ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

1985

ТОМ 284 № 3

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

УДК 551.468.1

ОКЕАНОЛОГИЯ

В.М. МОСКОВКИН, Н.В. ЕСИН

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ АБРАЗИОННЫМ ПРОЦЕССОМ

(Представлено академиком И.П. Герасимовым 14 VI 1984)

Известно [1, 2], что абразионный процесс, протекающий в неизменных условиях, со временем переходит в стадию статического или динамического равновесия (в первом случае скорость абразии равна нулю, во втором она конечна и не меняется во времени). На современных морских берегах, развивающихся в естественных условиях, абразия стабилизировалась и изменчивость ее интенсивности определяется изменчивостью гидрометеорологических условий. Но во многих случаях техногенное вмешательство человека в береговые процессы нарушает их естественный ход. Абразионный процесс выводится из стадии динамического (или статического) равновесия, его интенсивность резко возрастает. Укрепление таких участков берега волноотбойными стенками, бунами и другими сооружениями оказывается нецелесообразным по многим причинам [3]. На примере берегов Черного моря показано [3, 4], что наиболее приемлемым мероприятием является возвращение, путем управляющих воздействий, абразионного процесса в стадию его естественного хода. Возникает практическая необходимость сделать это в кратчайшее время. Для выбора оптимальных вариантов воздействия на процесс существует теория оптимального управления. В [5] показана возможность ее применения для управления некоторыми экзогенными процессами, нами она впервые применена для выбора оптимальных управляющих воздействий на абразионный процесс.

В [6] получено (в случае плоской задачи) уравнение баланса обломочного материала, который в береговых процессах играет роль обратной отрицательной связи. Это уравнение положено в основу математической модели развития береговой линии моря [7]. Вводя в правую часть уравнения баланса некоторый управляющий фактор P ($P > 0$ и $P < 0$ соответствуют ситуациям искусственной подсыпки обломочного материала в береговую зону и изъятию его из береговой зоны), получим

$$(1)\qquad \dot W = af(W)H - kW + P,$$

где W – объем материала на единице длины пляжа, м^3/м; $f(W)$ – эмпирическая зависимость скорости отступания клифа от W, м/год; H – высота клифа; a – доля пляжеобразующего материала в породах, слагающих берег; k – коэффициент истираемости наносов, год$^{-1}$; t – время, год. Точка над символом означает дифференцирование по времени. Для удобства расчетов нелинейную функцию $f(W) = B(W+\epsilon)(W+r)^{-2}$ [7] (для достаточно больших W) аппроксимируем линейной зависимостью $f(W) = \gamma(W_м - W)$, где γ – некоторый коэффициент, м$^{-1}\cdot$год$^{-1}$; $W_м$ – предельный (минимальный) объем обломочного материала на пляже, при котором абразия прекращается. Продифференцировав (1) по t и введя новую переменную, получим систему уравнений

$$(2)\qquad \dot V = aH\frac{df}{dW}V - kV + Q,\qquad \dot W = V,$$

где $\dot P = Q$, $|Q| \leqslant \beta$, $\beta = \mathrm{const}$, м^2/год^2, характеризует предельное, технически возможное наращивание интенсивности подсыпки (или изъятия) обломочного материала в береговую зону Задача состоит в том, чтобы абразионный процесс из задан-

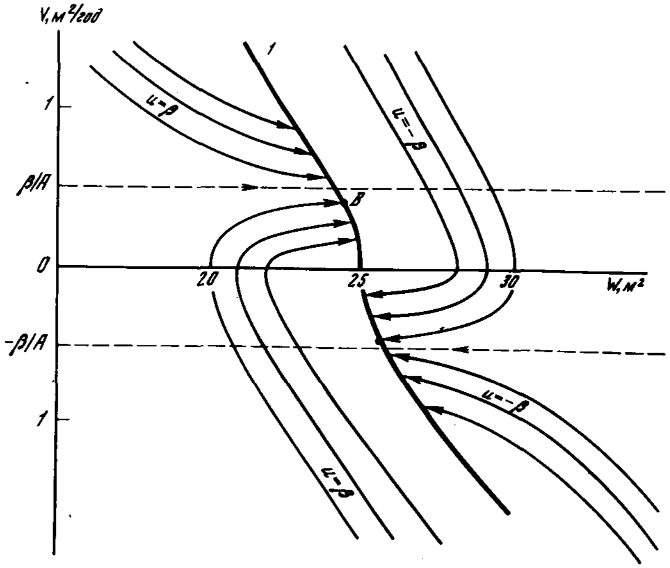


Рис. 1. Полный синтез оптимальных управлений абразионным процессом при $A = 0{,}2$ год$^{-1}$, $\beta = 0{,}1$ м$^2\cdot$год$^{-2}$. *1* – линия переключения

