



MSC 78A40

## КОГЕРЕНТНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА ПЕРЕСЕКАЮЩЕГО МИШЕНЬ ИЗ АМОРФНОЙ И КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛАСТИН

С.В. Блажевич, Р.А. Загороднюк, А.В. Носков, О.Н. Сатлер

Белгородский государственный университет,  
ул. Победы, 85, Белгород, 308015, Россия, e-mail: [noskov\\_a@bsu.edu.ru](mailto:noskov_a@bsu.edu.ru)

**Аннотация.** В рамках динамической теории дифракции построена теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего комбинированную среду, состоящую из аморфной и кристаллической пластин. В теории учитывается асимметрия отражения поля относительно поверхности мишени, определяемая углом между атомными плоскостями и поверхностью мишени. Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально угловую плотность параметрического рентгеновского и дифрагированного переходного излучений в этой среде.

**Ключевые слова:** релятивистский электрон, динамическая дифракция, дифрагированное переходное излучение.

**Введение.** Процесс когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона всегда рассматривался отдельно в кристалле и аморфной среде. При этом в аморфной среде при пересечении ее равномерно движущимся релятивистским электроном возникает только переходное излучение [1], генерируемое вблизи направления скорости электрона. Когда же быстрая заряженная частица пересекает монокристалл, ее кулоновское поле рассеивается на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, порождая параметрическое рентгеновское излучения (ПРИ) [2-4]. При пересечении заряженной частицей поверхности кристаллической пластинки возникает переходное излучение (ПИ), которое затем дифрагируется на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, образуя дифрагированное переходное излучение (ДПИ) [5], фотоны которого вместе с фотонами ПРИ движутся в направлении рассеяния Брэгга. В настоящее время существуют два подхода для описания процесса ПРИ: кинематический [6,7] и динамический [3,4,8]. Следует отметить, что дифрагированное переходное излучения само является динамическим эффектом, а именно эффектом динамической дифракции. Отметим, что кинематический подход учитывает взаимодействия каждого атома только с первичной, или преломленной волной в кристалле. В этом подходе, в отличие от динамического, пренебрегают взаимодействием атома с тем волновым полем, которое создается в кристалле совокупным рассеянием на всех других атомах, то есть не учитывается многоволновое рассеяние, в частности, взаимодействие элементарных волн с преломленной, а также отражения волн между атомными плоскостями. Процесс когерентного рентгеновского излучения релятивистских электронов в кристалле в рамках динамической теории дифракции рентгеновских волн развит в работах [9-14].

---

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации (проектная часть государственного задания №3.500.2014/К в сфере научной деятельности).

Необходимо отметить, что в работах [9-11] рассматривается когерентное рентгеновское излучение в частном случае симметричного отражения, когда отражающая система атомных плоскостей кристалла расположена параллельно поверхности мишени в случае геометрии рассеяния Брэгга и перпендикулярно в случае геометрии рассеяния Лауэ. В работах [12-14] развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистских электронов в кристалле в общем случае асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени, когда система параллельных отражающих слоев мишени может располагаться под произвольным углом к поверхности мишени.

В настоящей работе впервые рассматривается процесс когерентного излучения релятивистского электрона, пересекающего комбинированную среду, состоящую из аморфной и кристаллической пластин.

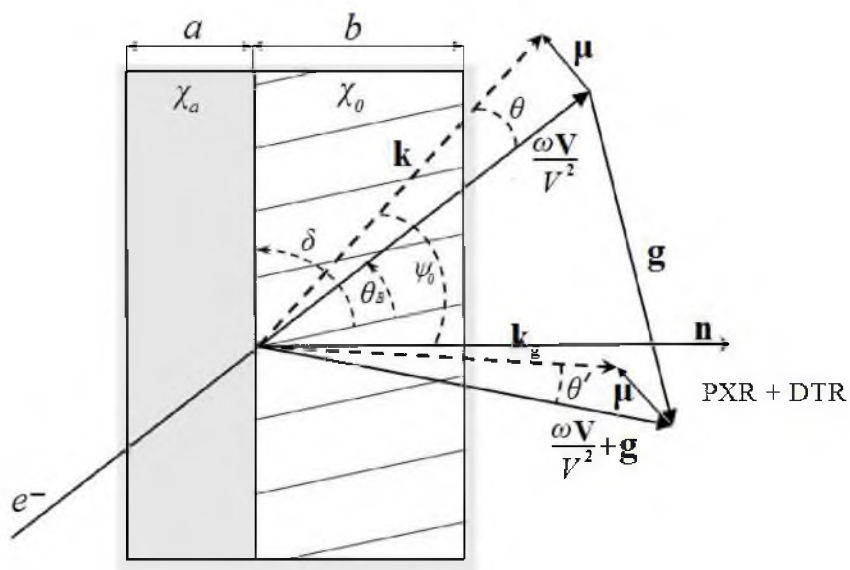


Рис. 1. Геометрия процесса излучения и система обозначений используемых величин;  $\theta$  и  $\theta'$  – углы излучения,  $\theta_B$  – угол Брэгга (угол между скоростью электрона  $V$  и атомными плоскостями),  $\delta$  – угол между поверхностью и рассматриваемыми атомными плоскостями кристалла,  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_g$  – волновые вектора подающего и дифрагированного фотона.

**1. Амплитуда излучения.** Рассмотрим релятивистский электрон, пересекающий со скоростью  $V$  комбинированную структуру, состоящую из аморфной и кристаллической пластин рис. 1 с толщинами соответственно  $a$  и  $b$ . При пересечении релятивистским электроном первой (вакуум-аморфная среда) и второй (аморфная среда-кристалл) границы мишени возникает переходное излучение, которое далее дифрагируют в кристаллической пластине на системе параллельных атомных плоскостей в направлении рассеяния Брэгга (в направлении волнового вектора  $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$  (см. рис. 1)), порождая дифрагированное переходное излучение, выходящее через третью границу кристалл-вакуум вместе с параметрическим рентгеновским излучением, возникающим в кри-



сталлической пластинке. В зависимости от параметров аморфного слоя и угла падения электрона на мишень возможна конструктивная или деструктивная интерференция волн ПИ, возбужденных на первых двух границах, дающих вклад в выход ДПИ. Распространение рентгеновских волн в кристаллической среде будем рассматривать в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции.

Рассмотрим Фурье-образ электрического поля

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \int \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}) dt d^3\mathbf{r} \quad (1)$$

найдем его из уравнения Максвелла

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0))\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)) - \omega^2 \sum_{\mathbf{g}}' \chi_{-\mathbf{g}} \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) = 4\pi i\omega \mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega) \quad (2)$$

где  $\mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega) = 2\pi e\mathbf{V}\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V})$  – плотность тока электрона.

