MSC 58A35

ТЕОРЕМА ВЛОЖЕНИЯ СОБОЛЕВА ДЛЯ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ МНОЖЕСТВ

П.А. Кулешов

Воронежский Государственный Университет,
пл. Университетская, 1, Воронеж, 394006, Россия, e-mail: pavkuleshov@yandex.ru

Аннотация. Доказываются теоремы вложения Соболева для стратифицированных множеств определенного класса. Показано, что для множества Ω выполнено вложение пространства $W_{0,\mu}^{1,p}(\Omega)$ в $L_\mu^q(\Omega)$ при некотором q, зависящем от p и от размерностей стратов. Доказательство опирается на процедуру симметризации по Шварцу и её свойства.

Ключевые слова: теорема вложения, симметризация Шварца, стратифицированные множества.

В последние десятилетия, в связи с некоторыми физическими приложениями, обозначился устойчивый интерес к дифференциальным уравнениям на, так называемых, стратифицированных множествах. Особенно интенсивно изучались уравнения на геометрических графах (в нашей терминологии — «одномерных» стратифицированных множествах), см. [8]. В этом случае, полученные к настоящему времени результаты составляют уже достаточно развитую теорию. Что касается общего случая, то здесь делаются пока только первые шаги. В частности, вопрос об аналогах теорем вложения Соболева практически не рассматривался. В данной работе предлагается подход позволяющий сравнительно просто получать такие теоремы. Вопрос о точности константы пока не обсуждается. Очевидно, что этот вопрос значительно сложнее чем его классический аналог. Наше доказательство опирается на результаты М. Браманти [2], которые в свою очередь являются обобщением результатов Д. Таленти [5], относящихся к известному принципу Пойя-Сегё. Этот принцип, утверждающий, что интеграл Дирихле не возрастает при симметризации, имеет большое количество применений в классической теории.

1. Стратифицированные множества

Связное замкнутое подмножество $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ называется стратифицированным, если оно представлено в виде объединения открытых подмногообразий $\sigma_{kj} \subset \Omega$ пространства $\mathbb{R}^n$, называемых стратами, примыкающих друг к другу по типу клеточного комплекса. В обозначении σ_{kj} первый индекс означает размерность страта, а второй его номер при автономной нумерации стратов данной размерности. Будем писать $\sigma_{li} \prec \sigma_{kj}$ или $\sigma_{kj} \succ \sigma_{li}$ и говорить, что σ_{li} примыкает к σ_{kj} , если $l < k$ и $\sigma_{li} \subset \partial\sigma_{kj} = \overline{\sigma_{kj}} \setminus \sigma_{kj}$. Страт σ_{kj} назовем свободным если в Ω нет стратов к которым бы он примыкал. К примеру, страты старшей размерности всегда будут являться свободными.

Обозначим через Σ множество всех стратов из Ω. Мы предполагаем выполненными следующие два условия, первое из которых – обычное требование на примыкания клеток в клеточном комплексе.

- Любые два страта не пересекаются, а их замыкания либо не пересекаются, либо пересечение их является объединением стратов из Σ. Граница страта σ_{kj} является объединением стратов, размерность которых меньше k.

- Для любого $X \in \sigma_{k-1i}$ «звезда»

$$S = \sigma_{k-1i} \cup \Big(\bigcup_{\sigma_{kj} \succ \sigma_{k-1i}} \sigma_{kj} \Big)$$

допускает локальное (вблизи X) выпрямление, что означает существование такой окрестности V точки X в объемлющем пространстве $\mathbb{R}^n$ и такого диффеоморфизма $\Phi : V \to W$, что образ множества $V \cap S$ представляет собой объединение $(k-1)$-мерного шара (образа части σ_{k-1i}, попавшей в V) и примыкающих к нему полушарий (аналогичных образов частей σ_{kj}). Это наглядно представлено на рис. 1.

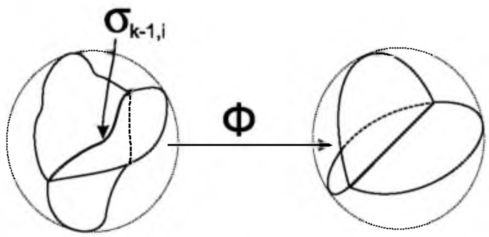

Рис. 1. Локальное выпрямление звезды.

