MSC 74F10

МОДЕЛЬ АКУСТИКИ В КОНФИГУРАЦИИ УПРУГОЕ ТЕЛО – ПОРОУПРУГАЯ СРЕДА

А.А. Герус, С.А. Гриценко

Белгородский государственный университет,
ул. Студенческая, 14, г.Белгород, 308007, Россия, e-mail: sgritsenko@bsu.edu.ru,
artur-gerus@mail.ru

Аннотация. Рассматривается акустика в композитных средах с двумя различными компонентами. Композитная среда Q состоит из некоторого упругого тела $\Omega^{(s)}$ и пороупругой среды Ω. Доказывается существование и единственность обобщенного решения. Выполняется усреднение модели.

Ключевые слова: композитные среды, периодическая структура, уравнения Ламе, уравнения акустики, пороупругость, усреднение периодических структур, двухмасштабная сходимость.

1. Постановка задачи. Пусть рассматриваемая область Q представляет собой единичный куб: $Q = (0,1)\times(0,1)\times(0,1)$, пороупругая среда занимает область $\Omega = (0,1)\times(0,1)\times(0,a)$, $0<a<1$ и область $\Omega^{(s)}$ ($\Omega^{(f)}$, или Ω^0) есть открытое дополнение области Ω:

$$Q = \Omega\cup\Omega^{(s)}\cup S^{(0)}, \quad S^{(0)} = \partial\Omega\cap\partial\Omega^{(s)}\,.$$

Движение смеси в области Ω при $t>0$ описывается системой уравнений

$$\Big(\frac{\chi^\varepsilon}{\bar{c}_f^2} + \frac{1-\chi^\varepsilon}{\bar{c}_s^2}\Big)p + \nabla\cdot\mathbf{w} = 0\,, \tag{1}$$

$$\Big(\varrho_f\chi^\varepsilon + (1-\chi^\varepsilon)\varrho_s\Big)\frac{\partial^2\mathbf{w}}{\partial t^2} = \nabla\cdot\mathbb{P} + \varrho^\varepsilon\mathbf{F}\,, \tag{2}$$

$$\mathbb{P} = \chi^\varepsilon\bar{\alpha}_\mu\mathbb{D}\Big(x,\frac{\partial\mathbf{w}}{\partial t}\Big) + (1-\chi^\varepsilon)\bar{\alpha}_\lambda\mathbb{D}(x,\mathbf{w}) - p\,\mathbb{I}\,, \tag{3}$$

Движение упругого тела $\Omega^{(s)}$ при $t>0$ описывается уравнениями Ламе

$$\frac{1}{\Big(\bar{c}_s^{(0)}\Big)^2}p + \nabla\cdot\mathbf{w} = 0\,, \tag{4}$$

$$\varrho_s^{(0)}\frac{\partial^2\mathbf{w}}{\partial t^2} = \nabla\cdot\mathbb{P}^{(s)} + \varrho_s^{(0)}\mathbf{F}\,, \tag{5}$$

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда № 14-17-00556 «Математическое моделирование флюидопотоков в нефтяных резервуарах с учётом разномасштабных свойств пласта-коллектора»

$$\mathbb{P}^{(s)} = \bar{\alpha}_\lambda^{(0)}\mathbb{D}(x, \mathbf{w}) - p\,\mathbb{I}\,, \tag{6}$$

где $\bar{\alpha}_\lambda^{(0)}$ и $\bar{c}_s^{(0)}$ есть безразмерные постоянные Ламе для упругого тела в области $\Omega^{(s)}$.

Упругие свойства твердого материала в $\Omega^{(s)}$ и Ω могут различаться.

