УДК: 533.72

МОЛЕКУЛЯРНЫЙ ТЕПЛООБМЕН С ГАЗООБРАЗНОЙ СРЕДОЙ СИЛЬНО НАГРЕТОЙ НЕПОДВИЖНОЙ ТВЕРДОЙ УМЕРЕННО КРУПНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ

Е.Р. Щукин, Н.В. Малай, З.Л. Шулиманова

*Белгородский государственный университет,
ул. Студенческая, 14, Белгород, 308007, Россия, e-mail: e-mail: malay@bsu.edu.ru
**Институт высоких температур РАН, Москва, 127412

Аннотация. Проведено математическое моделирование процесса молекулярного теплообмена с окружающей средой неподвижной умеренно крупной твердой сферической аэрозольной частицы при значительных перепадах температуры в её окрестности. Полученные формулы позволяют, с учетом скачка температуры и зависимости коэффициента теплопроводности от температуры, непосредственно находить распределение температуры в окрестности частицы и величину молекулярного потока тепла, отводимого от поверхности частицы. Анализ теоретических результатов показал, что увеличение температуры поверхности частицы приводит к монотонному возрастанию скачка температуры газа у её поверхности. Это в случае умеренно крупной частицы может привести к сильному уменьшению величины молекулярного потока тепла, отводимого от её поверхности.

Ключевые слова: газообразная среда, распределение температуры, твердые аэрозольные частицы, молекулярный теплообмен.

Введение. Температура поверхности твердых аэрозольных частиц, нагреваемых тепловыми источниками электромагнитной или химической природы [1-5], может значительно превышать температуру несущей газообразной среды [1-5]. Такой нагрев аэрозольные частицы могут испытывать, например, в зонах прохождения лазерного излучения через аэрозоли при их просветлении, диагностике и сгорании [2-5].

Нагретые частицы могут оказывать значительное влияние на характер распределения температуры в аэрозоле. В этом случае при проведении математического моделирования, протекающих в аэрозоле, зависящих от температуры физических процессов, необходимо учитывать и молекулярный теплообмен аэрозольных частиц с газовой средой.

В большей части встречающихся на практике аэродисперсных систем среднее расстояние между частицами значительно превосходит их характерные размеры, а числа Рейнольдса и Пекле частиц много меньше единицы [4-7]. В таких системах математическое моделирование, зависящих от температуры физических процессов, можно проводить, основываясь на знании закономерностей теплообмена с бесконечной средой одиночных неподвижных аэрозольных частиц [5,8]. Поэтому изучение закономерностей и молекулярного теплообмена с бесконечной газообразной средой одиночных сильно нагретых неподвижных аэрозольных частиц представляет значительный научный и практический интерес.

Большое влияние на теплоперенос и распределение температуры в аэрозоле могут оказывать нагреваемые тепловыми источниками твердые аэрозольные частицы с числом Кнудсена $\mathrm{Kn} \leq 0.3$ [1-5]. В случае сферических частиц $\mathrm{Kn} = \lambda_S/R$ [14-17], где R — радиус частицы, λ_S — средняя длина свободного пробега молекул газа у поверхности частицы.

Математическое моделирование процесса молекулярного теплообмена с газовой средой твердых частиц с $\mathrm{Kn} < 0,3$ можно проводить, используя нелинейное гидродинамическое уравнение баланса тепла [10,13]. При этом на поверхности частицы учитывают газокинетическое граничное условие для скачка температуры [9,11-14]. Условие для скачка температуры позволяет учитывать влияние на процесс молекулярного теплообмена, окружающего каждую частицу, тонкого слоя Кнудсена [9]. Если при оценке теплообмена температуру газа у поверхности частицы можно считать равной температуре поверхности частицы, то аэрозольную частицу называют крупной (в случае твердых сферических частиц с коэффициентами аккомодации равными единице к крупным относят частицы с числом $\mathrm{Kn} < 0,01$). Если скачок температуры оказывает значительное влияние на процесс теплообмена, то частицу называют умеренно крупной (при коэффициентах аккомодации равных единиц. Для таких частиц выполняются условия $0,01 < \mathrm{Kn} < 0,3$).

