УДК -`0049: 336.12

# СИСТЕМА «АВТОМАТ-ПЕРЕКЛЮЧАЕМАЯ СРЕДА» ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДОЛЕВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАЛОГОВ

**Е.Д. СТРЕЛЬЦОВА**
**И.В. БОГОМЯГКОВА**
**В.С. СТРЕЛЬЦОВ**

*Южно-Российский государственный технический университет (Новочеркасский политехнический институт)*

*e-mail: el_strel@mail.ru*

Предложена экономико-математическая модель бюджетного регулирования в виде системы стохастических автоматов, функционирующих в составных случайных средах. Для каждого вида налога, участвующего в долевом распределении между уровнями бюджетной системы, рассматривается отдельная стационарная случайная среда. Получены формальные выражения, позволяющие осуществлять выбор состояний системы «автомат-переключаемая среда», соответствующие нормативам отчислений налогов в порядке бюджетного регулирования.

Ключевые слова: бюджетное регулирование, региональный уровень, экономико-математическая модель, стохастический автомат, переключаемая случайная среда, финальные вероятности.

Характеризуя состояние финансовой системы Российской Федерации, надлежит подчеркнуть, что модернизация бюджетного процесса как стержневого инструмента обеспечения устойчивого развития экономики осуществляется в сложных условиях воздействия внешней среды: мировые рынки капитала характеризуются большой неопределённостью, наблюдается замедление темпов роста мировой экономики. В связи с этим Президентом РФ поставлена задача повышения эффективности и результативности бюджетной политики на основе совершенствования её структуры, внедрения инноваций. Особое внимание в этом смысле уделяется принципам и механизмам бюджетного федерализма, напрямую коррелирующим с вопросами межбюджетных отношений и межбюджетного регулирования, с задачами внедрения передовых методов финансового менеджмента в субъектах Российской Федерации и муниципальных образованиях. В сфере общественных финансов узловым компонентом бюджетного федерализма является система бюджетного регулирования доходов. Это подчёркивает остроту проблемы применения новых технологий в системе межбюджетного регулирования доходов, базирующихся на экономико-математических методах, моделях.

В [1] предложена экономико-математическая модель долевого распределения поступлений от уплаты конкретного вида налога в виде абстрактного адаптивного устройства, способного хорошо приспосабливаться к условиям изменения внешней среды – модель стохастического автомата $A$, функционирующего в стационарной случайной среде. В реальной ситуации бюджетного регулирования в процессе долевого распределения участвуют поступления от некоторого подмножества налогов. Для решения такой задачи авторами статьи предложена математическая модель поведения описанного в [1] автомата $A$ в переключаемых случайных средах. При этом для каждого вида налога $N_x$ предлагается рассматривать свою отдельную случайную среду, вероятностные характеристики которой описываются вектором $P^x = (P_1^x, P_2^x, ..., P_k^x)$, где $P_i^x$ – оценка вероятности выигрыша автомата $A$ в состоянии с номером $i$ при воздействии случайной среды, формируемой поступлениями от уплаты налога $N_x$, $i = \overline{1,k}$ – номера состояний автомата $A$. Выигрыш автомата понимается в смысле, описанном в [1]. Допустим, что в процессе долевого распределения доходов в порядке бюджетного регулирования участвуют $n$ видов налогов: $N_1, N_2, ... N_n$. Тогда имеем систему векторов $P^x$, $x = \overline{1,n}$, описывающих вероятностные характеристики случайных сред $N_x$, в которые погружается автомат $A$:

$$\begin{cases} P^1 = (P_1^1, P_2^1, \dots, P_k^1); \\ P^2 = (P_1^2, P_2^2, \dots, P_k^2); \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ P^n = (P_1^n, P_2^n, \dots, P_k^n). \end{cases}$$

Переход к составной случайной среде приводит к следующим изменениям поведения автомата $A$. Кроме переходов из одного состояния в другое автомат $A$ может осуществлять переходы из одной случайной среды в другую.

