MSC 76N15, 76M45

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ГАЗОДИНАМИКЕ

Н.Н. Самойлова, Ю.П. Вирченко

Белгородский государственный университет,
ул. Победы, 85, Белгород, 308015, Россия, e-mail: virch@bsu.edu.ru

Аннотация. В рамках общей конструкции построения асимптотических разложений стационарных решений системы уравнений газодинамики, предложенной ранее, доказывается возможность построения таких разложений для потенциальных течений с учетом граничных условий. Доказывается, что граничные условия непротекания могут быть удовлетворены в задаче о течении в бесконечно широком слое с параллельными ограничивающими полуплоскостями.

Ключевые слова: уравнение Навье-Стокса, стационарные задачи, уравнение непрерывности, потенциальное течение, асимптотические разложения.

1. Введение. Как известно (см., например, [1]), система дифференциальных уравнений газодинамики без учета теплопереноса состоит из уравнения Навье-Стокса

$$\dot{u}_j + (\mathbf{u}, \nabla)u_j = -\frac{\nabla_j P}{\rho} + \nabla_k \mu \left(\nabla_k u_j + \nabla_j u_k - \frac{2}{3}\delta_{jk} \right) + (\nabla, \eta\nabla)u_j\,, \quad j = 1, 2, 3\,; \qquad (1)$$

и уравнения непрерывности

$$\dot{\rho} + (\nabla, \rho\mathbf{u}) = 0\,, \qquad (2)$$

в которых коэффициенты вязкости μ, η и давление P, в общем случае, являются функциями плотности ρ. Мы будем в настоящем сообщении полагать μ и η постоянными, а для функции $P(\rho)$ использовать линейную аппроксимацию, справедливую в некотором диапазоне плотностей, довольно малых с физической точки зрения, $P = \rho_0 + v^2(\rho - \rho_0)$, где v – скорость звука.

Известно, что даже для такой упрощенной формы системы уравнении (1), (2), в настоящее время, не имеется математических утверждений о разрешимости задачи Коши. В этой ситуации особую ценность приобретают асимптотические методы, в рамках которых удается контролировать точность приближенных решений [2]. Это положение имеет место и в частном случае, которому посвящено настоящее сообщение, когда изучаются стационарные, не зависящие от времени t решения системы (1), (2). Следует признать, что для этого случая известна теорема существования решений, удовлетворяющих определенному типу граничных условий (см. [3]). Однако, при решении конкретных газодинамических задач методы построения асимптотических разложений играют важную роль, так как позволяют находить аналитическую форму решений.

В предыдущей публикации [4] был предложен общий подход для построения асимптотических разложений решений стационарных задач газодинамики в том случае, когда малыми являются некоторая усредненная скорость течения и плотность газа. Этот подход, по мнению авторов, может быть использован не только в случае стационарных задач для системы уравнений (1) и (2), но применен также к стационарным задачам для расширенной системы, описывающей течения с учетом теплопереноса. При применении предложенной схемы разложений оказалось, что возникают определенного вида препятствия, связанные с необходимостью удовлетворения граничным условиям на стенках, ограничивающих течение. Сложившееся положение поставило вопрос о том, в каких же конкретно случаях предложенная схема разложений оказывается эффективной. Довольно затруднительно дать ответ на этот вопрос в общем случае. В настоящем сообщении, мы доказываем возможность построения предложенных асимптотических разложений на примере решения конкретной задачи математической физики.

2. Асимптотические разложения стационарных потенциальных течений. Мы будем изучать решения $\mathbf{u}(\mathbf{x})$, $\rho(\mathbf{x})$ системы уравнений

$$\nu^2 \nabla_j g + (\mathbf{u}, \nabla)u_j = (\mu + \eta)\Delta u_j + \frac{\mu}{3}\nabla_j(\nabla, \mathbf{u}) , \quad j = 1, 2, 3 , \tag{3}$$

$$(\nabla g, \mathbf{u}) + (\nabla, \mathbf{u}) = 0 , \tag{4}$$

где $g = \ln \rho/\rho_0$. Более того, как и в работе [4], мы ограничимся изучением т.н. потенциальных течений, для которых $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \nabla\Psi(\mathbf{x})$, и поэтому, ввиду тождества $(\nabla\Psi, \nabla)\nabla_j\Psi_j = \nabla_j(\nabla\Psi)^2/2$, система (3), (4) принимает вид