Так как возбуждаемое электромагнитное поле является практически поперечным в рентгеновском диапазоне частот, то падающая  $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)$  и дифрагированная  $\mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega)$  в кристалле электромагнитные волны, определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_0^{(2)}, \\ \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) &= E_g^{(1)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_1^{(1)} + E_g^{(2)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_1^{(2)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где вектора  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_0^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}$ , а векторы  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$ . Векторы  $\mathbf{e}_0^{(2)}$ ,  $\mathbf{e}_1^{(2)}$ , лежат в плоскости векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_g$  ( $\pi$ -поляризация), а вектора  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  перпендикулярны ей ( $\delta$ -поляризация);  $\mathbf{g}$  – вектор обратной решетки, определяющий систему отражающих атомных плоскостей кристалла. В рамках двух волнового приближения динамической теории дифракции уравнение (2) сводится к хорошо известной системе уравнений [15]:

$$\begin{cases} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)E_0^{(s)} + \omega^2\chi_{-\mathbf{g}}C^{(s)}E_{\mathbf{g}}^s = 8\pi^2 i e\omega\theta V P^{(s)}\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}), \\ \omega^2\chi_{\mathbf{g}}C^{(s)}E_0^{(s)} + (\omega^2(1 + \chi_0) - k_{\mathbf{g}}^2)E_{\mathbf{g}}^{(s)} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\chi_{\mathbf{g}}$ ,  $\chi_{-\mathbf{g}}$  – коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки  $\mathbf{g}$ ,

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} (\chi'_{\mathbf{g}}(\omega) + i\chi''_{\mathbf{g}}(\omega)) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}). \quad (5)$$

Величины  $C^{(s)}$  и  $P^{(s)}$  в системе (4) определены следующим образом:

$$\begin{aligned} {}^{(s)} &= \mathbf{e}_0^{(s)}\mathbf{e}_1^{(s)}, & C^{(1)} &= 1, & C^{(2)} &= \cos 2\theta_B, \\ P^{(s)} &= \mathbf{e}_0^{(s)}(\boldsymbol{\mu}/\mu), & P^{(1)} &= \sin \varphi, & P^{(2)} &= \cos \varphi', \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{k} - \omega \mathbf{V}/V^2$  – составляющая импульса виртуального фотона, перпендикулярная скорости частицы  $\mathbf{V}$  ( $\mu = \omega\theta/V$ , где  $\theta \ll 1$  – угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{V}$ ),  $\theta_B$  – угол Брэгга,  $\varphi$  – азимутальный угол излучения, отсчитывается от плоскости, образованной векторами скорости  $\mathbf{V}$  и вектором обратной решетки  $\mathbf{g}$  в кристалле. Длину вектора  $\mathbf{g}$  можно выразить через угол Брэгга и частоту Брэгга  $\omega_B$ :  $g = 2\omega_B \sin \theta_B/V$ . Угол между вектором  $\omega \mathbf{V}/V^2$  и волновым вектором падающей волны  $\mathbf{k}$  обозначен  $\theta$ , а угол между вектором  $\omega \mathbf{V}/V^2 + \mathbf{g}$  и волновым вектором дифрагированной волны  $\mathbf{k}_g$  обозначен  $\theta'$ . Система уравнений (4) при параметре  $s = 1$  описывает поля  $\sigma$  – поляризованные, а при  $s = 2$ ,  $\pi$  – поляризованные.

Решим следующее из системы (4) дисперсионное уравнение

$$(\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)(\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2) - \omega^4 \chi_{-g} \chi_g C^{(s)^2} = 0, \quad (7)$$

стандартными методами динамической теории дифракции рентгеновских волн в кристаллах [16]. Будем искать длины волновых векторов  $k$  и  $k_g$  фотонов в кристалле в виде

$$k = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_0, \quad (8)$$

$$k_g = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_g, \quad (9)$$

Так как в области рентгеновских частот диэлектрические восприимчивости рассматриваемых сред малы ( $|\chi_a| \ll 1$ ,  $(|\chi_0| \ll 1)$ ), то их удобно рассматривать в виде

$$k = \omega(1 + \frac{\chi_0}{2}) + \lambda_0, \quad (10)$$

$$k_g = \omega(1 + \frac{\chi_0}{2}) + \lambda_g. \quad (11)$$

Динамические добавки  $\lambda_0$  и  $\lambda_g$  для рентгеновских волн связаны соотношением (23)

$$\lambda_g = \frac{\omega\beta}{2} + \lambda_0 \frac{\gamma_g}{\gamma_0}. \quad (12)$$

Так как динамические добавки малы  $|\lambda_0| \ll \omega$ ,  $|\lambda_g| \ll \omega$ , то можно пренебречь квадратичными по  $\lambda_0$  и  $\lambda_g$  членами при подставке (10) и (11) в (7), при этом получим по два решения для падающей и дифрагированной волн

$$\lambda_g^{(1,2)} = \frac{\omega}{4} \left( \beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right), \quad (13)$$

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{\gamma_0}{4\gamma_g} \left( -\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right), \quad (14)$$

где  $\beta = \alpha - \chi_0(1 - \gamma_g/\gamma_0)$ ,  $\alpha = (k_g^2 - k^2)/\omega^2$ ,  $\gamma_0 = \cos \psi_0$ ,  $\gamma_g = \cos \psi_g$ ,  $\psi_0$  – угол между волновым вектором падающей волны  $\mathbf{g}$  и вектором нормали к поверхности пластинки  $\mathbf{n}$ ,  $\psi_g$  – угол между волновым вектором  $\mathbf{k}_g$  и вектором  $\mathbf{n}$  (см. рис. 1). Так как динамические добавки малы, то можно показать, что  $\theta \approx \theta'$  (см. рис. 1), и поэтому в дальнейшем угол



$\theta'$  будем обозначать как  $\theta$ . Для дальнейшего решения задачи длины волнового вектора свободных фотонов в аморфной среде

$$k_a = \omega \sqrt{1 + \chi_a} \quad (15)$$

удобно представить в следующем виде

$$k_a = \omega \left( 1 + \frac{\chi_0}{2} \right) + \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} \left( \lambda'_{\mathbf{g}} - \frac{\omega\beta}{2} \right), \quad (16)$$

где

$$\lambda'_{\mathbf{g}} = \lambda_{\mathbf{g}}^* - \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \omega \left( \frac{\gamma^{-2} + \theta^2 - \chi_a}{2} \right), \quad \lambda_{\mathbf{g}}^* = \frac{\omega\beta}{2} + \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \lambda_0^*, \quad \lambda_0^* = \omega \left( \frac{\gamma^{-2} + \theta^2 - \chi_0}{2} \right), \quad (17)$$

а свободного излученного фотона в направлении рассеяния Брэгга в виде

$$k_0 = \omega \left( 1 + \frac{\chi_0}{2} \right) + \lambda''_{\mathbf{g}}, \quad (18)$$

где  $\lambda''_{\mathbf{g}} = -\omega\chi_0/2$ . Используя введенные обозначения и систему уравнений (4), запишем выражения для полей. В вакууме впереди мишени поле состоит из псевдофотонов падающего на мишень кулоновского поля релятивистского электрона

$$E_0^{(s)vacI} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \left[ \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} \left( \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} - \chi_0 - \frac{2}{\omega} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} \lambda_{\mathbf{g}} \right) \right]^{-1} \delta(\lambda_{\mathbf{g}} - \lambda_{\mathbf{g}}^*). \quad (19)$$

В аморфной среде поле состоит из кулоновского поля электрона и поля излученных свободных фотонов  $E_a^{(s)}$

$$E_0^{(s)sr} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \left[ \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} \left( \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} + \chi_a - \chi_0 - \frac{2}{\omega} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} \lambda_{\mathbf{g}} \right) \right]^{-1} \delta(\lambda_{\mathbf{g}} - \lambda_{\mathbf{g}}^*) + E_a^{(s)} \delta(\lambda_{\mathbf{g}} - \lambda'_{\mathbf{g}}). \quad (20)$$

