



КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.24: 621.396.01

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ КИНЕТИКИ ДЕЗИНТЕГРАЦИИ И РАСКРЫТИЯ МИНЕРАЛОВ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ

П.В. ВАСИЛЬЕВ*Белгородский государственный
национальный исследовательский
университет**e-mail:
vassiliev@bsu.edu.ru*

Рассматривается задача стохастического моделирования дезинтеграции многокомпонентных поликристаллических частиц, образующихся в результате разрушения горных пород и руд в операциях взрывания, экскавации, дробления и измельчения. Используются методы теории случайных функций и марковских процессов. Эволюция раскрытия зерен минералов при сокращении крупности частиц представлена на основе обобщенного уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова. Для дискретного варианта уравнения кинетики дезинтеграции и раскрытия (КДР) определены матрицы транзитивных вероятностей перехода системы из исходной консолидированной структуры в дисперсную, имеющую два или более поглощающих состояния. Получено численное решение уравнения кинетики для заданных значений матриц разрушения, раскрытия, скоростей отбора к измельчению и пересортировке сростков. Введение стохастических функций сокращения крупности и классификации частиц в уравнение КДР обеспечивает возможность прогнозирования ожидаемых технологических показателей переработки рудного сырья – извлечения металла, выхода и качества готового продукта.

Ключевые слова: стохастические методы, уравнение кинетики, дезинтеграция, поликристаллический материал, зерна, структура, раскрытие фаз, марковские цепи, прогнозирование, извлечение металла.

Введение.

Задача моделирования дезинтеграции многокомпонентных поликристаллических материалов и прогнозирования свойств продуктов разрушения является важной и актуальной в технологии добычи и переработки рудного сырья, при взрывании, экскавации, дроблении горной массы [6] и измельчении частиц при рудоподготовке к обогащению [9], в операциях химической технологии [7].

Технологический процесс добычи и переработки тонковкрапленных руд включает две основные операции: а) раскрытие зёрен минералов при дроблении и измельчении и б) разделение фракций по содержанию металла в дисперсной массе на основе физико-химических свойств частиц. При этом должен соблюдаться принцип «не дробить ничего лишнего», обеспечивающий достаточную эффективность горно-обогатительного производства при минимизации энергозатрат и негативных последствий для экологии. В этой связи стохастическое моделирование процесса раскрытия многофазных руд позволяет оценить ожидаемые показатели переработки и обогащения.

Механизм раскрытия минералов при разрушении руд, как поликристаллических материалов, исследовался во многих работах [2, 3]. В них использовались, главным образом, эмпирические зависимости и физические закономерности развития трещин при импульсных нагрузках. Математическая теория кинетики процесса измельчения основана в основном на рассмотрении однокомпонентных материалов [7, 8].

В предлагаемом в настоящей работе подходе принимаются во внимание стереологические характеристики микроструктуры природных многокомпонентных материалов (горных пород и руд) и стохастический механизм дезинтеграции, проходящий под действием хаотичных импульсных нагрузок. В отличие от гомогенных смесей химических элементов поликристаллические материалы и ансамбли минеральных частиц рассматриваются как преимущественно гетерогенные системы.

Дезинтеграция горных пород и руд на практике сопровождается флуктуациями параметров работы дробильно-измельчительных устройств при которых происходит изменение локальных неоднородностей физико-химических свойств частиц (прочностных, модальных, структурно-текстурных), определяющих пространственные и временные масштабы. Можно считать, что процесс последовательных переходов между состояниями материала полностью обусловлен флуктуациями и сохраняет память лишь о последнем переходе. Это позволяет положить в основу описания процесса разрушения и раскрытия рудного сырья представление о необратимо эволюционирующей во времени системе, обладающей свойством отсутствия последействия, и использовать для стохастического моделирования дезинтеграции материала теорию случайных процессов и цепей Маркова [4].

Вывод основных соотношений.