ного произвольного (не стационарного) начального состояния $(W_0,\ V_0)$ перевести за минимальное время в состояние динамического равновесия $(W_{\text{ст}},\ 0)$, где $W_{\text{ст}}$ – является решением стационарного уравнения $af(W)H - kW = 0$. Следующей заменой переменных $W' = (W - W_{\text{ст}})\beta^{-1}$, $V' = V\beta^{-1}$, $Q' = Q\beta^{-1}$ система уравнений (2) при линейной функции $f(W)$ приводится к классическим уравнениям теории оптимального управления

$$(3)\qquad \dot V' = -AV' + Q', \quad \dot W' = V', \quad |Q'| \leqslant 1, \quad A = aH\gamma + k.$$

Согласно общей теории [8] для системы (3) существует единственный синтез оптимальных уравнений, который строится на основе решений (3) при $Q' = 1$ и $Q' = -1$. При $Q' = 1$ имеем (в первоначальных переменных) для области II (рис. 1) при $V > \beta A^{-1}$, $W_0 < W_{\text{ст}}$, $V_0 = A(W_{\text{ст}} - W_0)$

$$(4)\qquad W = \beta A^{-2}\ln[(A^2(W_{\text{ст}} - W_0) - \beta)/(AV - \beta)] - A^{-1}V + W_{\text{ст}}.$$

Уравнение линии переключения (на иной режим управления) получим при $Q' = -1$:

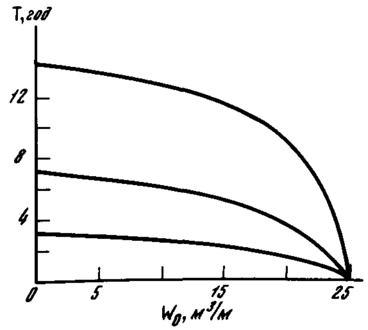
$$(5)\qquad W = \beta A^{-2}\ln(1 + A\beta^{-1}V) - A^{-1}V + W_{\text{ст}}, \quad W_{\text{ст}} = (A - k)A^{-1}W_{\text{м}}.$$

Координаты точки переключения B $(W_B,\ V_B)$ (рис. 1) в данном случае записываются так:

$$(6)\qquad \begin{aligned} V_B &= [\beta(W_{\text{ст}} - W_0)]^{1/2}, \\ W_B &= \beta A^{-2}\ln(1 + A\beta^{-1}V_B) - A^{-1}V_B + W_{\text{ст}}. \end{aligned}$$

Время перехода процесса из состояния $(W_0,\ V_0)$ в состояние $(W_B,\ V_B)$ по кривой (4) в условиях ускоренной подсыпки материала определяется по формуле

$$(7)\qquad t_1 = A^{-1}\ln[1 + A\sqrt{(W_{\text{ст}} - W_0)\beta^{-1}}\,].$$



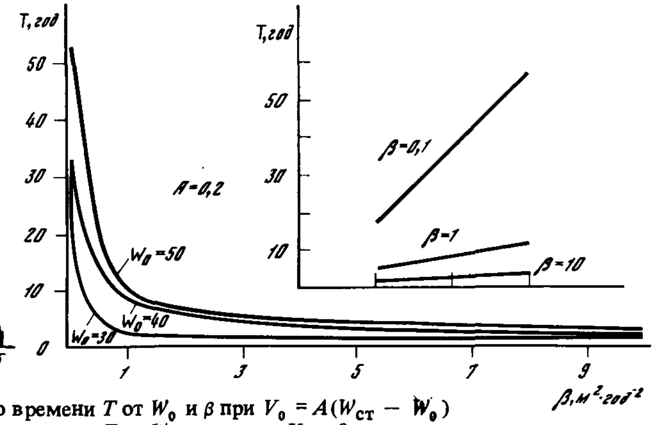


Рис. 2. Зависимость оптимального времени T от W_0 и β при $V_0 = A(W_{\text{ст}} - W_0)$

Рис. 3. Зависимость оптимального времени T от W_0 и β при $V_0 = 0$

Время перехода из состояния $(W_B,\ V_B)$ в состояние динамического равновесия $(W_{\text{ст}},\ 0)$ по кривой (5) в условиях замедленной подсыпки обломочного материала равняется t_1 (7). Общее оптимальное время $T = 2t_1$.

Аналогичным образом строится синтез оптимальных управлений для условий, когда в начальный момент времени $W_0 > W_{\text{ст}}$ и управление процессами начинается с изъятия обломочного материала (рис. 1).