В кристалле для падающей и дифрагированной волны поле состоит из кулоновского поля релятивистского электрона и полей двух свободных распространяющихся в кристалле рентгеновских волн

$$E_0^{(s)cr} = -\frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \cdot \frac{\omega^2 \beta + 2\omega \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \lambda_0}{4 \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} (\lambda_0 - \lambda_0^{(1)}) (\lambda_0 - \lambda_0^{(2)})} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^*) + \\ + E_0^{(s)(1)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(1)}) + E_0^{(s)(2)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(2)}), \quad (21)$$

$$E_{\mathbf{g}}^{(s)cr} = -\frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \cdot \frac{\omega^2 \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_{\mathbf{g}}^2} (\lambda_{\mathbf{g}} - \lambda_{\mathbf{g}}^{(1)}) (\lambda_{\mathbf{g}} - \lambda_{\mathbf{g}}^{(2)})} \delta(\lambda_{\mathbf{g}} - \lambda_{\mathbf{g}}^*) + \\ + E_{\mathbf{g}}^{(s)(1)} \delta(\lambda_{\mathbf{g}} - \lambda_{\mathbf{g}}^{(1)}) + E_{\mathbf{g}}^{(s)(2)} \delta(\lambda_{\mathbf{g}} - \lambda_{\mathbf{g}}^{(2)}). \quad (22)$$



Необходимо отметить, что падающее и дифрагированное поле в кристалле связано следующим из второго уравнения системы (4) соотношением:

$$E_0^{(s)cr} = \frac{2\omega\lambda_{\mathbf{g}}}{\omega^2\chi_{\mathbf{g}}C^{(s)}} E_{\mathbf{g}}^{(s)cr}. \quad (23)$$

Излученное поле в вакууме за мишенью в направлении рассеяния Брэгга будет иметь следующий вид:

$$E_{\mathbf{g}}^{(s)vacII} = E_{\mathbf{g}}^{(s)Rad} \delta(\lambda_{\mathbf{g}} - \lambda_{\mathbf{g}}''). \quad (24)$$

Для определения амплитуды поля излучения  $E_{\mathbf{g}}^{(s)Rad}$  воспользуемся граничными условиями на трех границах рассматриваемой комбинированной мишени

$$\begin{aligned} \int E_0^{(s)vacI} d\lambda_{\mathbf{g}} &= \int E_0^{(s)sr} \delta\lambda_{\mathbf{g}}, \\ \int E_0^{(s)sr} e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}}{\gamma_{\mathbf{g}}}a} d\lambda_{\mathbf{g}} &= \int E_0^{(s)cr} e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}}{\gamma_{\mathbf{g}}}a} d\lambda_{\mathbf{g}}, \\ \int E_{\mathbf{g}}^{(s)cr} e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}}{\gamma_{\mathbf{g}}}a} d\lambda_{\mathbf{g}} &= 0, \\ \int E_{\mathbf{g}}^{(s)cr} e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}}{\gamma_{\mathbf{g}}}(a+b)} d\lambda_{\mathbf{g}} &= \int E_{\mathbf{g}}^{(s)vacII} e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}}{\gamma_{\mathbf{g}}}(a+b)} d\lambda_{\mathbf{g}}, \end{aligned} \quad (25)$$

для поля излучения получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{g}}^{(s)Rad} &= \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \cdot \frac{\omega^2\chi_{\mathbf{g}}C^{(s)}}{2\omega\frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}}(\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^{(2)})} \exp \left[ i \left( \frac{\omega\chi_0}{2}(a+b) + \lambda_{\mathbf{g}}^*b \right) / \gamma_{\mathbf{g}} \right] \times \\ &\times \left[ \left( \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} + \frac{\omega}{2\frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}}(\gamma_{\mathbf{g}}^* - \gamma_{\mathbf{g}}^{(1)})} \right) e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}a} \left( e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}b} - 1 \right) - \right. \\ &- \left( \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} + \frac{\omega}{2\frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}}(\gamma_{\mathbf{g}}^* - \gamma_{\mathbf{g}}^{(2)})} \right) e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}a} \left( e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}b} - 1 \right) + \\ &+ \left( \frac{1}{\chi_a - \theta^2 - \gamma^{-2}} - \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} \right) e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}a} \left( e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}b} - e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}b} \right) + \\ &\left. + \left( \frac{1}{\theta + \gamma^{-2} - \chi_a} - \frac{1}{\theta + \gamma^{-2}} \right) e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}a} \left( e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}b} - e^{i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}b} \right) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Так как в настоящей работе рассмотрение процесса излучения релятивистского электрона в комбинированной среде, состоящей из аморфной и кристаллической пластин, ограничено прямолинейным движением электрона, то два механизма излучения вносят вклад в суммарный выход излучения: DTR и PXR. Выделим из общей амплитуды когерентного излучения (26) амплитуды двух различных механизмов излучения, записав их в виде двух слагаемых:

$$E_g^{(s)Rad} = E_{PXR}^{(s)} + E_{DTR}^{(s)}, \quad (27)$$



$$E_{PXR}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \cdot \frac{\omega^2 \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{2\omega \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} (\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})} \exp \left[ i \left( \frac{\omega \chi_{\mathbf{g}}}{2} + \lambda_g^* \right) \frac{a+b}{\gamma_g} \right] \times$$

$$\times \left[ \left( \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)})} \right) \left( e^{i \frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}} b} - 1 \right) - \right.$$

$$\left. - \left( \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)})} \right) \left( e^{i \frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}} b} - 1 \right) \right], \quad (28)$$

$$E_{DTR}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \cdot \frac{\omega^2 \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)} \left( e^{i \frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}} b} - e^{i \frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}} b} \right)}{2\omega \frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}} (\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})} e^{i \left( \frac{\omega \chi_{\mathbf{g}}}{2} + \lambda_g^* \right) \frac{a+b}{\gamma_g}} \times$$

$$\times \left[ \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_a} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} \right) e^{-i \frac{\omega a}{2\gamma_0} (\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_a)} + \left( \frac{1}{\chi_a - \theta^2 - \gamma^{-2}} - \frac{1}{\chi_0 - \theta^2 - \gamma^{-2}} \right) \right]. \quad (29)$$

Выражение (28) представляет амплитуду поля PXR релятивистского электрона в комбинированной среде, которое возникает при пересечении электроном кристаллической пластины, расположенной за аморфной средой. Слагаемые в квадратных скобках соответствуют двум рентгеновским волнам, возбуждаемым в кристаллической среде в направлении рассеяния Брэгга.

Выражение (29) описывает амплитуду дифрагированного переходного излучения в комбинированной структуре, которое включает в себя переходное излучение, возникающее на первой и второй границе, далее дифрагированное на системе параллельных атомных плоскостей кристаллической пластинки. Первое слагаемое в квадратных скобках выражения (29) относится к переходному излучению, возникающему при пересечении релятивистским электроном границы между вакуумом и аморфной средой, а второе относится к переходному излучению, возбуждаемому на второй границе (между аморфной средой и кристаллом). Так как выражения для амплитуд процессов излучения PXR и DTR получены из общей амплитуды когерентного излучения, то они позволяют исследовать влияние интерференции PXR и DTR на результирующее излучение их мишени, а также влияние интерференции переходных излучений от разных границ комбинированной среды на DTR.