Автомат $A$ находится в переключаемой случайной среде $C = (P^1, P^2, \dots, P^n)$, если в каждый момент времени $t_i \in T$ он функционирует в одной из случайных сред $P^i$ множества $\{P^i\}_{i \in I}$, где $I = 1,2,\dots,n$ – множество индексов. Обозначим через $\Psi_i^\alpha$ такое состояние системы «автомат – переключаемая среда», при котором автомат $A$ находился в состоянии $\varphi_i$, а переключаемая среда – в состоянии $P^\alpha$. В качестве выходного воздействия системы «автомат – переключаемая среда» на внешнюю среду в момент времени $t_i \in T$ в состоянии $\Psi_i^\alpha$ примем величину $Z_i^\alpha(t)$, смысл которой совпадает со смыслом выходного воздействия автомата $A$ в однородной случайной среде [1]. Следовательно, выход системы $Z_i^\alpha(t)$ интерпретируется как величина текущего запаса бюджета в условиях таких отчислений от уплаты налога вида $N_\alpha$, доля которых составляет $\Psi_i^\alpha$.

При этом если в момент $t \in T$ система находится в состоянии $\Psi_i^\alpha$ и произвела действие $Z_i^\alpha(t)$, то в момент времени $t+1 \in T$ это действие повлечёт за собой поступление входного сигнала $v_1(t+1) = 1$ (т.е. «выигрыш») с вероятностью $P_i^\alpha$ и поступление входного сигнала $v_0(t+1) = 0$ (т.е. «проигрыш» или «штраф») с вероятностью $q_i^\alpha = 1 - P_i^\alpha$. Если автомат $A$ в момент времени $t \in T$ находился в случайной среде $P^\alpha$, то в момент $t+1 \in T$ он осуществит переход в случайную среду $P_i^\beta$ с вероятностью $\delta_{\alpha\beta}$. Таким образом, рассматривается цепь Маркова, имеющая $n$ состояний, матрица перехода которой из состояния $P^\alpha$ в состояние $P_i^\beta$ обозначена $\Delta = \left\| \delta_{\alpha\beta} \right\|$, $\alpha = \overline{1,n}$, $\beta = \overline{1,n}$ и имеет вид:

$$\Delta = \begin{Vmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{Vmatrix}.$$

Напомним, что состояние $P^\alpha$ соответствует подключению стационарной случайной среды $P^\alpha = (P_1^\alpha, P_2^\alpha, \dots, P_n^\alpha)$. Тогда оценка вероятности $\pi_{ij}^{\alpha\beta}$ перехода системы «автомат – переключаемая среда» из состояния $\Psi_i^\alpha$ в состояние $\Psi_j^\beta$ определяется следующим образом: $\pi_{ij}^{\alpha\beta} = [P_i^\alpha \cdot a_{ij}(1) + q_i^\alpha a_{ij}(0)] \cdot \delta_{\alpha\beta} = P_{ij}^{\alpha\beta} \cdot \delta_{\alpha\beta}$, где $P_i^\alpha$, $q_i^\alpha$ – соответственно оценки вероятностей выигрышей и проигрышей системы «автомат – переключаемая среда» в состоянии $\Psi_i^\alpha$; $a_{ij}(1)$ – оценка вероятности перехода автомата $A$ из состояния $\varphi_i$ в состояние $\varphi_j$ при поступлении входного сигнала $v_1(t) = 1$, т.е. при «выигрыше»; $a_{ij}(0)$ – оценка вероятности перехода автомата $A$ из состояния $\varphi_i$ в состояние $\varphi_j$ при поступлении входного сигнала $v_1(t)=1$, т.е. при «проигрыше» (или «штрафе»); $P_{ij}^{\alpha}$ – вероятность перехода автомата $A$ из состояния $\varphi_i$ в состояние $\varphi_j$ при любом входном сигнале.

