УДК 001.57; 658.818; 681.3

# ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ – АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АППАРАТ ПРОЦЕССНОГО ПОДХОДА[1]

**О.А. ЗИМОВЕЦ**
**С.И. МАТОРИН**
**Н.В. ЦОЦОРИНА**
**С.В. ГУЛЬ**

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет*

*e-mail:*
*ozimovets@bsu.edu.ru*
*matorin@bsu.edu.ru*
*tsotsorina@bsu.edu.ru*

В статье рассмотрен оригинальный алгебраический аппарат описания организационно-деловых и производственно-технологических процессов, который предназначен для формализации визуальных компьютерных моделей бизнес-процессов, разрабатываемых в рамках процессного подхода.

Ключевые слова: системно-объектный подход, «Узел-Функция-Объект», процессный подход, бизнес-моделирование, исчисление процессов, исчисление функций.

## *Введение*

Современная, сложная и динамичная рыночная среда требует от российских предприятий постоянного совершенствования системы управления и информационных систем ее поддержки. Одним из основных направлений создания эффективной системы управления предприятием является применение процессного подхода к организации и управлению его деятельностью. *Процессный подход* – подход, при котором предприятие рассматривается как совокупность бизнес-процессов, а каждый сотрудник рассматривает себя как член одной или нескольких команд процессов, ответственных за конечный результат [https://http://www.src-master.ru/glossary.php]. При этом специалисты Высшей школы экономики утверждают, что успех всей административной реформы Российской Федерации во многом зависит от внедрения процессного подхода, в том числе, и в государственную деятельность [http://www.iso-9001.ru/index.phph3?mode=&id=306].

Применение процессного подхода на практике приводит к моделированию организационно-деловых и производственно-технологических процессов в интересах организационного проектирования, реинжиниринга бизнеса, управленческого консалтинга, а также проектирования программных систем. Наиболее распространенным термином для такого моделирования является термин «бизнес-моделирование». *Бизнес-моделирование* (деловое моделирование) – деятельность по формированию моделей организаций, включающая описание деловых объектов (подразделений, должностей, ресурсов, ролей, процессов, операций, информационных систем, носителей информации и т. д.) и указание связей между ними. Требования к формируемым моделям и их соответствующее содержание определяются целями моделирования [http://ru.wikipedia.org/wiki/Бизнес-моделирование].

Задачами бизнес-моделирования являются:

– визуализация системы и ее функционирования;
– определение структуры и состава системы;
– создание шаблона для последующего проектирования системы;
– документирование результатов анализа, проектирования и принятых решений.

Бизнес-моделирование сводится к визуальному графическому отображению элементов модели, необходимость применения которого обусловлена сложностью и слабой формализуемостью организационно-деловых, производственно-технологических процессов и организационных систем. При этом достигаются следующие цели:

– облегчается понимание системы в целом;

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-07-00096, №13-07-12000, 14-47-08003)

– обеспечивается согласование терминологии и единообразие понимания свойств системы;

– обеспечивается конструктивное обсуждение задач и результатов моделирования.

Среди различных метафор визуализации выделяются математические графы – вершины, изображаемые по-разному, и ребра – стрелки, связи, зависимости и т. д. На настоящий момент, несмотря на многочисленные попытки, другой общеупотребительной метафоры визуализации не предложено. Визуальное моделирование применяется не только в рамках делового моделирования, но и при разработке, и при сопровождении программного обеспечения. При разработке – главным образом при проектировании и анализе системы, которые предшествуют непосредственному программированию. При сопровождении – когда новые разработчики изучают доставшееся им программное обеспечение. Визуальное моделирование может также использоваться в различных других видах деятельности процесса разработки программных систем: при документировании, тестировании, разработке требований и т. д. [1].