$$\nu^2 g + \frac{1}{2}\big(\nabla\Psi\big)^2 = \big(4\mu/3 + \eta\big)\Delta\Psi , \tag{5}$$

$$(\nabla_k g)(\nabla_k \Psi) + \Delta\Psi = 0 . \tag{6}$$

При построении конкретных решений этой системы уравнений газодинамики необходимо учесть граничные условия, которые, с одной стороны, должны содержать в себе условие непротекания газа через ограничивающие течение стенки, а с другой – позволяли бы выделить решение однозначно. Условие непротекания состоит в отсутствии компоненты скорости течения $\mathbf{u}$, нормальной к ограничивающей поверхности S. Оно формулируется в терминах потенциала Ψ следующим образом: $(\partial\Psi/\partial n)|_S = 0$,

Решения системы (5), (6) мы будем строить в виде асимптотических разложений

$$\Psi(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \Psi^{(k)}(\mathbf{x}) , \quad g(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k g^{(k)}(\mathbf{x}) , \tag{7}$$

где ε – некоторый малый параметр. При этом мы полагаем, что в нулевом приближении $g^{(0)} = 0$, то есть $\rho^{(0)} = \rho_0 = \text{const}$.

Справедливо следующее утверждение, которое является некоторым уточнением аналогичного утверждения из [4].

Теорема 1. *Для того, чтобы асимптотические степенные ряды (7) для потенциала Ψ и функции g удовлетворяли системе (5), (6), необходимо и достаточно, чтобы при* *каждом $n \in \mathbb{N}$ функции $\Psi^{(n+1)}$, $g^{(n+1)}$ удовлетворяли системе линейных относительно $\Psi^{(n+1)}$, $g^{(n+1)}$ неоднородных уравнений*

$$\Delta\Psi^{(n+1)} = -\sum_{l=1}^{n} \left(\nabla g^{(l)}, \nabla\Psi^{(n+1-l)}\right), \quad n \in \mathbb{N} \tag{8}$$

$$v^2 g^{(n+1)} + \frac{1}{2}\sum_{l=1}^{n} \left(\nabla\Psi^{(l)}, \nabla\Psi^{(n+1-l)}\right) = (\eta + 4\mu/3)\Delta\Psi^{(n+1)}, \tag{9}$$

таких, что для нахождения функций $\Psi^{(n+1)}$, $g^{(n+1)}$, как решений этой системы, достаточно задать функции $\Psi^{(k)}$, $g^{(k)}$, $k = 1, ..., n$.

□ Подстановка рядов (7) в уравнения (5), (6) дает

$$\sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \Delta\Psi^{(k)} = -\sum_{k=2}^{\infty} \varepsilon^k \sum_{l=1}^{k-1} \left(\nabla g^{(l)}, \nabla\Psi^{(k-l)}\right),$$

$$v^2 \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k g^{(k)} + \frac{1}{2}\sum_{k=2}^{\infty} \varepsilon^k \sum_{l=1}^{k-1} \left(\nabla\Psi^{(l)}, \nabla\Psi^{(k-l)}\right) = (\eta + 4\mu/3)\sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \Delta\Psi^{(k)}.$$

Приравнивая коэффициенты при одной и той же степени ε^k в обеих частях каждого из уравнений, получим две бесконечные системы уравнений, которые при каждом фиксированном значении $n \in \mathbb{N}$ совпадают с (8), (9), соответственно.