Представим массу поликристаллического материала, подвергаемого разрушению, в виде системы S , которая может находиться в различных состояниях: $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$. В результате последовательных актов сокращения крупности материал из монолитного блока превращается в дисперсную систему частиц. На рис.1 показано сечение множества двухкомпонентных частиц, состоящих из зерен полезной А и вредной В фаз.

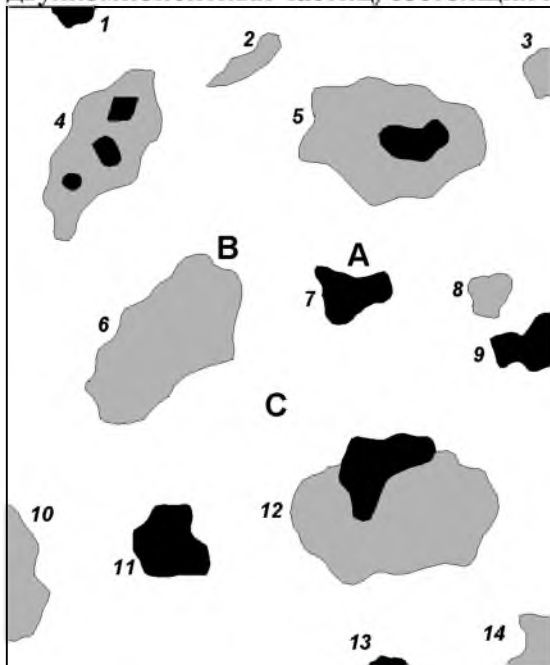


Рис. 1. Система двухфазных частиц:
 А – полезный компонент, черная фаза;
 В – вредный компонент, серая фаза;
 С – наполнитель, белый фон

Полигоны 1, 7, 9, 11, 13 являются сечениями раскрытых (чистых) частиц полезной фазы А, полигоны 2, 3, 6, 8, 10, 14 рассматриваются как раскрытые частицы вредной фазы В, а частицы 4, 5, 12 считаются сростками фаз А и В. Объёмные соотношения определяются методами стереологии [1, 2].

Непрерывные состояния. Под влиянием потока событий разрушения (воздействия импульсов силы, напряжения, гравитации, градиента температур и т.д.) в системе S протекает случайный процесс, приводящий к переходу системы из одного состояния в другое в зависимости от времени t . Определим случайный марковский процесс для событий ω раскрытия полезного компонента при дезинтеграции материала как процесс $\xi(\omega, t)$, обладающий свойством отсутствия последействия: то есть для любого текущего момента времени t вероятность любого состояния системы в будущем ($t_2 > t$) зависит лишь от настоящего состояния системы и не зависит от того, в каком состоянии система находилась в прошлом ($t_1 < t$). Иначе говоря, рассматривая текущее состояние

случайного процесса $\xi(\omega, t)$ в момент времени $t \in T$ как «настоящее» t , совокупность последующих состояний $\{\xi(\omega, t_2), t_2 > t\}$ как «будущее», а совокупность предыдущих состояний $\{\xi(\omega, t_1), t_1 < t\}$ как «прошлое», полагается, что «будущее» не зависит от «прошлого» при фиксированном «настоящем».



В случае дезинтеграции монолитной системы изменение состояний S дискретного объёма поликристаллического материала характеризуется следующими свойствами.

Начальное состояние системы S_0 определяется как монолитный исходный блок или *источник*, поскольку система может выйти из него, но не может вернуться назад. Это отражает тот факт, что после начала разрушения образовавшиеся фрагменты не могут объединиться в исходный блок.

Промежуточные состояния системы S являются *транзитивными*, так как для каждого из них имеются как входные, так и выходные состояния. Одновременно все транзитивные состояния системы S сокращения крупности являются *невозвратными* состояниями, поскольку существует вероятность $Pr > 0$ навсегда выйти из этого состояния.

Наконец, поликристаллическая система S имеет одно, два или более *поглощающих* состояний, вероятность попадания в которые из транзитивных состояний определяются вещественным составом фрагментов, из которых нет выхода в транзитивные состояния.