Вообще говоря, стратифицированное множество — это тройка (Ω, Σ, ϕ), где ϕ — отображение описывающее «склейку» Ω из стратов семейства Σ), а Σ множество всех стратов из Ω, но нам будет удобнее называть стратифицированным множеством само Ω.

Топология на Ω индуцируется стандартной топологией пространства $\mathbb{R}^n$, т.е. подмножество Ω_0 стратифицированного множества Ω называется открытым если существует открытое подмножество $\mathbb{R}^n$ пересечение которого с Ω дает Ω_0. Все дальнейшие топологические понятия будут связаны именно с этой топологией.

Пусть Ω_0 — связное и открытое подмножество Ω, составленное из стратов семейства Σ и такое, что $\overline{\Omega}_0 = \Omega$. Тогда разность $\Omega \setminus \Omega_0$, очевидно, является границей множества Ω_0 и будет тоже состоять из стратов, а потому будет обозначаться через $\partial\Omega_0$. В дальнейшем, под обозначением $\Omega = (\Omega_0, \partial\Omega_0)$ мы будем понимать, что данное стратифицированное множество Ω разбито на Ω_0 и $\partial\Omega_0$ указанным способом. Возможен случай когда $\partial\Omega_0$ пусто, однако, в данной работе этот случай исключен. Для более подробного знакомства со стратифицированными множествами см. [8].

2. Пространства $L^p_\mu(\Omega)$ и $W^{1,p}_{0,\mu}(\Omega_0)$

Назовем подмножество $\omega \subset \Omega$ измеримым, если измеримы по Лебегу пересечения $\omega \cap \sigma_{kj}$ по всем значениям индексов k и j. Мерой такого множества назовем число

$$\mu(\omega) = \sum_{\sigma_{kj}} \mu_k(\omega \cap \sigma_{kj}) \, ,$$

где μ_k — k-мерная мера Лебега на σ_{kj}. Легко показать, что так определенные измеримые множества образуют σ-алгебру, а функция μ обладает свойствами меры. Измеримые по мере μ функции определяются также как и в классическом случае. Интеграл Лебега суммируемой функции f на Ω оказывается равным сумме интегралов Лебега сужений этой функции на страты, т.е.

$$\int\limits_{\Omega} f\, d\mu = \sum_{k,j} \int\limits_{\sigma_{kj}} f\, d\mu_k\ ,$$

где суммирование осуществляется по всем стратам.

В соответствии с этим, пространство $L^p_\mu(\Omega)$ определяется как пространство измеримых на Ω функций f таких, что $|f|^p$ суммируема, т.е. $\int\limits_{\Omega} |f|^p\, d\mu < \infty$. Норма в $L^p_\mu(\Omega)$ определяется также как и в классическом случае:

$$\|f\|_p = \left(\int\limits_{\Omega} |f|^p\, d\mu \right)^{1/p} .$$

Расстоянием между двумя точками на множестве Ω будем называть минимальную длину кривой, лежащей в Ω и соединяющей их. При этом длину кривой будем считать как длину в некотором $\mathbb{R}^m$, содержащем Ω.

Пусть $\Omega = (\Omega_0, \partial\Omega_0)$. Обозначим через $C_\mu(\Omega_0)$ $(C_\mu(\Omega))$ множество непрерывных на $\Omega_0(\Omega)$ функций. Через $C^1_\mu(\Omega_0)$ обозначим множество таких непрерывных на Ω_0 функций, что их сужения на любой страт из Ω_0 являются непрерывно дифференцируемыми функциями. Через $C_{0,\mu}(\Omega_0)$ обозначим множество тех функций из $C_\mu(\Omega)$, которые обращаются в нуль на $\partial\Omega_0$. Теперь мы можем определить стратифицированный аналог пространства $W^{1,p}_0$ как пополнение пространства $C^1_{0,\mu}(\Omega_0) = C^1_\mu(\Omega_0) \cap C_{0,\mu}(\Omega_0)$ по норме

$$\|f\|^{1,p}_{0,\mu} = \left(\int\limits_{\Omega_0} |\nabla f|^p\, d\mu \right)^{1/p} .$$