Формулы, приведенные в опубликованных до настоящего времени теоретических работах [15- 17], позволяют непосредственно оценивать молекулярный теплообмен с газообразной средой только сильно нагретых неподвижных крупных твердых, в частности, сферических аэрозольных частиц. Ниже в квазистационарном приближении проведено математическое моделирование процесса молекулярного теплообмена с газообразной средой неподвижной умеренно крупной твердой сферической частицы. Найденные при этом формулы позволяют при заданной температуре поверхности крупной или умеренно крупной частицы непосредственно оценивать распределение температуры в её окрестности и величину, отводимого от поверхности частицы молекулярного потока тепла. Численный анализ, полученных формул показал, что в случае сильно нагретых умеренно крупных твердых сферических частиц скачок температуры может оказать заметное влияние на процесс молекулярного теплообмена.

Моделирование теплообмена с учетом скачка температуры. Пусть в однокомпонентном газе с температурой $T_{e\infty}$ и давлением p_∞ находится неподвижная умеренно крупная твердая сферическая частица с радиусом R. Внутри частицы действуют тепловые источники, которые могут вызвать её сильный нагрев. Коэффициент теплопроводности вещества частицы значительно больше коэффициента теплопроводности газообразной среды. При этом распределение температуры T_p вдоль поверхности частицы близко к однородному и в связи с этим температуру T_p можно считать постоянной величиной. В связи с малыми временами тепловой релаксации, процесс теплопереноса в окрестности частицы протекает квазистационарно. Радиус частицы достаточно мал для того, чтобы можно было пренебречь влиянием гравитационной конвекции на процесс переноса тепла в её окрестности. Температура поверхности частицы считается известной.

Коэффициент теплопроводности газа k_e зависит от температуры газа T_e. У недиссоциированных газов зависимость коэффициента k_e от T_e близка к степенной [18]. Поэтому, оценивая молекулярный теплообмен частицы с недиссоциированной газообразной средой, можно использовать следующую степенную зависимость k_e от T_e:

$$k_e = k_{e\infty} \left(T_e / T_{e\infty} \right)^{\omega} \ , \tag{1}$$

где $k_{e\infty}$ – значение коэффициента теплопроводности при температуре газа $T_e = T_{e\infty}$. Например, при $T_{e\infty} = 293$К, $p = 1$ бар формула (1) в интервале от 150 К до 2000К при $\omega = 0.85$, $k_{e\infty} = 0,0255$ Вт/м·К описывает с точностью до 5% зависимость от коэффициента k_e воздуха и с точностью до 3% в интервале от 100К до 6000К зависимость от T_e коэффициента k_e гелия при $\omega = 0,697$, $k_{e\infty} = 0,149$ Вт/м·К [18]. Это достаточно хорошо показывают данные табл. 1.

Таблица 1

Экспериментальные [18] и найденные с помощью формулы (1) зависимости коэффициента k_e воздуха и гелия от температуры T_e при давлении $p = 1$ бар и $T_{e\infty} = 293$ К.

Воздух	T_e, К	150	220	290	500	800	1500	1700	1900	2000
	$k_e \cdot 10^3$ Вт/м·К [18]	13.8	19.8	25.5	40.7	57.3	100	113	128	137
	$k_e \cdot 10^3$ Вт/м·К; $\omega = 0.85$, $k_{e\infty} = 0.0255$ Вт/м·К	14.4	20.0	25.3	40.2	59.9	102.2	113.6	124.9	130.5
Гелий	T_e, К	100	300	600	1000	2000	3500	4500	5500	6000
	$k_e \cdot 10^3$ Вт/м·К [18]	72.0	151	250	354	579	826	970	1180	1200
	$k_e \cdot 10^3$ Вт/м·К; $\omega = 0.697$, $k_{e\infty} = 0.149$ Вт/м·К	70.4	151.5	245.6	350.6	568.3	839.5	1000	1150	1222