Полная система S для совместного процесса включает подсистемы сокращения крупности V и качества U . Тогда переходные вероятности сокращения состояний крупности V при разрушении представляются графом, показанном на рис.2.

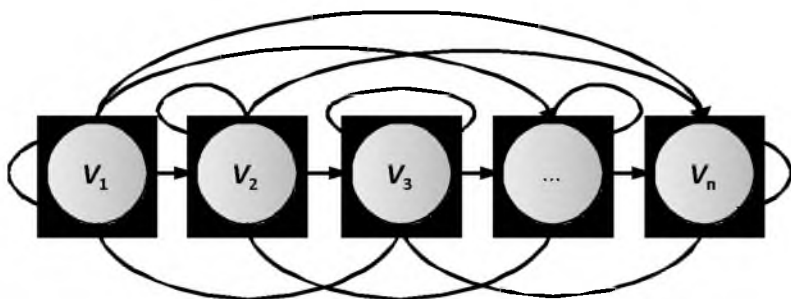


Рис. 2. Граф переходных вероятностей разрушения частиц

В этом случае начальное состояние подсистемы может быть любым из $\{U_i\}, \forall i \in \mathbb{1}, \dots, n$, а состояния U_1 и U_n есть поглощающие.

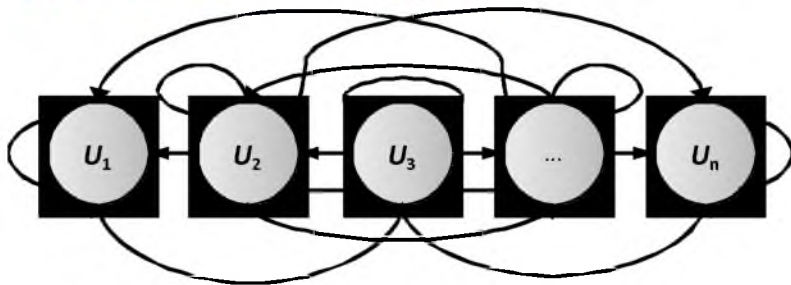


Рис.3. Граф переходных вероятностей раскрытия Частиц

ловную вероятность перехода частиц при разрушении из состояния крупности v_1 в прошедший момент времени t_1 в состояние крупности v_2 в будущий момент времени t_2 . Тогда эволюция сокращения крупности частиц будет представлена марковским процессом с непрерывными состояниями в виде уравнения Маркова или уравнения Смолуховского-Чепмена-Колмогорова (СЧК) [4]:

$$f(v_2, t_2 | v_1, t_1) = \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} f(v, t | v_1, t_1) f(v_2, t_2 | v, t) dv \quad (1)$$

Интегрирование по всем возможным состояниям крупности v в момент времени t дает полную вероятность перехода. Пределы интегрирования лежат в диапазоне размеров частиц $[v_{\min}, v_{\max}]$. Аналогичное уравнение для марковского процесса преобразования качества u будет записано как

Здесь начальное состояние V_1 является источником, состояние V_n – конечным поглощающим состоянием подсистемы сокращения крупности.

Аналогичный граф переходных вероятностей преобразования качества для подсистемы U раскрытия минеральных фаз при разрушении представлен на рис.3.

Отметим, что система V многокомпонентных частиц в результате случайных событий разрушения ω при хаотичных соударениях проходит через некоторое промежуточное состояние крупности v в момент времени t , так что $t_1 < t < t_2$. Обозначим через $f(v_2, t_2 | v_1, t_1)$ ус-



$$g(u_2, t_2 | u_1, t_1) = \int_0^1 g(u, t | u_1, t_1) g(u_2, t_2 | u, t) du \tag{2}$$

Здесь пределы интегрирования для всех категорий качества лежат в диапазоне от 0 до 1 (или по содержанию полезной фазы от 0 до 100%).

