УДК -*0049: 336.12

МОДЕЛЬ КОЛЛЕКТИВНОГО ПОВЕДЕНИЯ СИСТЕМ «АВТОМАТ-ПЕРЕКЛЮЧАЕМАЯ СРЕДА» ПРИ ВЫБОРЕ КОМПРОМИССНОЙ СТРАТЕГИИ МЕЖБЮДЖЕТНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Е. Д. СТРЕЛЬЦОВА
В. С. СТРЕЛЬЦОВ

Южно-Российский государственный технический университет (НПИ)

e-mail:
el_strel@mail.ru

Построена экономико-математическая модель игрового поведения двух систем «автомат-переключаемая среда», используемая для достижения компромисса между интересами бюджетов различных уровней бюджетной системы РФ при долевом распределении средств от уплаты налогов. Предложен метод решения биматричной игры автоматов в форме смешанных стратегий на базе условия равновесия по Нэшу, позволяющий получить аналитические выражения для определения нормативов отчислений денежных средств в бюджеты нижестоящего уровня в порядке бюджетного регулирования.

Ключевые слова: бюджетное регулирование, экономико-математическая модель, игровая модель, смешанные стратегии.

Актуальность. В настоящее время одной из актуальнейших задач является преодоление проблем, возникших в условиях финансово-экономического кризиса, а также создание условий для последующего инновационного развития. Создание таких условий во многом коррелирует с вопросами совершенствования бюджетной политики, главными принципами которой является формирование нового качества финансового менеджмента на всех уровнях управления государственными и муниципальными финансами и обеспечение финансовой самостоятельности территорий. В этой связи особого внимания заслуживают проблемы межбюджетного регулирования, решение которых ориентировано в большей степени на стимулирование территорий в наращивании собственного налогового потенциала, чем на выравнивание их уровня бюджетной обеспеченности. Это обусловливает наличие противоречия в решении задач межбюджетного регулирования, приводящего к необходимости достижения некоторого компромисса при выборе нормативов отчислений средств от уплаты налогов в бюджеты различных уровней. Поиск компромисса требует применения экономико-математических методов, моделей, инструментов, позволяющих дать оценку принимаемым в этом плане решениям.

В [1,2] изложены результаты создания автоматной модели, функционирующей в переключаемых случайных средах и используемой для принятия решений при бюджетном регулировании. Переключаемые случайные среды описываются вероятностными характеристиками поступлений бюджетных средств от уплаты налогов различных видов, участвующих в долевом распределении. Эти вероятностные характеристики заданы в виде вектора $P^x = (P_1^x, P_2^x, ..., P_k^x)$, где P_i^x – оценка вероятности выигрыша автомата A в случайной среде действия поступлений от уплаты налога N_x, $i = \overline{1,k}$ – номера состояний автомата A [2]. Предложенная модель позволяет выбирать оптимальные для данного уровня бюджетной системы нормативы отчислений от налогов в порядке бюджетного регулирования. В связи с тем, что долевое распределение средств от уплаты налогов должно обеспечить достижение некоторого компромисса между уровнями бюджетной системы, авторами статьи предлагается модель игрового поведения двух систем «автомат-переключаемая среда» как инструмента логического согласования интересов бюджетов вышестоящего и нижестоящего уровней бюджетной системы РФ. Эта модель позволяет обеспечить равновесие интересов бюджетов различных уровней при выборе пропорций долевого распределения средств от уплаты налогов. Рассмотрим эту модель.

Постановка задачи формального описания игры систем «автомат-переключаемая среда». Пусть A_1 и A_2 – системы «автомат-переключаемая среда», управляющие величинами отчислений от уплаты налогов соответственно в бюджеты нижестоящего и вышестоящего уровней бюджетной системы РФ. Величины этих отчислений интерпретированы состояниями автоматов A_i, $i=\overline{1,2}$, функционирующих в переключаемых случайных средах [1,2]. Как изложено в [1,2], набор состояний системы «автомат-переключаемая среда» описаны вектором:

$$\Psi =< \Psi_1^1, \Psi_2^1,..., \Psi_k^1, \Psi_1^2, \Psi_2^2,..., \Psi_k^2,..., \Psi_1^n, \Psi_2^n,..., \Psi_k^n >.$$

