



ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 004.94

О СУБПОЛОСНЫХ СВОЙСТВАХ ИЗОБРАЖЕНИЙ¹

Е. Г. ЖИЛЯКОВ
А. А. ЧЕРНОМОРЕЦ
А. С. БЕЛОВ
Е. В. БОЛГОВА

*Белгородский
государственный
национальный
исследовательский
университет*

*e-mail:
zhilyakov@bsu.edu.ru*

В статье исследована зависимость значений различных субполосных свойств изображений от степени четкости (размытости) изображений. Выработаны рекомендации по применению данных свойств в задачах анализа изображений.

Ключевые слова: изображение, субполосный анализ, субполосные свойства, четкость изображений

При решении многих задач, возникающих в экономике и научных исследованиях, необходимо осуществлять анализ визуальной информации. В большинстве случаев этапу анализа изображений предшествует этап их предварительной обработки, на котором удаляются артефакты, снижающие эффективность применения выбранных методов анализа объектов на изображениях. Следовательно, методы предварительной обработки должны быть адекватными решаемой в дальнейшем задаче.

Выбор методов предварительных преобразований должен основываться на результатах исследования различных свойств изображений. Поскольку, многие современные методы анализа изображений основаны на учете свойств изображений в области пространственных частот [1], то представляется целесообразным провести исследование свойств различных типов изображений, используя процедуры субполосного анализа [2], в отдельных подобластях пространственных частот $\Omega_{\eta_1 \eta_2}$ (ПОПЧ), которые в работе [2] предложено задавать в следующем виде,

$$\Omega_{\eta_1 \eta_2} : \{ \Omega_{\eta_1 \eta_2}(u, v) | (u \in [\alpha_{\eta_1}, \alpha_{\eta_1+1}], v \in [\beta_{\eta_2}, \beta_{\eta_2+1}]) \cup (u \in [\alpha_{\eta_1}, \alpha_{\eta_1+1}], v \in [-\beta_{\eta_2+1}, -\beta_{\eta_2}]) \cup (u \in [-\alpha_{\eta_1+1}, -\alpha_{\eta_1}], v \in [-\beta_{\eta_2+1}, -\beta_{\eta_2}]) \cup (u \in [-\alpha_{\eta_1+1}, -\alpha_{\eta_1}], v \in [\beta_{\eta_2}, \beta_{\eta_2+1}]) \}, \quad (1)$$

где

¹ Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, гос. контракт № 14.514.11.4088.



$$\alpha_1 = 0, \beta_1 = 0, \alpha_{R_1+1} = \pi, \beta_{R_2+1} = \pi,$$

$$0 \leq \alpha_{r_1}, \beta_{r_2} < \pi, 0 < \alpha_{r_1+1}, \beta_{r_2+1} \leq \pi, r_1 = 1, 2, \dots, R_1, r_2 = 1, 2, \dots, R_2,$$

$\alpha_{r_1}, \alpha_{r_1+1}$ и $\beta_{r_2}, \beta_{r_2+1}$ – значения пространственных частот (ПЧ), определяющие границы заданной подобласти $\Omega_{r_1 r_2}$, r_1, r_2 – номера заданной подобласти вдоль осей координат области ПЧ. При применении методов субполосного анализа предполагается, что область нормированных ПЧ: $-\pi \leq u < \pi, -\pi \leq v < \pi$, разбита на непересекающиеся подобласти вида (1) (рис. 1).

В дальнейшем, ввиду симметричности подобласти вида (1) при визуализации результатов будем отображать данные только в области ПЧ $0 \leq u < \pi, 0 \leq v < \pi$.

В работах [3-6] были предложены методы вычисления различных субполосных свойств изображения, описываемого матрицей $\Phi = (f_{ik})$, $i = 1, 2, \dots, N_1, k = 1, 2, \dots, N_2$, элементы которой соответствуют значениям яркости отдельных пикселей изображения. В данной работе приведены результаты исследования следующих субполосных свойств изображений: распределение долей энергии изображения по подобластям ПЧ, сосредоточенность долей энергии при различных значениях доли m суммарной энергии, распределение долей энергий по информационным классам подобластей ПЧ, сосредоточенность значений субполосных проекций изображений в отдельных подобластях ПЧ.

