УДК -*0049: 336.12

МОДЕЛЬ ДОЛЕВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАЛОГОВ В СИСТЕМЕ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО УПРАВЛЕНИЮ МЕЖБЮДЖЕТНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ

И. В. БОГОМЯГКОВА

Южно-Российский государственный технический университет (НПИ)

e-mail: el_strel@mail.ru

Рассматриваются вопросы создания математической модели, входящей в состав системы поддержки принятия решений при управлении процессами бюджетного регулирования. Модель предназначена для выбора решений при долевом распределении налогов между региональным и муниципальным уровнями бюджетной системы РФ.

Ключевые слова: система поддержки принятия решений, экономико-математическая модель, стохастический автомат, случайная среда, бюджетное регулирование.

В современных условиях первостепенной задачей Российской экономики является преодоление проблем финансово-экономического кризиса и создание условий для обеспечения устойчивого экономического роста, для последующего инновационного развития. В аспекте реализации антикризисной программы одним из основных направлений финансово-экономической политики является увеличение налоговой базы территорий, выравнивание уровня их бюджетной обеспеченности при сохранении стимулирования властей к развитию налогового потенциала. В связи с этим в настоящее время особый интерес вызывает стоящая перед органами государственной власти субъектов РФ стратегическая задача принятия решений при долевом распределении налогов между уровнями бюджетной системы. Это актуализирует проблему создания и внедрения в практику бюджетного планирования компьютерных технологий для принятия решений о величине нормативов отчислений в муниципальные бюджеты от федеральных и региональных налогов, использующих системы поддержки принятия решений (СППР). Входящие в состав СППР экономико-математические модели принятия решений должны обладать свойством адаптации к изменениям условий функционирования, вызванным объективными и субъективными причинами и приводящим к вариациям доходов и расходов бюджета.

Для выбора пропорций распределения налогов между региональным и муниципальным уровнями бюджетной системы РФ предлагается автоматная модель, базирующаяся на использовании математического аппарата теории стохастических автоматов. Этот аппарат в качестве структурной единицы анализа рассматривает математический объект, в роли которого выступает абстрактное устройство – стохастический автомат, функционирующий в случайной среде. В современных публикациях [1] известен подход, основанный на использовании подобных адаптивных абстрактных устройств для управления процессами бюджетного регулирования на уровне региона. Но предложенные модели страдают рядом недостатков. Во-первых, в качестве состояний автомата, предложенного в [1], выступают интегрированные величины, отражающие различные комбинации значений пропорций распределения различных налогов, участвующих в процессе бюджетного регулирования. Для двухуровневой системы местных бюджетов такая модель является мало эффективной, так как в данном случае необходим дифференцированный подход к выбору налоговых доходов каждого вида, служащих рычагами воздействия органов местного самоуправления на величину налоговой базы.

Во-вторых, предложенная в [1] структура стохастического автомата такова, что этот автомат в случае штрафа может переходить только в соседние состояния, что ограничивает возможность исследований по выбору пропорций распределения налогов при бюджетном регулировании. В итоге, полученные в [1] выражения для финальных вероятностей пребывания автомата в каждом из состояний не отражают всех возможностей перебора величин отчислений от налогов в порядке бюджетного регулирования.

Автором статьи предлагается для каждого вида налога, введённого в перечень налогов, применяемых в порядке бюджетного регулирования, рассматривать отдельную вероятностную среду стохастического автомата, состояния которого соответствуют величине отчислений от уплаты $i-го$ налога в бюджет нижестоящего уровня бюджетной системы, $i=\overline{1,k}$, где k –количество видов налогов. Таким образом, автором разработана отличная от предложенной в [1] структура стохастического автомата. Рассмотрим эту структуру. Стохастический автомат (обозначим его переменной A) представляет собой абстрактное адаптивное управляющее устройство, находящееся в каждый момент времени t в одном из возможных состояний $\varphi(t)=\{\varphi_1(t),\varphi_2(t),...,\varphi_k(t))$ и способное переходить из состояния $\varphi_i(t)$, $i=\overline{1,k}$, в состояние $\varphi_j(t)$ $j=\overline{1,k}$.