Наконец, уравнением СЧК для совместного процесса разрушения и раскрытия запишется в следующем виде:

$$h(u_2, v_2, t_2 | u_1, v_1, t_1) = \int_0^1 \int_{v_{min}}^{v_{max}} h(u_2, v_2, t_2 | u, v, t) h(u, v, t | u_1, v_1, t_1) du dv \tag{3}$$

Данное уравнение характеризует двумерный марковский процесс. При балансе физических воздействий, приводящих марковский процесс в текущее состояние s , и воздействий, уводящих процесс из этого состояния, общее кинетическое уравнение дезинтеграции поликристаллической массы можно представить в виде:

$$\frac{\partial h(u, v, t)}{\partial t} = r_+(u, v) - r_-(u, v), \tag{4}$$

где $r_+(u, v)$ соответствует переходам в состояние s в единицу времени; $r_-(u, v)$ соответствует уходам из состояния s в единицу времени. Для функции распределения массы материала по качеству и крупности уравнение скорости разрушения и раскрытия записывается в форме простого уравнения кинетики первого порядка:

$$\frac{\partial h(u, v)}{\partial t} = g(u, t) f(v, t) + \eta(t), \tag{5}$$

где $\eta(t)$ – случайная составляющая скорости раскрытия полезного компонента при разрушении частиц качества u и размера v .

Однако при наличии в системе ансамбля частиц S процессов сноса и диффузии, что справедливо для механизма порционного дробления и перемешивания материала, кинетика дезинтеграции должна описываться уравнениями Колмогорова [4]. При этом исчерпывающей характеристикой марковского процесса дезинтеграции является двумерная условная плотность вероятности $h(u_2, v_2, t_2 | u_1, v_1, t_1)$ или, следуя обозначениям теории марковских процессов, условная функция плотности распределения четырех аргументов $h(t, X, \tau, Y)$, $\tau > t$. Данная плотность вероятности удовлетворяет дифференциальным уравнениям параболического типа и всем требованиям, справедливым для системы случайных величин, имея следующие свойства:

$$\begin{aligned} h(t, X, \tau, Y) &\geq 0; \quad h(t, X, \tau, Y)|_{t=\tau} = \delta(X - Y); \\ \int_{R^n} h(t, X, \tau, Y) dY &= 1; \quad h_1(Y) = \int_{R^n} h(t, X, \tau, Y) h_1(X) dX; \\ h_2(X, Y) &= h(t, X, \tau, Y) h_1(X) \end{aligned} \tag{6}$$

Обобщенное уравнение Маркова (3) используется для получения первого (прямого) и второго (обратного) уравнений Колмогорова. Второе уравнение Колмогорова является уравнением Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК), поскольку до его строгого вывода Колмогоровым оно было использовано в работах А.Д.Фоккера и М.К.Планка для описания диффузионных процессов. Подробный вывод уравнений Колмогорова для одномерного случая приведен в [5] и [10].

1. Рассматривая функцию дезинтеграции $h(t, X, \tau, Y)$ как зависящую от параметров начального состояния системы, когда $t \in T$ и $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, первое уравнение Колмогорова записывается в виде:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{i=1}^n a_i \frac{\partial h}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,m=1}^n b_{im} \frac{\partial^2 h}{\partial x_i \partial x_m} = 0 \tag{7}$$



2. Рассматривая функцию $h(t, X, \tau, Y)$ как зависящую от параметров конечного состояния системы S , когда $\tau \in T$ и $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$, второе уравнение Колмогорова (ФПК) записывается в виде:

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial y_i} (a_i h) - \frac{1}{2} \sum_{i,m=1}^n \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_m} (b_{im} h) = 0 \quad (8)$$

В уравнениях (7) и (8) коэффициенты a_i и b_{im} определяются для физической системы частиц S как вектор сноса и матрица диффузии соответственно. Векторная функция векторного аргумента

$$a_i(X, t) = \begin{pmatrix} a_1(X, t) \\ \vdots \\ a_n(X, t) \end{pmatrix} \equiv \lim_{\tau \rightarrow t} \frac{1}{\tau - t} M[Y_i - X_i | x_1, \dots, x_n] \quad (9)$$

характеризует скорость изменения значений исходного случайного процесса. Матричная функция векторного аргумента

$$b_{im}(X, t) = \{b_{im}(X, t)\} \equiv \lim_{\tau \rightarrow t} \frac{1}{\tau - t} M[(Y_i - X_i)(Y_m - X_m) | x_1, \dots, x_n] \quad (10)$$

характеризует скорость изменения условной дисперсии случайного процесса.