Отдельно выпишем уравнения для коэффициентов при первой степени ε,

$$\Delta\Psi^{(1)} = 0, \qquad g^{(1)} = 0. \tag{10}$$

Рассуждая индукцией но $n \in \mathbb{N}_+$, заметив, что при $n = 1$ функция $\Psi^{(1)}$ подчинена линейному однородному уравнению, допустим, что определены все функции $\Psi^{(k)}$ и $g^{(k)}$, $k = 1, ..., m$, как удовлетворяющие линейным уравнениям (8), (9) при $n = 1, ..., m - 1$. Тогда уравнение (8) при значении $n = m$ представляет собой линейное относительно функции $\Psi^{((m+1))}$ неоднородное уравнение, правая часть которого зависит только от функций $\Psi^{(k)}$, $g^{(k)}$ с $k = 1, ..., m$. После нахождения функции $\Psi^{(m+1)}$, функция $g^{(m+1)}$ определяется (9) при $n = m$. ■

Замечание. При $n = 1$ уравнения (8), (9) имеют следующий вид:

$$\Delta\Psi^{(2)} = 0, \qquad v^2 g^{(2)} + \frac{1}{2}\left(\nabla\Psi^{(1)}\right)^2 = 0,$$

откуда $g^{(2)} \neq \text{const}$. Это дает, в следующем приближении, неоднородное, что очень важно, уравнение для $\Psi^{(3)}$, даже в случае, если граничные условия таковы, что $\Psi^{(2)} = \text{const}$,

$$\Delta\Psi^{(3)} = \left(\nabla g^{(2)}, \nabla\Psi^{(1)}\right) \neq 0,$$

$$v^2 g^{(3)} + \left(\nabla\psi^{(2)}, \nabla\Psi^{(1)}\right) = (\eta + 4\mu/3)\Delta\Psi^{(3)}.$$

Здесь сначала решается первое уравнение для $\Psi^{(3)}$, а затем на основе известной функции $\Psi^{(3)}$ вычисляется $g^{(3)}$ из второго уравнения. Таким образом, конструируемые асимптотические ряды не являются тривиальными, равными тождественно нулю.

Доказанная теорема является основой для построения асимптотических рядов для решений системы уравнений (5), (6). Реальное же построение таких асимптотических рядов регламентируется возможностью удовлетворить заданным граничным условиям, в число которых обязательно входит условие непротекания $\left(\dfrac{\partial\Psi}{\partial n}\right)_S = 0$ на совокупности стенок S, ограничивающих течение. Подставляя в это условие ряд (7) для потенциала Ψ и приравнивая нулю отдельно коэффициенты ряда при каждой степени ε^k, $k \in \mathbb{N}$, получим совокупность граничных условий $\left(\dfrac{\partial\Psi^{(k)}}{\partial n}\right)_S = 0$, $k \in \mathbb{N}$, которым должны удовлетворять приближения $\Psi^{(k)}$, $k \in \mathbb{N}$. На вопрос о том, в рамках каких постановок граничных задач, действительно, есть возможность, чтобы все приближения $\Psi^{(k)}$, $k \in \mathbb{N}$ могли быть подчинены этим граничным условиям, к сожалению, в настоящее время не удается дать положительный ответ для какого-то сколько-нибудь обширного класса некомпактных областей Ω, в которых происходит течение. Что касается компактных областей Ω, когда стенки, ограничивающие течение, составляют границу $\partial\Omega$, то граничные задачи в этом случае, порождаемые совокупностью уравнений (8), (9) с граничными условиями непротекания приводят только к тривиальному решению $\Psi = \mathrm{const}$, $g = 0$. В следующем разделе мы покажем, что в частном случае задачи течения газа между параллельными полуплоскостями граничные задачи для функций $\Psi^{(k)}$, $k \in \mathbb{N}$ разрешимы для всех k.