Состояния автомата А определяются следующим образом. Отрезок [0;1] разбивается на конечное число отрезков, равное $(k-1)$. Координаты концов этих отрезков $\varphi_1(t),\varphi_2(t),...,\varphi_k(t)$ принимаются в качестве состояний автомата A, где $\varphi_1=0$, $\varphi_2=\dfrac{1}{k}$, $\varphi_3=\dfrac{2}{k}$, ..., $\varphi_k=1$. Выбирая состояния φ_i, $i=\overline{1,k}$, интерпретируемые как величины долей отчислений денежных средств от уплаты налогов в порядке бюджетного регулирования, автомат A вызывает изменение остатков денежных средств в бюджете нижестоящего уровня бюджетной системы РФ до некоторой величины $Z(t)$. Величина $Z(t)$ принимается в качестве выходов (или воздействий) автомата A в момент времени $t\in T$. Автомат рассматривается функционирующим во внешней случайной среде, которая реагирует на выходы $Z(t)$ автомата следующим образом. Множество реакций внешней среды разбито на два класса: благоприятные и неблагоприятные реакции. Выход $Z(t)$ автомата A вызывает благоприятную реакцию у внешней случайной среды, т.е. поощрение автомата, если в бюджете в момент времени t образовался текущий профицит, т.е. если $Z(t)>0$. Поощрение автомата A идентифицируется поступлением на его вход в момент времени $(t+1)$ входного сигнала $V_1(t+1)=1$, означающего «выигрыш». Неблагоприятная реакция внешней случайной среды возникает при образовании в бюджете в момент времени t текущего дефиците, т.е. $Z(t)<0$. В этом случае автомат штрафуется и на его вход поступает сигнал $V_0(t+1)=0$, означающий «штраф» или «проигрыш». Таким образом, в качестве входного сигналов автомата A рассматривается вектор $V(t+1)=(V_0,V_1)$. В каждый момент времени t автомат A может находиться в одном из возможных состояний φ_i, $i=\overline{1,k}$, в котором он выдаёт выходной сигнал $Z(t)$, рассматриваемый как некоторое воздействие на внешнюю среду. Внешняя среда реагирует на эти воздействия, посылая на вход автомата A сигнал $V(t+1)=(V_0,V_1)$. Таким образом, если в момент времени $t\in T$ автомат A находился в некотором состоянии φ_α, $\alpha=\overline{1,k}$ и произвёл действие $Z(t)>0$, то в последующий момент $(t+1)$ на его вход поступит сигнал $V_1(t+1)=1$, т.е. выигрыш. Если же выход

$Z(t)<0$, то в момент $(t+1)$ на вход автомата A поступит сигнал $V_0(t+1)=0$, т.е. «проигрыш» или «штраф». Обозначим вероятность выигрыша автомата A в состоянии φ_α, $\alpha=\overline{1,k}$, через p_α. Тогда вероятность проигрыша q_α $\alpha=\overline{1,k}$ автомата A в состоянии φ_α составит $q_\alpha=1-p_\alpha$. Вектор $p=(p_1,p_2,...,p_k)$ рассматривается как вероятностные характеристики внешней случайной среды, в которую погружён автомат A.

В статье предложена структура автомата A, в соответствии с которой ему предписывается следующее поведение. Если автомат A в момент времени t находился в состоянии $\varphi_i(t)$ и в этот момент выиграл (т.е. в момент $(t+1)$ на его вход поступил сигнал $V_1(t+1)=1$), то в момент времени $(t+1)$ он остаётся в этом же состоянии. Если же автомат A в момент времени t находился в состоянии $\varphi_i(t)$ и в этот момент проиграл (т.е. в момент $(t+1)$ на его вход поступил сигнал $V_0(t+1)=0$), то в момент времени $(t+1)$ он перейдёт в любое другое состояние $\varphi_j(t+1)\neq\varphi_i(t)$.

Вероятность a_{ij} перехода автомата из состояния φ_i в состояние φ_j, $j=\overline{1,k-1}$ одинакова для любого $\varphi_j\neq\varphi_i$ и равна $a_{ij}=\dfrac{1}{k-1}$. Матрицы перехода автомата A из состояния φ_i в состояние φ_j при выигрыше $a_{ij}(1)$ и при проигрыше $a_{ij}(0)$ имеют вид:

$$\|a_{ij}(1)\|=\begin{pmatrix}1&0&...&0\\0&1&...&0\\...&...&...&...\\0&0&...&1\end{pmatrix};\quad \|a_{ij}(0)\|=\begin{pmatrix}0&\frac{1}{k-1}&...&\frac{1}{k-1}\\\frac{1}{k-1}&0&...&\frac{1}{k-1}\\...&...&...&...\\\frac{1}{k-1}&\frac{1}{k-1}&...&0\end{pmatrix}.$$