Компоненты Ψ_i^α вектора Ψ отражают величины нормативов отчислений от налога вида α, $\alpha=\overline{1,n}$ и принимают значения $\Psi_i^\alpha \in [0,1]$. Для системы «автомат-пкреключаемая среда» в [1,2] получены вектор финальных вероятностей $R=(r_1^1, r_2^1,..., r_k^1, r_1^2, r_2^2,..., r_k^2,..., r_1^n, r_2^n,..., r_k^n)$. Компоненты r_i^j вектора R представляют собой финальные вероятности того, что система выберет состояние Ψ_i^j, т.е. когда автомат находится в состоянии с номером i, а вероятностная среда – в состоянии с номером j. При этом система A_1 нацелена на выбор состояний, обеспечивающих увеличение поступлений от уплаты налогов в бюджет нижестоящего уровня. Действия системы A_2 противоположны действиям системы A_1, т.е. устремлены на увеличение поступлений от уплаты налогов, участвующих в долевом распределении, в бюджет вышестоящего уровня бюджетной системы. Для обеспечения равновесия между функционированием систем A_1 и A_2 автором предложена модель их игры.

Сама идея игрового взаимодействия автоматов с целью выбора их компромиссной стратегии при долевом распределении налогов в порядке бюджетного регулирования уже рассматривалась в научных исследованиях [3,4]. Автором этих работ предлагалась модель антагонистической игры на основе равновесия Фон-Неймана, в которой в качестве игроков рассматривались стохастические автоматы. Эта модель осуществляет выбор управленческих решений, являющихся компромиссными относительно интересов бюджетов вышестоящего и нижестоящего уровней РФ при бюджетном регулировании. В качестве теоретико-игрового метода модели, предложенной в [3,4], использована антагонистическая матричная игра, в которой выигрыш одного игрока осуществляется за счёт проигрыша второго игрока. Такой подход при выборе решений по бюджетному регулированию не адекватно отражает стратегические подходы бюджетной политики, т.к., во-первых, антагонистических противоречий между уровнями бюджетной системы не существует. Процесс принятия решений при управлении бюджетной системой нацелен на ускорение экономического развития всей территории в целом и на повышение её налогового потенциала. Следовательно, «выигрыш» одного «игрока», в качестве которого принята величина профицита бюджета нижестоящего уровня, не следует рассматривать как стопроцентный «проигрыш» другого «игрока» В-вторых, на практике у игроков, в роли которых выступают ЛПР различных уровней при управлении бюджетной системой, отсутствует полная информация о состоянии бюджетов других уровней.

Таким образом, «игроки» сталкиваются с некоторой неопределённостью относительно интересов друг друга. В связи с этим для принятия решений по распределению налоговых поступлений с учётом перечисленных особенностей в настоящей работе предложена модель принятия решений в виде биматричной игры ρ, решение которой ищется в форме смешанных стратегий, приводящих к равновесию по Нэшу. Рассмотрим формальное описание этой игры. Игра ρ в нормальной форме описывается тройкой $\rho =< I, \Psi, U >$, где $I = \{1,2\}$ – множество индексов, отражающих количество игроков, в роли которых выступают системы A_1 и A_2; $\Psi = \{\Psi_i^{\alpha}(1)\}_{i \in J, \alpha \in S} \times \Psi_j^{\alpha}(2)\}_{j \in J, \alpha \in S}$, $j = \overline{1,k}$ – декартово произведение стратегий, доступных игрокам A_1 и A_2; $J = \{1,2,...,k\}$ – множество индексов, отражающих количество номеров состояний автоматов; $S = \{1,2,...,n\}$ – множество номеров переключаемых случайных сред автоматов; $\Psi_i^{\alpha}(x)$ – стратегия, доступная игроку x, $x = \overline{1,2}$; α, $\alpha \in \overline{1,n}$ – случайная среда, в которой функционирует автомат; k – количество состояний автомата; n – количество случайных сред системы «автомат-переключаемая среда»; $U =< u_1, u_2 >$ – набор функций выигрышей игроков A_1 и A_2 соответственно. Если обозначить множество выигрышей переменной IR, то функции выигрышей u_{β}, $\beta = \overline{1,2}$ можно представить как отображения $u_{\beta} : \{\Psi_i^{\alpha}(1)\}_{i \in J, \alpha \in S} \times \{\Psi_j^{\alpha}(2)\}_{j \in J, \alpha \in S} \to IR$, $\beta \in I$, ставящие в соответствие каждому набору стратегий $(\Psi_i^{\alpha}(1), \Psi_j^{\alpha}(2))$ выигрыш этого игрока $u_{\beta}(\Psi_i^{\alpha}(1), \Psi_j^{\alpha}(2)) \in IR$. Вследствие того, что множества игроков $I = \{1,2\}$ и стратегий $\{\Psi_i^{\alpha}(1)\}_{i \in J, \alpha \in S}, \{\Psi_j^{\alpha}(2)\}_{j \in J, \alpha \in S}$ конечны (мощности этих множеств составляют соответственно $|I| = 2$, $|\{\Psi_i^{\alpha}(x)\}_{i \in I, \alpha \in S}| = k \cdot n$, $x \in I$), игра $\rho =< I, \Psi, U >$ формально описывается в виде матрицы $\left\| a_{mk}^{\alpha\delta} b_{mk}^{\alpha\beta} \right\|$:

$$\begin{pmatrix}
a_{11}^{11}b_{11}^{11} & \ldots & a_{1k}^{11}b_{1k}^{11} & a_{11}^{12}b_{11}^{12} & \ldots & a_{1k}^{12}b_{1k}^{12} & \ldots & a_{11}^{1n}b_{11}^{1n} & \ldots & a_{1k}^{1n}b_{1k}^{1n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{k1}^{11}b_{k1}^{11} & \ldots & a_{kk}^{11}b_{kk}^{11} & a_{k1}^{12}b_{k1}^{12} & \ldots & a_{kk}^{12}b_{kk}^{12} & \ldots & a_{k1}^{1n}b_{k1}^{1n} & \ldots & a_{kk}^{1n}b_{kk}^{1n} \\
a_{11}^{21}b_{11}^{21} & \ldots & a_{1k}^{21}b_{1k}^{21} & a_{11}^{22}b_{11}^{22} & \ldots & a_{1k}^{22}b_{1k}^{22} & \ldots & a_{11}^{2n}b_{11}^{2n} & \ldots & a_{1k}^{2n}b_{1k}^{2n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{k1}^{21}b_{k1}^{21} & \ldots & a_{kk}^{21}b_{kk}^{21} & a_{k1}^{22}b_{k1}^{22} & \ldots & a_{kk}^{22}b_{kk}^{22} & \ldots & a_{k1}^{2n}b_{k1}^{2n} & \ldots & a_{kk}^{2n}b_{kk}^{2n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{11}^{n1}b_{11}^{n1} & \ldots & a_{1k}^{n1}b_{1k}^{n1} & a_{11}^{n2}b_{11}^{n2} & \ldots & a_{1k}^{n2}b_{1k}^{n2} & \ldots & a_{11}^{nn}b_{11}^{nn} & \ldots & a_{1k}^{nn}b_{1k}^{nn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{k1}^{n1}b_{k1}^{n1} & \ldots & a_{kk}^{n1}b_{kk}^{n1} & a_{k1}^{n1}b_{k1}^{n2} & \ldots & a_{kk}^{n2}b_{kk}^{n2} & \ldots & a_{k1}^{nn}b_{11}^{1} & \ldots & a_{kk}^{nn}b_{kk}^{nn}
\end{pmatrix}$$

Элементами матрицы являются числа $a_{mk}^{\alpha\delta} = u_1(\Psi_m^{\alpha}(1), \Psi_k^{\delta}(2))$, $b_{mk}^{\alpha\delta} = u_2(\Psi_m^{\alpha}(1), \Psi_k^{\delta}(2))$, представляющие собой соответственно выигрыши игроков A_1 и A_2 в стратегиях $\Psi_m^{\alpha}(1), \Psi_k^{\delta}(2)$, $\alpha \in S$, $\delta \in S$. В качестве выигрыша игрока A_1 при наборе стратегий $(\Psi_i^{\alpha}(1), \Psi_j^{\delta}(2))$ примем вероятность выигрыша системы «автомат-переключаемая среда», величина которой определяется в соответствии с аналитическими выражениями:

$$u_1(\Psi_i^{\alpha}(1), \Psi_j^{\delta}(2)) = 0 \text{, если } i \neq j \vee \alpha \neq \delta \text{;}$$

$$u_1(\Psi_i^{\alpha}(1), \Psi_j^{\delta}(2)) = r_i^{\alpha} \cdot p_i^{\alpha} \text{, если } i = j \wedge \alpha = \delta \text{.}$$

Выигрыш игрока A_1, имеющий вид $u_1(\Psi_i^{\alpha}(1),\Psi_i^{\alpha}(2))$, обозначим переменной ν_{ii}^{α}: $\nu_{ii}^{\alpha}=u_1(\Psi_i^{\alpha}(1),\Psi_i^{\alpha}(2))$. Относительно выигрыша игрока A_2, как упоминалось, полная информация отсутствует. Обозначим этот выигрыш следующим образом: $u_2(\Psi_i^{\alpha}(1),\Psi_i^{\alpha}(2))=t_{ii}^{\alpha}$. Тогда формально матрица, описывающая биматричную игру систем A_1 и A_2, будет иметь вид, представленный таблицей 1. Вследствие того, что игрокам A_1 и A_2 доступны одинаковые стратегии, в выражениях $\Psi_i^{\alpha}(x)$, обозначающих эти стратегии, значение переменной $x\in I$ в таблице 1 опущены.