3. Течение газа между параллельными полуплоскостями. Рассмотрим течение газа в области $\Omega = [0,\infty) \times [0,2d] \times \mathbb{R}$, $\infty > d > 0$ (либо, в «ограниченном» случае $\Omega = [0,L] \times [0,2d] \times \mathbb{R}$). Течение будем считать таковым, что поле $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ не зависит от третьей координаты. По этой причине, функция g также не зависит от третьей координаты. Первые две координаты пространственной точки $\mathbf{x}$ будем обозначать x, y. Значения векторного поля также будем считать двухкомпонентными $\langle u_x, u_y\rangle$, а само поле – потенциальным, то есть $u_x = \partial\Psi/\partial x, u_y = \partial\Psi/\partial y$ с потенциалом $\Psi(x,y)$. Такое стационарное течение будем изучать на основе асимптотических разложений предыдущего раздела. Стенками, ограничивающими течение будем считать полуплоскости $[0,\infty) \times \{0\} \times \mathbb{R}$, $[0,\infty) \times \{2d\} \times \mathbb{R}$ (плоские полосы $[0,L] \times \{0\} \times \mathbb{R}$, $[0,L] \times \{2d\} \times \mathbb{R}$ в ограниченном случае). Граничное условие при $x = 0$ будем считать таковым, что $u_x > 0$, то есть течение осуществляется слева направо. Граничное условие непротекания на стенках записывается в виде $\left(\dfrac{\partial\Psi}{\partial y}\right)_{y=0} = \left(\dfrac{\partial\Psi}{\partial y}\right)_{y=2d} = 0$. Это приводит к необходимости выполнения следующих граничных условий для каждого l-го приближения $\Psi^{(l)}$ потенциала $\left(\dfrac{\partial\Psi^{(l)}}{\partial y}\right)_{y=0} = \left(\dfrac{\partial\Psi^{(l)}}{\partial y}\right)_{y=2d} = 0$. Так как потенциал Ψ, и функцию g, в виду их гладкости, всегда можно представить в виде сходящихся к ним рядов Фурье, и, соответственно, представить такими же рядами Фурье их приближения,

$$\Psi(x,y) = \sum_{m\in\mathbb{Z}} \varphi_m(x)\exp\left(i\frac{\pi m}{d}y\right), \qquad \Psi(x,y) = \sum_{m\in\mathbb{Z}} \varphi^{(l)}_m(x)\exp\left(i\frac{\pi m}{d}y\right),$$

в которых, учитывая условие вещественности $\Psi(x,y)$, $\Psi^{(l)}(x,y)$, должно выполняться $\varphi^*_m(x) = \varphi_{-m}(x)$, $\varphi^{(l)*}_m(x) = \varphi^{(l)}_{-m}(x)$. Принимая во внимание граничные условия на стенках, коэффициенты $\varphi_m(x)$, $\varphi^{(l)}_m(x)$ должны быть подчинены условию $\sum_{m=1}^{\infty} m\,\mathrm{Im}\varphi_m(x) = 0$. Однако, с целью упрощения рассмотрений, мы будем считать, что граничные условия при $x=0$ (и $x=L$ в ограниченном случае) обладают симметрией относительно преобразования $y \Rightarrow 2d-y$. Тогда, такой симметрией должны обладать решения задачи, и поэтому ряды Фурье для Ψ и $\Psi^{(l)}$, $l\in\mathbb{N}$, учитывая граничные условия при $y=0,2d$, положим в виде

$$\Psi(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty} \varphi_m(x)\cos\left(\frac{\pi m}{d}y\right), \qquad \Psi(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty} \varphi^{(l)}_m(x)\cos\left(\frac{\pi m}{d}y\right). \tag{11}$$

Сформулируем утверждение о существовании асимптотических рядов, сконструированных в предыдущем разделе, для решения граничной задачи, определяющей течение $\mathbf{u}(x,y)$.

Теорема 2. *Асимптотические степенные ряды (7) для потенциала $\Psi(x,y)$ и функции $g(x,y)$, удовлетворяющие системе (5), (6) и граничным условиям $\left(\frac{\partial\Psi}{\partial n}\right)_S = 0$ для области Ω со стенками S, которые представляются полуплоскостями $[0,\infty)\times\{0\}\times\mathbb{R}$, $[0,\infty)\times\{2d\}\times\mathbb{R}$ (соответственно, $[0,L]\times\{0\}\times\mathbb{R}$, $[0,L]\times\{2d\}\times\mathbb{R}$) существуют, то есть в этих условиях, для любого $n\in\mathbb{N}$, существуют функции $\Psi^{(n+1)}(x,y)$, $g^{(n+1)}(x,y)$, определяемые системой (8), (9).*