Двумерное уравнение (8) ФПК при заданных параметрах $n = 2$; $x_1 = u_1$; $x_2 = v_1$; $y_1 = u_2$; $y_2 = v_2$ и равенстве

$$h(u_1, v_1, t_1 | u_2, v_2, t_2) = h(t, X, \tau, Y); \quad t_2 > t_1; \tau > t \quad (11)$$

функционально полностью подходит для описания непрерывной кинетики дезинтеграции и раскрытия (КДР) поликристаллического материала. При наличии в системе S роста частиц, агломерации, перемешивания, убыли и притока частиц извне уравнение (6) должно быть дополнено соответствующими стохастическими функциями для получения обобщенного кинетического уравнения дезинтеграции полиминеральной массы.

Численное решение на основе матричного подхода.

Некоторые точные и приближенные решения уравнения ФПК, в основном для функций одной переменной, приведены в [5, 10]. Как было показано выше, уравнение кинетики разрушения и раскрытия является, по меньшей мере, двумерным, а в общем случае многомерным (для каждой минеральной фазы поликристаллической породы) уравнением ФПК, что порождает трудности получения численного решения в явном виде. В связи с этим для расчета плотности распределения функции $h(u, v)$ изменения крупности и качества частиц предлагается подход на основе дискретного матричного представления вероятностей переходов по каждой из составляющих процесса, развитый, в частности, для дробления однокомпонентных материалов в работе [6].

Дискретный процесс сокращения крупности и раскрытия полезного компонента двухфазной руды предлагается моделировать цепью Маркова с двумя поглощающими состояниями в классе качества частиц со 100% содержанием и в классе качества с 0% содержанием. Вероятности перехода в однородной цепи Маркова задаются для двух рядом стоящих уровней, соответствующих двум размерным фракциям частиц. В этом случае функция пересортировки качества простых сростков R – определяется лишь вероятностью перехода частиц j -го класса качества i -го класса крупности в $i \in [1..m]$ класс качества $i+1$ -го класса крупности (для шкалы размеров с постоянным модулем). Соответствующая матрица переходных вероятностей является квадратной, размером $m \times m$. Очевидно, что если исходные частицы целиком состоят из чистой минеральной фазы m или q , то дочерние частицы могут быть только той же фазы и будут иметь нулевую вероятность "попадания" в любой другой класс качества.

Число состояний однородной цепи Маркова конечно и ограничено, что на практике соответствует заданному числу классов крупности и числу градаций качества частиц.



Соответствующая квадратная матрица размера $n \times n$ переходных вероятностей разрушения частиц имеет следующий вид:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ 0 & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

Числовые значения матрицы B вероятностей перехода частиц ниже диагонали имеют нулевые значения, сумма по каждой строке равна единице. Петли в графе определяют долю вероятности частиц оказаться неразрушенными в текущем акте разрушения. Функция селективности или отбора частиц к разрушению характеризует скорость изменения значений исходного случайного процесса и представлена матрицей S размера $n \times n$, с единичной диагональной матрицей I_v :

$$S = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & S_n \end{bmatrix}; \quad I_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

При сокращении крупности в операциях разрушения горных пород взрывом, в циклах дробления и измельчения руды в этих поглощающих состояниях накапливается монофазный материал, обеспечивая, таким образом, раскрытие полезной минеральных зерен и металлов в этих состояниях. Соответствующая квадратная матрица R переходных вероятностей $m \times m$, с диагональной единичной матрицей I_u :

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & \dots & 0 \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & r_{mm} \end{bmatrix}; \quad I_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Учет стереологических характеристик микроструктуры.