Выражение для определения вероятностей p_{ij} перехода автомата A из состояния φ_i в состояние φ_j при любом входном сигнале $V=(V_0,V_1)$ имеет вид: $p_{ij}=a_{ij}(1)p_i+a_{ij}(0)q_i$. В соответствии с выражением для p_{ij} матрица перехода автомата A из состояния $\varphi_i, i=\overline{1,k}$ в состояние $\varphi_j, j=\overline{1,k}$, запишется следующим образом:

$$\|p_{ij}\|=\begin{pmatrix}p_1&\frac{1}{k-1}q_1&\frac{1}{k-1}q_1...&\frac{1}{k-1}q_1\\\frac{1}{k-1}q_2&p_2&\frac{1}{k-1}q_2...&\frac{1}{k-1}q_2\\...&...&...&...\\\frac{1}{k-1}q_2&\frac{1}{k-1}q_2&\frac{1}{k-1}q_k&p_k\end{pmatrix}.$$

Финальные вероятности пребывания автомата A в состоянии φ_α обозначим P_α^Φ, $\alpha = \overline{1,k}$. Тогда, если $P^\Phi = \begin{pmatrix} P_1^\Phi \\ P_2^\Phi \\ \dots \\ P_k^\Phi \end{pmatrix}$, $P^{\Phi T} = \begin{pmatrix} P_1^\Phi, & P_2^\Phi, & \dots & P_k^\Phi \end{pmatrix}$,

где $P^{\Phi T}$ – транспонированная P^Φ матрица, имеем следующую систему уравнений для определения финальных вероятностей $P_\alpha^\Phi, \alpha = \overline{1,k}$:

$$\begin{cases} P_1^\phi = P_1^\phi \cdot p_1 + P_2^\phi \dfrac{1}{k-1} q_2 + \dots + P_k^\phi \dfrac{1}{k-1} q_k \\ P_2^\phi = P_1^\phi \dfrac{1}{k-1} q_1 + P_2^\phi \cdot p_2 + \dots + P_k^\phi \dfrac{1}{k-1} q_k \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ P_k^\phi = P_1^\phi \dfrac{1}{k-1} q_k + P_2^\phi \dfrac{1}{k-1} q_k + \dots + P_k^\phi p_k \end{cases}.$$

Используя эту систему уравнений, а так же условие нормировки $\sum_{\alpha=1}^{k} P_\alpha^\phi = 1$, получены выражения для финальных вероятностей $P_\alpha^\Phi, \alpha = \overline{1,k}$ пребывания автомата A в состоянии φ_α:

$$P_1^\phi = \frac{1}{q_1 \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{q_i}}; \qquad P_2^\phi = \frac{1}{q_2 \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{q_i}}; \qquad \dots.; \qquad P_k^\phi = \frac{1}{q_k \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{q_i}}.$$

Полученные выражения описывают вероятности P_α^Φ выбора автоматом состояний φ_α, $\alpha = \overline{1,k}$ через бесконечно большой промежуток времени $t \to \infty$.

Автором проведено исследование вопросов качества функционирования автомата предложенной структуры. Оценка качества функционирования автомата A, погружённого в случайную среду, осуществляется по такой характеристике, как целесообразность поведения.

Целесообразность поведения автомата рассматривается с позиций увеличения частоты его выигрышей и оценивается по величине математического ожидания выигрыша $M(A)$. Будем считать, что автомат ведёт себя целесообразно, если его математическое ожидание выигрыша $M(A)$ превышает над оценкой математического ожидания выигрыша M_0 такого автомата, который выбирает свои действия равновероятно [2]. Критерием целесообразности поведения автомата является выполнение условия

$$M(A) > M_0, \text{ где } M_0 = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_i}{k}, \; M(A) = P_i^\Phi \cdot p_i.$$

Теорема. Автомат A обладает свойством целесообразного поведения.
Доказательство.

В соответствии с полученными выражениями для финальных вероятностей P_i^{Φ}, $i=\overline{1,k}$, математическое ожидание выигрыша автомата A имеет вид: $M(A)=\sum_{i=1}^{k}\frac{p_i}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$. В связи с тем, что $p_i+q_i=1$, запишем $M(A)=\sum_{i=1}^{k}\frac{1-q_i}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$. Перепишем это выражение в виде:

$$M(A)=\sum_{i=1}^{k}[\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}]=\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}.$$

В соответствии с критерием о целесообразности поведения можно записать условие

$$\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}>\frac{\sum_{i=1}^{k}p_i}{k}.$$