□ Подставим разложения (11) в (10). Тогда, коэффициенты ряда Фурье, получившегося в результате подстановки, должны обращаться в пуль. Поэтому имеем следующую систему уравнений для функций $\varphi^{(1)}_m(x)$,

$$\varphi^{(1)\prime\prime}_m(x) = (\pi m/d)^2\varphi^{(1)}_m(x)\,. \tag{12}$$

Так как

$$\frac{\partial}{\partial x}\Psi^{(l)}(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty}\varphi^{(l)\prime}_m(x)\cos\frac{\pi m}{d}y\,, \quad \frac{\partial}{\partial y}\Psi^{(l)}(x,y) = -\frac{\pi}{d}\sum_{m=1}^{\infty} m\varphi^{(l)}_m(x)\sin\frac{\pi m}{d}y\,,$$

то

$$\left(\nabla\Psi^{(l)},\nabla\Psi^{(n+1-l)}\right)(x,y) =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty}\cos\frac{k\pi}{d}y\sum_{m=k-1}^{\infty}\left[\varphi^{(l)\prime}_m(x)\varphi^{(n+1-l)\prime}_{k+m}(x) + \left(\frac{\pi}{d}\right)^2 m(k+m)\varphi^{(l)}_m(x)\varphi^{(n+1-l)}_{k+m}(x)\right] +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}\cos\frac{k\pi}{d}y\sum_{m=0}^{k}\left[\varphi_m^{(l)\prime}(x)\varphi_{k-m}^{(n+1-l)\prime}(x)-\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 m(k-m)\varphi_m^{(l)}(x)\varphi_{k-m}^{(n+1-l)}(x)\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\left[\varphi_m^{(l)\prime}(x)\varphi_m^{(n+1-l)\prime}(x)+\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 m^2\varphi_m^{(l)}(x)\varphi_m^{(n+1-l)}(x)\right]. \qquad (13)$$

Здесь было использовано правило перестройки суммирований

$$\sum_{m=0,m'=0}\Lambda_+(m,m'+m)=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{k}\Lambda_+(m,k)\,,$$

$$\sum_{m=0,m'=0}\Lambda_-(m,|m-m'|)=\sum_{m=0}^{\infty}\Lambda_-(m,0)+2\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=k-1}^{\infty}\Lambda_-(m,k)\,.$$

Подставляя разложение (11), (13), а также разложение

$$g^{(l)}(x,y)=\sum_{m=0}^{\infty}h_m^{(l)}(x)\cos\frac{m\pi}{d}y\,,$$

в (9) и приравнивая одноименные коэффициенты Фурье в обеих частях полученного таким образом равенства, находим систему уравнений

$$(\eta+4\mu/3)\frac{d^2}{dx^2}\varphi_m^{(n+1)}(x)=v^2h_m^{(n+1)}(x)+$$

$$+\frac{1}{2}(1-\delta_{m0})\sum_{l=1}^{n}\sum_{j=m-1}^{\infty}\left[\varphi_j^{(l)\prime}(x)\varphi_{j+m}^{(n+1-l)\prime}(x)+\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 j(j+m)\varphi_j^{(l)}(x)\varphi_{j+m}^{(n+1-l)}(x)\right]+$$

$$+\frac{1}{4}\sum_{l=1}^{n}\sum_{j=0}^{m}\left[\varphi_j^{(l)\prime}(x)\varphi_{m-j}^{(n+1-l)\prime}(x)-\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 j(m-j)\varphi_j^{(l)}(x)\varphi_{m-j}^{(n+1-l)}(x)\right]+$$

$$+\frac{1}{4}\delta_{m0}\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\varphi_k^{(l)\prime}(x)\varphi_k^{(n+1-l)\prime}(x)+\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 k^2\varphi_k^{(l)}(x)\varphi_k^{(n+1-l)}(x)\right],\quad m\in\mathbb{N}_+\,. \qquad (14)$$