Для дальнейшего анализа излучения, динамические добавки (13) представим в следующем виде:

$$\lambda_g^{(1,2)} = \frac{\omega |\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}}{2} \left( \xi^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2} \pm \right.$$

$$\left. \pm \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon - 2i\rho^{(s)} \left( \frac{(1-\varepsilon)}{2} \xi^{(s)} + \kappa^{(s)} \varepsilon \right) - \rho^{(s)2} \left( \frac{(1-\varepsilon)^2}{4} + \kappa^{(s)2} \varepsilon \right)} \right), \quad (30)$$



где

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 - \varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \quad \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi_g'| C^{(s)}} \left( 1 - \frac{\omega(1 - \theta \cos \varphi \cot \theta_B)}{\omega_B} \right) \quad (31)$$

$$\varepsilon = \frac{\gamma_g}{\gamma_0} = \frac{\cos \psi_g}{\cos \psi_0}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi_0''}{|\chi_g'| C^{(s)}}, \quad \kappa^{(s)} = \frac{\chi_g'' C^{(s)}}{\chi_0''}.$$

Так как в области рентгеновских частот выполняется неравенство  $2 \sin^2 \theta_B / V^2 |\chi_g'| C^{(s)} \gg 1$ , то  $\eta^{(s)}(\omega)$  является быстрой функцией от частоты, и поэтому для дальнейшего анализа спектров PXR и DTR очень удобно рассматривать  $\eta^{(s)}(\omega)$  как спектральную переменную, характеризующую частоту  $\omega$ .

Важным параметром в выражении (30) является параметр  $\varepsilon$ , который представим в виде

$$\varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)} \quad (32)$$

и определяет степень асимметрии отражения поля в кристалле относительно поверхности мишени. Здесь  $\theta_B$  – угол между скоростью электрона и системой параллельных атомных плоскостей кристалла,  $\delta$  – угол между поверхностью мишени и отражающими плоскостями. Необходимо отметить, что угол падения электрона на поверхность мишени  $\delta - \theta_B$  увеличивается при уменьшении параметра  $\varepsilon$ . Отметим, что в симметричном случае волновые векторы падающих и дифрагированных фотонов составляют с поверхностью пластинки равные углы, а в случае асимметричного отражения неравные. При этом в симметричном случае  $\varepsilon = 1$  и  $\delta = \pi/2$ , а в асимметричном  $\varepsilon \neq 1$  и  $\delta \neq \pi/2$ .

Подставляя выражения (30) в (28) и (29), представим выражения амплитуд полей PXR и DTR в следующем виде:

$$E_{PXR}^{(s)} = \frac{4\pi^2 i e V}{\omega} \frac{\theta P^{(s)}}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_0} \times$$

$$\times \left( \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon} - i\varepsilon\rho^{(s)}(\Delta^{(2)} - 1)}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon} - i\frac{\varepsilon\rho^{(s)}}{2}(\Delta^{(2)} - \Delta^{(1)})} \cdot \frac{1 - e^{-iB^{(s)}\left(\rho^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right) - B^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}}}{\sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon} - i\rho^{(s)}\Delta^{(2)}} - \right. \quad (33)$$

$$\left. - \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon} - i\varepsilon\rho^{(s)}(\Delta^{(1)} - 1)}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon} - i\frac{\varepsilon\rho^{(s)}}{2}(\Delta^{(2)} - \Delta^{(1)})} \cdot \frac{1 - e^{-iB^{(s)}\left(\rho^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right) - B^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}}}{\sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon} - i\rho^{(s)}\Delta^{(1)}} \right) \times$$

$$\times e^{i\left(\frac{\omega\chi_0}{2} + \lambda_g^*\right) \frac{a+b}{\gamma_g}},$$





$$\begin{aligned}
 E_{DTR}^{(s)} = & \frac{4\pi^2 ieV}{\omega} \theta P^{(s)} \left[ \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_a} \right) e^{-i\frac{\omega\alpha}{2\gamma_0}(\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_a)} + \right. \\
 & \left. + \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_a} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_0} \right) \right] \times \frac{\varepsilon}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon} - i\frac{\varepsilon\rho^{(s)}}{2}(\Delta^{(2)} - \Delta^{(1)})} \times \\
 & \times \left( e^{-iB^{(s)}\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right) - B^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}} - e^{-iB^{(s)}\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right) - B^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}} \right) \times \\
 & \times e^{i\left(\frac{\omega\chi_0}{2} + \lambda_g^*\right)\frac{a+b}{\gamma_g}},
 \end{aligned} \quad (34)$$

где

$$\begin{aligned}
 \Delta^{(2)} = & \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} + \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}} + \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)} + \varepsilon}}, \quad \Delta^{(1)} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} - \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}} - \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)} + \varepsilon}}, \\
 \sigma^{(s)} = & \frac{1}{|\chi'_g| C^{(s)}} \left( \theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0 \right) \equiv \frac{1}{\nu^{(s)}} \left( \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|} + 1 \right), \\
 \nu^{(s)} = & \frac{\chi'_g C^{(s)}}{\chi'_0}, \quad B^{(s)} = \frac{\omega |\chi'_g| C^{(s)} b}{2 \gamma_0}.
 \end{aligned} \quad (35)$$

Параметр  $B^{(s)}$  можно представить в виде

$$B^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \frac{b}{L_{ext}^{(s)}}, \quad (36)$$

откуда видно, что он равен половине пути электрона в кристаллической пластинке, выраженной в длинах экстинкции  $L_{ext}^{(s)} = [\omega |\chi'_g| C^{(s)}]^{-1}$ .

Выход PXR формируется в основном только одной из ветвей, соответствующей второму слагаемому в (33). Как нетрудно убедиться непосредственно, только в этом слагаемом обращается в нуль реальная часть знаменателя. Решение соответствующего уравнения

$$\sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon} = 0, \quad (37)$$

определяет частоту  $\omega_*$ , в окрестности которой сосредоточен спектр фотонов PXR, излучаемых под фиксированным углом наблюдения.

**3. Спектрально-угловая плотность излучения.** Подставляя (33) и (34) в хорошо известное [19-22] выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения

$$\omega \frac{d^2 N}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \sum_{s=1}^2 |E^{(s)Rad}|^2, \quad (38)$$

получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности PXR и DTR релятивистского электрона в комбинированной среде аморфная среда-кристалл

$$\omega \frac{d^2 N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} P^{(s)2} \frac{\theta^2}{(\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0)^2} R_{PXR}^{(s)}, \quad (39)$$



$$R_{PXR}^{(s)} = \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}\right)^2 \times \frac{1 + \exp(-2B^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}) - 2 \exp(-B^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}) \cos\left(B^{(s)}\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)\right)}{\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)^2 + \rho^{(s)2} \Delta^{(1)2}}, \quad (40)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} P^{(s)2} G(\theta) R_{DTR}^{(s)}, \quad (41)$$

$$G(\theta) = \theta^2 \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a} \right)^2 \exp\left(-\frac{\omega \chi''_a}{\gamma_0} a\right) + \theta^2 \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0} \right)^2 + 2\theta^2 \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a} \right) \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0} \right) \times \cos\left(\frac{\omega a}{2\gamma_0} (\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_a)\right) \exp\left(-\frac{\omega \chi''_a}{2\gamma_0} a\right), \quad (42)$$

$$R_{DTR}^{(s)} = \frac{\varepsilon^2}{\xi(\omega)^2 + \varepsilon} \left[ \exp\left(-2B^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}\right) + \exp\left(-2B^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}\right) - 2 \cdot \exp\left(-B^{(s)}\rho^{(s)}\frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon}\right) \cdot \cos\left(\frac{2B^{(s)}\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}\right) \right]. \quad (43)$$