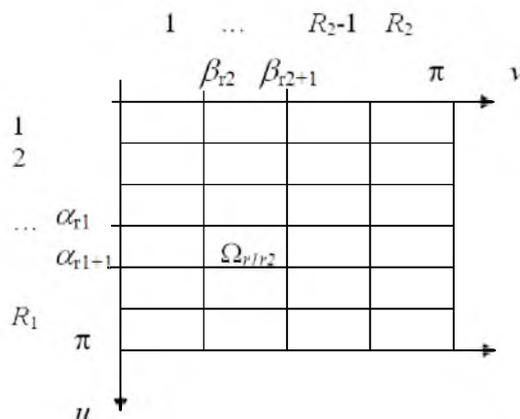


Рис.1. Разбиение области пространственных частот

Для анализа распределения долей энергии изображения по подобластям ПЧ вида (1) было предложено [3] применять соотношение для вычисления точных значений доли $P_{r_1 r_2}$ энергии изображения в подобласти $\Omega_{r_1 r_2}$,

$$P_{r_1 r_2} = \frac{\text{tr}(A_{r_1} \Phi B_{r_2} \Phi^T)}{\text{tr}(\Phi \Phi^T)}, \quad (2)$$

где Φ – матрица исходного изображения, функция «tr» – след матрицы, матрицы $A_{r_1} = (a_{i_1 i_2})$ и $B_{r_2} = (b_{k_1 k_2})$, размерности $N_1 \times N_1$ и $N_2 \times N_2$, – субполосные матрицы соответствующие заданной подобласти $\Omega_{r_1 r_2}$, значения элементов которых определяются на основании следующих выражений [3],

$$a_{i_1 i_2} = \begin{cases} \frac{\text{Sin}(\alpha_2(i_1 - i_2)) - \text{Sin}(\alpha_1(i_1 - i_2))}{\pi(i_1 - i_2)}, & i_1 \neq i_2, \\ \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\pi}, & i_1 = i_2, \end{cases} \quad (3)$$



$$b_{k_1 k_2} = \begin{cases} \frac{\sin(\beta_2(k_1 - k_2)) - \sin(\beta_1(k_1 - k_2))}{\pi(k_1 - k_2)}, & k_1 \neq k_2, \\ \frac{\beta_2 - \beta_1}{\pi}, & k_1 = k_2, \end{cases} \quad (4)$$

$$i_1, i_2 = 1, 2, \dots, N_1, \quad k_1, k_2 = 1, 2, \dots, N_2.$$

Знание точных значений долей энергии изображения в субинтервалах позволило разработать метод [4] определения сосредоточенности долей энергии изображения в отдельных ПОПЧ, на основании которой были введены информационные и неинформационные ПОПЧ. Анализ распределения значений $P_{r_1 r_2}$, $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$, долей энергий изображений по заданным ПОПЧ позволяет подобрать границы одной или нескольких подобластей ПЧ таких, что при наименьшей суммарной площади в них была бы сосредоточена подавляющая доля m энергии анализируемого изображения.

Под сосредоточенностью [4] долей энергий, соответствующих $100 \cdot m\%$ суммарной энергии изображения Φ по $R_1 R_2$ подобластям ПЧ, в работе [xxx] предложено понимать величину отношения минимального количества l_m подобластей ПЧ, в которых сосредоточено $m \cdot 100$ процентов энергии изображения, и образующих множество M_m , к общему числу ПОПЧ,

$$C_m = \frac{l_m}{R_1 R_2}. \quad (5)$$

Подобласти ПЧ, входящие в подмножество M_m , названы информационными ПОПЧ. Подобласти ПЧ, не включенные в подмножество M_m , естественно, названы неинформационными.

Применение понятия сосредоточенности позволило разбить множество информационных ПОПЧ на информационные классы [5]. Разбиение ПОПЧ на информационные классы V_i , $i=1, 2, \dots$, осуществляется последовательно. При построении очередного класса V_i выбираются информационные ПОПЧ на основе вычисления сосредоточенности долей энергии среди ПОПЧ, соответствующих информационному классу V_{i-1} .