Следовательно, вероятностные характеристики $P_i^{\alpha}$ и $q_i^{\alpha}$, $i=\overline{1,k}$, $j=\overline{1,n}$ представляют собой оценки вероятностей соответственно дефицита и профицита, к которым приведёт пребывание системы «автомат – переключаемая среда» в состоянии $\Psi_i^{\alpha}$, интерпретируемом как доля отчислений денежных средств в бюджет нижестоящего уровня бюджетной системы РФ от уплаты налога вида $N_{\alpha}$ в порядке бюджетного регулирования. Структурная схема перехода системы «автомат – переключаемая среда» из состояния $\Psi_i^{\alpha}$ в состояние $\Psi_j^{\beta}$ приведена на рис. 4. Матрица перехода $\pi_{ij}^{\alpha\beta}$ системы «автомат – переключаемая среда», когда автомат $A$ переходит из состояния с номером $i$ в состояние с номером j при переключении случайной среды, в которую погружён автомат, из состояния с номером $\alpha$ в состояние с номером $\beta$ имеет следующий вид:

$$\left\|\pi_{ij}^{\alpha\beta}\right\| = \begin{pmatrix} \pi_{11}^{11} & \ldots & \pi_{1k}^{11} & \pi_{11}^{12} & \ldots & \pi_{1k}^{12} & \ldots & \pi_{11}^{1n} & \ldots & \pi_{1k}^{1n} \\ \pi_{21}^{11} & \ldots & \pi_{2k}^{11} & \pi_{21}^{12} & \ldots & \pi_{2k}^{12} & \ldots & \pi_{21}^{1n} & \ldots & \pi_{2k}^{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \pi_{k1}^{11} & \ldots & \pi_{kk}^{11} & \pi_{k1}^{12} & \ldots & \pi_{kk}^{12} & \ldots & \pi_{k1}^{1n} & \ldots & \pi_{kk}^{1n} \\ \pi_{11}^{21} & \ldots & \pi_{1k}^{21} & \pi_{11}^{22} & \ldots & \pi_{1k}^{22} & \ldots & \pi_{11}^{2n} & \ldots & \pi_{1k}^{2n} \\ \pi_{21}^{21} & \ldots & \pi_{2k}^{21} & \pi_{21}^{22} & \ldots & \pi_{2k}^{22} & \ldots & \pi_{21}^{2n} & \ldots & \pi_{2k}^{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \pi_{k1}^{21} & \ldots & \pi_{kk}^{21} & \pi_{k1}^{22} & \ldots & \pi_{kk}^{22} & \ldots & \pi_{k1}^{2n} & \ldots & \pi_{kk}^{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \pi_{11}^{n1} & \ldots & \pi_{1k}^{n1} & \pi_{11}^{n2} & \ldots & \pi_{1k}^{n2} & \ldots & \pi_{11}^{nn} & \ldots & \pi_{1k}^{nn} \\ \pi_{21}^{n1} & \ldots & \pi_{2k}^{n1} & \pi_{21}^{n2} & \ldots & \pi_{2k}^{n2} & \ldots & \pi_{11}^{nn} & \ldots & \pi_{1k}^{nn} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \pi_{k1}^{n1} & \ldots & \pi_{kk}^{n1} & \pi_{k1}^{n2} & \ldots & \pi_{kk}^{n2} & \ldots & \pi_{k1}^{nn} & \ldots & \pi_{kk}^{nn} \end{pmatrix}$$

Размер матрицы $\left\|\pi_{ij}^{\alpha\beta}\right\| = k\cdot n \times k\cdot n$. В табл. 1 приведены выражения для определения значений $\pi_{ij}^{\alpha\beta}$ матрицы. Напомним, что матрица перехода автомата $A$ из состояния в состояние имеет вид:

$$\left\|P_{ij}^{\alpha}\right\| = \begin{pmatrix} P_1^{\alpha} & \frac{1}{k-1}q_1^{\alpha} & \frac{1}{k-1}q_1^{\alpha} & \frac{1}{k-1}q_1^{\alpha} \\ \frac{1}{k-1}q_2^{\alpha} & P_2^{\alpha} & \frac{1}{k-1}q_1^{\alpha} & \frac{1}{k-1}q_1^{\alpha} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \frac{1}{k-1}q_k^{\alpha} & \frac{1}{k-1}q_k^{\alpha} & \frac{1}{k-1}q_k^{\alpha} & P_k^{\alpha} \end{pmatrix}.$$