Для визуального (часто именуемого графоаналитическим) моделирования применяются специальные языки (или нотации) – это формализованные наборы графических символов и правила построения из них визуальных моделей. В настоящее время все множество существующих языков принято делить на два больших класса: системно-структурные (структурно-функциональные) языки (DFD, SADT/IDEF0, ARIS и т.д., например [2, 3]) и объектно-ориентированные (сейчас только UML, например [4]). Кроме того, появляются новые языки (BPMN, например [5]), отнесение которых к какому-либо классу затруднительно. Обзор самых популярных нотаций и языков представлен в работах [6, 7]. Анализ их недостатков представлен в работе [8].

Графоаналитические компьютерные модели удобны в работе, однако имеют ряд существенных недостатков, вследствие которых либо информация, содержащаяся в них, оказывается недостаточно полной и детальной, либо они теряют наглядность и становятся бесполезными. Особенно эти недостатки проявляются при попытках использовать параллельно с ними специальный вычислитель (типа «WorkflowEngine») для автоматизации исполнения бизнес-процессов по модели. В общем, сложившаяся ситуация с визуальным графоаналитическим моделированием хорошо охарактеризована известным специалистом по CASE-технологиям, консалтингу и реинжинирингу Г.Н. Коляновым (по поводу проектирования программных систем): «Однако разработка программных средств поддержки реорганизации бизнес-процессов вызывает значительные затруднения по причинам отсутствия единого теоретического аппарата и достаточно полных методических основ системного анализа бизнес-процессов, общих математических моделей бизнес-процессов и формальных методов их создания и исследования, а также программных средств их реализации» [9, с. 11].

Рассмотрим вариант решения упомянутой выше проблемы в виде предлагаемого авторами алгебраического аппарата описания бизнес-процессов по их визуальным графическим моделям, разработанного в рамках формализации системно-объектного подхода «Узел-Функция-Объект» (УФО-подхода) с целью создания электронных моделей регламентов административных процедур [8].

### *Формализация понятия «функция» в рамках системно-объектного подхода «Узел-Функция-Объект»*

В процессе исследования и формализации системно-объектного УФО-подхода в работе [10] предложено следующее выражение в качестве формального определения системы $\mathbf{e}_i$ как элемента «Узел-Функция-Объект» (УФО-элемента):

$$\mathbf{e}_i = \langle(\mathbf{L?}_i, \mathbf{L!}_i), (\mathbf{P}_i, \mathbf{P^o}_i, \mathbf{L\tau}_i), (\mathbf{n}_i, \alpha_i, \beta?_i, \beta!_i)\rangle.$$

Здесь:

**($L_i?$, $L_i!$)** – «Узел (**U**)» УФО-элемента, где **$L_i? \subset L$** – множество входных связей, **$L_i! \subset L$** – множество выходных связей.
**($P_i$, $P^o{}_i$, $L\tau_i$)** – «Функция (**F**)» УФО-элемента, где **$P_i$** – множество подпроцессов процесса, соответствующего «Функции», которые реализуются УФО-элементами нижнего яруса иерархии; **$P^o{}_i \subset P_i$** – множество интерфейсных (входных «**$P_i?$**» и выходных «**$P_i!$**») подпроцессов (причем **$P^o{}_i = P_i? \cup P_i!$**; в число входных связей **$P_i?$** входит **$L_i?$**, в число выходных связей **$P_i!$** входит **$L_i!$**); **$L\tau_i$** – множество внутренних связей/переходов в **$P_i$**, осуществляемых путем передачи, ввода и вывода элементов глубинного яруса связанных подпроцессов.
**($n_i$, $\alpha_i$, $\beta_i?$, $\beta_i!$)** – «Объект (**O**)» УФО-элемента, где **$n_i$** – имя «Объекта» (**$n_i \in N$**); **$\alpha_i$** – множество признаков «Объекта» **$n_i$**; **$\beta_i?$** – множество показателей **$L_i?$**; **$\beta_i!$** – множество показателей **$L_i!$**.