Кинетика стохастического процесса дезинтеграции гетерогенного материала во многом зависит от таких характеристик микроструктуры как удельная поверхность срастания включений ценного минерала m и пустой породы q , микротвердости составляющих компонентов и прочности межзерновых и межфазных границ. Это может быть выполнено путём ввода в марковскую модель функции отбора вкрапленных сростков для пересортировки Λ , представленную диагональной матрицей $M \times M$ и независящую от качества сростков. Этому требованию удовлетворяет, в частности, соотношение

$$\Lambda = 2 S_v / (S_v^m + S_v^q) \tag{12}$$

где S_v , S_v^m и S_v^q – удельные поверхности соответственно частиц, минерала и породы i -го класса крупности.

Принимая во внимание, что $S_v = 4/\bar{l}$, возможна иная запись:

$$\Lambda = (\bar{l}_m + \bar{l}_q) / 2\bar{l} = \frac{2P}{A} / \left(\frac{P_m}{A_m} + \frac{P_q}{A_q} \right) \tag{13}$$

где \bar{l} , \bar{l}_m и \bar{l}_q – средние хорды частиц и вкраплений фаз i -го класса крупности частиц; P , P_m и P_q – удельные величины периметров соответственно для частиц и вкраплений (в случае многосвязных включений – удельные длины границ фаз); A , A_m и A_q -удельные площади сечений частиц и фаз. Эти соотношения выполняются в диапазоне $0 \leq \Lambda \leq 1$.

С другой стороны, в процессе разрушения гетерогенных по прочности хрупких материалов происходит переизмельчение более мягких минералов. Чтобы учесть это обстоятельство, в модель введена дополнительно функция скорости отбора сростков по



микротвердости G , представленная диагональной матрицей $m \times m$, диагональные элементы которой вычисляются по формуле

$$G = [g_q \bar{u}_k + g_m (1 - \bar{u}_k)] / (g_m + g_q) \quad (14)$$

где g_m, g_q – микротвердости соответственно полезной и вредной фаз по Виккерсу; \bar{u}_k – среднее качество сростков k -го класса, доли ед.

Произведение матриц $A \times G$ обозначим через L . Тогда доля отобранного к пересортировке питания i -го класса крупности будет пропорциональна L_i , доля пересортированного материала – равна RL , а остаток составит величину $(I_m - L)$. Зная исходный гранулометрический состав входного питания f системы дробления необходимо рассчитать ожидаемый фракционный состав продукта дезинтеграции p (функции состояния массы «частиц руды», плотности распределения частиц по крупности, качеству и физическим свойствам).

Ранее было показано [3], что для дискретного циклически повторяющегося во времени T процесса «измельчения – раскрытия» поликристаллического материала двумерное кинетическое уравнение ФПК (8) может быть преобразовано в следующее матричное уравнение:

$$p = f \prod_{t=1}^T [(RL + I_u - L) \cdot (BS + I_v - S)] \quad (15)$$

где T – общее число циклов сокращения крупности во времени; $t \in 1..T$ – индекс тактов сокращения крупности; m, n – заданное число соответственно классов качества и крупности; f – распределение входного потока руды по крупности, вектор n ; B – функция вероятности преобразования разрушения, матрица $n \times n$; S – скорость отбора частиц к разрушению по крупности, диагональная матрица $n \times n$; L – условная плотность распределения раскрытия для текущего класса крупности, определяемая удельной поверхностью и микротвёрдостью минеральных фаз руды, стереометрическая матрица $m \times m$; R – скорость отбора частиц к пересортировке по качеству, диагональная матрица $m \times m$; I_u – единичная диагональная матрица качества $m \times m$; I_v – единичная диагональная матрица крупности $n \times n$.