Здесь ∇f на каждом k-мерном страте есть классический k-мерный градиент сужения функции на данный страт. Обозначать данное пространство будем $W^{1,p}_{0,\mu}(\Omega_0)$. Аналогично, пространство $W^{1,p}_\mu(\Omega)$ определяется как пополнение пространства $C^1_\mu(\Omega)$ по норме

$$\|f\|^{1,p}_\mu = \left(\int\limits_{\Omega} (|f|^p + |\nabla f|^p)\, d\mu \right)^{1/p} .$$

3. Теорема вложения Соболева

Введем следующее определение.

Определение 1. *Стратифицированное множество $\Omega = (\Omega_0, \partial\Omega_0)$ будем называть «спрямляемым» если для любого $\sigma_{kj} \subset \Omega_0$ при $k > 0$ существует страт $\sigma_{k-1i} \subset \partial\Omega_0$, для которого найдется такое связное подмножество Ω, обозначаемое $\widetilde{\Omega}_{kj}$, которое содержит страты σ_{kj} и σ_{k-1i}, состоит только из стартов размерности k и $(k-1)$ и допускает пзометричное отображение в некоторое подмножество $\mathbb{R}^k$; в свою очередь, при $k = 0$ для страта $\sigma_{kj} \subset \Omega_0$ должен найтись страт $\sigma_{ki} \subset \partial\Omega_0$, а множество $\widetilde{\Omega}_{kj}$ должно состоять пз стартов размерности k и $(k+1)$, быть связным п допускать пзометрпчное отображение в $\mathbb{R}^{k+1}$.*

Здесь и далее считается, что множество $\widetilde{\Omega}_{kj}$ таково, что для его стратов, имеющих старшую в рамках этого множества размерность, пересечение замыканий любых двух из них либо представляет собой поверхность класса C^2, либо пусто, а пересечение замыканий любых трех всегда пусто.

Мы также будем считать, что $\widetilde{\Omega}_{kj} \cap \partial\Omega_0$ состоит ровно из одного страта. Если их более одного, то некоторый набор стратов входящих в $\widetilde{\Omega}_{kj}$ является «лишним» и может быть из него выброшен.

Пример, иллюстрирующий это определение, показан на рис. 2, где в качестве $\partial\Omega_0$ взято замыкание страта σ_{11}(обозначен жирной линией). В множество $\widetilde{\Omega}_{25}$ войдут следующие страты: $\sigma_{25}, \sigma_{13}, \sigma_{24}, \sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{11}$. Объединение всех этих стратов изометрично отображается в прямоугольник.

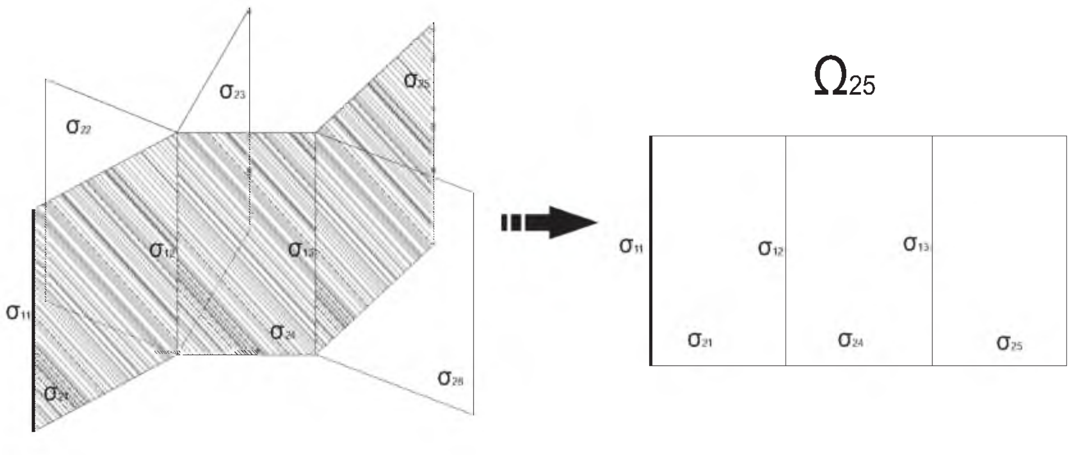

Рис. 2. Пример стратифицированного множества.