Из приведенного выражения видно, что в наибольшей степени оказывается формализованным именно функциональный компонент конструкции «Узел-Функция-Объект», что особенно ценно в связи с отмеченной выше важностью процессного подхода.

Данная формализация «Функции» УФО-элемента, предложенная в работах [11, 12], выполнена по аналогии с определением «Процесса» в *исчисления процессов* Милнера (*Calculus of communication systems* – CCS) [13]. Т.е. по аналогии с CCS рассматривается размеченная система переходов **(P, Lτ)**, но не над множеством действий, как в CCS, а над множеством потоков (связей). Элементы множества потоков **Act(F)**, соответствующего множеству действий в CCS, также интерпретируются как ввод, вывод или передача элемента (с именем потока).

При этом и в *исчислении процессов* (CCS), и в предлагаемом далее **исчислении функций** речь идет об одних и тех же процессах, только описываемых с разных точек зрения. В CCS процесс **P** описывается как целое, имеющее некоторую структуру состояний, т.е. **$P = (S, s^o, R)$**, где **S** – множество состояний процесса, **$s^o$** – начальное состояние процесса, **R** – множество переходов между состояниями, начиная с начального, путем выполнения некоторых действий. В исчислении же функций **F** УФО-элементов процесс **P** описывается и целостно, и как иерархическая структура его подпроцессов **$p_i$** различного уровня.

Для обеспечения полноценной формализации процессного подхода необходимо формальное описание процедур декомпозиции и агрегации элементов визуальных графических моделей. Для формального же описания этих процедур необходимо определить формальные (алгебраические) операции на функциях. Сформулируем эти операции на функциях по аналогии с операциями на процессах в CCS, используя работы [14, 15], что частично выполнено в работах [11, 12] и уточнено и дополнено в работе [8].

### *Определение операций на функциях*

Упорядоченная пара множеств, в которой первое множество представляет собой элементы какой-либо природы (числа, понятия, буквы), а второе множество — операции над элементами первого множества, называется алгеброй [https://ru.wikipedia.org/wiki/Алгебра]. Определение операций на функциях УФО-элементов, таким образом, задает алгебру или **исчисление функций** (см. таблицу).