В работе [2] показано, что субполосные матрицы A и B , соответствующие заданной подобласти пространственных частот Ω , можно представить в виде следующих разложений (так как A и B – симметрические, положительно определенные матрицы),

$$A = Q^A L^A (Q^B)^T, \quad B = Q^B L^B (Q^B)^T,$$

где столбцы матриц Q^A и Q^B являются собственными векторами матриц A и B , на главной диагонали матриц L^A и L^B расположены собственные числа матриц A и B ,

$$Q^A = (\vec{q}_1^A, \vec{q}_2^A, \dots, \vec{q}_{N_1}^A), \quad Q^B = (\vec{q}_1^B, \vec{q}_2^B, \dots, \vec{q}_{N_2}^B),$$

$$L^A = \text{diag}(\lambda_1^A, \lambda_2^A, \dots, \lambda_{N_1}^A), \quad L^B = \text{diag}(\lambda_1^B, \lambda_2^B, \dots, \lambda_{N_2}^B). \quad (6)$$

Тогда, элементы матрицы G^Ω ,

$$G^\Omega = (Q^A)^T \Phi Q^B, \quad (7)$$

можно считать значениями проекций [6] изображения Φ на множества ортогональных векторов $\{\vec{q}_i^A\}$, $i = 1, 2, \dots, N_1$, $\{\vec{q}_j^B\}$, $j = 1, 2, \dots, N_2$, субполосных матриц A и B , соответствующих частотному интервалу Ω .

При исследовании субполосных свойств изображений интерес представляет также матрица величин сосредоточенности значений проекций изображения на собственные векторы субполосных матриц для каждой ПОПЧ.

Для исследования целесообразности использования отдельных субполосных свойств изображений в различных подобластях пространственных частот при анализе изображений и обосновании выбора адекватных методов решения задач обработки изображений был проведен ряд вычислительных экспериментов.

В ходе вычислительных экспериментов по исследованию различий субполосных свойств изображений было проанализировано значительное количество изображений: размытых, четких и сильно размытых, примеры которых приведены на рисунке 2.

При проведении экспериментов размер указанных изображений был выбран 256×256 пикселей, что не мешает полученные в работе выводы перенести на изображения большей размерности. Количество подобластей пространственных частот было выбрано $R_1 = 16$, $R_2 = 16$, что является достаточным для выявления особенностей субполосных свойств.

В процессе вычислительных экспериментов были проанализированы следующие субполосные свойства изображений:

- распределение долей $P_{r_1 r_2}$ энергии по подобластям пространственных частот, отображаемое в виде трехмерной диаграммы или графика значений долей энергии, полученных в результате зигзаг-обхода матрицы их значений;
- сосредоточенность C_m долей энергии при различных значениях доли суммарной энергии $m = \{0.99, 0.98, 0.87\}$, отображенная в таблице и на графиках, упорядоченных по убыванию значений долей энергии;
- разбиение множества информационной подобласти пространственных частот на информационные классы и вычисление количества указанных информационных классов при различных значениях доли m суммарной энергии;
- относительное количество ПОПЧ в выделенных информационных классах;
- сосредоточенность величин проекций изображения на собственные векторы субполосных матриц, соответствующих отдельной подобласти пространственных частот.