В более компактной форме матричная запись уравнения кинетики объединенного процесса сокращения крупности и раскрытия принимает вид:

$$p(u, v) = f(u, v) \prod_{t=0}^T [X_t Y_t] = f(u, v) \prod_{t=0}^T [Z_t] \quad (16)$$

или

$$p(u, v) = f(v) L(u|v) \prod_{t=0}^T [Z_t] \quad (17)$$

где $p(u, v)$ – совместная плотность распределения частиц продукта по градациям качества u и классам крупности v , матрица $M \times N$; $f(v)$ – распределение объема питания по крупности v , вектор-столбец $N \times 1$; $L(u|v)$ – спектр раскрытия, условная плотность распределения фрагментов по качеству при заданной крупности, матрица $M \times N$; T – полное число циклов дезинтеграции как суммы дискретных интервалов времени t ; X – полная матрица процесса сокращения крупности размером $N \times N$; Y – полная матрица процесса раскрытия $M \times M$; Z – двумерная плотность вероятности перехода, матрица объединенного процесса сокращения крупности и раскрытия размером $M \times N$.

Числовые значения матрицы разрушения B для классов крупности $n=8$ представлены в табл.1.



Таблица 1

Матрица вероятности разрушения В

Класс крупности питания, <i>i</i>	Питание <i>f</i> (δ), %	Класс крупности продукта, <i>i</i>							
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
(1)	6.6	0.0	0.0	0.0	0.41	0.27	0.15	0.08	0.09
(2)	8.6		0.0	0.0	0.2	0.33	0.21	0.12	0.14
(3)	17.4			0.0	0.0	0.6	0.17	0.11	0.12
(4)	18.4				0.0	0.0	0.8	0.08	0.12
(5)	18.9					0.0	0.0	0.8	0.2
(6)	14.3						0.0	0.0	1.0
(7)	9.5							0.0	1.0
(8)	6.3								1.0
Продукт <i>p</i> (δ), %		0.0	0.0	0.0	4.4	15.0	20.5	20.1	40.0

Числовые значения вероятностей пересортировки *R* сростков для пяти градаций качества (массового содержания полезного компонента) задаются следующей матрицей:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.25 & 0.3 & 0.25 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

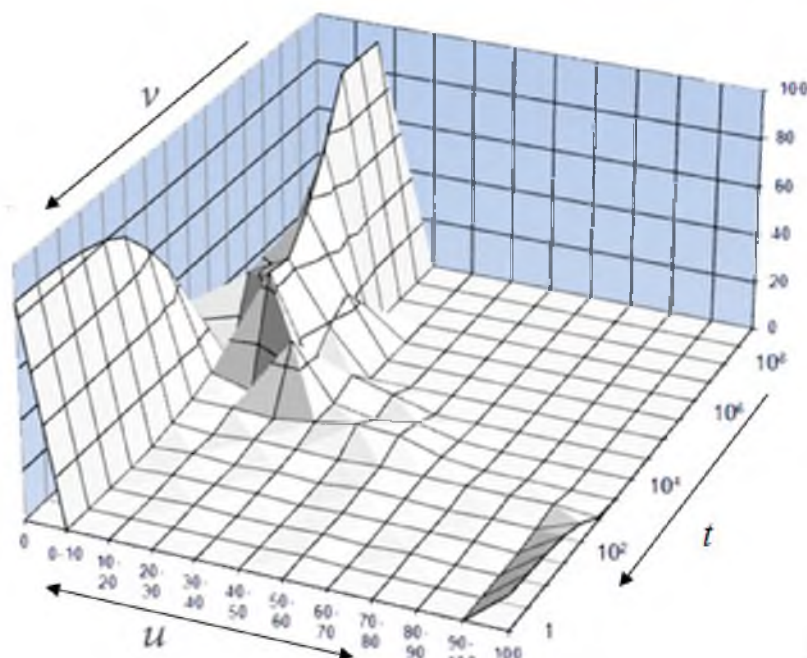


Рис.4. Кинетика изменения плотности распределения материала по крупности *v* и качеству *u* во времени *t*

На рис. 4 представлена совместная функция плотности вероятности распределения крупности и качества *h*(*u, v*) двухкомпонентного материала, вычисленная по заданным граничным условиям и матрицам переходных вероятностей марковского процесса разрушения частиц.