Теперь мы можем сформулировать основной результат данной работы.

Теорема 1. *Пусть дано спрямляемое стратифицированное множество $\Omega = (\Omega_0, \partial\Omega_0)$ так, что $\{1 < k_1, k_2, \ldots, k_{n-1}, k_n = n\}$ — размерности стратов, входящих в Ω_0 (исключая 0 и 1) в порядке возрастания, и $f \in W^{1,p}_{0,\mu}(\Omega_0)$. Тогда $f \in L^q_\mu(\Omega_0)$ и выполнено*

$$\left(\int\limits_{\Omega_0} |f|^q \, d\mu\right)^{1/q} \leq C \left(\int\limits_{\Omega_0} |\nabla f|^p \, d\mu\right)^{1/p}, \tag{1}$$

где q определяется следующим образом:

$$\begin{cases} 1 \le q < \infty, & \text{если } p = n; \\ 1 \le q \le np/(n-p), & \text{если } p \in [k_{n-1}, n); \\ 1 \le q \le k_{n-1}p/(k_{n-1}-p), & \text{если } p \in [k_{n-2}, k_{n-1}); \\ \dots \\ 1 \le q \le k_2 p/(k_2 - p), & \text{если } p \in [k_1, k_2); \\ 1 \le q \le k_1 p/(k_1 - p), & \text{если } p \in [1, k_1). \end{cases} \tag{2}$$

□ В силу того, что, по определению, $C^1_{0,\mu}(\Omega_0)$ плотно в $W^{1,p}_{0,\mu}(\Omega_0)$ по норме последнего, требуемый результат достаточно доказать для случая когда $f \in C^1_{0,\mu}(\Omega_0)$. Возьмем произвольный страт $\sigma_{kj} \subset \Omega_0$, $k > 0$. По условию найдется $\widetilde{\Omega}_{kj}$, допускающее изометричное отображение в подмножество $\mathbb{R}^k$, которое мы будем обозначать Ω_{kj}. Функция $f \in C^1_{0,\mu}(\Omega_0)$ очевидным образом переносится на Ω_{kj}. Обозначать её, ради простоты, будем тоже через f. Множество Ω_{kj} является объединением непересекающихся образов стратов из $\widetilde{\Omega}_{kj}$ размерности k, которые примыкают друг к другу по поверхностям класса C^2, образованным образами стартов из $\widetilde{\Omega}_{kj}$ размерности $(k-1)$. Для наглядности см. рис. 2. На каждом из этих образов f непрерывно дифференцируема, а значит принадлежит классу $W^{1,p}$, и кроме того, f непрерывна на всем Ω_{kj}. В этом случае, согласно результатам Ю.В. Кузнецова [6], получим, что $f \in W^{1,p}(\Omega_{kj})$. Вдобавок, f обращается в нуль на части границы Ω_{kj} положительной меры, а именно, на образе единственного страта из $\widetilde{\Omega}_{kj}$ лежащего в $\partial\Omega_0$.

При этом выполнены следующие неравенства:

$$\int\limits_{\sigma_{kj}} |f|^p \, d\mu \le \int\limits_{\Omega_{kj}} |f|^p \, dx \,, \tag{3}$$

$$\int\limits_{\Omega_{kj}} |\nabla f|^p \, dx \le \int\limits_{\Omega_0} |\nabla f|^p \, d\mu \,. \tag{4}$$

Теперь применим к функции f на Ω_{kj} симметризацию Шварца. Получим радиальную, т.е. зависящую только от расстояния до центра шара, функцию f^*, определенную в шаре B_{kj} и невозрастающую при отдалении от центра. Причем по известным свойствам подобной симметризации (см. [7]) будет:

$$\int\limits_{\Omega_{kj}} |f|^p \, dx = \int\limits_{B_{kj}} |f^*|^p \, dx \,. \tag{5}$$