Таблица 1

Матрица игры систем A_1 и A_2 «автомат-переключаемая среда»

	Ψ_1^1	...	Ψ_k^1	Ψ_1^2	...	Ψ_k^2	...	Ψ_1^n	...	Ψ_k^n
Ψ_1^1	(ν_{11}^1,t_{11}^1)									
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Ψ_k^1			(ν_{kk}^1,t_{kk}^1)							
Ψ_1^2				(ν_{11}^2,t_{11}^2)						
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Ψ_k^2						(ν_{kk}^2,t_{kk}^2)				
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Ψ_1^n								(ν_{11}^n,t_{11}^n)		
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Ψ_k^n										(ν_{kk}^n,t_{kk}^n)

Решение игры в форме смешанных стратегий. На множестве чистых стратегий $\Psi=<\Psi_1^1,\Psi_2^1,...,\Psi_k^1,\Psi_1^2,\Psi_2^2,...,\Psi_k^2,...,\Psi_1^n,\Psi_2^n,...,\Psi_k^n>$, доступных игрокам A_1 и A_2, зададим вероятностное распределение $\delta_i:\{\Psi_j^{\alpha}\}_{j\in J,\alpha\in S}\to[0,1]$, ставящее в соответствие каждой чистой стратегии Ψ_j^{α} игрока i, $i=\overline{1,2}$ вероятность $\delta_i(\Psi_j^{\alpha})\in[0,1]$, $\delta_i(\Psi_j^{\alpha})>0$. Это вероятность того, что стратегия Ψ_j^{α} будет играться игроком $i\in I$, причём выполняется условие $\sum_{\alpha=1,j=1}^{n,k}\delta_i(\Psi_j^{\alpha})=1$. Тогда будем иметь пространство наборов смешанных стратегий $\Sigma=\Sigma_1\times\Sigma_2$, где $\Sigma_i=\{\delta_i(\Psi_j^{\alpha}\}_{j\in J,\alpha\in S}$, $i=\overline{1,2}$ – набор смешанных стратегий игрока A_i. Носителем смешанной стратегии δ_i является множество чистых стратегий $\{\Psi_j^{\alpha}\}_{j\in J}$, которым приписана положительная вероятность. Будем рассматривать смешанное расширение $\widetilde{\rho}=<I,\Sigma,U>$ игры

$\rho =< I, \Psi, U >$, где Ψ – множество чистых стратегий, которые игрок A_1 играет с положительными вероятностями в ситуации $\delta_1 = (\delta_1(\Psi_1^1), \delta_1(\Psi_2^1), \ldots, \delta_1(\Psi_k^1), \delta_1(\Psi_1^2), \delta_1(\Psi_2^2), \ldots, \delta_1(\Psi_k^2), \ldots,$

$\delta_1(\Psi_1^n), \delta_1(\Psi_2^n), \ldots, \delta_1(\Psi_k^n))$, $\delta_1(\Psi_i^\alpha) \in \Sigma_1$, а игрок A_2 играет с положительными вероятностями в ситуации

$\delta_2 = (\delta_2(\Psi_1^1), \delta_2(\Psi_2^1), \ldots, \delta_2(\Psi_k^1), \delta_2(\Psi_1^2), \delta_2(\Psi_2^2), \ldots, \delta_2(\Psi_k^2), \ldots, \delta_2(\Psi_1^n), \delta_2(\Psi_2^n), \ldots, \delta_2(\Psi_k^n))$, $\delta_2(\Psi_i^\alpha) \in \Sigma_2$.

Распределение вероятностей выбора чистых стратегий, доступных игрокам A_1 и A_2 приведены в таблицах 2 и 3 . Смешанные стратегии игроков A_1 и A_2 будем искать исходя из условия равновесия по Нэшу в смешанном расширении $\tilde{\rho} =< I, \Sigma, U >$, в соответствии с которым при заданном распределении вероятностей противника ожидаемый выигрыш от применения чистых стратегий одинакова при любой стратегии противника.

