



УДК 519.677:51-37:531-2

## РАЗРАБОТКА ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ МОЩНОСТИ, ЗАТРАЧИВАЕМОЙ НА ПОМОЛ МАТЕРИАЛА В УСТРОЙСТВАХ С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ДЕФОРМИРУЕМОЙ КАМЕРОЙ

**С. Ю. ЛОЗОВАЯ**  
**Л. В. РЯДИНСКАЯ**

*Белгородский  
государственный  
университет*

*e-mail: lozwa@mail.ru*

*e-mail: ryadinskaya\_l@bsu.edu.ru*

Использование математических методов при планировании производства позволяет определить оптимальное соотношение затрат на материал и оборудование, необходимых для достижения поставленной цели, то есть получения наибольшей прибыли, обеспечивая при этом выпуск качественного продукта. Реализация полученных математических моделей путем использования программных приложений (математических пакетов) позволяет оптимизировать производственные показатели. Особенно остро эта задача стоит перед малыми предприятиями, имеющими на выходе небольшие объемы продукции. На примере помольных агрегатов малых размеров произведено моделирование изменения мощности, с учетом дискретной структуры загрузки рабочей камеры. Выбор данного решения обоснован сложностью кинематики и динамики загрузки в рабочей камере рассматриваемых помольных устройств.

Ключевые слова: дискретная модель, энергия, деформируемая (изменяемая) камера, измельчаемый материал, эллиптические траектории.

Один из путей обеспечения эффективного помола и получения готового продукта с заданными свойствами есть организация управления перемещением мелющей загрузки в рабочей камере измельчительного устройства, что непосредственно влияет на сам процесс. Это было реализовано в целом классе помольных устройств с деформируемыми рабочими камерами, в которых использован механизм изменения формы (деформирования) тонкостенных элементов различной конфигурации, заполненных мелющими телами.

Ранее математическое описание движения мелющих тел и, как следствие получение математических моделей изменения мощности в названных помольных агрегатах осуществлялось в рамках механики сплошных сред [1-2].

В данной работе, структура загрузки камеры рассмотрена в виде дискретной модели, с учетом чего произведен расчет мощности, затрачиваемой непосредственно на помол без учета кинематики привода – это есть расчет по известным методикам.

Рассматривая рабочую камеру цилиндрической формы, изготовленную из эластичного материала, радиусом  $R$  и длиной  $L$ , деформируемую в поперечном сечении с помощью прижимных роликов, в результате чего она принимает форму эллипса с полуосями  $a$  и  $b$  (рис. 1, а), была установлена связь между конструктивными ( $R, L$ ) и технологическими ( $\Delta, d$ ) параметрами и получены следующие соотношения:

$$a = \Delta * b, \Delta > 1, \tag{1}$$

где  $\Delta$  – относительная величина начальной (задаваемой) деформации;  $d$  – размер мелющих тел;  $a, b$  – большая и малая полуоси эллиптической части камеры после ее деформирования:

$$a = \frac{\pi R}{2f(E^2)} = \frac{\pi R}{2f(\Delta^2 - 1)}, \tag{2}$$

$$b = \frac{\pi R}{2\Delta f(\Delta^2 - 1)}, \quad (3)$$

где величина  $E^2$  представлена в виде:

$$E^2 = \Delta^2 - 1 \cong 1 + 2\delta - 1 = 2\delta, \quad (4)$$

$$f(E^2) \cong f(\delta) = \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right). \quad (5)$$