Пользуясь (3), (5) мы можем написать:

$$\int\limits_{\Omega_0} |f|^q \, d\mu = \sum_{k,j} \int\limits_{\sigma_{kj}} |f|^q \, d\mu \le \sum_{k,j} \int\limits_{\Omega_{kj}} |f|^q \, dx = \sum_{k,j} \int\limits_{B_{kj}} |f^*|^q \, dx \,. \tag{6}$$

Кроме того, согласно [2] из того, что $f \in W^{1,p}(\Omega_{kj})$ и обращается в нуль на части границы положительной меры будем иметь:

$$\widetilde{C}_{kj} \int\limits_{\Omega_{kj}} |\nabla f|^p\, dx \geq \int\limits_{B_{kj}} |\nabla f^*|^p\, dx\,, \tag{7}$$

где $\widetilde{C}_{kj} \geq 1$ и зависит от меры той части границы на которой функция равна нулю, в частности, если она совпадает с мерой всей границы Ω_{kj}, то будет $\widetilde{C}_{kj} = 1$ (заметим, что $\widetilde{C}_{kj}$ не зависит от f, а зависит от Ω_{kj}, т.е. от Ω_0). При этом f^* будет обращаться в нуль уже на всей границе шара B_{kj} и мы будем иметь $f^* \in W_0^{1,p}(B_{kj})$. А потому мы можем применить к ней классическую теорему вложения. Используя её, неравенства (4), (7), а также тот факт, что $q \geq 1$, получим

$$\left(\sum_{k,j} \int\limits_{B_{kj}} |f^*|^q\, dx\right)^{1/q} \leq \sum_{k,j} \left(\int\limits_{B_{kj}} |f^*|^q\, dx\right)^{1/q} \leq \sum_{k,j} C_{kj} \left(\int\limits_{B_{kj}} |\nabla f^*|^p\, dx\right)^{1/p} \leq$$

$$\leq \sum_{k,j} C_{kj}\widetilde{C}_{kj} \left(\int\limits_{\Omega_{kj}} |\nabla f|^p\, dx\right)^{1/p} \leq C \left(\int\limits_{\Omega_0} |\nabla f|^p\, d\mu\right)^{1/p}.$$

Пользуясь последним неравенством и (6), в итоге получаем

$$\left(\int\limits_{\Omega_0} |f|^q\, d\mu\right)^{1/q} \leq C \left(\int\limits_{\Omega_0} |\nabla f|^p\, d\mu\right)^{1/p}, \tag{8}$$

где $C = \sum\limits_{k,j} C_{kj}\widetilde{C}_{kj}$ не зависит от f.

Однако, в классическом случае теорем вложения, которым мы пользуемся, q зависит от размерности множества n и от p, а именно, когда $1 \leq p < n$ пространство $W_0^{1,p}(\Omega)$ вложено в $L^q(\Omega)$ при $1 \leq q \leq np/(n-p)$, когда $p = n$ при $1 \leq q < \infty$, а когда $p > n$ вложение будет в $C_0(\Omega)$, а значит и в $L^\infty(\Omega)$. Кроме того, как и в классическом случае, если $1 \leq q_1 < q_2$, то $L_\mu^{q_1}(\Omega) \supset L_\mu^{q_2}(\Omega)$. Поэтому, фиксировав p и выбрав минимум среди максимальных допустимых q при каждой размерности, мы получим показатель q удовлетворяющий всему стратифицированному множеству при данном p. Именно такому выбору и соответствует (2).

Вернемся к пропущенному случаю, когда страт σ_{kj} из Ω_0 имеет размерность равную нулю. В этом случае мы поступим следующим образом. По условию, существует множество $\widetilde{\Omega}_{0j}$ состоящее из стратов размерности 0 и 1, содержащее σ_{0j} и некоторый страт $\sigma_{0i} \subset \partial\Omega_0$, которое связно и допускает изометричное отображение в отрезок. Добавим к $\widetilde{\Omega}_{0j}$ новый страт σ_{1j}, который является интервалом с длиной равной единице, одним из концов которого будет страт σ_{0j}, например, см. рис. 3, здесь граница состоит из замыкания страта σ_{11}, и при рассмотрении страта σ_{05} мы добавляем к множеству страт σ_{17}, полученное множество $\widetilde{\Omega}_{05}$ выделено жирной линией. Функцию f на σ_{1j} положим всюду равной значению f в σ_{0j}, который, напомним, является точкой. Тогда будем иметь