На основе полученных спектров были рассчитаны ожидаемые показатели переработки сырья (выход, качество и извлечение) по интегральным формулам [3] для выемочного блока или потока материала.

Заклучение.

В работе рассматривается марковская модель дезинтеграции твердофазного поликристаллического материала, состоящего из включений полезных и вредных компонентов.



Стохастический процесс разрушения и раскрытия зерен ценных минералов в операциях сокращения крупности частиц руды представлен в виде двумерного марковского процесса, который описывается соответствующими первым (7) и вторым (8) уравнениями Колмогорова (ФПК). Для дискретной формы уравнения кинетики разрушения и раскрытия (15) получено численное решение при заданных параметрах двумерного случайного процесса.

Обобщенное численное решение уравнения ФПК предполагает знание матриц переходных вероятностей процесса сокращения крупности частиц, скорости отбора к разрушению и раскрытию, а также определение таких структурных характеристик материала как удельная поверхность вкрапленности и микротвердость составляющих минеральных фаз. Значения элементов устанавливаются экспериментально. Получены значения расчетной функции плотности вероятности $h(u, v)$ двухкомпонентной системы для $n=8$ классов крупности и $m=12$ градаций качества частиц.

Литература

1. Davy P.J. Probability Models for Liberation. Journal Applied Probability. 1984. – Vol.21. – pp.260-269.
2. King R.P. Linear stochastic models for mineral liberation. Powder Technology, Dec 1994. – pp.34-39.
3. Васильев П. В. Моделирование раскрытия минералов при оценке промышленных запасов руд. Вестник МГТУ, №3 (12), – 2011, – С. 3-9
4. Волков И.К. Зуев С.М., Цветкова Г.М., Случайные процессы: Учеб. для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 1999. – С. 448.
5. Гардинер К.В. Стохастические методы в естественных науках. – М.: Мир, 1986. – С. 527
6. Линч А.Дж. Циклы дробления и измельчения. Моделирование, оптимизация, проектирование и управление: Пер. с англ.. – М.: Недра, 1981. – С. 343.
7. Непомнящий Е.А. Кинетика измельчения // Теорет. основы хим. технологии. 1977. Т. 11, № 3. С. 477–480.
8. Падохин В.А., Зуева Г.А. Стохастические модели измельчения дисперсных материалов. Теорет. основы хим. технологии. № 5 (14), – 2009, – С.586-594.
9. Ревнивцев В.И., Гапонов Г.В., Зарогатский Л.П. и др. Селективное разрушение минералов. /Под ред.В.И.Ревнивцева. – М.: 1988. –285с.
10. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М.: Изд-во «Наука», 1968. – 464с.

NUMERICAL SOLUTION OF KINETIC EQUATION FOR POLYCRYSTAL PARTICLES UNDER DECOMPOSITION AND MINERAL LIBERATION

P.V. VASSILIEV

*Belgorod National
Research University*

*e-mail:
vassiliev@bsu.edu.ru*

The stochastic modeling problem for decomposition of multicomponent polycrystal particles, that arised during ore breakage after blasting, excavation, crushing and grinding operations has considered. The theory of random functions and Markov chains are used. It was proposed that the evolution of mineral liberation for particles under size reduction could be described by a generalized two dimensional Fokker-Planck-Kolmogorov equation. In a discrete variant of the kinetic equation for decomposition and liberation (KDL) probability matrices for transition from an initial consolidated structure to disperse one with two or more trapping states are defined. It was received a robust numerical solution of the kinetic equation for adjusted values in breakage and liberation matrices, rates of selection and grade resorting for locked particles. Inputs for classification and separation stochastic functions into KDL have allowed to get general formulas for predicting common technological parameters of processing raw ores such as metal recovery, yield and grade in the final product.

Key words: stochastic methods, kinetic equation, decomposition, polycrystal material, grains, ore structure, mineral liberation, Markov chains, metal recovery.