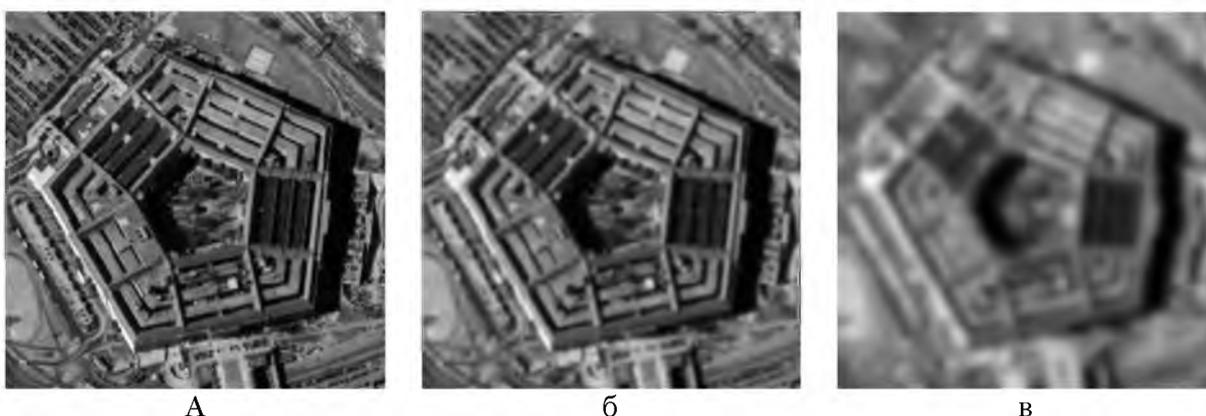


Рис. 2. Тестовые изображения:
а – четкие, б – размытые, в – сильно размытые

На рис. 3 в виде трехмерных диаграмм отображено распределение долей энергии изображений (значения $P_{r_1 r_2}$, $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$, хранящиеся как значения элементов матрицы P размерности $R_1 \times R_2$), представленных соответственно на рис. 2а, рис. 2б и рис. 2в, по подобластям пространственных частот.

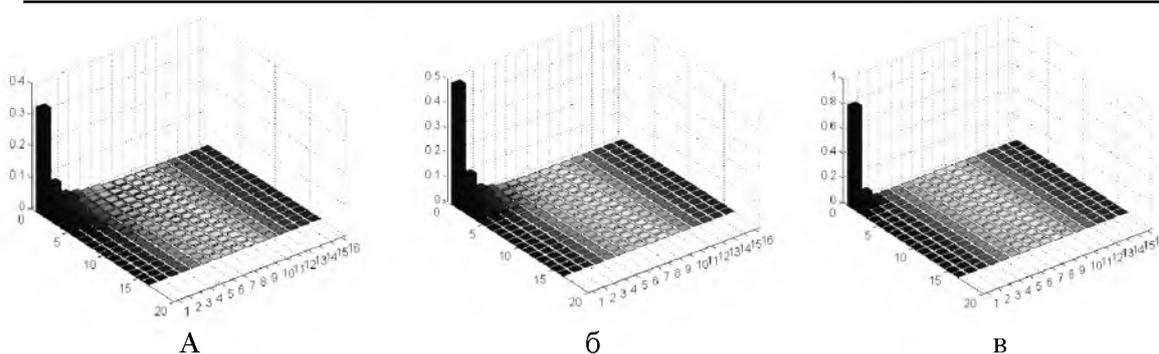


Рис. 3. Диаграммы распределения долей энергии анализируемых изображений

На диаграмме (рис. 3) видно, что с увеличением размытости изображений значения их долей энергий, резко убывают с увеличением номеров r_1 и r_2 подобластей ПЧ.

Данный факт более наглядно отображен на рис. 4, значения для графиков на котором получены в результате зигзаг-обхода значений элементов матрицы P (графики соответствуют диаграммам на рис. 3а, рис. 3б и рис. 3в).

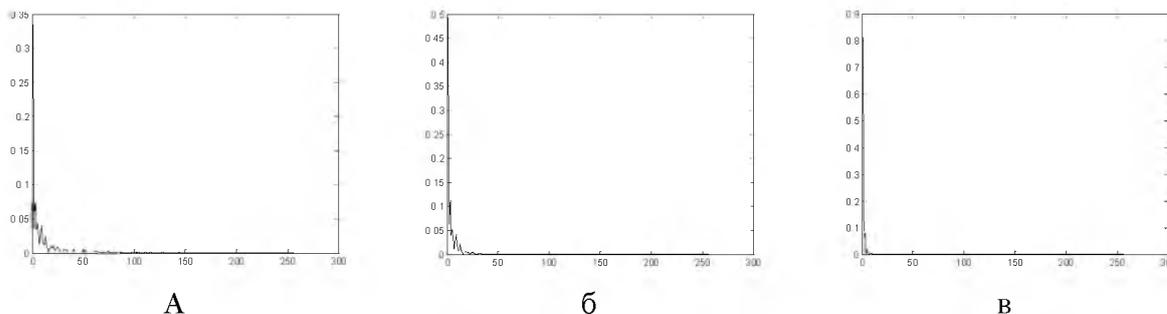


Рис. 4. Графики значений долей энергий (зигзаг-обход соответствующих матриц)

Далее на рисунках отражены результаты исследований при значении $m = 0.99$. При других значениях величины m – результаты аналогичны.