*Таблица*

***Операции на процессах и функциях***

| Операции на процессах (CCS) | Операции на функциях (УФО-подход) |
|---|---|
| Процесс: $\mathbf{P = (S, s^o, R)}$ | Функция: $\mathbf{F = (P, P^o, L\tau)}$ |
| Префиксное действие (процесс $\mathbf{\alpha.P}$ совершает действие $\alpha$ и продолжается как процесс $\mathbf{P}$): $\mathbf{\alpha.P = (S\cup\{s^{o*}\notin S\}, s^{o*}, R\cup\{s^{o*}, \alpha, s^o\})}$, где запись «$\mathbf{s^{o*}}$, $\alpha$, $\mathbf{s^o}$» обозначает связь/переход $\alpha$ между состояниями $\mathbf{s^{o*}}$ и $\mathbf{s^o}$. | Префиксное действие (функция $\mathbf{p?.F}$ совершает процесс $\mathbf{p?}$ и продолжается как функция $\mathbf{F}$): $\mathbf{p?.F = (P\cup\{p?\notin P\}, P^o\cup\{p?\}, L\tau\cup \{p?, l\tau_{?i}, \{p_i\in P?\}\})}$.<br><br>Постфиксное действие (функция $\mathbf{p!.F}$ выполняет функцию $\mathbf{F}$ и продолжается как процесс $\mathbf{p!}$): $\mathbf{p!.F = (P\cup\{p!\notin P\}, P^o\cup\{p!\}, L\tau\cup \{\{p_i\in P!\}, l\tau_{i!}, p!\})}$. |
| Альтернативная композиция (процесс $\mathbf{P_1+P_2}$ продолжается либо как процесс $\mathbf{P_1}$, либо как процесс $\mathbf{P_2}$): $\mathbf{P_1+P_2 = (S_1\cup S_2\cup\{s^{o*}\notin S_1\cup S_2\}, s^{o*}, R_1\cup R_2\cup\{(s^{o*}, \alpha, s_1)\mid(s^o_1, \alpha, s_1)\in R_1\}\cup \{(s^{o*}, \alpha, s_2)\mid(s^o_2, \alpha, s_2)\in R_2\})}$. | Альтернативная композиция по входу (функция $\mathbf{F_1+F_2}$ совершает процесс $\mathbf{p?}$ и продолжается либо как функция $\mathbf{F_1}$, либо как функция $\mathbf{F_2}$): $\mathbf{p?.(F_1+F_2) = (P_1\cup P_2\cup\{p?\notin P_1\cup P_2\}, P^o_1\cup P^o_2\cup\{p?\}, L\tau_1\cup L\tau_2\cup \{p?, l\tau_{?1}, \{p_1\in P?_1\}\}\cup\{p?, l\tau_{?2}, \{p_2\in P?_2\}\})}$.<br><br>Альтернативная композиция по выходу (функция $\mathbf{F_1+F_2}$ выполняется либо как функция $\mathbf{F_1}$, либо как функция $\mathbf{F_2}$, и продолжается как процесс $\mathbf{p!}$): $\mathbf{p!.(F_1+F_2) = (P_1\cup P_2\cup\{p!\notin P_1\cup P_2\}, P^o_1\cup P^o_2\cup\{p!\}, L\tau_1\cup L\tau_2\cup\{\{p_1\in P!_1\}, l\tau_{1!}, p!\}\cup \{\{p_2\in P!_2\}, l\tau_{2!}, p!\})}$. |
| Параллельная композиция (процессы $\mathbf{P_1}$ и $\mathbf{P_2}$ выполняются одновременно и взаимодействуют между собой): $\mathbf{(P_1\mid P_2) = ((S_1, S_2), (s^o_1, s^o_2), (((s_1, \alpha, s_1^*)\in R_1, s_2\in S_2\Rightarrow ((s_1, s_2), \alpha, (s_1^*, s_2))\in R) \wedge ((s_2, \alpha, s_2^*)\in R_2, s_1\in S_1\Rightarrow ((s_1, s_2), \alpha, (s_1, s_2^*))\in R) \wedge ((s_1, \alpha, s_1^*)\in R_1, (s_2, \alpha, s_2^*)\in R_2, \alpha \neq \tau\Rightarrow ((s_1, s_2), \tau, (s_1^*, s_2^*))\in R)))}$. | Параллельная композиция (функции $\mathbf{F_1}$ и $\mathbf{F_2}$ выполняются одновременно и взаимодействуют между собой): $\mathbf{(F_1\mid F_2) = (P_1\cup P_2, P^o_1\cup P^o_2, L\tau_1\cup L\tau_2\cup\{\{p!_1\in P!_1\}, l\tau_{12}, \{p?_2\in P?_2\}\} \wedge \{\{p!_2\in P!_2\}, l\tau_{21}, \{p?_1\in P?_1\}\})}$. |

Отметим здесь предварительно, что сложность описания и понимания в рамках исчисления процессов операции «Параллельная композиция» обусловлены отсутствием в CCS возможности соединять процессы через связи/переходы. В CCS формально определен механизм объединения процессов только через начальные состояния, что для строгого определения данной операции явно недостаточно.

Представленные определения позволяют сделать следующие выводы.