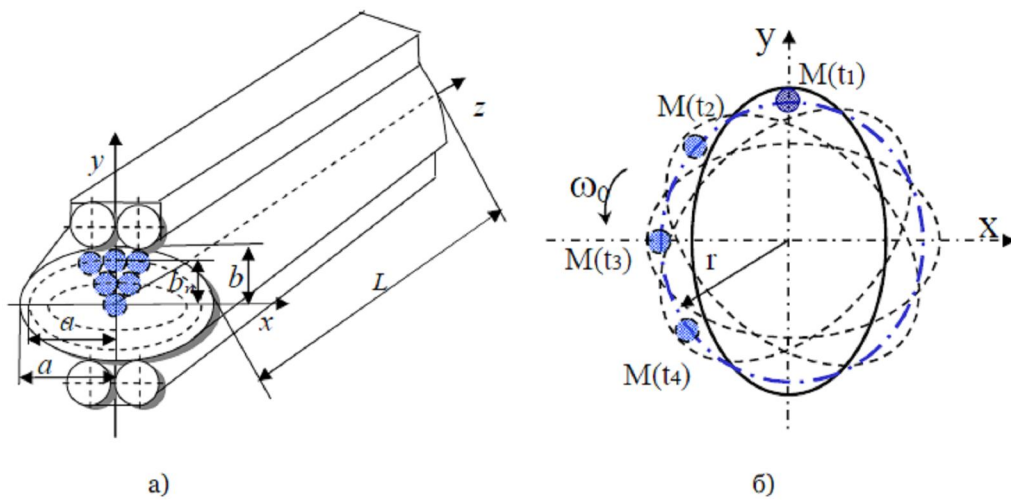


Рис. 1. Расчетная схема

Таким образом, соотношения (2), (3), (4), (5) определяют линейные поперечные размеры цилиндрической камеры при ее деформации на величину  $\Delta$ . Опираясь на полученные соотношения, получили дискретную модель массы загрузки камеры [3], определяющую массу измельчаемого материала и массу полной загрузки камеры в зависимости от конструктивных ( $R, L$ ) и технологических ( $d, \rho_u, \rho_m$ ) параметров:

$$M = m \left[ \frac{L}{d} \right] \sum_{n=1}^k k_n \psi(n) = m \left[ \frac{L}{d} \right] \sum_{n=1}^k \left( k_n + 0,0331 \frac{\rho_m}{\rho_u} (k_n - 1) \right), \quad (6)$$

где  $\rho_u, \rho_m$  – объемный вес мелющих тел и измельчаемого материала;  $m$  – масса одного шара, а через параметр  $\psi(n)$  обозначена функция

$$\psi(n) = 1 + 0,331 \frac{\rho_m}{\rho_u} \left( 1 - \frac{1}{k_n} \right). \quad (7)$$

Как следует из соотношения (6), масса полной загрузки представляет собой суммы двух слагаемых. Первое соответствует массе мелющих тел (шаров), а второе представляет массу измельчаемого материала, которую можно представить в следующем виде:



$$M_m = \frac{\pi}{6} d^3 \rho_m \left[ \frac{L}{d} \right] 0,0331 \sum_{n=1}^k (k_n - 1). \quad (8)$$

Определив массу измельчаемого материала и массу полной загрузки камеры в рамках дискретной модели, рассмотрим задачу о расчете мощности, необходимой для приведения в движение  $n$  – слоев мелющих тел в смеси с измельчаемым материалом. При этом будем пренебрегать мощностью, которая расходуется на совершение работы по преодолению сил трения и сопротивления, считая последнюю малой величиной по сравнению с потребляемой мощностью для придания вращательного движения загрузки.

В результате заполнения мелющими телами в форме шаров пространства деформируемой камеры при плотной упаковке они будут образовывать слои, которые в поперечном сечении имеют форму эллипсов с полуосями  $a_n$  и  $b_n$  ( $a_n > b_n$ ) (рис. 1,а). Если предположить, что каждый слой шаров вращается с собственной частотой  $\Omega_n$  по круговой траектории (рис. 1, б), тогда за время  $t$  в поперечном сечении камеры  $n$ -й слой повернется в выбранной системе координат на угол

$$\varphi = \Omega_n t. \quad (9)$$

Предположим далее, что частота вращения слоев шаров равномерно уменьшается от значения  $\omega_0$  для последнего ( $k$  – наружного) слоя до нулевого значения для первого слоя. На основании вышесказанного, можно записать следующие соотношения:

$$\Omega_n = \frac{\omega_0 (n - 1)}{k - 1}, \quad (10)$$

$$r_n = \frac{a_n}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (11)$$

где  $r_n$  – радиус перемещения  $n$ -го слоя мелющих тел;  $\varepsilon^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}$  – эксцентриситет эллиптической части камеры.

На основании соотношений (7), (10), (11) получаем модель расчета мощности, необходимой для того, чтобы передать вращательное движение мелющим телам в смеси с материалом в цилиндрической деформируемой рабочей камере:

$$N = \frac{mL}{\pi d} \sum_{n=1}^k k_n \psi_n \Omega_n^3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a r_n dr = \frac{mL}{\pi d} \sum_{n=1}^k \pi k_n \psi_n \Omega_n^3 a_n^2, \quad (12)$$

где  $k_n$  – число шаров, которое укладывается по длине камеры  $L$  при круговом движении мелющих тел по радиусу  $r_n$  и определяемое соотношением  $k_n = \left[ \frac{L}{d} \right]$ .

Таким образом, получена математическая модель для определения мощности, зависящей от конструктивных ( $R, L$ ) параметров рабочей камеры и технологических ( $\Delta, d, \rho_w, \rho_m$ ) параметров. На рисунке 2 изображены результаты численного эксперимента, изменения мощности (использовался аналитический пакет MAPLE) для рабочей камеры размерами  $R=0,1$  м,  $L=0,4$  м (расчет производился для действующей лабораторной установки) [2].