Точно также подставляя в уравнение (8) разложение

$$\left(\nabla g^{(l)},\nabla\Psi^{(n+1-l)}\right)(x,y)=$$

$$=\sum_{k=1}^{\infty}\cos\frac{k\pi}{d}y\sum_{m=k-1}^{\infty}\left[h_m^{(l)\prime}(x)\varphi_{k+m}^{(n+1-l)\prime}(x)+\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 m(k+m)h_m^{(l)}(x)\varphi_{k+m}^{(n+1-l)}(x)\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}\cos\frac{k\pi}{d}y\sum_{m=0}^{k}\left[h_m^{(l)\prime}(x)\varphi_{k-m}^{(n+1-l)\prime}(x)-\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 m(k-m)h_m^{(l)}(x)\varphi_{k-m}^{(n+1-l)}(x)\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\left[h_m^{(l)\prime}(x)\varphi_m^{(n+1-l)\prime}(x)+\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 m^2 h_m^{(l)}(x)\varphi_m^{(n+1-l)}(x)\right], \qquad (15)$$

получаем

$$\frac{d^2}{dx^2}\varphi_m^{(n+1)}(x) =$$

$$= -\frac{1}{2}(1-\delta_{m0})\sum_{l=1}^{n}\sum_{j=m-1}^{\infty}\left[h_j^{(l)\prime}(x)\varphi_{j+m}^{(n+1-l)\prime}(x)+\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 j(j+m)h_j^{(l)}(x)\varphi_{j+m}^{(n+1-l)}(x)\right]-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{l=1}^{n}\sum_{j=0}^{m}\left[h_j^{(l)\prime}(x)\varphi_{m-j}^{(n+1-l)\prime}(x)-\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 j(m-j)h_j^{(l)}(x)\varphi_{m-j}^{(n+1-l)}(x)\right]-$$

$$-\frac{1}{2}\delta_{m0}\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=0}^{\infty}\left[h_k^{(l)\prime}(x)\varphi_k^{(n+1-l)\prime}(x)+\left(\frac{\pi}{d}\right)^2 k^2 h_k^{(l)}(x)\varphi_k^{(n+1-l)}(x)\right], \quad m\in\mathbb{N}_+ . \qquad (16)$$

Рассуждая индукцией по $n \in \mathbb{N}$, сначала находим решение уравнения (12) для $\varphi_m^{(1)}(x)$ с краевыми условиями на границах области Ω с $x = 0$ и $x \to \infty$ (соответственно, $x = L$). При этом $h_m^{(1)} = 0$. Положив затем, что функции $\varphi_m^{(l)}(x)$, $h_m^{(l)}(x)$ определены при $l = 1, ..., n$ с использованием граничных условий для них на указанных границах области Ω, находим на основе линейных уравнений (14) и (16) их решения – функции $\varphi_m^{(n+1)}(x)$ и $h_m^{(n+1)}(x)$ с использованием граничных условий для них при $x = 0$ и $x \to \infty$ (соответственно, $x = L$). Сначала решается уравнение (16) вычислением двукратного интеграла от правой части, а затем, подстановкой выражения для $d^2\varphi_m^{(n+1)}(x)/dx^2$ в (14), находятся функции $h_m^{(n+1)}(x)$. ■

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика / М.: Наука, 1986.
2. Хаппель Дж., Бреннер Х. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса / М.: Мир, 1976.
3. Ладыженская О.А. Исследование уравнения Навье–Стокса в случае стационарного движения несжимаемой жидкости / Успехи математических наук. – 1959. – XIV. – 3(87). – С.75-97.
4. Вирченко Ю.П., Самойлова Н.Н. Асимптотические разложения решений уравнений газодинамики стационарных потенциальных течений / Научные ведомости. Математика. Физика. – 2015. – №5(202);38. – С.112-118.

ASYMPTOTIC EXPANSIONS OF STATIONARY POTENTIAL FLOWS IN GAS-DYNAMICS

N.N. Samoilova, Yu.P. Virchenko

Belgorod State University,
Studencheskaja St., 14, Belgorod, 308007, Russia, e-mail: virch@bsu.edu.com

Abstract. In frameworks of earlier proposed general construction of stationary solutions asymptotic expansions in gas-dynamics, it is proved the possibility of building such expansions of potential flows. At the application the expansion scheme, the nontransparency boundary condition plays the central role. It consists of the gas does not pass through "walls" limiting the flux. It is proved that such a boundary condition may be satisfied for the flow in infinitely wide layer with parallel limiting semi-planes.

Key words: Navier-Stokes' equation, stationary problems, continuity equation, potential flow, asymptotic expansion.