Во-первых:

$$\mathbf{p?.p!.F = p?.F\cup p!.F}.$$

Покажем это:

$\mathbf{p?.F \cup p!.F = (P\cup\{p?\}, P^o\cup\{p?\}, L\tau\cup\{p?, l_{?i}, p_i\in P?\}) \cup}$
$\mathbf{(P\cup\{p!\}, P^o\cup\{p!\}, L\tau\cup\{p_i\in P!, l_{i!}, p!\}) =}$
$\mathbf{= (P\cup\{p?, p!\}, P^o\cup\{p?, p!\}, L\tau\cup\{\{p?, l_{?i}, p_i\in P?\}, \{p_i\in P!, l_{i!}, p!\}\})}$.
$\mathbf{p?.p!.F = p?.(P\cup\{p!\}, P^o\cup\{p!\}, L\tau\cup\{p_i\in P!, l_{i!}, p!\}) =}$
$\mathbf{= (P\cup\{p!\}\cup\{p?\}, P^o\cup\{p!\}\cup\{p?\}, L\tau\cup\{p_i\in P!, l_{i!}, p!\} \cup \{p?, l_{?i}, p_i\in P?\}) =}$
$\mathbf{= (P\cup\{p?, p!\}, P^o\cup\{p?, p!\}, L\tau\cup\{\{p?, l_{?i}, p_i\in P?\}, \{p_i\in P!, l_{i!}, p!\}\})}$.

Следовательно: $\mathbf{p?.p!.F = p?.F\cup p!.F}$.

Или по-другому:
Пусть $\mathbf{p!.F = (P\cup\{p!\},P^o\cup\{p!\}, L\tau\cup\{p_i\in P!, l_{i!}, p!\}) = F^* = (P^*, P^{*o}, L^*\tau)}$,
т.е., $\mathbf{P^* = P\cup\{p!\}}$; $\mathbf{P^{*o} = P^o\cup\{p!\}}$; $\mathbf{L^*\tau = L\tau\cup\{p_i\in P!, l_{i!}, p!\}}$,

тогда $\mathbf{p?.p!.F = p?.F^*}$.
$\mathbf{p?.F^* = (P^*\cup\{p?\}, P^{*o}\cup\{p?\}, L^*\tau\cup\{p?,l_{?i}, p_i\in P^*?\}) =}$
$\mathbf{= (P\cup\{p!\}\cup\{p?\}, P^o\cup\{p!\}\cup\{p?\}, L\tau\cup\{p_i\in P!, l_{i!}, p!\}\cup\{p?,l_{?i}, p_i\in P^*?\})}$.
Однако, $\mathbf{P^{*o} = P^o\cup\{p!\} = (P?\cup P!)\cup\{p!\} = P?\cup(P!\cup\{p!\}) = (P^*?\cup P^*!)}$,
Такимобразом: $\mathbf{P? = P^*?}$и
$\mathbf{p?.F^* = (P\cup\{p!, p?\}, P^o\cup\{p!, p?\}, L\tau\cup\{p_i\in P!, l_{i!}, p!\}\cup\{p?,l_{?i}, p_i\in P?\})}$.

Следовательно: $\mathbf{p?.p!.F = p?.F \cup p!.F}$.

Во-вторых:

$$\mathbf{p?.(F_1+F_2) = p?.F_1\cup p?.F_2}.$$

Покажем это:
1). $\mathbf{p?.F_1 = (P_1\cup\{p?\notin P_1\}, P^o{}_1\cup\{p?\}, L\tau_1\cup\{p?, l\tau_{?1}, \{p_1\in P?_1\}\})}$.
2). $\mathbf{p?.F_2 = (P_2\cup\{p?\notin P_2\}, P^o{}_2\cup\{p?\}, L\tau_2\cup\{p?, l\tau_{?2}, \{p_2\in P?_2\}\})}$.
3). $\mathbf{p?.F_1\cup p?.F_2 = (P_1\cup\{p?\notin P_1\}, P^o{}_1\cup\{p?\}, L\tau_1\cup\{p?, l\tau_{?1}, \{p_1\in P?_1\}\}) \cup}$
$\mathbf{(P_2\cup\{p?\notin P_2\}, P^o{}_2\cup\{p?\}, L\tau_2\cup\{p?, l\tau_{?2}, \{p_2\in P?_2\}\}) = (P_1\cup P_2\cup\{p?\notin P_1\cup P_2\},}$
$\mathbf{P^o{}_1\cup P^o{}_2\cup\{p?\}, L\tau_1\cup L\tau_2\cup\{p?, l\tau_{?1}, \{p_1\in P?_1\}\}\cup\{p?, l\tau_{?2}, \{p_2\in P?_2\}\}) =}$
$\mathbf{= p?.(F_1+F_2)}$.