$$\int\limits_{\sigma_{0j}} |f|^p \, d\mu = \int\limits_{\sigma_{1j}} |f|^p \, d\mu \,,$$

$$\int\limits_{\sigma_{0j}} |\nabla f|^p \, d\mu = \int\limits_{\sigma_{1j}} |\nabla f|^p \, d\mu = 0 \,.$$

Кроме того, функция f будет непрерывна на множестве $\widetilde{\Omega}_{1j} = \widetilde{\Omega}_{0j} \cup \sigma_{1j}$ и непрерывно дифференцируема на σ_{1j}. Поэтому, вместо страта σ_{0j} мы можем рассмотреть страт σ_{1j} и построенное для него множество $\widetilde{\Omega}_{1j}$, удовлетворяющее всем требованиям определения 1. Таким образом, ситуация свелась к уже рассмотренному случаю $k = 1$. ■

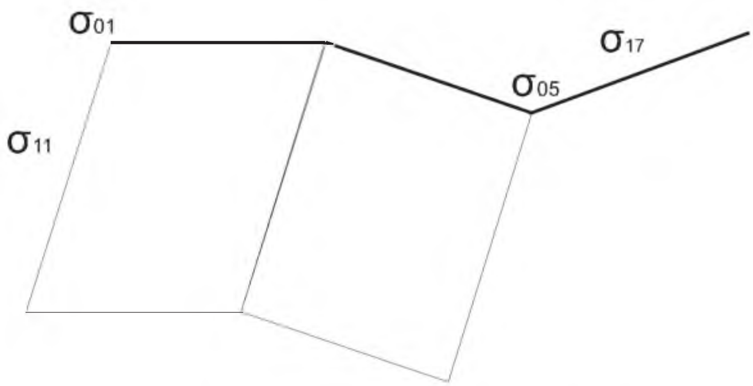

Рис. 3. Добавление вспомогательного страта.

Замечание 1. Теорему можно естественным образом обобщить для пространств $W^{m,p}_{0,\mu}(\Omega_0)$. Действительно, для функции класса $W^{m,p}_{0,\mu}$ все её производные до порядка $(k-1)$ включительно будут из $W^{1,p}_{0,\mu}(\Omega_0)$. Поэтому последовательно применив к каждой из них данную теорему получим вложение в $L^q_\mu(\Omega_0)$, где q определяется из:

$$\begin{cases} 1 \le q < \infty, & \text{если } mp = n; \\ 1 \le q \le np/(n-mp), & \text{если } mp \in [k_{n-1}, n); \\ 1 \le q \le k_{n-1}p/(k_{n-1}-mp), & \text{если } mp \in [k_{n-2}, k_{n-1}); \\ \dots & \\ 1 \le q \le k_2p/(k_2-mp), & \text{если } mp \in [k_1, k_2); \\ 1 \le q \le k_1p/(k_1-mp), & \text{если } mp \in [1, k_1). \end{cases} \qquad (9)$$

Замечание 2. Отметим важный случай, так называемого, мягкого лапласиана (см. [8]), в некоторых задачах с ним связанных приходится рассматривать интеграл вида

$\int\limits_{\Omega_0} p|\nabla f|^p\, d\mu$ (именуемый интегралом Дирихле), где коэффициент p равен единице на свободных (т.е. не содержащихся в границе других) стратах и равен нулю на остальных. В этом случае Теорема 1 применима, но в (2) будут учитываться размерности только свободных стратов. Например, если свободными являются только страты максимальной размерности, то требования на q и p не будут ни чем отличаться от классического случая.