В полученных выражениях функции  $R_{PXR}^{(s)}$  и  $R_{DTR}^{(s)}$  представляют соответственно спектры PXR и DTR, которые описывают в рамках динамической теории дифракции прохождение свободных и связанных рентгеновских фотонов через кристаллическую пластину. При этом в спектр DTR вносит вклад две возбужденные в кристалле рентгеновские волны с соответствующими линейными коэффициентами поглощения

$$\mu_1^{(s)} = \omega \chi_0'' \varepsilon \Delta^{(1)} \equiv \frac{\varepsilon}{L_{ext}} \rho^{(s)} \Delta^{(1)}, \quad \mu_2^{(s)} = \omega \chi_0'' \varepsilon \Delta^{(2)} \equiv \frac{\varepsilon}{L_{ext}} \rho^{(s)} \Delta^{(2)}, \quad (44)$$

а в спектр PXR только одна волна с коэффициентом поглощения  $\mu_1^{(s)}$ .

Выражение (42)  $G(\theta)$  описывает угловую часть дифрагированного переходного излучения, оно состоит из трех слагаемых. Первое слагаемое соответствует переходному излучению, возникающему при пересечении релятивистским электроном первой границы, которое далее проходит через аморфную среду и дифрагирует в брэгговском направлении в кристаллической пластине; второе слагаемое соответствует ПИ, возникающему на второй границе (между аморфной средой и кристаллом), которое также дифрагирует в кристаллической пластине, а третье слагаемое описывает их интерференцию.

Полученные в рамках динамической теории дифракции выражения [39-43] описывающие спектрально – угловые распределения PXR и DTR релятивистского электрона



в комбинированной среде, являются главным результатом настоящей работы. Данные выражения учитывают асимметрию отражения (параметр  $\varepsilon$ ) поля в кристаллической пластинке относительно поверхности мишени. Для дальнейшего анализа спектрально-угловых свойств PXR и DTR представим выражения [39-43] в следующем удобном виде

$$\omega \frac{d^2 N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{P^{(s)^2}}{|\chi'_0|} T_{PXR}^{(s)}, \quad (45)$$

$$T_{PXR}^{(s)} = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \frac{1}{(\Gamma + 1)^2} R_{PXR}^{(s)}, \quad (46)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{P^{(s)^2}}{|\chi'_0|} T_{DTR}^{(s)}, \quad (47)$$

$$T_{DTR}^{(s)} = G'(\theta) R_{DTR}^{(s)}, \quad (48)$$

$$G'(\theta) = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \left( \frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_a} \right)^2 \exp\left(-2B^{(s)} \cdot \rho^{(s)} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{\chi_a''}{\chi_0''}\right) + \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \left( \frac{1}{\Gamma_a} - \frac{1}{\Gamma + 1} \right)^2 + \\ + 2 \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} \left( \frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_a} \right) \left( \frac{1}{\Gamma_a} - \frac{1}{\Gamma + 1} \right) \cos\left(B^{(s)} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{\nu^{(s)}} \Gamma_a\right) \exp\left(-B^{(s)} \cdot \rho^{(s)} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{\chi_a''}{\chi_0''}\right), \quad (49)$$

где  $\Gamma = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|}$ ,  $\Gamma_a = \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|} + \frac{\chi_a'}{\chi_0'}$ . При переходе от выражения (42) к выражению (49) использовались очевидные соотношения

$$\frac{\omega \chi_a''}{2\gamma_0} = B^{(s)} \cdot \rho^{(s)} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{\chi_a''}{\chi_0''}, \quad (50)$$

$$\frac{\omega a}{2\gamma_0} (\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_a') = B^{(s)} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{\nu^{(s)}} \left( \frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|} + \frac{\chi_a'}{\chi_0'} \right).$$

Параметры первого аморфного слоя выражаются через параметры кристаллического слоя и соотношения параметров обоих слоев:  $a/b$ ,  $\chi_a'/\chi_0'$ ,  $\chi_a''/\chi_0''$ . Вместо угла наблюдения  $\theta$ , удобнее использовать нормированный на величину  $\sqrt{|\chi'_0|}$  угол наблюдения, то есть параметр  $\theta/\sqrt{|\chi'_0|}$ . Отметим, что диэлектрическая восприимчивость в рассматриваемой нами рентгеновской области частот описывается выражением  $\chi_a = \chi_a' + i\chi_a''$ ,  $\chi_a' = -\omega_a^2/\omega^2$ ,  $\omega_a^2 = 4\pi Z_a e^2 n_a/m$ , где  $Z_a$  – число электронов в атоме;  $n_a$  – плотность атомов. Отсюда следует соотношение  $\chi_a'/\chi_0' = Z_a n_a / Z_0 n_0$ , т.е. соотношение диэлектрических восприимчивостей аморфной и кристаллической частей мишени пропорционально отношению плотностей их материалов.

**4. Тонкая непоглощающая мишень.** Рассмотрим свойства излучения для сравнительно простого случая тонкой мишени, когда коэффициентами поглощения можно пренебречь, то есть положить  $\rho^{(s)} = 0$ . В этом случае спектрально-угловые распределения выходов ПРИ и ДПИ, следующие из [45-49] переходят в выражения

$$\omega \frac{d^2 N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{P^{(s)^2}}{|\chi'_0|} T_{PXR}^{(s)}, \quad (51)$$



$$T_{PXR}^{(s)} = \frac{\theta^2}{|\chi_0'|} \frac{1}{(\Gamma + 1)^2} R_{PXR}^{(s)}, \quad (52)$$

$$R_{PXR}^{(s)} = 4 \left( 1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}} \right)^2 \cdot \frac{\sin^2 \left( \frac{B^{(s)}}{2} \left( \sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right)}{\left( \sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \right)^2}, \quad (53)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{P^{(s)2}}{|\chi_0'|} T_{DTR}^{(s)}, \quad (54)$$

$$T_{DTR}^{(s)} = T_{DTR}^{1(s)} + T_{DTR}^{2(s)} + T_{DTR}^{int(s)}, \quad (55)$$

$$T_{DTR}^{1(s)} = \frac{\theta^2}{|\chi_0'|} \left( \frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_a} \right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \quad (56)$$

$$T_{DTR}^{2(s)} = \frac{\theta^2}{|\chi_0'|} \left( \frac{1}{\Gamma_a} - \frac{1}{\Gamma + 1} \right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \quad (57)$$

$$T_{DTR}^{int(s)} = 2 \frac{\theta^2}{|\chi_0'|} \left( \frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma_a} \right) \left( \frac{1}{\Gamma_a} - \frac{1}{\Gamma + 1} \right) \cos \left( B^{(s)} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{\nu^{(s)}} \Gamma_a \right) R_{DTR}^{(s)}, \quad (58)$$

$$R_{DTR}^{(s)} = \frac{4\varepsilon^2}{\xi^2 + \varepsilon} \sin^2 \left( \frac{B^{(s)} \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \right). \quad (59)$$

В (54) выражение для  $T_{DTR}^{(s)}$  описывающее спектрально-угловую плотность дифрагированного переходного излучения, представлено в виде суммы слагаемых, описывающих дифрагированные излучения от первой и второй границ, соответственно  $T_{DTR}^{1(s)}$  и  $T_{DTR}^{2(s)}$ , а также их интерференционное слагаемое  $T_{DTR}^{int(s)}$ .