Финальные вероятности $R$ системы «автомат-составная среда» представляют собой вектор $R=(r_1^1, r_2^1, \ldots, r_k^1, r_1^2, r_2^2, \ldots, r_k^2, \ldots, r_1^n, r_2^n, \ldots, r_k^n)$, где $r_i^j$ – финальная вероятность пребывания автомата в состоянии $\Psi_i^j$, т.е. когда автомат находится в состоянии с номером $i$, а вероятностная среда – в состоянии с номером $j$. Для матрицы $\left\|\pi_{ij}^{\alpha\beta}\right\|$, элементы которой определяются выражениями, приведёнными в табл. 1, системы уравнений для определения финальных вероятностей $r_i^j$ структуры «автомат-переключаемая среда» запишутся в следующем виде.

Системы уравнений для определения финальных вероятностей при состоянии случайной среды $j=1$:

$$\begin{cases} r_1^1 = r_1^1 P_1^1 \delta^{11} + r_2^1 \dfrac{1}{k-1} q_2^1 \delta^{11} + \ldots + r_k^1 \dfrac{1}{k-1} q_k^1 \delta^{11} + \\ \quad + r_1^2 P_1^2 \delta^{21} + r_2^2 \dfrac{1}{k-1} q_2^2 \delta^{21} + \ldots + r_k^2 \dfrac{1}{k-1} q_k^2 \delta^{21} + \\ \ldots + r_1^n P_1^n \delta^{n1} + r_2^n \dfrac{1}{k-1} q_2^n \delta^{n1} + \ldots + r_k^n \dfrac{1}{k-1} q_k^n \delta^{n1}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ r_k^1 = r_1^1 \dfrac{1}{k-1} q_1^1 \delta^{11} + r_2^1 \dfrac{1}{k-1} q_2^1 \delta^{11} + \ldots + r_{k-1}^1 \dfrac{1}{k-1} q_{k-1}^1 \delta^{11} + r_k^1 P_k^1 \delta^{11} + \\ \quad r_1^2 \dfrac{1}{k-1} q_1^2 \delta^{21} + r_2^2 \dfrac{1}{k-1} q_2^2 \delta^{21} + \ldots + r_{k-1}^2 \dfrac{1}{k-1} q_{k-1}^2 \delta^{21} + r_k^2 P_k^2 \delta^{21} + \\ \ldots \quad r_1^n \dfrac{1}{k-1} q_1^n \delta^{n1} + r_2^n \dfrac{1}{k-1} q_2^n \delta^{n1} + \ldots + r_{k-1}^n \dfrac{1}{k-1} q_{k-1}^n \delta^{n1} + r_k^n P_k^n \delta^{n1}. \end{cases}$$

Системы уравнений для определения финальных вероятностей при состоянии случайной среды $j=2$.