Следовательно: $\mathbf{p?.(F_1+F_2) = p?.F_1\cup p?.F_2}$.

В-третьих:

$$\mathbf{p!.(F_1+F_2) = p!.F_1\cup p!.F_2}.$$

Покажем это:
1). $\mathbf{p!.F_1 = (P_1\cup\{p!\notin P_1\}, P^o{}_1\cup\{p!\}, L\tau_1\cup\{\{p_1\in P!\}, l\tau_{1!}, p!\})}$.
2). $\mathbf{p?.F_2 = (P_2\cup\{p!\notin P_2\}, P^o{}_2\cup\{p!\}, L\tau_2\cup\{\{p_2\in P!\}, l\tau_{2!}, p!\})}$.
3). $\mathbf{p!.F_1\cup p!.F_2 = (P_1\cup\{p!\notin P_1\}, P^o{}_1\cup\{p!\}, L\tau_1\cup\{\{p_1\in P!\}, l\tau_{1!}, p!\}) \cup}$
$\mathbf{(P_2\cup\{p!\notin P_2\}, P^o{}_2\cup\{p!\}, L\tau_2\cup\{\{p_2\in P!\}, l\tau_{2!}, p!\}) = (P_1\cup P_2\cup\{p!\notin P_1\cup P_2\},}$
$\mathbf{P^o{}_1\cup P^o{}_2\cup\{p!\}, L\tau_1\cup L\tau_2\cup\{\{p_1\in P!_1\}, l\tau_{1!}, p!\}\cup\{\{p_2\in P!_2\}, l\tau_{2!}, p!\}) = p!.(F_1+F_2)}$.

Следовательно: $\mathbf{p!.(F_1+F_2) = p!.F_1\cup p!.F_2}$.

В-четвертых:

$$\mathbf{(F_1|F_2) = p!_2.F_1\cup\ p?_1.F_2\wedge\ p!_1.F_2\cup\ p?_2.F_1}.$$

Покажем это:
1). $\mathbf{p!_2.F_1 = (P_1\cup\{p!_2\notin P_1\}, P^o{}_1\cup\{p!_2\}, L\tau_1\cup\{\{p_1\in P!_1\}, l\tau_{12}, p!_2\})}$.
2). $\mathbf{p?_1.F_2 = (P_2\cup\{p?_1\notin P_2\}, P^o{}_2\cup\{p?_1\}, L\tau_2\cup\{p?_1, l\tau_{12}, \{p_2\in P?_2\}\})}$.
Объединение этих двух выражений описывает ситуацию, при которой имеет место поток из $\mathbf{F_1}$ в $\mathbf{F_2}$. При этом $\mathbf{\{\{p_1\in P!_1\}, l\tau_{12}, p!_2\} = \{p?_1, l\tau_{12}, \{p_2\in P?_2\}\}}$, так как $\mathbf{p_1 = p?_1}$, а $\mathbf{p!_2 = p_2}$.
Таким образом:
$\mathbf{p!_2.F_1\cup p?_1.F_2 = (P_1\cup P_2, P^o{}_1\cup P^o{}_2, L\tau_1\cup L\tau_2\cup\{\{p!_1\in P!_1\}, l\tau_{12}, \{p?_2\in P?_2\}\})}$.
3). $\mathbf{p!_1.F_2 = (P_2\cup\{p!_1\notin P_2\}, P^o{}_2\cup\{p!_1\}, L\tau_2\cup\{\{p_2\in P!_2\}, l\tau_{21}, p!_1\})}$.
4). $\mathbf{p?_2.F_1 = (P_1\cup\{p?_2\notin P_1\}, P^o{}_1\cup\{p?_2\}, L\tau_1\cup\{p?_2, l\tau_{21}, \{p_1\in P?_1\}\})}$.
Объединение этих двух выражений описывает ситуацию, при которой имеет место поток из $\mathbf{F_2}$ в $\mathbf{F_1}$. При этом $\mathbf{\{\{p_2\in P!_2\}, l\tau_{21}, p!_1\} = \{p?_2, l\tau_{21}, \{p_1\in P?_1\}\}}$, так как $\mathbf{p_2 = p?_2}$, а $\mathbf{p!_1 = p_1}$.