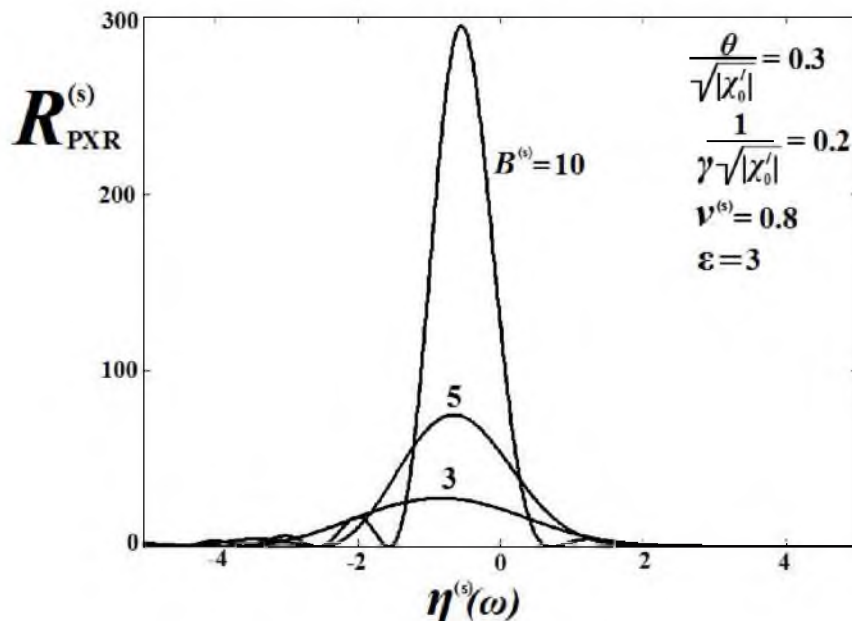


Рис. 2. Спектры ПРИ для разных толщин кристаллической пластины.



Рассмотрим спектр ПРИ релятивистского электрона, пересекающего комбинированную среду, описываемый функцией  $R_{PXR}^{(s)}$  см. (53). Можно видеть, что спектр зависит от толщины только кристаллической составляющей мишени, и не зависит от толщины аморфной. Этот спектр можно наблюдать под фиксированном углом наблюдения  $\theta$ . Кривые, описывающие спектр ПРИ, построенные по формуле (53), представлены на рис. 2. Эти кривые демонстрируют рост амплитуды спектра при увеличении толщины кристаллической мишени  $b$ , входящей в параметр  $B^{(s)}$ . Кривые, представленные на рис. 2, как и все рассматриваемые далее, построены для конкретного значения параметра асимметрии отражения  $\varepsilon = 3$ , определяющего угол  $\delta$  между системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхностью мишени при фиксированном угле  $\theta_B$ .

Далее рассмотрим влияние диэлектрических свойств аморфной мишени на дифрагированное переходное излучение. На рис. 3 представлены кривые, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ, построенные по формулам (52) и (54) при фиксированных значениях угла наблюдения  $\theta$ , Лоренц-фактора электрона  $\gamma$  и параметров кристаллической пластины. При этом толщина аморфной и кристаллической пластин выбрана одинаковой  $a/b = 1$ . Из рисунка следует существенное увеличение плотности ДПИ при увеличении соотношения  $\chi'_a/\chi'_0 = Z_a n_a / Z_0 n_0$ , то есть при увеличении плотности материала аморфной среды. При этом спектрально-угловая плотность ПРИ не изменяется. Таким образом, изменяя материал аморфной среды можно повысить спектрально-угловую плотность ДПИ, не увеличивая энергии электрона, при этом формулы, полученные в настоящей работе, позволяют рассчитать величины спектрально-угловой плотности ДПИ и ПРИ в зависимости от параметров мишени.

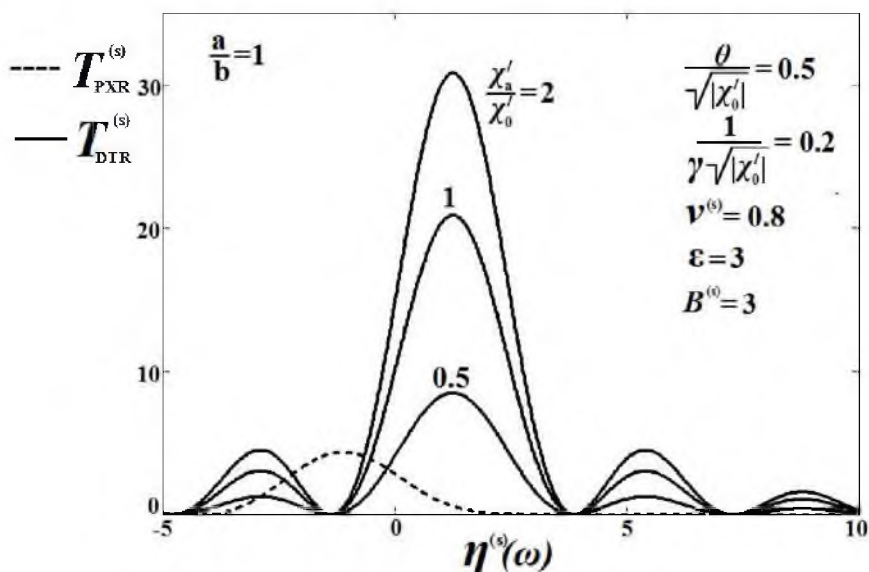


Рис. 3. Спектр ПРИ и спектры ДПИ для разных аморфных сред (различных соотношений  $\chi'_a/\chi'_0$ ).

Вклады в спектрально-угловую плотность ДПИ переходных излучений, формируемых на первой и второй границах комбинированной среды и их интерференционного

слагаемого демонстрируют построенные по формулам [55-58] кривые, представленные на рис. 4 - 6.

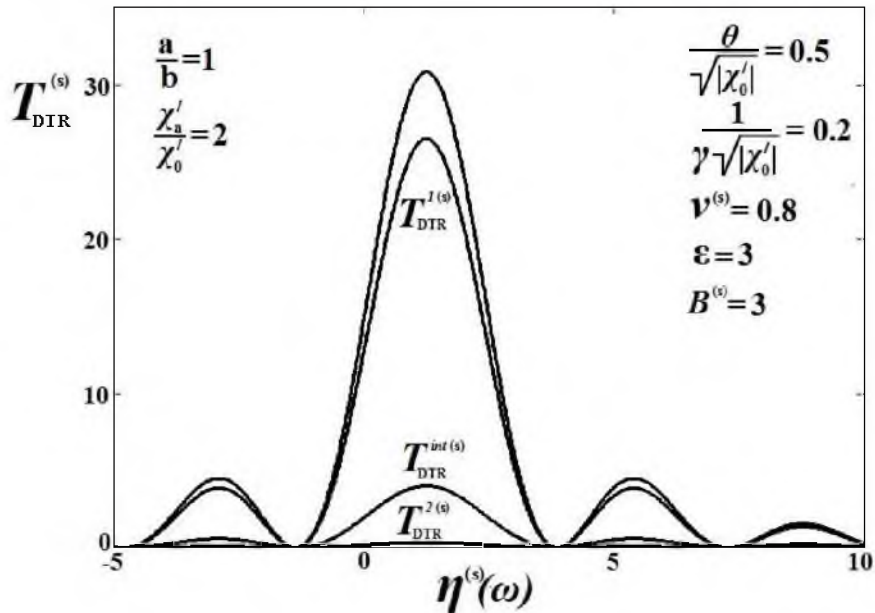


Рис. 4. Вклады в спектр ДПИ волн ПИ, возбуждаемых на первой и второй границе, и их интерференционного слагаемого.