При рассмотренных выше условиях процесс молекулярного теплообмена твердой частицы с газообразной средой протекает сферически симметрично. Математическое моделирование сферически симметричного квазистационарного процесса теплообмена целесообразно проводить в сферической системе координат с началом в центре частицы. В этой системе координат распределение температуры T_e в окрестности одиночных крупных и умеренно крупных частиц описывается уравнением переноса тепла (2) [6,10,16,17]

$$\frac{d}{dr} r^2 k_e \frac{dT_e}{dr} = 0 \, , \tag{2}$$

в котором r — радиальная координата; $k_e = k_{e\infty}(T_e/T_{e\infty})^\omega$ — коэффициент теплопроводности газа; $t_e = (T_e/T_{e\infty})$ — обезразмеренная температура газа. При заданной величине температуры поверхности частицы T_p решение (2) нужно проводить совместно с граничными условиями (3) [11-13]:

$$T_p - T_{es} = -K_T \left.\frac{dT_e}{dr}\right|_{r=R}, \qquad T_{es} = T_e|_{r=R}, \qquad T_e|_{r\longrightarrow\infty} = T_{e\infty}, \tag{3}$$

где T_{es} — значение у поверхности частицы интерполированной из объема температуры газа [14-18]; разность $\triangle T_{es} = T_p - T_{es}$ называют скачком температуры газа у поверхности частицы. Найденные в первом приближении по длине λ_S аналитические выражения для коэффициента K_T в случае однокомпонентного газа имеют следующий вид [11-14]:

$$K_T = C_T \lambda_S. \tag{4}$$

В выражении (4) C_T — коэффициент скачка температуры, зависящий от коэффициентов аккомодации тангенциального импульса q_τ и энергии q_e [11-14]; λ_S — средняя длина свободного пробега молекул газа при температуре T_{es} у поверхности частицы. У большей части встречающихся на практике аэрозольных частиц коэффициент q_τ близок к единице [19], а значения коэффициента q_e лежат в пределах от 0,8 до 1 [20]. При коэффициентах аккомодации равных единице значения скачка температуры близки к $C_T = 2,2$ [11-14]. Значения λ_S в (4) можно оценивать по формуле

$$\lambda_S = \lambda_\infty / t_{es}, \tag{5}$$

где λ_∞ — средняя длина свободного пробега молекул газа при температуре $T_{e\infty}$, $t_{es} = (T_{es}/T_{e\infty})$.

Перейдя в граничной задаче (2) - (3) к безразмерной температуре с учетом (4), (5) получаем:

$$\frac{d}{dr} r^2 t_e^\omega \frac{dt_e}{dr} = 0, \tag{6}$$

$$\Delta t_{es} = -C_T \lambda_\infty t_e \left.\frac{dt_e}{dr}\right|_{r=R}, \qquad t_{es} = t_e|_{r=R}, \qquad t_e|_{r\longrightarrow\infty} = 1, \tag{7}$$

где $\Delta t_{es} = t_p - t_{es}$ - обезразмеренный скачок температуры t_e, $t_p = (T_p/T_{e\infty})$. Аналитическое решение граничной задачи (6) - (7), позволяющее при $(\lambda_\infty/R)\, t_{es} < 0,3$ с относительной точностью до 0,02% находить значения t_e, имеет следующий вид:

$$t_e = \left[1 + \frac{R}{r}\left(t_{es}^{1+\omega} - 1\right)\right]^{1/(1+\omega)}. \tag{8}$$

В выражении (8)

$$t_{es} = t_p - \Delta t_{es}, \tag{9}$$

где скачок обезразмеренной температуры $\triangle t_{es}$ равен:

$$\Delta t_{es} = \left(A_1 - \sqrt{A_1^2 - 4A_0A_2}\right) \Big/ 2A_2, \tag{10}$$

$$A_0 = \varepsilon \left(t_p^2 - t_p^{1-\omega}\right) , \quad A_1 = \left[1 + \varepsilon \left(2t_p - (1-\omega)\, t_p^{-\omega}\right)\right] , \quad A_2 = \varepsilon \left[1 + \frac{\omega\,(1-\omega)}{2} t_p^{-(1+\omega)}\right] ,$$

$$\varepsilon = \frac{C_T}{1+\omega}\left(\frac{\lambda_\infty}{R}\right) .$$

Выражение для отводимого от поверхности частицы молекулярного потока тепла $Q_T^{(M)}$ равно:

$$Q_T^{(M)} = -4\pi R^2 k_e \left.\frac{dT_e}{dr}\right|_{r=R} . \tag{11}$$

Подставляя в (11) функцию (8), получаем

$$Q_T^{(M)} = -4\pi R k_{e\infty} T_{e\infty} f_T^{(M)} , \tag{12}$$

где коэффициент

$$f_T^{(M)} = \left(t_{es}^{1+\omega} - 1\right) / \left(1+\omega\right) . \tag{13}$$