Таким образом:
$$\mathbf{p!_1.F_2 \cup p?_2.F_1 = (P_1 \cup P_2,\ P^o_1 \cup P^o_2,\ L\tau_1 \cup L\tau_2 \cup \{\{p!_2 \in P!_2\},\ l\tau_{21},\ \{p?_1 \in P?_1\}\})}.$$
Значит:
$$\mathbf{p!_2.F_1 \cup p?_1.F_2 \wedge p!_1.F_2 \cup p?_2.F_1 = (P_1 \cup P_2,\ P^o_1 \cup P^o_2,\ L\tau_1 \cup L\tau_2 \cup}$$
$$\mathbf{\{\{p!_1 \in P!_1\},\ l\tau_{12},\ \{p?_2 \in P?_2\}\} \wedge \{\{p!_2 \in P!_2\},\ l\tau_{21},\ \{p?_1 \in P?_1\}\}) = (F_1|F_2)}.$$

Следовательно: $\mathbf{(F_1|F_2) = p!_2.F_1 \cup p?_1.F_2 \wedge p!_1.F_2 \cup p?_2.F_1}$.

### *Операции на неструктурированных функциях*

С точки зрения процедуры агрегации графических элементов визуальных моделей особый интерес представляют определения операций на функциях, рассматриваемых на контекстном уровне, т.е. для случая $\mathbf{F = (\{p^o \in P\},\ \{p^o \in P^o\},\ L\tau = \varnothing) = p^o}$. В этом случае представленные в таблице определения примут следующий вид.

*Префиксное действие*:
$$\mathbf{p?.p^o = (\{p^o\} \cup \{p?\},\ \{p^o\} \cup \{p?\},\ \{p?,\ l\tau_{?!},\ p!\}) =}$$
$$\mathbf{= (\{p^o,\ p?\},\ \{p?,\ p! \equiv p^o\},\ \{p?,\ l\tau_{?o},\ p^o\}) = \{p?,\ l\tau_{?o},\ p^o\}}.$$

*Постфиксное действие*:
$$\mathbf{p!.p^o = (\{p^o\} \cup \{p!\},\ \{p^o\} \cup \{p!\},\ \{p?,\ l\tau_{?!},\ p!\}) =}$$
$$\mathbf{= (\{p^o,\ p!\},\ \{p? \equiv p^o,\ p!\},\ \{p^o,\ l\tau_{o!},\ p!\}) = \{p^o,\ l\tau_{o!},\ p!\}}.$$

Приэтом:

$$\mathbf{p?.p!.p^o = (\{p^o\} \cup \{p?\} \cup \{p!\},\ \{p?\} \cup \{p!\},\ \{p?,\ l\tau_{?o},\ p^o\} \cup \{p^o,\ l\tau_{o!},\ p!\}) =}$$
$$\mathbf{= (\{p?,\ p^o,\ p!\},\ \{p?,\ p!\},\ \{p?,\ l\tau_{?o},\ p^o,\ l\tau_{o!},\ p!\}) =}$$
$$\mathbf{= \{p?,\ l\tau_{?o},\ p^o,\ l\tau_{o!},\ p!\} = p?.p^o \cup p!.p^o}.$$