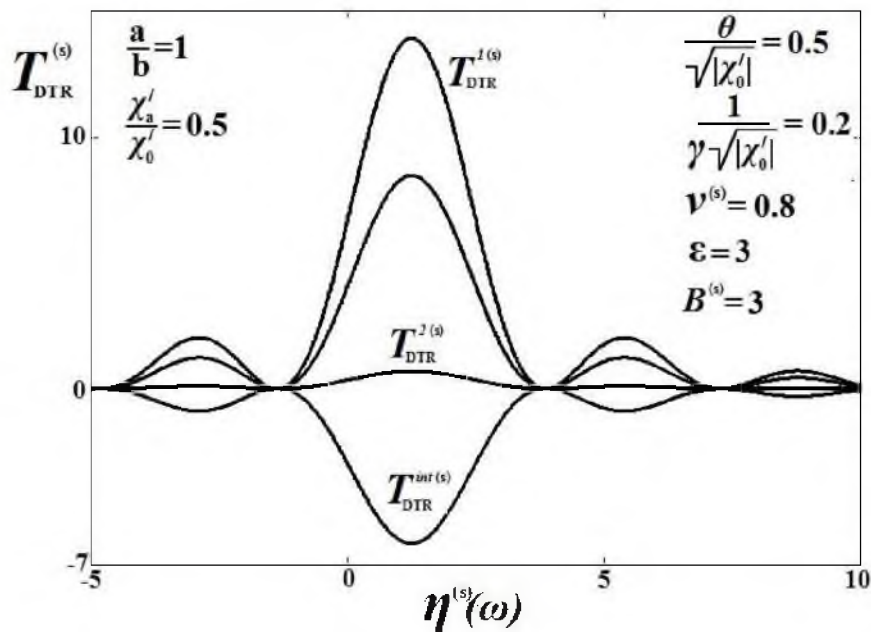


Рис. 5. То же, что на рис. 4, но для меньшего значения соотношения  $\chi'_a/\chi'_0$ .

В частности, из рис. 4 видно, что в случае, когда аморфная среда является более плотной, чем кристаллическая, основной вклад в выход ДПИ дает волна, возбужденная на первой границе. При этом интерференционное слагаемое оказывается более



существенным, чем слагаемое, определяющее вклад волны, возбужденной на второй границе комбинированной среды.

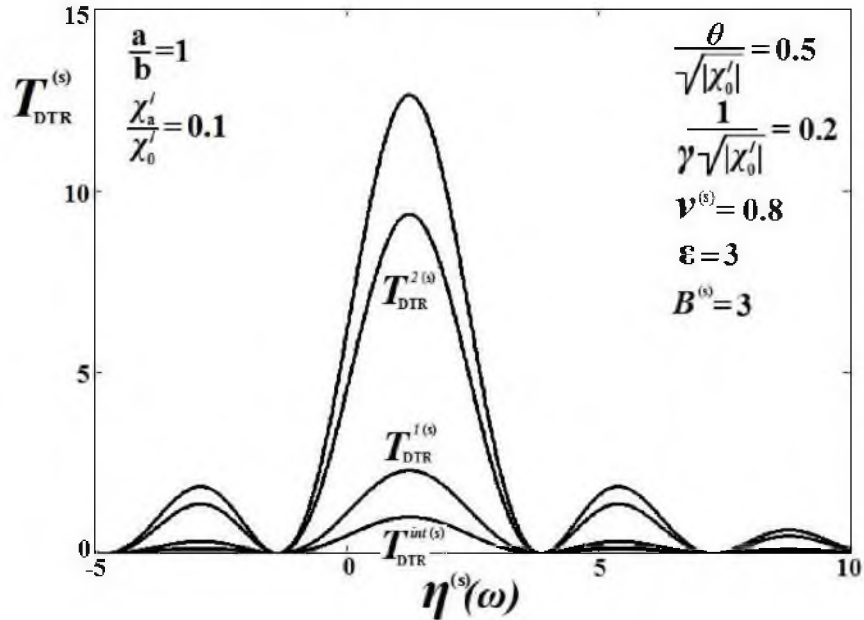


Рис. 6. То же, что на рис. 5, но для меньшего значения соотношения  $\chi_a'/\chi_0'$ .

При уменьшении плотности аморфной среды интерференционное слагаемое может давать деструктивный вклад в спектрально-угловую плотность ДПИ (см. рис. 5). Если же плотность аморфной среды существенно уменьшить, вклад в суммарный ДПИ волны переходного излучения, возбужденной на второй границе, может стать подавляющим. Ко всем этим выводам можно прийти непосредственно, аналитически анализируя выражения [54-59]. Отметим, что изменение толщины аморфной среды  $a$  в случае тонкой непоглощающей мишени влияет, как следует из [54-59], только на интерференционное слагаемое и существенно повлиять на спектральную плотность не может.

Рассмотрим влияние аморфной среды, через параметр  $\chi_a'/\chi_0'$ , на угловую плотность ДПИ. Для этого проинтегрируем выражения (51) и (54) по частотной функции  $\eta^{(s)}(\omega)$ .

$$\frac{dN_{PXR}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 P^{(s)^2}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} F_{PXR}^{(s)}(\theta), \quad (60)$$

$$F_{PXR}^{(s)}(\theta) = \nu^{(s)} \int_{-\infty}^{+\infty} T_{PXR}^{(s)} d\eta^{(s)}(\omega), \quad (61)$$

$$\frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 P^{(s)^2}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} F_{DTR}^{(s)}(\theta), \quad (62)$$

$$F_{DTR}^{(s)}(\theta) = \nu^{(s)} \int_{-\infty}^{+\infty} T_{DTR}^{(s)} d\eta^{(s)}(\omega). \quad (63)$$