Асимптоты $V = \pm\beta A^{-1}$ также являются оптимальными траекториями. Время перехода процесса из состояния $(W_0,\ -\beta A^{-1})$ в состояние динамического равновесия находится по формуле

$$(8)\qquad T = A^{-1}(2\ln 2 - 1) + A\beta^{-1}(W_0 - W_{\text{ст}}).$$

Таким образом, процесс управляем на всей полуплоскости $W > 0$.

Проведены численные расчеты для абразии, протекающей на побережье Новороссийского геологического района [2], где можно принимать $W_0 < 25$ м^2, $k = 0{,}1$ год$^{-1}$, $a = 0{,}3$; $H = 100$ м; $\gamma = 1/300$ м$^{-1}\cdot$год$^{-1}$, $A = 0{,}2$ год$^{-1}$; $W_{\text{м}} = 50$ м^2; $W_{\text{ст}} = 25$ м^2; $\beta = 0{,}1$; 1; 10 м$^2\cdot$год$^{-2}$ (значения H, $W_{\text{ст}}$ и $W_{\text{м}}$ для рассматриваемого участка побережья не характерны). Полный синтез оптимальных управлений при $\beta = 0{,}1$ м$^2\cdot$год$^{-2}$ показан на рис. 1, зависимость T от W_0 и β – на рис. 2. Для сравнения на рис. 3 приведены результаты расчетов времени T при $V_0 = 0$ (остальные параметры те же).

Эффективность оптимального управления существенно зависит от A. Если $A = 0{,}2$ год$^{-1}$ и технические возможности управления таковы, что $1 < \beta < 10$ м$^2\cdot$год$^{-2}$, то время перехода процесса в состояние динамического равновесия составляет 3–7 лет (рис. 2). Для сравнения, время перехода из $W_0 = 0$ в $W_{\text{ст}}$ при $\beta = 0$ составляет 23 года.

В рассмотренном примере $(W_0 < W_{\text{ст}})$ первый этап управления состоит в ускоренной подсыпке обломочного материала с интенсивностью $P = \beta t$, $0 \leqslant t \leqslant T/2$, второй – в замедленной отсыпке материала с интенсивностью $P = \beta(T - t)$, $T/2 < t \leqslant T$. Если $W_0 > W_{\text{ст}}$, то проводится сначала ускоренное, а потом замедленное изъятие материала.

Аналогичным образом может быть поставлена задача оптимального управления с учетом вдольберегового перемещения наносов. В этом случае уравнение баланса обломочного материала следует брать в виде

$$(9)\qquad \dot W = af(W)H - kW + M,$$

где M – объем обломочного материала, приносимый ($M > 0$) или уносимый ($M < 0$) вдольбереговым потоком наносов. Практический интерес представляет задача для случая $M < 0$. При $M = \text{const} < 0$ из (9) определяется стационарная точка ($W_{\text{ст}}$). Если $W_{\text{ст}} > 0$, то задача оптимального быстродействия приводится к предыдущей задаче (3). Если $W_{\text{ст}} < 0$ (со временем пляж исчезает), то необходима компенсирующая подсыпка материала с постоянной интенсивностью для получения положительной стационарной точки. После этого задача аналогична предыдущему случаю ($W_{\text{ст}} > 0$). Аналогично решается задача при $M(t) \neq \text{const} < 0$: 1) фоновая (компенсирующая) подсыпка с интенсивностью $|M(t)| + C$, $C = \text{const}$ (для стабилизации стационарной точки); 2) оптимальная подсыпка (перевод системы в динамически равновесное состояние за кратчайшее время). В целом теория позволяет проанализировать ход абразии и выбрать оптимальные варианты управления им. На ее основе представляется возможным разработать новую концепцию охраны морских берегов.

Южное отделение Института океанологии им. П.П. Ширшова
Академии наук СССР, Геленджик

Всесоюзный научно-исследовательский
институт по охране вод, Харьков

Поступило
18 VI 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зенкович В.П.* Основы учения о развитии морских берегов. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 750 с. 2. *Есин Н.В., Савин М.Т., Жиляев А.П.* Абразионный процесс на морском берегу. Л.: Гидрометеоиздат, 1980. 200 с. 3. *Сокольников Ю.Н. и др.* В кн.: Литодинамические процессы береговой зоны южных морей и ее антропогенное преобразование. Л., 1982, с. 73–77. 4. *Рудой Н.Н., Рудой Л.Н.* В кн.: Сооружения и механизмы морских портов. М., 1983, с. 22–88. 5. *Trofimov A.M., Moskovkin V.M.* XXIV IGC, Main session, Abstr. VI, Tokyo, Japan, 1980, p. 37–38. 6. *Есин Н.В.* – Океанология, 1980, № 1, с. 111–115. 7. *Есин Н.В., Дмитриев В.А., Московкин В.М.* – ДАН, 1983, т. 270, № 1, с. 223–226. 8. *Понтрягин Д.С. и др.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1961. 350 с.