$$\begin{cases} r_1^2 = r_1^1 P_1^1 \delta^{12} + r_2^1 \dfrac{1}{k-1} q_2^1 \delta^{12} + \ldots + r_k^1 \dfrac{1}{k-1} q_k^1 \delta^{12} + \\ \quad + r_1^2 P_1^2 \delta^{22} + r_2^2 \dfrac{1}{k-1} q_2^2 \delta^{22} + \ldots + r_k^2 \dfrac{1}{k-1} q_k^2 \delta^{22} + \\ \ldots \quad + r_1^n P_1^n \delta^{n2} + r_2^n \dfrac{1}{k-1} q_2^n \delta^{n2} + \ldots + r_k^n \dfrac{1}{k-1} q_k^n \delta^{n2}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ r_k^2 = r_1^1 \dfrac{1}{k-1} q_1^1 \delta^{12} + r_2^1 \dfrac{1}{k-1} q_2^1 \delta^{12} + \ldots + r_{k-1}^1 \dfrac{1}{k-1} q_{k-1}^1 \delta^{12} + r_k^1 P_k^1 \delta^{12} + \\ \quad r_1^2 \dfrac{1}{k-1} q_1^2 \delta^{22} + r_2^2 \dfrac{1}{k-1} q_2^2 \delta^{22} + \ldots + r_{k-1}^2 \dfrac{1}{k-1} q_{k-1}^2 \delta^{22} + r_k^2 P_k^2 \delta^{22} + \\ \ldots \quad r_1^n \dfrac{1}{k-1} q_1^n \delta^{n1} + r_2^n \dfrac{1}{k-1} q_2^n \delta^{n2} + \ldots + r_{k-1}^n \dfrac{1}{k-1} q_{k-1}^n \delta^{n2} + r_k^n P_k^n \delta^{n2}. \end{cases}$$

Системы уравнений для определения финальных вероятностей при состоянии случайной среды $j=n$.

$$
\begin{cases}
r_1^n = r_1^1 P_1^1 \delta^{1n} + r_2^1 \frac{1}{k-1} q_2^1 \delta^{1n} + \ldots + r_k^1 \frac{1}{k-1} q_k^1 \delta^{1n} + \\
\quad + r_1^2 P_1^2 \delta^{2n} + r_2^2 \frac{1}{k-1} q_2^2 \delta^{2n} + \ldots + r_k^2 \frac{1}{k-1} q_k^2 \delta^{2n} + \\
\ldots + r_1^n P_1^n \delta^{n1} + r_2^n \frac{1}{k-1} q_2^n \delta^{nn} + \ldots + r_k^n \frac{1}{k-1} q_k^n \delta^{nn}; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
r_k^n = r_1^1 \frac{1}{k-1} q_1^1 \delta^{1n} + r_2^1 \frac{1}{k-1} q_2^1 \delta^{1n} + \ldots + r_{k-1}^1 \frac{1}{k-1} q_{k-1}^1 \delta^{1n} + r_k^1 P_k^1 \delta^{1n} + \\
\quad r_1^2 \frac{1}{k-1} q_1^2 \delta^{2n} + r_2^2 \frac{1}{k-1} q_2^2 \delta^{2n} + \ldots + r_{k-1}^2 \frac{1}{k-1} q_{k-1}^2 \delta^{2n} + r_k^2 P_k^2 \delta^{2n} + \\
\ldots \quad r_1^n \frac{1}{k-1} q_1^n \delta^{nn} + r_2^n \frac{1}{k-1} q_2^n \delta^{nn} + \ldots + r_{k-1}^n \frac{1}{k-1} q_{k-1}^n \delta^{nn} + r_k^n P_k^n \delta^{nn}.
\end{cases}
$$

Примем, что составная вероятностная среда $P^i$, $i=\overline{1,n}$ переключается из одного состояния $P^\alpha$ в другое состояние $P^\beta$ с одинаковой вероятностью $\delta^{\alpha\beta}=\delta$, $\alpha=\overline{1,n}$, $\beta=\overline{1,n}$. Тогда на основе полученных уравнений для финальных вероятностей можно сделать вывод, что в условиях принятых допущений имеют место равенства

$$r_1^1 = r_1^2 = \ldots = r_1^n; \quad r_2^1 = r_2^2 = \ldots = r_2^n, \quad \ldots, \quad r_k^1 = r_k^2 = \ldots = r_k^n.$$