Таблица 2

Распределение вероятностей чистых стратегий игрока A_1

Ψ_i^α	Ψ_1^1	...	Ψ_k^1	Ψ_1^2	...	Ψ_k^2	...	Ψ_1^n	...	Ψ_k^n
$\delta_1(\Psi_i^\alpha)$	$\delta_1(\Psi_1^1)$	...	$\delta_1(\Psi_k^1)$	$\delta_1(\Psi_1^2)$	...	$\delta_1(\Psi_k^2)$	...	$\delta_1(\Psi_1^n)$	...	$\delta_1(\Psi_k^n)$

Таблица 3

Распределение вероятностей чистых стратегий игрока A_2

Ψ_i^α	Ψ_1^1	...	Ψ_k^1	Ψ_1^2	...	Ψ_k^2	...	Ψ_1^n	...	Ψ_k^n
$\delta_2(\Psi_i^\alpha)$	$\delta_2(\Psi_1^1)$	...	$\delta_2(\Psi)_k^1$	$\delta_2(\Psi_1^2)$	...	$\delta_2(\Psi_k^2)$	...	$\delta_2(\Psi_1^n)$	...	$\delta_2(\Psi_k^n)$

Только в данном случае при нахождении смешанных стратегий необходимо учесть тот факт, что игрок A_1 знает свою функцию выигрыша $u_1 : \{\Psi_i^\alpha(1)\}_{i\in J, \alpha\in S} \times \{\Psi_j^\alpha(2)\}_{j\in J, \alpha\in S} \to IR$, но не знает функции выигрыша игрока A_2. То есть возникает задача описания ситуации с неполной информацией, когда игрок A_1 сталкивается с некоторой неопределённостью относительно выбора стратегии игроком A_2. В этой ситуации выдвинем следующую гипотезу. Примем, что выигрыш $t_{ii} = u_2(\Psi_i^\alpha, \Psi_i^\alpha)$ игрока A_2 при выборе стратегии Ψ_i^α, $i = \overline{1,k}$, $\alpha = \overline{1,n}$ распределён равномерно на отрезке $[0, \nu_{ii}^\alpha]$. Правомерность этого предположения можно обосновать тем, что финансовые управления вышестоящего уровня бюджетной системы РФ ЛПР в виду их заинтересованности в экономическом развитии всей территории и в зависимости от характера решаемых в данный период задач могут с равной вероятностью считать своим выигрышем тот выигрыш, который получен при управлении бюджетной системой нижестоящего уровня. Тогда функция распределения $F(t_{ii}^\alpha)$ случайной величины t_{ii}^α будет иметь вид, представленный на рис 1.

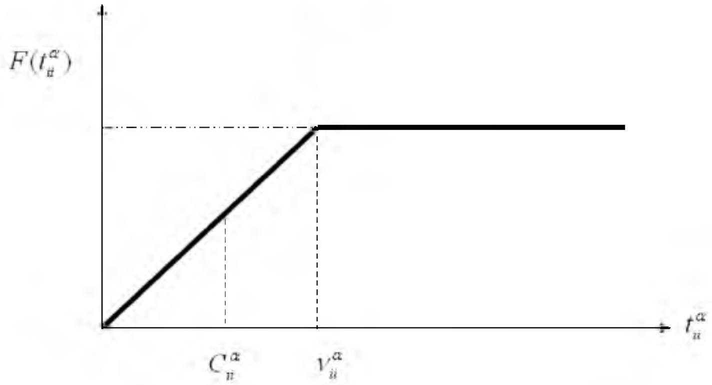

Рис. 1. Функция распределения величины t_{ii}^{α}

Игрок A_2 будет играть свою стратегию Ψ_i^{α}, если его выигрыш t_{ii}^{α} от этой стратегии будет не меньше некоторого заданного числа C_{ii}^{α}, т.е. если $t_{ii}^{\alpha} \geq C_{ii}^{\alpha}$. Вероятность этого условия может быть определена следующим образом: $p(t_{ii}^{\alpha} \geq C_{ii}^{\alpha}) = (1 - F(t_{ii}^{\alpha})) = 1 - p((t_{ii}^{\alpha} < C_{ii}^{\alpha})$. Очевидно, что вероятность выполнения условия $t_{ii}^{\alpha} > C_{ii}^{\alpha}$ определяется из выражения $p((t_{ii}^{\alpha} > C_{ii}^{\alpha}) = \frac{\nu_{ii}^{\alpha} - C_{ii}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\alpha}}$. Эта вероятность рассматривается как вероятность выбора игроком A_2 своей i-той стратегии Ψ_i^{α}: $\delta_2(\Psi_i^{\alpha}) = \frac{\nu_{ii}^{\alpha} - C_{ii}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\alpha}}$. Тогда вероятность выбора игроком A_1 сваей i-той стратегии Ψ_i^{α} составит $\delta_1(\Psi_i^{\alpha}) = \frac{C_{ii}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\alpha}}$. Игрок A_2 предпочтёт свою стратегию Ψ_i^{α}, если его выигрыш t_{ii}^{α} в этом случае будет наибольшим. Рассмотрим самый благоприятный исход для игрока A_2, когда $t_{ii}^{\alpha} = \nu_{ii}^{\alpha}$. Это возможно лишь в том случае, когда большая часть налоговых доходов при бюджетном регулировании поступит в бюджет вышестоящего уровня. Согласно условию равновесия по Нэшу, какую бы стратегию ни применил игрок A_1, математическое ожидание выигрыша игрока A_2 будет одинаковым:

$$\frac{\nu_{11}^{\alpha} - C_{11}^{\alpha}}{\nu_{11}^{\alpha}} \cdot \nu_{11}^{\alpha} = \frac{\nu_{22}^{\alpha} - C_{22}^{\alpha}}{\nu_{22}^{\alpha}} \cdot \nu_{22}^{\alpha} = \ldots = \frac{\nu_{kk}^{\alpha} - C_{kk}^{\alpha}}{\nu_{kk}^{\alpha}} \cdot \nu_{kk}^{\alpha}; \quad \alpha = \overline{1,n}.$$

Из последнего выражения получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} C_{22}^{\alpha} = \nu_{22}^{\alpha} - \nu_{11}^{\alpha} + C_{11}^{\alpha} \\ C_{33}^{\alpha} = \nu_{33}^{\alpha} - \nu_{11}^{\alpha} + C_{11}^{\alpha} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ C_{kk}^{\alpha} = \nu_{kk}^{\alpha} - \nu_{11}^{\alpha} + C_{11}^{\alpha} \end{cases}, \quad \alpha - \overline{1,n}. \tag{1}$$

Будем использовать условие

$$\sum_{\alpha=1}^{n} \sum_{i=1}^{k} \delta_1(\Psi_i^{\alpha}) = 1, \text{ или } \sum_{\alpha=1}^{n} \sum_{i=1}^{k} \frac{C_{ii}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\alpha}} = 1. \tag{2}$$

На основе выражений (*) и (**) можно записать:

$$\sum_{\alpha=1}^{n}\left(\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{22}^{\alpha}}+\frac{\nu_{22}^{\alpha}-\nu_{11}^{\alpha}+C_{11}^{\alpha}}{\nu_{11}^{\alpha}}+\frac{\nu_{33}^{\alpha}-\nu_{11}^{\alpha}+C_{11}^{\alpha}}{\nu_{33}^{\alpha}}+\ldots+\frac{\nu_{kk}^{\alpha}-\nu_{11}^{\alpha}+C_{11}^{\alpha}}{\nu_{kk}^{\alpha}}\right)=1,$$

или в более компактной форме $\sum_{\alpha=1}^{n}\left(\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{22}^{\alpha}}+\sum_{i=2}^{k}\frac{\nu_{ii}^{\alpha}-\nu_{11}^{\alpha}+C_{11}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\alpha}}\right)=1$.

Распишем выражение (2):

$$\frac{C_{11}^{1}}{\nu_{11}^{1}}+\frac{C_{22}^{1}}{\nu_{22}^{1}}+\ldots+\frac{C_{kk}^{1}}{\nu_{kk}^{1}}+\frac{C_{11}^{2}}{\nu_{11}^{2}}+\frac{C_{22}^{2}}{\nu_{22}^{2}}+\ldots+\frac{C_{kk}^{2}}{\nu_{kk}^{2}}+\ldots+\frac{C_{11}^{n}}{\nu_{11}^{n}}+\frac{C_{22}^{n}}{\nu_{22}^{n}}+\ldots+\frac{C_{kk}^{n}}{\nu_{kk}^{n}}=1.$$

В последнем выражении вместо переменных $C_{22}^{1},C_{33}^{1},\ldots,C_{kk}^{1},C_{22}^{2},C_{33}^{2},\ldots,C_{kk}^{2},\ldots,C_{22}^{n},C_{33}^{n},\ldots,C_{kk}^{n}$ подставим их выражения из (1), а отношения $\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{11}^{\alpha}}$, $\alpha=\overline{1,n}$ объединим под знаком суммы:

$$\sum_{\alpha=1}^{n}\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{11}^{\alpha}}+\left[\frac{\nu_{22}^{1}-\nu_{11}^{1}+C_{11}^{1}}{\nu_{22}^{1}}+\frac{\nu_{33}^{1}-\nu_{11}^{1}+C_{11}^{1}}{\nu_{kk}^{1}}+\ldots\frac{\nu_{kk}^{1}-\nu_{11}^{1}+C_{11}^{1}}{\nu_{kk}^{1}}\right]+$$

$$+\left[\frac{\nu_{22}^{2}-\nu_{11}^{2}+C_{11}^{2}}{\nu_{22}^{2}}+\frac{\nu_{33}^{2}-\nu_{11}^{2}+C_{11}^{2}}{\nu_{kk}^{2}}+\ldots+\frac{\nu_{kk}^{2}-\nu_{11}^{2}+C_{11}^{2}}{\nu_{kk}^{2}}\right]+$$