На общей границе $S^{(0)}$ выполняются обычные условия непрерывности перемещений:

$$\lim_{\substack{\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\\ \mathbf{x}\in\Omega^{(s)}}} \mathbf{w}(\mathbf{x},t) = \lim_{\substack{\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\\ \mathbf{x}\in\Omega}} \mathbf{w}(\mathbf{x},t)\,, \tag{7}$$

и нормальных компонент моментов

$$\lim_{\substack{\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\\ \mathbf{x}\in\Omega^{(s)}}} \mathbb{P}^{(s)}(\mathbf{x},t)\cdot\boldsymbol{n}(\mathbf{x}^0) = \lim_{\substack{\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\\ \mathbf{x}\in\Omega}} \mathbb{P}(\mathbf{x},t)\cdot\boldsymbol{n}(\mathbf{x}^0)\,. \tag{8}$$

Для завершения задачи задаются однородные граничные условия

$$\mathbf{w}(\mathbf{x},t) = 0,\ \ (\mathbf{x},t)\in S_T = S\times(0,T)\,, \tag{9}$$

па границе $S = \partial Q$, и однородные начальные условия

$$\mathbf{w}(\mathbf{x},0) = \frac{\partial\mathbf{w}}{\partial t}(\mathbf{x},0) = 0\,,\ \ \mathbf{x}\in Q\,. \tag{10}$$

Пусть

$$\int_{Q_T}\Big(\Big|\mathbf{F}(\mathbf{x},t)\Big|^2 + \Big|\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial t}(\mathbf{x},t)\Big|^2\Big)dxdt = F^2 < \infty\,,$$

и выполнены следующие предположения:

Предположение 1.

1) Пусть $\chi(\mathbf{y})$ есть 1-периодическая функция, $Y_s = \{\mathbf{y}\in Y : \chi(\mathbf{y}) = 0\}$ есть твердая часть единичного куба $Y = (0,1)^3 \subset \mathbb{R}^3$, и пусть жидкая часть $Y_f = \{\mathbf{y}\in Y : \chi(\mathbf{y}) = 1\}$ есть открытое дополнение твердой части. Пусть $\gamma = \partial Y_f \cap \partial Y_s$ и γ есть непрерывная липшицева поверхность;

2) Область E_f^ε есть периодическое повторение в $\mathbb{R}^3$ элементарной ячейки $Y_f^\varepsilon = \varepsilon Y_f$ и область E_s^ε есть периодическое повторение в $\mathbb{R}^3$ элементарной ячейки $Y_s^\varepsilon = \varepsilon Y_s$;

3) Поровое пространство $\Omega_f^\varepsilon \subset \Omega = \Omega\cap E_f^\varepsilon$ есть периодическое повторение в Ω элементарной ячейки εY_f, и твердый скелет $\Omega_s^\varepsilon \subset \Omega = \Omega\cap E_s^\varepsilon$ есть периодическое повторение в Ω элементарной ячейки εY_s. Липшицева граница $\Gamma^\varepsilon = \partial\Omega_s^\varepsilon \cap \partial\Omega_f^\varepsilon$ есть периодическое повторение в Ω границы $\varepsilon\gamma$;

4) Y_s и Y_f связные множества.

Предположение 2.

Твердый скелет Ω_s^ε есть связная область.

Предположение 3.

Поровое пространство Ω_f^ε есть связная область.

Кроме того предполагается, что все безразмерные параметры зависят от малого параметра ε и существуют (конечные или бесконечные) пределы:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\bar{\alpha}_\mu(\varepsilon) = \mu_0,\quad \lim_{\varepsilon\to 0}\bar{\alpha}_\lambda(\varepsilon) = \lambda_0\,,\quad \lim_{\varepsilon\to 0}\bar{\alpha}_\lambda^{(0)}(\varepsilon) = \lambda_0^{(0)}\,,$$

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\bar{\alpha}_\mu}{\varepsilon^2}=\mu_1,\quad \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\bar{\alpha}_\lambda}{\varepsilon^2}=\lambda_1\,,\quad \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{\bar{\alpha}_\lambda^{(0)}}{\varepsilon^2}=\lambda_1^{(0)}\,.$$

Предполагается, что

$$\mu_0=0\,.$$

Определим обобщенное решение задачи (1)-(10).