На рис. 5 отображены результаты вычисления сосредоточенности долей энергии анализируемых изображений (рис. 2а, рис. 2б и рис. 2в). На диаграммах показаны упорядоченные значения долей энергии соответствующих изображений, а также пунктирной линией отмечено множество информационных ПОПЧ.

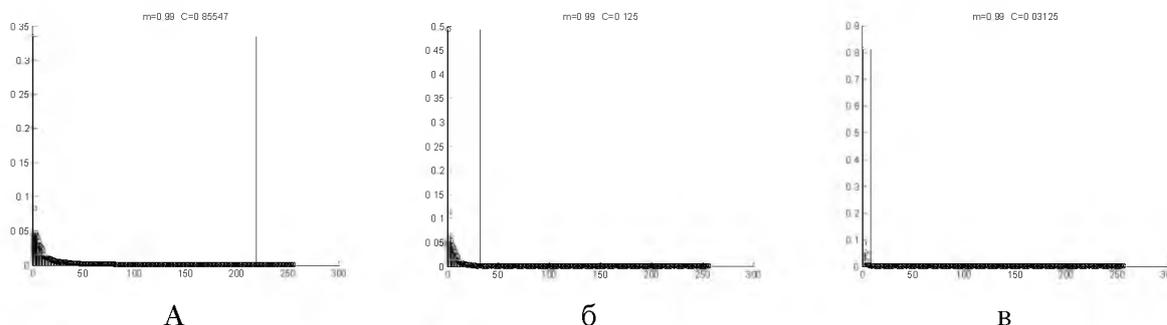


Рис. 5. Упорядоченные значения долей энергии и разбиение на информационные и неинформационные подобласти ПЧ

Очевидно, что величина сосредоточенности долей энергии может служить количественной мерой, характеризующей степень размытости (четкости) изображений.

На рис. 6 отображено распределение информационных ПОПЧ по информационным классам для соответствующих изображений (положительные числа указывают на номер класса).

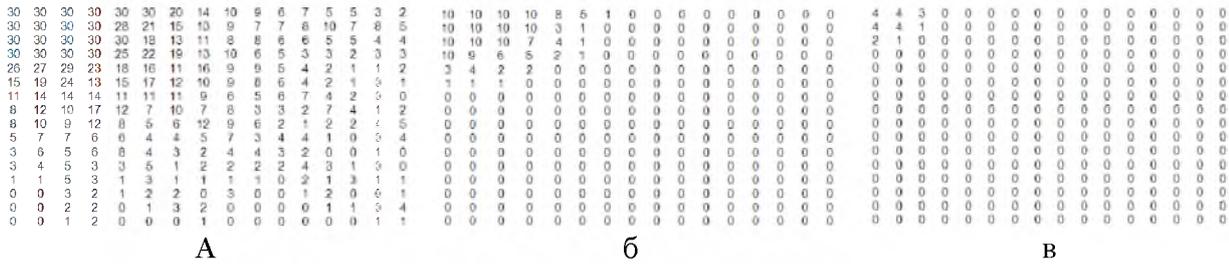


Рис. 6. Информационные классы подобластей ПЧ

На рис. 6 видно, что количество информационных классов резко уменьшается с уменьшением резкости соответствующих изображений. Следовательно, количество информационных классов может служить количественной мерой, характеризующей отличия величины доли энергии изображения в различных информационных классах.

На рис. 7 для наглядности в виде графиков приведены значения относительного количества подобластей ПЧ, входящих в выделенные информационные классы соответственно. Можно показать, что сумма отображенных относительных величин меньше единицы, так как в ходе вычислений среди всех ПОПЧ были также выделены неинформационные ПОПЧ.