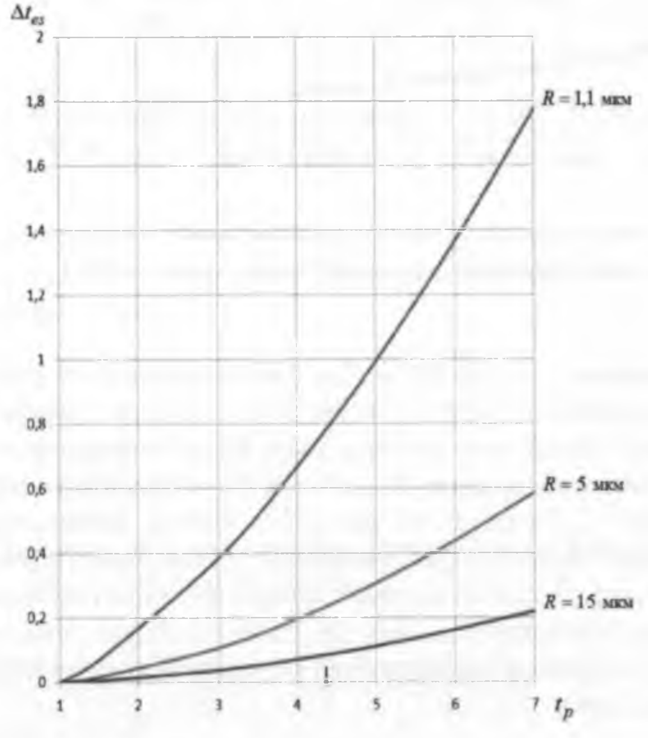

Рис. 1. Кривые зависимости скачка Δt_{es} обезразмеренной температуры воздуха t_e от обезразмеренной температуры поверхности частиц t_p при $R = 1,1$ мкм; 5 мкм; 15 мкм.

Полученные в процессе решения задачи о молекулярном теплообмене формулы (8) и (12) позволяют непосредственно, при известных температуре и радиусе поверхности умеренно крупной твердой сферической аэрозольной частицы, находить распределение безразмерной температуры t_e в её окрестности и величину молекулярного потока тепла, отводимого от поверхности частицы. При выводе этих формул было учтено влияние, оказываемое на процесс молекулярного теплообмена частицы с газообразной средой, скачка температуры и зависимости коэффициента теплопроводности газа от температуры. Найденные формулы позволяют проводить оценки как при малых, так и больших перепадах температуры в окрестности частицы.

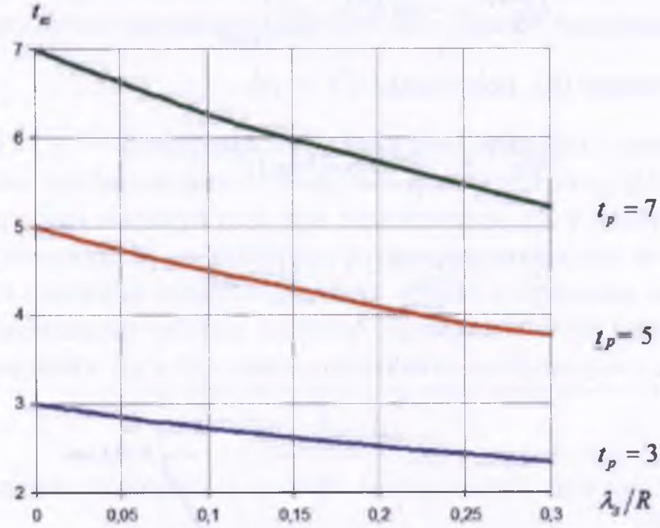

Рис. 2. Кривые зависимостей интерполированной температуры t_{es} от числа Кнудсена $Kn = \lambda_S/R$ частиц при $t_p = 3; 5; 7$.