Обозначим эти вероятности переменными соответственно $r_1, r_2, \ldots, r_n$. Решение составленных систем уравнений с учётом условия нормировки $nr_1 + nr_2 + \ldots + nr_k$ позволило получить следующие выражения для финальных вероятностей пребывания системы «автомат–переключаемая среда» в своих состояниях:

$$r_1 = \frac{1}{n(1-\delta\sum_{\alpha=1}^{n} P_1^\alpha + \delta\frac{1}{k-1}\sum_{\alpha=1}^{n} q_1^\alpha)\sum_{i=1}^{k}(1-\delta\sum_{\alpha=1}^{n} P_i^\alpha + \delta\frac{1}{k-1}\sum_{\alpha=1}^{n} q_i^\alpha)};$$

$$r_2 = \frac{1}{n(1-\delta\sum_{\alpha=1}^{n} P_2^\alpha + \delta\frac{1}{k-1}\sum_{\alpha=1}^{n} q_2^\alpha)\sum_{i=1}^{k}(1-\delta\sum_{\alpha=1}^{n} P_i^\alpha + \delta\frac{1}{k-1}\sum_{\alpha=1}^{n} q_i^\alpha)};$$

......................................................................................................

$$r_k = \frac{1}{n(1-\delta\sum_{\alpha=1}^{n} P_k^\alpha + \delta\frac{1}{k-1}\sum_{\alpha=1}^{n} q_k^\alpha)\sum_{i=1}^{k}(1-\delta\sum_{\alpha=1}^{n} P_i^\alpha + \delta\frac{1}{k-1}\sum_{\alpha=1}^{n} q_i^\alpha)}.$$

Финальные вероятности $r_i$, $i=\overline{1,k}$ зависят от вероятностей выигрышей $P_i^\alpha$ и проигрышей $q_i^\alpha$, $i=\overline{1,k}$, $\alpha=\overline{1,n}$ в каждом состоянии автомата, вычисление которых предполагается осуществлять на базе функционирования имитационной модели, воспроизводящей изменение величины остатков денежных средств в бюджете при случайном характере вариаций доходов и расходов.

**Выводы.** В результате проведённых исследований получены следующие новые научные результаты.

1. Предложена модель составной случайной среды в виде вектора, описывающего вероятностные характеристики влияний поступлений от уплаты налогов на формирование бюджета.

2. Построена математическая модель поведения стохастического автомата в переключаемых случайных средах, отличающаяся возможностью формального описания принятия решений при бюджетном регулировании в условиях суперпозиции воздействий, оказываемых на формирование бюджета поступлениями от различных видов налогов. Преимущества модели состоят в возможности адекватного представления реальной ситуации, создаваемой влиянием поступлений от уплаты множества налогов, участвующих в процессе бюджетного регулирования, на формирование бюджета.

3. Получены аналитические выражения для финальных вероятностей пребывания системы «автомат–переключаемая среда» в каждом из своих состояний, позволяющие дать количественную оценку управляющим решениям, принимаемым относительно пропорций распределения налогов между уровнями бюджетной системы в порядке бюджетного регулирования.

## Литература

1. Богомягкова И.В. Модель долевого распределения налогов в системе поддержки принятия решений по управлению межбюджетным регулированием // Научные ведомости БелГУ. Серия: История. Политология. Экономика. Информатика. 2010. Вып. 13/1.

# SYSTEM “AUTOMATON-SWITCHABLE MEDIUM” FOR SIMULATION OF SHARE TAX DISTRIBUTION

**E.D. STRELTSOVA**
**I.V. BOGOMYAGKOVA**
**V.S. STRELTSOV**

***South Russian State Technical University (NPI)***

***e-mail: el_strel@mail.ru***

Economical-mathematical model for budget regulation in a form of stochastic automaton functioning in integrate random medium is proposed. Separate fixed random medium for every type of taxes participating in share distribution between the levels of a budget system is analyzed. Formal expressions that give the possibility to choose the system status of the system “automaton – switchable medium” that corresponds to the norms of tax deductions at budget regulation are deduced.

Keywords: budgetary regulation, regional level, economic-mathematical model, the stochastic automatic machine, the switched casual environment, final probabilities.