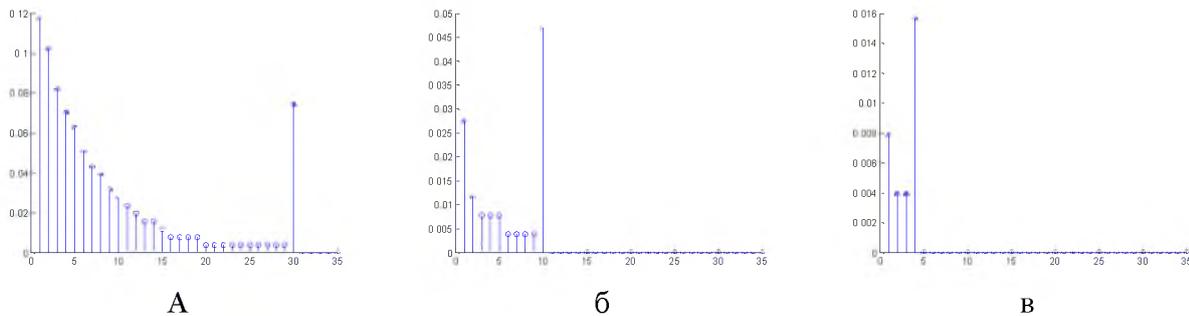


Рис. 7. Значения относительного количества подобластей ПЧ в выделенных информационных классах

Из диаграмм, представленных на рис. 7 видно, что с уменьшением резкости изображения уменьшается величина относительного количества подобластей ПЧ в выделенных информационных классах.

Интерес представляет информация, представленная в виде графиков на рис. 8. На данных рисунках приведены результаты зигзаг-обхода матрицы значений сосредоточенности величин проекций (7) изображения на собственные векторы субполосных матриц для каждой ПОПЧ.

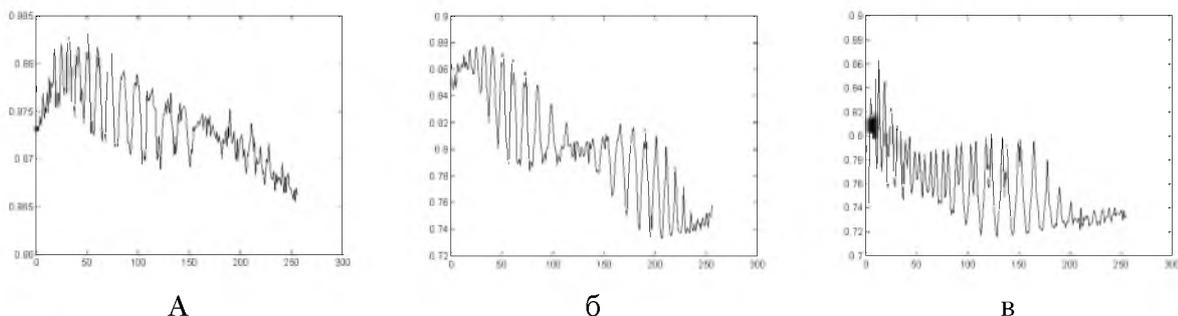


Рис. 8. Графики значений сосредоточенности величин проекций изображения на собственные векторы субполосных матриц для каждой ПОПЧ (зигзаг-обход соответствующих матриц)

На рис. 8а видно, что верхняя огибающая указанной характеристики практически линейно убывает с уменьшением номеров ПОПЧ, с увеличением размытости изображений.



ражения положение максимума на графиках рис. 8а, рис. 8б и рис. 8в смещается влево (что соответствует меньшим номерам ПОПЧ), значительный участок нижней огибающей указанных значений становится прямолинейным.

Аналогичные графики для значений исследуемых субполосных свойств изображений, приведенных на рис. 2, были построены также при $m = \{0,98, 0,97\}$. При этом соответствующие графики и диаграммы визуальнo практически не отличаются.

В табл. 1 и на рис. 9 отображены значения сосредоточенностей для соответствующих изображений и различных значений доли m суммарной энергии.