К случаю мягкого лапласиана можно свести следующий случай. Пусть в определении нормы пространства $L^p_\mu(\Omega_0)$ показатель p одинаков только для стратов одной размерности, т.е.

$$||f|| = \sum_{k=1}^{n} \left(\int\limits_{\Omega_0} \rho_k |f|^{p_k}\, d\mu \right)^{1/p_k},$$

где ρ_k равен единице на стартах размерности k и нулю на остальных. Так как p_k не зависят друг от друга и норма представляет собой просто сумму слагаемых зависящих только от некоторого p_k, то мы можем оценить каждое из них в отдельности. Для этого нам достаточно несколько раз применить Теорему 1 для случая мягкого лапласиана, причем в каждом случае свободными будут только страты какой-то одной размерности. Нам неизвестны примеры задач, в которых возникает необходимость рассмотрения подобных норм, что не так странно, учитывая, что касательно стратифицированных множеств на данный момент получено не так много результатов, однако, мы предполагаем их существование возможным.

Отметим, что частный случай теорем вложения — неравенство Пуанкаре - уже был доказан в стратифицированном случае А.А. Гавриловым и О.М. Пенкиным (см. [3]), причем для более широкого класса множеств, но его доказательство существенно более громоздкое, нежели приведенное нами. Класс множеств рассмотренный нами не допускает «слишком кривых» множеств, «сложных» примыканий стратов, наличия углов внутри множества и т.д., хотя даже в таких случаях возможно сведение ситуации к рассмотренной путем добавления вспомогательных стратов, включения в $\widetilde{\Omega}_{kj}$ не целых стратов, а их некоторых подмножеств и т.п. Однако, это все частности на которых останавливаться нет смысла. Тем более, что подавляющее большинство случаев, возникающих в приложениях попадают в установленные нами рамки.

Что касается вопроса о точной константе в неравенстве (8), то он разумеется представляет большой интерес. К сожалению, рассуждения проведенные нами в ходе доказательства Теоремы 1 не позволяют о нем говорить по причине грубости использованных оценок, которая возникает прежде всего из-за того, что каждый страт рассматривается фактически отдельно. Применить же использованные инструменты из классической теории ко всему стратифицированному множеству невозможно, что ставит перед необходимостью обобщения данных вспомогательных фактов, прежде всего принципа Пойа-Сегё, на стратифицированный случай.

Автор благодарит О.М. Пенкина за постановку задачи и полезные обсуждения вопросов, касающихся данной статьи.

Литература

1. Adams R.A. Sobolev spaces / AP, 1975
2. Bramanti M. On the gradient of Schwarz symmetrization of functions in Sobolev spaces // Boll. Un. Mat. Ital. – 1993. – B(7). – №2. – P.413-430.
3. Gavrilov A., Nicaise S., Penkin O. Poincare's inequality on stratified sets and applications // Rapport de recherche 01.2, Universite de Valenciennes. – Fevrier 2001. -— P.1-20.
4. Saloff-Coste L. Aspects of Sobolev type inequalities / Cambridge University Press, 2002.
5. Talenti G. Best Constant in Sobolev Inequality // Ann. Mat. Pura Appl. – 1976. – 110. – P.353-372.
6. Кузнецов Ю.В. О склейке функций из пространств $W^r_{p,\theta}$ / Труды Математического института АН СССР. – 1976. – 140. – с. 191-200.
7. Либ Э., Лосс М. Анализ / Новосибирск: Научная книга, 1998.
8. Покорный Ю.В., Пенкин О.М., Прядиев В.Л. и др. Дифференциальные уравнения на геометрических графах / М.:Физматлит, 2005.
9. Пойа Г., Сегё Г. Изопериметрические неравенства в математической физике / М.: Физматлит, 1962.

SOBOLEV'S IMBEDDING THEOREM ON STRATIFIED SETS

P.A. Kuleshov

Voronezh State University,
Universitetskaya Sq., 1, Voronezh, 394006, Russia, e-mail: pavkuleshov@yandex.ru

Abstract. It is proved Sobolev's imbedding theorem connected with stratified sets of certain class. It turns out that for the stratified set Ω, there exists the embedding of the space $W^{1,p}_{0,\mu}(\Omega)$ into $L^q_\mu(\Omega)$ with some q depending on p and dimensions of strats. The proof relies on Schwartz's symmetrization and its properties.

Key words: Sobolev's imbedding theorem, Schwartz's symmetrization, stratified sets.