Пусть $\zeta(\mathbf{x})$ есть характеристическая функция области Ω и

$$\varrho^\varepsilon_{(s)}=(1-\zeta)\varrho_s^{(0)}+\zeta\Big(\varrho_f\chi^\varepsilon+(1-\chi^\varepsilon)\varrho_s\Big)\,.$$

Определение 1. *Назовем пару функций* $\{\mathbf{w}^\varepsilon,\,p^\varepsilon\}$ *таких, что*

$$\mathbf{w}^\varepsilon\in\overset{\circ}{\mathbf{W}}{}_2^{1,1}(Q_T)\,,\;p^\varepsilon\in L_2(Q_T)\,,$$

обобщенным решением задачи (1)-(10), если они удовлетворяют уравнению неразрывности

$$\Bigg((1-\zeta)\frac{1}{\left(\bar{c}_s^{(0)}\right)^2}+\zeta\left(\frac{\chi^\varepsilon}{\bar{c}_f^2}+\frac{1-\chi^\varepsilon}{\bar{c}_s^2}\right)\Bigg)p^\varepsilon+\nabla\cdot\mathbf{w}^\varepsilon=0\,,\tag{11}$$

почти всюду в Q_T, *и интегральному тождеству*

$$\int_{Q_T}\varrho^\varepsilon_{(s)}\Big(\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{\varphi}}{\partial t}+\mathbf{F}\cdot\boldsymbol{\varphi}\Big)dxdt=$$
$$=\int_{Q_T}\Big(\zeta\mathbb{P}+(1-\zeta)\mathbb{P}^{(s)}\Big):\mathbb{D}(x,\boldsymbol{\varphi})dxdt\tag{12}$$

для всех функций $\boldsymbol{\varphi}$, *таких что* $\boldsymbol{\varphi}\in\overset{\circ}{\mathbf{W}}{}_2^{1,0}(Q_T)$, $\dfrac{\partial\boldsymbol{\varphi}}{\partial t}\in\mathbf{L}_2(\Omega_T)$ *и* $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x},T)=0$ *для* $\mathbf{x}\in Q$.

Здесь и далее в работе используется обозначение:

$$B:C=\mathrm{tr}(BC^T)\,,$$

где B,C – тензоры второго ранга.

2. Теорема существования и единственности обобщенного решения.

Теорема 1. *При всех $\varepsilon > 0$ на произвольном интервале времени $[0,T]$ существует единственное обобщенное решение $\{\mathbf{w}^\varepsilon,\, p^\varepsilon\}$ задачи (1)-(10) и*

$$\max_{0<t<T}\int_\Omega\Big(\Big|p^\varepsilon(\mathbf{x},t)\Big|^2+\Big|\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t}(\mathbf{x},t)\Big|^2+(1-\chi^\varepsilon)\bar\alpha_\lambda\Big|\mathbb{D}(x,\mathbf{w}^\varepsilon)\Big|^2\Big)dx+$$
$$\max_{0<t<T}\int_{\Omega^{(s)}}\Big(\Big|p^\varepsilon(\mathbf{x},t)\Big|^2+\Big|\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t}(\mathbf{x},t)\Big|^2+(1-\chi^\varepsilon)\bar\alpha_\lambda^{(0)}\Big|\mathbb{D}(x,\mathbf{w}^\varepsilon)\Big|^2\Big)dx+$$
$$\max_{0<t<T}\int_\Omega\Big(\Big|\frac{\partial p^\varepsilon}{\partial t}(\mathbf{x},t)\Big|^2+\Big|\frac{\partial^2\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t^2}(\mathbf{x},t)\Big|^2+(1-\chi^\varepsilon)\bar\alpha_\lambda\Big|\mathbb{D}(x,\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t})\Big|^2\Big)dx+$$
$$\max_{0<t<T}\int_{\Omega^{(s)}}\Big(\Big|\frac{\partial p^\varepsilon}{\partial t}(\mathbf{x},t)\Big|^2+\Big|\frac{\partial^2\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t^2}(\mathbf{x},t)\Big|^2+(1-\chi^\varepsilon)\bar\alpha_\lambda^{(0)}\Big|\mathbb{D}(x,\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t})\Big|^2\Big)dx+$$
$$\int_{\Omega_T}\chi^\varepsilon\bar\alpha_\mu\Big(\Big|\mathbb{D}(x,\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t})\Big|^2+\Big|\mathbb{D}(x,\frac{\partial^2\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t^2})\Big|^2\Big)dxdt\leqslant C_0F^2\,,\quad(13)$$

где постоянная C_0 не зависит от ε и от параметров $\bar\alpha_\lambda$, $\bar\alpha_\lambda^{(0)}$, $\bar\alpha_\mu$.