....

$$+\left[\frac{\nu_{22}^{n}-\nu_{11}^{n}+C_{11}^{n}}{\nu_{22}^{n}}+\frac{\nu_{33}^{1}-\nu_{11}^{1}+C_{11}^{1}}{\nu_{kk}^{n}}+\ldots+\frac{\nu_{kk}^{1}-\nu_{1n}^{1\,1}{}_{11}}{\nu_{kk}^{1}}\right]=\mathbf{1}.$$

Преобразуем это выражение следующим образом:

$$\sum_{\alpha=1}^{n}\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{11}^{\alpha}}+\sum_{\alpha=1}^{n}\left(\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{22}^{\alpha}}+\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{33}^{\alpha}}+\ldots+\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{kk}^{\alpha}}\right)+\sum_{\alpha=1}^{n}\left(\frac{\nu_{22}^{1}-\nu_{11}^{1}}{\nu_{22}^{1}}+\frac{\nu_{33}^{1}-\nu_{11}^{1}}{\nu_{33}^{1}}+\ldots+\frac{\nu_{kk}^{1}-\nu_{11}^{1}}{\nu_{kk}^{1}}\right)=1$$

Или в сокращённом виде: $\sum_{\alpha=1}^{n}\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{11}^{\alpha}}+\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{i=2}^{k}\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\alpha}}+\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{i=2}^{k}\frac{\nu_{ii}^{\alpha}-\nu_{11}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\varepsilon}}=1$.

Преобразуем последнее выражение следующим образом:

$$\sum_{\alpha=1}^{n}\frac{C_{11}^{\alpha}}{\nu_{11}^{\alpha}}+\sum_{\alpha=1}^{n}C_{11}^{\alpha}\sum_{i=2}^{k}\frac{1}{\nu_{ii}^{\alpha}}+\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{i=2}^{k}\frac{\nu_{ii}^{\alpha}-\nu_{11}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\varepsilon}}=1.$$

Примем, что $C_{11}^{\alpha}=C_{11}^{\beta}$, $\alpha\in j$, $\beta\in J$. Введём обозначение $C_{11}^{\alpha}=C_{11}$, в соответствии с которым последнее равенство примет следующий вид:

$$C_{11}\left(\sum_{\alpha=1}^{n}\frac{1}{\nu_{11}^{\alpha}}+\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{i=2}^{k}\frac{1}{\nu_{ii}^{\alpha}}\right)=1-\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{i=1}^{k}\frac{\nu_{ii}^{\alpha}-\nu_{11}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\varepsilon}},\ \text{или}\ C_{11}\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\nu_{ii}^{\alpha}}=1-\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{i=2}^{k}\frac{\nu_{ii}^{\alpha}-\nu_{11}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\varepsilon}}.$$

Полученное уравнение позволяет определить значение C_{11}:

$$C_{11}=\frac{1-\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{i=2}^{k}\frac{\nu_{ii}^{\alpha}-\nu_{11}^{\alpha}}{\nu_{ii}^{\varepsilon}}}{\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\nu_{ii}^{\alpha}}}.$$

С учётом полученного ранее выражения $\nu_{ii}^{\alpha}=u_{1}(\Psi_{i}^{\alpha}(1),\Psi_{i}^{\alpha}(2))=r_{i}^{\alpha}\cdot p_{i}^{\alpha}$, величина C_{11} будет определяться следующим образом:

$$C_{11}=\frac{1-\sum\limits_{\alpha=1}^{n}\sum\limits_{i=2}^{k}\frac{r_i^\alpha\cdot p_i^\alpha-r_1^\alpha\cdot p_1^\alpha}{r_i^\alpha\cdot p_i^\alpha}}{\sum\limits_{\alpha=1}^{n}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{1}{r_i^\alpha\cdot p_i^\alpha}}.$$

Вычисление величин C_{ii}^α, $i=\overline{2,k}$, $\alpha=\overline{1,n}$ осуществляется в соответствии с выражениями (*) $C_{ii}^\alpha=\nu_{ii}^\alpha-\nu_{11}^\alpha+C_{11}^\alpha$, $i=\overline{2,k}$, $\alpha=\overline{1,n}$:

$$C_{ii}^\alpha=\nu_{ii}^\alpha-\nu_{11}^\alpha\frac{1-\sum\limits_{\alpha=1}^{n}\sum\limits_{i=2}^{k}\frac{\nu_{ii}^\alpha-\nu_{11}^\alpha}{\nu_{ii}^\varepsilon}}{\sum\limits_{\alpha=1}^{n}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{1}{\nu_{ii}^\alpha}},$$