Проведенный с помощью формул (8) и (12) численный анализ показал, что увеличение температуры поверхности крупных и умеренно крупных частиц приводит к монотонному возрастанию скачка температуры газа. Крые, показывающие зависимость обезразмеренного скачка температуры Δt_{es} от обезразмеренной температуры поверхности частицы t_p при $R = 1,1$ мкм, $R = 5$ мкм, $R = 15$ мкм, приведены на рис. 1.

Максимальные скачки температуры возникают у поверхности умеренно крупных частиц, что может привести к сильному уменьшению величины молекулярного потока тепла, отводимого от их поверхности. Это достаточно хорошо показывает ход приведенных на рис. 2 и рис. 3 кривых зависимостей от числа Кнудсена интерполированной температуры t_{es} и отношения

$$f_T^{(M)} = Q_T^{(M)}/4\pi R k_{e\infty} T_{e\infty} \tag{14}$$

при $T_p = 3$, $T_p = 5$, $T_p = 7$.

Температуру газа t_{es} у поверхности крупных частиц можно считать равной температуре поверхности частиц с точностью до 1,5%. Допускаемая при этом при вычислении молекулярных потоков тепла $Q_T^{(M)}$ ошибка не превышает 2,5%. При построении кривых на рис. 1 – 3 расчеты были проведены для находящихся в воздухе с $T_{e\infty} = 293$ К и давлением $p = 1$ бар частиц с коэффициентами аккомодации равными единице.

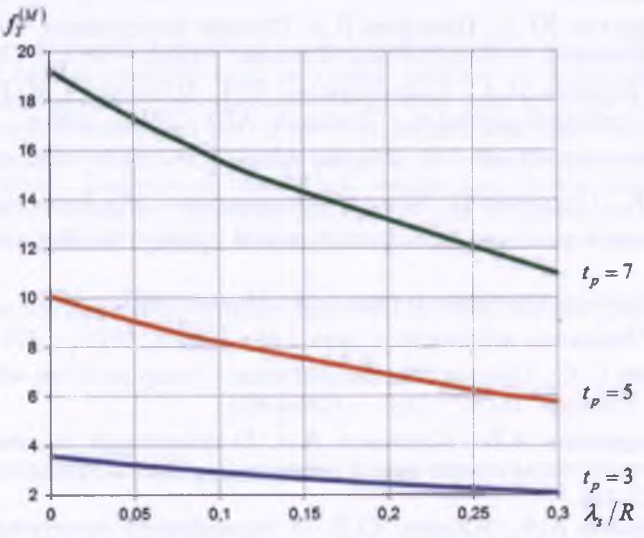

Рис. 3. Кривые зависимостей отношения $f_T^{(M)} = Q_T^{(M)}/4\pi Rk_{e\infty}T_{e\infty}$ от числа Кнудсена при $t_p = 3; 5; 7$.

Зависимости от радиуса частиц чисел Кнудсена $Kn = \lambda_S/R$ в воздухе при $T_p = 3$, $T_p = 5$, $T_p = 7$ приведены в табл. 2.

Таблица 2

Зависимость от радиуса частицы R числа Кнудсена в воздухе с $T_{e\infty} = 293$ K, $p_\infty = 1$ бар при $T_p = 3$, $T_p = 5$, $T_p = 7$.

$T_p = 3$	R, мкм	0.485	1	3	5	7	9	15	30
	λ_S/R	0.300	0.161	0.059	0.036	0.026	0.20	0.012	0.006
$T_p = 5$	R, мкм	0.780	1	3	5	7	9	15	30
	λ_S/R	0.300	0.245	0.094	0.058	0.042	0.033	0.020	0.010
$T_p = 7$	R, мкм	1.08	3	5	7	9	15	30	43
	λ_S/R	0.300	0.126	0.080	0.058	0.046	0.028	0.014	0.010