Докажем выполнение этого неравенства для автомата предложенной структуры. Запишем неравенство в виде:

$$\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\frac{\sum_{i=1}^{k}p_i}{k}>0.$$

Введём следующее обозначение:

$$Q=\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\frac{\sum_{i=1}^{k}p_i}{k}.$$

Преобразуем последнее выражение с учётом того, что $p_i+q_i=1$, $i=\overline{1,k}$:

$$Q=\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-1+\sum_{i=1}^{k}\frac{q_i}{k}.$$

Нам необходимо доказать, что величина $Q>0$. В выражении Q заменим $\sum_{i=1}^{k}\frac{q_i}{k}$ на величину $\frac{k}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$ и рассмотрим следующее выражение:

$$\widetilde{Q}=\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-1+\frac{k}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}=\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}\left[\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}-\sum_{i=1}^{k}1-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}+k\right].$$

Очевидно, что $\widetilde{Q}=0$. В связи с тем, что $\sum_{i=1}^{k}\frac{q_i}{k} > \frac{k}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$ (среднее арифметическое всегда больше среднего гармонического), можно записать: $\widetilde{Q}<Q$. Но $\widetilde{Q}=0$, поэтому величина $Q>0$, т.е. $M(A) > \frac{\sum_{i=1}^{k} p_i}{k}$, что и требовалось доказать.

Состояния автомата $\varphi_j(t)$ $j=\overline{1,k}$ рассматриваются в качестве возможных решений относительно величины нормативов отчислений финансовых ресурсов в бюджеты муниципальных образований от уплаты налогов и сборов, подлежащих зачислению в бюджет регионального уровня бюджетной системы РФ. Финальные вероятности выбора этих состояний $P_\alpha^{\Phi}, \alpha=\overline{1,k}$ дают количественную оценку целесообразности принятия этих решений. Если состояния $\varphi_j(t)$ выбирать случайно в соответствии с финальными вероятностями, то автомат будет чаще выигрывать и реже проигрывать. Предложенную модель предлагается включить в систему поддержки принятия решений при управлении процессами бюджетного регулирования на уровне региона.

Выводы. В результате проведённых исследований получены следующие результаты, отличающиеся научной новизной:

1. Предложена адаптивная автоматная модель принятия решений относительно пропорций распределения федеральных и региональных налогов и сборов в структуре <регион>↔<муниципальное образование>, отличающаяся способностью хорошо приспосабливаться к изменениям доходов и расходов бюджета.

2. Разработана структура стохастического автомата, функционирующего в случайных средах, положенная в основу модели бюджетного регулирования и отличающаяся возможностью перехода автомата не только в соседние состояния, но и в любые другие состояния. Преимущество такой структуры состоит в возможности использования дифференцированного подхода к исследованиям по выбору пропорций распределения налоговых доходов каждого вида.

3. Выведены формальные выражения для финальных вероятностей выбора автоматом конкретного состояния, отражающего величину нормативов отчислений финансовых ресурсов от уплаты налогов порядке бюджетного регулирования. Полученные выражения позволяют дать количественную оценку возможным решениям, принимаемым при долевом распределении налоговых доходов между уровнями бюджетной системы.

4. Исследован поведенческий аспект предложенной автоматной модели, заключающийся в доказательстве теоремы о целесообразности поведения автоматов предложенной конструкции. Преимущество такого исследования состоит в обеспечении качества функционирования математической модели на ранних этапах её создания.

Литература

1. Системы поддержки принятия решений при управлении процессами бюджетного регулирования: модели, методы, технологии [Текст]: Монография / Е.Д. Стрельцова; Федеральное агенство по образованию, Юж-Рос. гос. техн. ун-т.–Новочеркасск: ЮРГТУ; ООО НПО «ТЕМП», 2005.– 180 с. – 11,6 п.л.)

2. Цетлин М.Л. Исследования по теории автоматов и моделирования биологических систем. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1969. –316 с.

TAX SHARED DISTRIBUTION MODEL IN THE SYSTEM OF SOPPORTING OF DECISION MAKINGS ON INTERBUGET REGULATION MANAGEMENT

I. V. BOGOMYAGKOVA

South-Russian State Technical University (NPI)

e-mail: el_strel@mail.ru

Problems of creation of a mathematical model which forms part of a system of supporting of decision making at budget regulation processes management are examined. The model is created for decision choice at the processes of tax shared distribution among the regional and municipal levels of the budget system of Russian Federation.

Key words: decision making supporting system, economic-mathematical model, stochastic automata, random medium, budget regulation.