Анализ полученных результатов показал (рис. 2а), что при увеличении частоты вращения мелющих тел в 3 раза (1,7 раза, числа оборотов привода) мощность увеличивается примерно в 7 раз, причем, при частоте вращения мелющих тел до 8 м/с (до 400 об/мин привода, увеличение в 2 раза,) мощность увеличивается примерно в



2,5 раза, основной рост величины мощности происходит после 8 м/с, т.е. здесь можно сделать вывод, что придавать роликам число оборотов более, чем 400 об/мин не совсем целесообразно. При увеличении размера мелющих тел в 2,8 раза мощность увеличивается дополнительно в 2 раза.

Циклический характер графика изменения мощности (рис. 2б) в зависимости от размера мелющих тел показывает, что если зависимость  $k_n = \text{целое число}$ , то величина мощности соответствует минимальным значениям функции, в противном случае на длину  $L$  не помещается мелющее тело (шар), т.е. нарушается плотность упаковки, а следовательно, в объеме камеры появляются пустоты, и к раздавливающим и истирающим воздействиям, наиболее целесообразным для сверхтонкого помола, добавляются ударные (понятие данного вывода не учитывается в других подходах). Это существенно снижает эффективность сверхтонкого помола (данные выводы соответствуют результатам физических экспериментов в пределах  $\pm 5\%$  [2], что показывает на правильность выбора данного подхода).

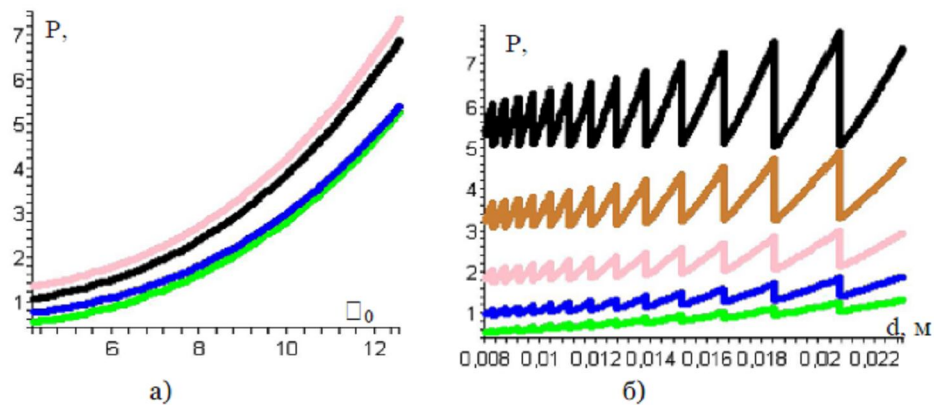


Рис. 2. Результаты численного эксперимента:

- а) частоты вращения мелющих тел  $\omega_0$  для их размеров  $d=0,008; 0,013; 0,018; 0,023$ ;  
 б) размеры мелющих тел для их частоты вращения  $\omega_0 = 4,2; 6,3; 8,4; 10,5; 12,6$ ,  
 что соответствует числу оборотов вращения роликов, изменяющемуся  
 в интервале 300...500 об/мин [2].

#### Литература

1. Анализ движения загрузки в мельнице с продольно деформируемой рабочей камерой / С.Ю. Лозовая, Д.А. Архипов // Научно-технический прогресс: управление качеством, энерго- и ресурсосбережение на пороге XXI века: материалы Республ. НТК. Ч. 1. – Усть-Каменогорск: ВКГУ, 2001. – С. 108-110.
2. Определение сил сопротивления в устройствах с рабочей камерой, деформируемой в поперечном сечении возвратно-поступательным движением / С.Ю. Лозовая // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов: межвуз. сб. статей. – Белгород, 2003. – С. 141-145.
3. Определение массы загрузки в деформируемой рабочей камере мельницы для сверхтонкого помола / Л.В. Рядинская, С.Ю. Лозовая, В.П. Воронов; под ред. В.С. Богданова // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов: межвуз. сб. ст. – Белгород, 2009. – Вып. VIII. – С. 157-162.



---

## THE DEVELOPMENT OF DISCRETE MODEL CAPACITY SPENT FOR THE MATERIAL GRINDING IN DEVICES WITH DEFORMABLE CHAMBERS

**S. Yu. LOZOVAYA**  
**L. V. RYADINSKAYA**

*Belgorod State University*

*e-mail: lozwa@mail.ru*

*e-mail:*  
*ryadinskaya\_l@bsu.edu.ru*

Use of mathematical methods at manufacture planning allows to define an optimum parity of expenses for material and equipment, which are necessary for the aim obtaining, that is maximum profit receiving, thus providing high-quality product release. Especially sharply this problem faces to the small enterprises which are having small volumes of product yield. On the example of small size grinding units, the modelling of capacity change, taking into account discrete structure of working chamber loading, is made. The choice of the given decision is proved by complexity of kinematics and dynamics of the working chamber loading, of the grinding devices under consideration.

Key words: discrete model, energy, deformable (variable) chamber, grinding material, elliptic trajectories.