Доказательство этой теоремы основывается на энергетических тождествах

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_\Omega\Big(\varrho^\varepsilon\Big|\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t}\Big|^2+(1-\chi^\varepsilon)\bar\alpha_\lambda\mathbb{D}(x,\mathbf{w}^\varepsilon):\mathbb{D}(x,\mathbf{w}^\varepsilon)+\frac{1}{\bar\alpha_p^\varepsilon}\Big|p^\varepsilon\Big|^2\Big)dx+$$
$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_{\Omega^{(s)}}\Big(\varrho_s\Big|\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t}\Big|^2+(1-\chi^\varepsilon)\bar\alpha_\lambda^{(0)}\mathbb{D}(x,\mathbf{w}^\varepsilon):\mathbb{D}(x,\mathbf{w}^\varepsilon)+\frac{1}{\big(\bar c_s^{(0)}\big)^2}\Big|p^\varepsilon\Big|^2\Big)dx+$$
$$\int_\Omega\chi^\varepsilon\Big(\bar\alpha_\mu\mathbb{D}(x,\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t}):\mathbb{D}(x,\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t})\Big)dx=\int_Q\tilde\varrho^\varepsilon\mathbf{F}\cdot\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t}dx,$$

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_\Omega\Big(\varrho^\varepsilon\Big|\frac{\partial^2\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t^2}\Big|^2+(1-\chi^\varepsilon)\bar\alpha_\lambda\mathbb{D}(x,\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t}):\mathbb{D}(x,\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t})+\frac{1}{\bar\alpha_p^\varepsilon}\Big|\frac{\partial p^\varepsilon}{\partial t}\Big|^2\Big)dx+$$
$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_{\Omega^{(s)}}\Big(\varrho_s\Big|\frac{\partial^2\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t^2}\Big|^2+(1-\chi^\varepsilon)\bar\alpha_\lambda^{(0)}\mathbb{D}(x,\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t}):\mathbb{D}(x,\frac{\partial\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t})+\frac{1}{\big(\bar c_s^{(0)}\big)^2}\Big|\frac{\partial p^\varepsilon}{\partial t}\Big|^2\Big)dx+$$
$$\int_\Omega\chi^\varepsilon\Big(\bar\alpha_\mu\mathbb{D}(x,\frac{\partial^2\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t^2}):\mathbb{D}(x,\frac{\partial^2\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t^2})\Big)dx=\int_Q\tilde\varrho^\varepsilon\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial t}\cdot\frac{\partial^2\mathbf{w}^\varepsilon}{\partial t^2}dx.$$

3. Усреднение модели.

Теорема 2. *Пусть $\{\mathbf{w}^\varepsilon,\, p^\varepsilon\}$ обобщенное решение задачи (1) – (10) и*

$$0<\lambda_0^{(0)}<\infty,\quad \mu_1=\lambda_1=\infty\,.$$

Тогда пределы $\mathbf{w}$ *и* p *последовательностей* $\{\mathbf{w}^{\varepsilon}\}$ *и* $\{p^{\varepsilon}\}$ *удовлетворяют уравнению динамики в форме интегрального тождества*

$$\int_{Q_T}\Big((1-\zeta)\lambda_0^{(0)}\mathbb{D}(x,\mathbf{w})-p\,\mathbb{I}\Big):\mathbb{D}(x,\boldsymbol{\varphi})dxdt=$$

$$=\int_{Q_T}\hat{\varrho}_s\Big(\mathbf{F}-\frac{\partial^2\mathbf{w}}{\partial t^2}\Big)\cdot\boldsymbol{\varphi}dxdt \quad (14)$$

для любой функции $\boldsymbol{\varphi}\in\overset{\circ}{\mathbf{W}}{}_2^{1,0}(Q_T)$*, и уравнению неразрывности в форме интегрального тождества*

$$\int_{Q_T}\Big(\Big((1-\zeta)\Big(\frac{1}{\bar{c}_s^{(0)}}\Big)^2+\zeta\Big(\frac{m}{\bar{c}_f^2}+\frac{1-m}{\bar{c}_s^2}\Big)\Big)\frac{\partial p}{\partial t}\psi-\nabla\psi\cdot\frac{\partial\mathbf{w}}{\partial t}\Big)dxdt=0 \quad (15)$$