или с учётом выражения $\nu_{ii}^\alpha=r_i^\alpha\cdot p_i^\alpha$:

$$C_{ii}^\alpha=r_i^\alpha\cdot p_i^\alpha-r_1^\alpha\cdot p_1^\alpha\frac{1-\sum\limits_{\alpha=1}^{n}\sum\limits_{i=2}^{k}\frac{r_i^\alpha\cdot p_i^\alpha-r_1^\alpha\cdot p_1^\alpha}{r_i^\alpha\cdot p_i^\alpha}}{\sum\limits_{\alpha=1}^{n}\sum\limits_{i=1}^{k}\frac{1}{r_i^\alpha\cdot p_i^\alpha}}.$$

Величины C_{ii}^α позволяют определить вероятностное распределение $\delta_1(\Psi_i^\alpha)$, $i=\overline{1,k}$; $\alpha=\overline{1,n}$ чистых стратегий Ψ_i^α игрока A_1. Смешанные стратегии $\delta_1(\Psi_i^\alpha)$ используются как коэффициенты для определения нормативов отчислений S_α в бюджет нижестоящего уровня бюджетной системы РФ по налогу вида α по формулам $S_\alpha=\sum\limits_{i=1}^{k}\delta_1(\Psi_i^\alpha)\cdot\Psi_i^\alpha$. Выражения для S_α положены в основу алгоритмов определения величин процентных отчислений от уплаты налогов в порядке бюджетного регулирования, приведённые в следующем разделе диссертационной работы.

Выводы

Проведённые исследование позволили получить следующие новые научные результаты.

1. Поставлена задача принятия компромиссных решений при долевом распределении налогов между уровнями бюджетной системы, описание которой отличается от существующих учётом условий неопределённости, характеризующихся отсутствием информации у ЛПР одного уровня о состоянии бюджета другого уровня. Преимущество постановки задачи состоит в рассмотрении стратегических подходов бюджетной политики в классе неантагонистических противоречий между интересами бюджетов различных уровней.

2. Предложен теоретико-игровой метод принятия компромиссных решений о величине пропорций распределения налогов между бюджетами вышестоящего и нижестоящего уровней бюджетной системы РФ, отличающийся от существующих использованием биматричной игры. Преимущество метода заключается в возможности формального описания противоречий неантагонистического характера при бюджетном регулировании.

3. Предложена экономико-математическая модель биматричной игры для решения задач межбюджетного регулирования, отличающаяся от существующих использованием систем «автомат-переключаемая среда» в качестве игроков. Преимущество модели состоит в возможности адаптации значений выигрышей игроков к изменениям доходов и расходов бюджета в процессе принятия решений по бюджетному регулированию.

4. Предложен метод решения биматричной игры автоматов в форме смешанных стратегий, отличающийся от существующих использованием условия равновесия по Нэшу. Преимущество метода заключается в возможности учёта ситуации неполноты информации в процессе принятия решений, при которой один игрок сталкивается с некоторой неопределённостью относительно выбора стратегии другим игроком.

5. Выведены выражения для определения нормативов отчислений денежных средств в бюджеты нижестоящего уровня от уплаты налогов, подлежащих зачислению в бюджет нижестоящего уровня бюджетной системы РФ. Преимущество выражений состоит в согласовании неантагонистических противоречий между интересами бюджетов различных уровней.

Литература

1. Богомягкова И.В. Модель долевого распределения налогов в системе поддержки принятия решений по управлению межбюджетным регулированием //Научные ведомости Белгородского государственного университета (серия Информатика).-2010.-Выпуск 13/1

SYSTEM "AUTOMATON-SWITCHABLE MEDIUM" FOR SIMULATION OF SHARE TAX DISTRIBUTION

E. D. STRELTSOVA
V. S. STRELTSOV

South Russian State Technical University (NPI)

e-mail:
el_strel@mail.ru

e-mail:
el_strel@mail.ru

Economical-mathematical model for budget regulation in a form of stochastic automaton functioning in integrate random medium is proposed. Separate fixed random medium for every type of taxes participating in share distribution between the levels of a budget system is analyzed. Formal expressions that give the possibility to choose the system status of the system "automaton- switchable medium" that corresponds to the norms of tax deductions at budget regulation are deduced.

Key words: budget management, economic-mathematical modl, play model, mixed strategics.