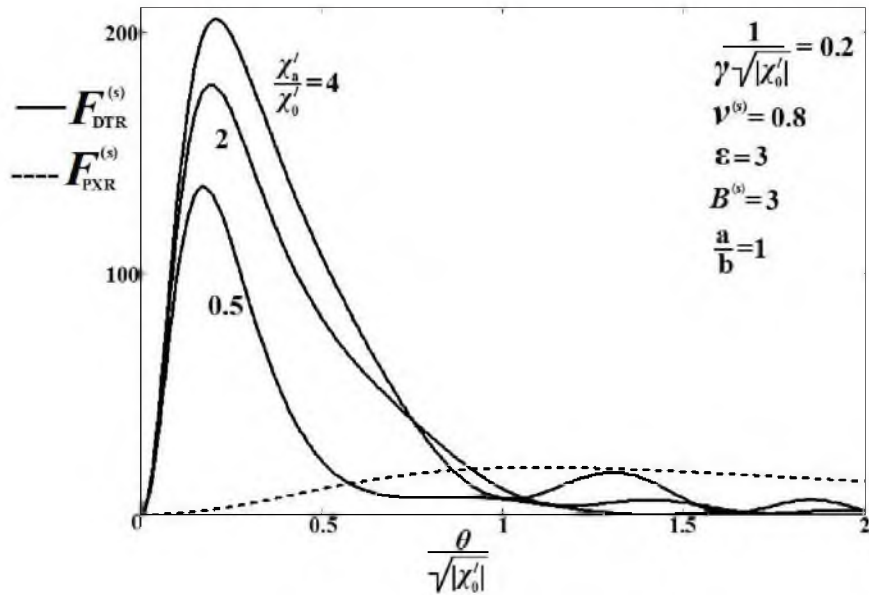


Рис. 7. Угловая плотность ПРИ и угловые плотности ДПИ для разных аморфных сред.

На рис. 7 построены кривые, описывающие угловые плотности ДПИ и ПРИ, из которых следует, что, как и для спектрально-угловой плотности, при фиксированном угле наблюдения (см. рис. 3), увеличение соотношения  $\chi'_a/\chi'_0$  приводит к существенному росту угловой плотности ДПИ. Данный факт может быть использован при создании компактных, интенсивных альтернативных источников рентгеновского излучения на основе взаимодействия релятивистских электронов со сложными структурированными материалами.

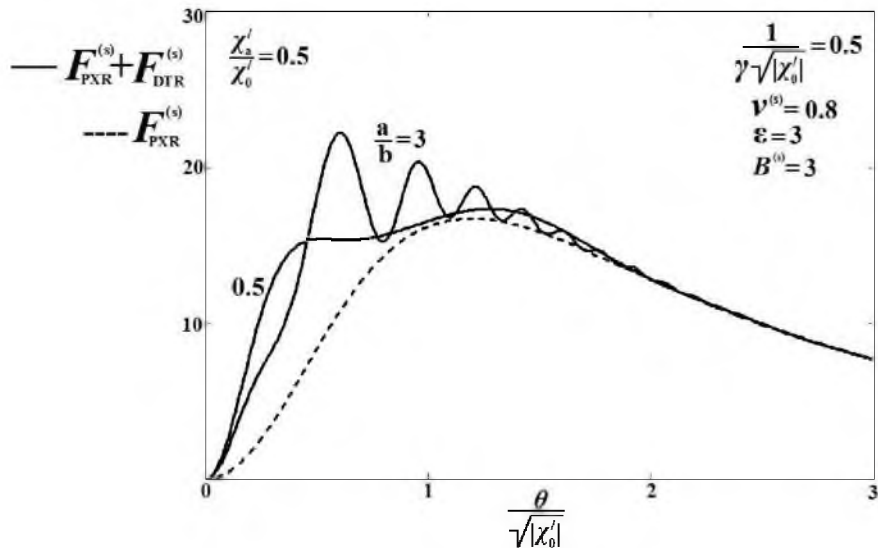


Рис. 8. Влияние ПИ из аморфной подложки, на угловую плотность ПРИ.

В случае меньших энергий излучающих электронов, когда вклад ПРИ в суммарное угловую плотность становится определяющим, ДПИ может привести к различным





деформациям или осцилляциям в угловой плотности суммарного когерентного излучения (см. рис. 8), в зависимости от соотношения  $a/b$ , определяющего толщину аморфной пластинки при фиксированной толщине  $b$  кристаллической пластинки. Этот факт также можно использовать при постановке реальных экспериментов, в которых аморфная среда выступает в качестве подложки ультратонкой кристаллической пластинки.

**Заключение.** В рамках динамической теории дифракции развита теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего комбинированную среду, состоящую из аморфной и кристаллической пластин. В работе на основе двух волнового приближения динамической теории дифракции получены выражения, описывающие спектральные угловые плотности параметрического рентгеновского и дифрагированного переходного излучений. Расчеты спектрально угловых распределений, проведенные на основе этих выражений, позволили показать, что при увеличении плотности аморфной среды по сравнению с плотностью кристаллической вклад ДПИ в суммарное излучение из комбинированной мишени возрастает, при этом вклад ПРИ не изменяется. Исследован вклад волн переходных излучений, возбуждаемых на первой и второй границе и их интерференционного слагаемого в суммарный выход ДПИ. Исследовано влияние переходного излучения из аморфной подложки, дифрагированного затем на системе параллельных атомных плоскостей кристаллической части мишени, на спектрально-угловые характеристики когерентного рентгеновского излучения из комбинированной мишени.

### Литература

1. Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ЖЭТФ. – 1946. – 16, С.15; Ginzburg V., Frank I. // J. Phys. (USSR). – 1945. – 9, С.353.
2. Тер-Микаэлян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях / Ереван: АН АрмССР, 1969. – 460 с.
3. Гарибян Г.М., Ян Ши // ЖЭТФ. – 1971. – 61. – С.930.
4. Барышевский В.Г., Феранчук И.Д. // ЖЭТФ. – 1971. – 61, С.944.
5. Nasonov N. // Phys. Lett. A. – 1999. – 260, С.391.
6. Nitta H. // Phys. Lett. A. – 1991. – 158, С.270.
7. Feranchuk I.D., Ivashin A.V. // J. Physique. – 1985. – 46, С.1981.
8. Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D. // J. Physique. – 1983. – 44, С.913.
9. Nasonov N. // Physics Letters A. – 2001. – 292, С.146..
10. Nasonov N., Noskov A. // Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B. – 2003. – 201, С.67.
11. Nasonov N.N., Zhukova P., Piestrup M.A., Park H. Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B. – 2006. – 251, С.96.
12. Blazhevich S., Noskov A. // Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B. – 2006. – 252, С.69.
13. Blazhevich S.V., Noskov A.V. // Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B. – 2008. – 266, С.3770.
14. Blazhevich S., Noskov A. // ЖЭТФ. – 2009. – 136, С.1043.
15. Базылев В.А., Жеваго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях / М.: Наука, 1987. – 272 с.
16. Пинскер З.Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах / М.: Наука, 1974. – 368 с.

**COHERENT X-RAY RADIATION OF RELATIVISTIC ELECTRON  
INTERSECTING AMORPHUS AND CRYSTAL PLATES****S.V. Blazhevich, R.A. Zagorodnyuk, A.V. Noskov, O.N. Satler**Belgorod State University,  
Pobedy St., 85, Belgorod, 308015, Russia, e-mail: [noskov\\_a@bsu.edu.ru](mailto:noskov_a@bsu.edu.ru)

**Abstract.** In frameworks of dynamical diffraction theory it is built the theory of coherent X-ray radiation of relativistic electron intersecting the combined medium that consists of amorphous and crystal plates. Theory takes into account the asymmetry of field reflection relative to the surface мишени. It is defined by the angle between atom planes and target surface. Expressions describing spectral angular density of parametric X-ray radiation and diffraction transition irradiation in the medium are obtained and investigated.

**Key words:** relativistic electron, dynamical diffraction, diffracting переходное radiation.