для любой гладкой функции $\psi\in W_2^{1,0}(Q_T)$*.*

Здесь

$$\hat{\varrho}_s=\Big(1-\zeta(\mathbf{x})\Big)\varrho_s^{(0)}+\zeta(\mathbf{x})\hat{\varrho},\quad \hat{\varrho}=m\,\varrho_f+(1-m)\,\varrho_s\,.$$

Соотношения (14)-(15) завершаются однородными граничными условиями

$$\mathbf{w}(\mathbf{x},t)=0\,, \quad (16)$$

на границе $S_T\backslash\partial\Omega_T$*, и однородными начальными условиями*

$$\mathbf{w}(\mathbf{x},0)=\frac{\partial\mathbf{w}}{\partial t}(\mathbf{x},0)=0,\ \ \mathbf{x}\in Q\,. \quad (17)$$

Будем называть задачу (14) – (17) усредненной моделью I.

Заметим, что интегральные тождества (14), (15) эквивалентны системе Ламе

$$\frac{1}{(\bar{c}_s^{(0)})^2}p+\nabla\cdot\mathbf{w}=0\,, \quad (18)$$

$$\varrho_s^{(0)}\frac{\partial^2\mathbf{w}}{\partial t^2}=\nabla\cdot\Big(\lambda_0^{(0)}\mathbb{D}(x,\mathbf{w})-p\,\mathbb{I}\Big)+\varrho_s^{(0)}\mathbf{F} \quad (19)$$

в области $\Omega_T^{(s)}$, и системе акустики

$$\hat{\varrho}\,\frac{\partial^2\mathbf{w}}{\partial t^2}=-\nabla p+\hat{\varrho}\,\mathbf{F},\ \ \Big(\frac{m}{\bar{c}_f^2}+\frac{1-m}{\bar{c}_s^2}\Big)\frac{\partial p}{\partial t}+\nabla\cdot\Big(\frac{\partial\mathbf{w}}{\partial t}\Big)=0 \quad (20)$$

в области Ω_T.

Эти дифференциальные уравнения завершаются условиями непрерывности

$$\lim_{\substack{\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\\ \mathbf{x}\in G}}\ \mathbf{w}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{n}(\mathbf{x}^0)=-\frac{1}{\hat{\varrho}}\lim_{\substack{\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\\ \mathbf{x}\in\Omega}}\ \mathbf{w}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{n}(\mathbf{x}^0)\,, \quad (21)$$

$$\lim_{\substack{\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\\ \mathbf{x}\in G}}\Big(\lambda_0^{(0)}\mathbb{D}\Big(x,\mathbf{w}(\mathbf{x},t)\Big)-p\,(\mathbf{x},t)\,\mathbb{I}\Big)\cdot\mathbf{n}(\mathbf{x}^0)=\lim_{\substack{\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\\ \mathbf{x}\in\Omega}}p\,(\mathbf{x},t)\,\mathbf{n}(\mathbf{x}^0)\tag{22}$$

на общей границе $S_T^{(0)}$, граничным и начальным условием (16), (17), граничным условием

$$\mathbf{w}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{n}(\mathbf{x})=0\tag{23}$$

на границе $S_T\backslash\partial\Omega_T^{(s)}$ и начальными условиями

$$p(\mathbf{x},0)=0,\ \ \mathbf{w}(\mathbf{x},0)=\frac{\partial\mathbf{w}}{\partial t}(\mathbf{x},0)=0\,,\ \ \mathbf{x}\in\Omega.\tag{24}$$

Основная трудность здесь заключается в граничных условиях на общей границе$S^{(0)}$. Эти условия следуют из предельного интегрального тождества (15) и интегрального тождества

$$\int_{Q_T}\Big((1-\zeta)\lambda_0^{(0)}\mathbb{D}(x,\mathbf{w})-p\,\mathbb{I}\Big):\mathbb{D}(x,\boldsymbol{\varphi})dxdt=$$
$$=\int_{Q_T}\int_Y\varrho_{(s)}(\mathbf{x},\mathbf{y})\Big(\mathbf{F}-\frac{\partial^2\mathbf{W}}{\partial t^2}(\mathbf{x},t,\mathbf{y})\Big)\cdot\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x},t)dydxdt\,,\tag{25}$$

