. А.Н. Тихонова, А.В. Гончарского. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – С. 185–195.
13. Бакушинский А.Б., Гончарский А.В. Некорректные задачи. Численные методы и приложения. – М.: Изд-во МГУ. – 1989. – 199 с.
14. Сизиков В.С., Белов И.А. Реконструкция смазанных и дефокусированных изображений методом регуляризации // Оптический журнал. – 2000. – Т. 67. – № 4. – С. 60–63.
15. Сизиков В.С. Математические методы обработки результатов измерений. – СПб.: Политехника, 2001. – 240 с.
16. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. – Киев: Наук. думка, 1986. – 544 с.
17. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1990. – 232 с.
18. Грузман И.С., Киричук В.С., Косых В.П. и др. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. – 168 с.

INVESTIGATION OF THE EFFECT OF RANDOM NOISE IN THE RESTORATION OF ADDITIVE BLURRED IMAGES WHEN USING THE FOURIER TRANSFORM WITH TIKHONOV REGULARIZATION

A.A. CHERNOMORETS¹⁾

I.V. LYSENKO²⁾

G.A. TRAVIN

*Belgorod National
Research University*

e-mail:

¹⁾ *chernomorets@bsu.edu.ru*

²⁾ *lysenko@bsu.edu.ru*

In the work was investigated the influence of random additive noise on the restoration of blurred images when using the Fourier transform with Tikhonov regularization.

Key words: image, lubricant, noise, restoration, regularization.