Литература

1. Кузиковский А.В. Динамика сферической частицы в мощном оптическом поле // Изв. ВУЗов. Физика. – 1970. – № 5. – С.89-94.
2. Зуев В.Е., Землянин А.А., Копытин Ю.Д., Кузиковский А.В. Мощное лазерное излучение в атмосферном аэрозоле / Новосибирск: Наука, 1984. – 224 с.
3. Bennet U.S., Rosasco G.I. Heating microscopic particles with laser beams // J. Appl. Phys. – 1978. – 49;2. – P.640-647.
4. Букатый В.И., Копытин Ю.Д., Погодаев В.А. Горение углеродных частиц инициированное лазерным излучением // Изв. ВУЗов. Физика. – 1983. – № 2. – С.14-22.
5. Букатый В.И., Суторихин И.А., Краснопевцев В.Н., Шайдук А.М. Воздействие лазерного излучения на твердый аэрозоль / Барнаул: АГУ, 1994. – 196 с.
6. Фукс Н.А. Механика аэрозолей / М.: Изд-во АН СССР, 1955. – 352 с.
7. Спурный К., Йех К., Седлачек Б., Шторх О. Аэрозоли / М.: Атомиздат, 1964. – 360 с.
8. Фукс Н.А. Испарение и рост капель в газообразной среде / М.:Изд-во АН СССР, 1958. – 92 с.
9. Коган М.Н. Динамика разреженного газа / М.: Наука, 1967. – 250 с.
10. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / М.: Наука, 1970. – 904 с.
11. Loyalka S.K., Sielvert C.E., Thomas I.R. Temperature – jump problem with arbitrary accommodation // Phys. Fluids. – 1978. – 21;5. – P.854-855.
12. Яламов Ю.И., Поддоскин А.Б., Юшканов А.А. О граничных условиях при обтекании неоднородно нагретым газом сферической поверхности малой кривизны // ДАН СССР. – 1980. – 254. – С.343-346.
13. Маясов Е.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. О термофорезе нелетучей сферической частицы в разреженном газе при малых числах Кнудсена // Письма в ЖТФ. – 1988. – 14;6. – С.498-502.
14. Латышев А.В., Юшканов А.А. Аналитическое решение модельного БГК- уравнения Больцмана в задаче о температурном скачке с учетом аккомодации энергии // Математическое моделирование. – 1992. – 4;10. – С.61-66.
15. Щукин Е.Р., Бахтилов В.И. Нагрев и испарение крупных сфероидальных частиц под действием внутренних источников тепла // Физика аэродисперсных систем и физическая кинетика: Сборник/ МОПИ им.Н.К.Крупской. – 1979. – Вып. 4. Ч.1. – С.144-165 / Деп. в ВИНИТИ, №3828-79.
16. Щукин Е.Р. Квазистационарное испарение и рост капель чистых веществ при значительных перепадах температуры в их окрестности //М.: Объединенный институт высоких температур РАН, 1995. – 88 с. Деп. в ВИНИТИ, №412-В95.
17. Shchukin E.R. Solution of some non-linear problems in the theory of heating, vaporization and burning of solid particles and drops / Mathematical Modeling Problems, Methods, Applications. (Edited by Uvarova L.A. et al.) / New York: Kluwer Academic, Plenum Publishers, 2001. – P.255-267.
18. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / М.: Наука, 1972. – 720 с.
19. Баранцев Р.Г. Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями / М.: Наука, 1975. – 344 с.
20. Коленчиц О.А. Тепловая аккомодация систем газ–твердое тело / Минск: Наука и техника, 1977. – 126 с.

MOLECULAR THERMAL EXCHANGE WITH GAS MEDIUM OF STRONG HEATED IMMOVABLE HARD INTERMEDIATELY GREAT SPHERICAL PARTICLE

E.R. Shchukin, N.V. Malay, Z.L. Shulimanova

*Belgorod State University,
Studencheskaya St., 14, Belgorod, 308007, Russia, e-mail: e-mail: malay@bsu.edu.ru
**High Temperature Institute of RAS, Moscow, 127412, Russia

Abstract. It is proposed the mathematical modeling of molecular heat exchange of intermediately great hard spherical aerosol particle with surround medium at essentially large temperature difference in its neighborhood. Obtained formulas permits to find directly the temperature distribution in the particle neighborhood and the value of molecular heat flux from the particle surface. It may be done with the account of the temperature step and the thermal conductivity coefficient dependence on temperature. Analysis of theoretical results has shown that the increase of the particle surface temperature leads to monotone increase of gas temperature step near the surface. In the case of intermediately large particle, this may be to lead to strong decrease of molecular heat flux from its surface.

Key words: gaseous medium, temperature distribution, hard aerosol particles, molecular thermal exchange.