где $\mathbf{W}(\mathbf{x},t,\mathbf{y})$ есть двухмасштабный предел последовательности $\{\mathbf{w}^\varepsilon\}$, и

$$\varrho_{(s)}(\mathbf{x},\mathbf{y})=\Big(1-\zeta(\mathbf{x})\Big)\varrho_s^{(0)}+\zeta(\mathbf{x})\Big(\varrho_f\,\chi(\mathbf{y})+\Big(1-\chi(\mathbf{y})\Big)\,\varrho_s\Big)\,.$$

Соотношение (25) влечет динамическое уравнение Ламе (18) и граничное условие (22) на общей границе $S^{(0)}$. Интегральное тождество (15) влечет уравнение неразрывности (19), уравнение неразрывности

$$\Big(\frac{m}{\bar{c}_f^2}+\frac{1-m}{\bar{c}_s^2}\Big)\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}+\nabla\cdot\frac{\partial^2\mathbf{w}}{\partial t^2}=0\,,\tag{26}$$

в области Ω_T, и граничное условие

$$\lim_{\substack{\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\\ \mathbf{x}\in G}}\frac{\partial^2\,\mathbf{w}}{\partial t^2}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{n}(\mathbf{x}^0)=\lim_{\substack{\mathbf{x}\to\mathbf{x}^0\\ \mathbf{x}\in\Omega}}\frac{\partial^2\,\mathbf{w}}{\partial t^2}(\mathbf{x},t)\cdot\mathbf{n}(\mathbf{x}^0)\tag{27}$$

на общей границе $S^{(0)}$.

В нашем случае $\mathbf{W}(\mathbf{x},t,\mathbf{y})=\mathbf{w}(\mathbf{x},t)$ и из интегрального тождества (25) следует динамическое уравнение

$$\hat{\varrho}\,\frac{\partial^2\mathbf{w}}{\partial t^2}=-\nabla\,p+\hat{\varrho}\,\mathbf{F}\tag{28}$$

в области Ω_T.

Соотношения (26)-(28) дают уравнение акустики (20) в области Ω_T и граничное условие (21) на границе $S^{(0)}$.

Литература

1. Meirmanov A. Nguetseng's two-scale convergence method for filtration and seismic acoustic problems in elastic porous media // Siberian Mathematical Journal. – 2007. – **48**. – C.519-538.
2. Meirmanov A. Acoustic and filtration properties of a thermoelastic porous medium: Biot's equations of thermo – poroelasticity // Sbornik Mathematics. – 2008. – **199**, №3. – P.1-24.
3. Meirmanov A. Homogenized models for filtration and for acoustic wave propagation in thermo-elastic porous media // Euro. Jnl. of Applied Mathematics. – 2008. – **19**. – P.259-284.
4. Meirmanov A. A description of seismic acoustic wave propagation in porous media via homogenization // SIAM J. Math. Anal. – 2008. – **40**, №3. – P.1272-1289.
5. Meirmanov A. Double porosity models in incompressible poroelastic media // Mathematical Models and Methods in Applied Sciences. – 2010. – **20**, №4. – P.635-659.
6. Meirmanov A. Derivation of equations of seismic and acoustic wave propagation and equations of filtration via homogenization of periodic structures // Journal of Mathematical Sciences. – 2009. – **163**. – №2. – P.111-172.
7. Meirmanov A.M. Derivation of equations of seismic and acoustic wave propagation and equations of filtration via homogenization of periodic structures // Journal of Mathematical Sciences. – 2009. – 163, №2. – P.111-172.

ACOUSTIC MODEL IN THE CONFIGURATION OF ELASTIC BODY – POROELASTIC MEDIUM

A.A. Gerus, S.A. Gritsenko

Belgorod State University,
Pobedy St., 85, Belgorod, 308015, Russia, e-mail: sgritsenko@bsu.edu.ru
artur-gerus@bsu.edu.ru

Abstract. Acoustics in composite medium with two different components is under consideration. The medium consists of some elastic body and poroelastic medium. Uniqueness and existence of generalized solution of evolution equations system is proved. It is done the homogenization of the model.

Key words: composite medium, periodic structure, Lame's equations, acoustics equations, poroelastic, homogenization of periodic structures, two-scale convergence.