Таблица 1

Сосредоточенность долей энергии

M \ m	Четкое	Размытое	Сильно размытое
0,99	0,8555	0,125	0,0313
0,98	0,7344	0,0938	0,0234
0,97	0,6328	0,082	0,0195

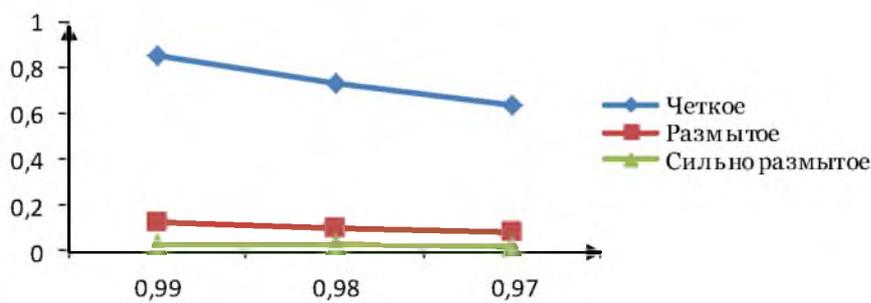


Рис. 9. Сосредоточенность долей энергии в зависимости от величины m

Из графиков на рис. 9 видно, что наиболее существенные изменения сосредоточенность имеет при $m = 0,99$. Следовательно, при анализе изображений целесообразно использовать указанное значение.

В табл. 2 и на рис. 10 отображены численные значения и графики для количества информационных классов.

Таблица 2

Количество информационных классов ПОПЧ

M \ m	Четкое	Размытое	Сильно размытое
0,99	30	10	4
0,98	20	6	3
0,97	15	6	2

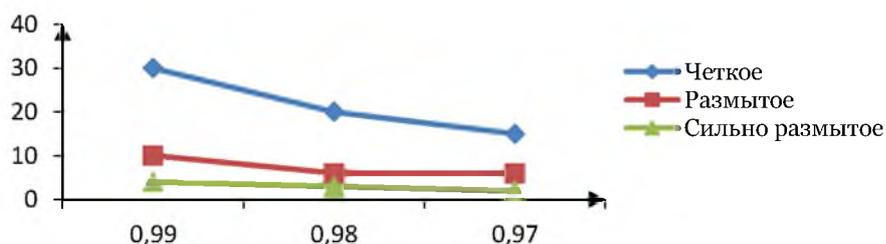


Рис. 10. Количество информационных классов ПОПЧ в зависимости от величины m



Из графиков (рис. 10) видно, что наиболее выраженная зависимость количества информационных классов ПОПЧ для изображений, имеющих различную степень четкости, имеет место при $m = 0.99$. Данный факт подтверждает указанную ранее рекомендацию, что данное значение m следует применять при анализе свойств изображений.

Таким образом, на основании результатов проведенных вычислительных экспериментов можно утверждать, что субполосные свойства являются мощным инструментом анализа изображений и могут быть использованы для обоснованного выбора адекватных методов обработки изображений.

Литература

1. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений [Текст] / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2012. – 1104 с.
2. Жилияков, Е.Г. О частотном анализе изображений [Текст] / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. – 2010. – Вып. 1. – С. 94-103.
3. Жилияков, Е.Г. Метод определения точных значений долей энергии изображений в заданных частотных интервалах [Текст] / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец, И.В. Лысенко // Вопросы радиоэлектроники. Сер. РЛТ. – 2007. – Вып. 4. – С. 115-123.
4. Черноморец, А.А. О частотной концентрации энергии изображений [Текст] / А.А. Черноморец, В.А. Голощапова, И.В. Лысенко, Е.В. Болгова // Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. – 2011. – № 1 (96). – Вып. 17/1. – С. 146-151.
5. Черноморец, А.А. Метод разбиения частотных субинтервалов на классы в задачах частотного анализа изображений [Текст] / А.А. Черноморец // Информационные системы и технологии. – № 4 (66). – 2011. – С. 31-38.
6. Жилияков, Е.Г. Оценка количества значимых долей энергии изображения, определяемых его проекциями на собственные векторы субполосных матриц [Текст] / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец // Информационные системы и технологии. – № 3 (71). – 2012. – С. 51-58.

ABOUT IMAGE SUBBAND PROPERTIES

**E. G. ZHILYAKOV,
A. A. CHERNOMORETS,
A. S. BELOV,
E. V. BOLGOVA**

*Belgorod
National Research University*

e-mail: zhilyakov@bsu.edu.ru

The relationship of values of different image subband properties via the degree of image sharpness (blurriness) is investigated in the article. The guidelines for using of these properties in the image processing are given.

Keywords: image, subband analysis, subband properties, image sharpness.