$$\mathbf{p?_1.p?_2.p^o = (p?_1.p?_2).p^o = p?_1.(p?_2.p^o) = (\{p^o\} \cup \{p?_1\} \cup \{p?_2\},\ \{p?_1\} \cup \{p^o!\},\ \{p?_1,\ l\tau_{12},}$$
$$\mathbf{p?_2\} \cup \{p?_2,\ l\tau_{2o},\ p^o!\}) = (\{p?_1,\ p?_2,\ p^o!\},\ \{p?_1,\ p^o!\},\ \{p?_1,\ l\tau_{12},\ p?_2,\ l\tau_{2o},\ p^o!\}) = \{p?_1,}$$
$$\mathbf{l\tau_{12},\ p?_2,\ l\tau_{2o},\ p^o!\} = p?_1.p?_2 \cup p?_2.p^o}.$$

$$\mathbf{p!_1.p!_2.p^o = (p!_1.p!_2).p^o = p!_1.(p!_2.p^o) = (\{p^o\} \cup \{p!_1\} \cup \{p!_2\},\ \{p^o?\} \cup \{p!_1\},\ \{p^o?,\ l\tau_{o2},}$$
$$\mathbf{p!_2\} \cup \{p!_2,\ l\tau_{21},\ p!_1\}) = (\{p^o?,\ p!_2,\ p!_1\},\ \{p^o?,\ p!_1\},}$$
$$\mathbf{\{p^o?,\ l\tau_{o2},\ p!_2,\ l\tau_{21},\ p!_1\}) =}$$
$$\mathbf{= \{p^o?,\ l\tau_{o2},\ p!_2,\ l\tau_{21},\ p!_1\} = p!_2.p^o \cup p!_1.p!_2}.$$

Кроме того, из приведенных определений видно, что для операций «Префиксное действие» и «Постфиксное действие» на функциях/процессах $\mathbf{p^o_1}$ и $\mathbf{p^o_2}$ справедливы следующие очевидные равенства:

$$\mathbf{p^o?_1.p^o_2 = p^o!_2.p^o_1} \text{ и } \mathbf{p^o!_1.p^o_2 = p^o?_2.p^o_1}.$$

*Альтернативная композиция по входу*:
$$\mathbf{p?.(p^o_1 + p^o_2) = (\{p^o_1\} \cup \{p^o_2\} \cup \{p?\},\ \{p^o_1\} \cup \{p^o_2\} \cup \{p?\},\ \{p?,\ l\tau_{?1},\ p!_1\} \cup}$$
$$\mathbf{\{p?,\ l\tau_{?2},\ p!_2\}) = (\{p^o_1,\ p^o_2,\ p?\},\ \{p?,\ p!_1 \equiv p^o_1,\ p!_2 \equiv p^o_2\},\ \{p?,\ l\tau_{?1},\ p^o_1\} \cup}$$
$$\mathbf{\{p?,\ l\tau_{?2},\ p^o_2\}) = \{p?,\ l\tau_{?1},\ p^o_1\} \cup \{p?,\ l\tau_{?2},\ p^o_2\} = p?.p^o_1 \cup p?.p^o_2}.$$

*Альтернативнаякомпозицияповыходу*:
$$\mathbf{p!.(p^o_1 + p^o_2) = (\{p^o_1\} \cup \{p^o_2\} \cup \{p!\},\ \{p^o_1\} \cup \{p^o_2\} \cup \{p!\},\ \{p?_1,\ l\tau_{1!},\ p!\} \cup}$$
$$\mathbf{\{p?_2,\ l\tau_{2!},\ p!\}) = (\{p^o_1,\ p^o_2,\ p!\},\ \{p?_1 \equiv p^o_1,\ p?_2 \equiv p^o_2,\ p!\},\ \{p^o_1,\ l\tau_{1!},\ p!\} \cup}$$
$$\mathbf{\{p^o_2,\ l\tau_{2!},\ p!\}) = \{p^o_1,\ l\tau_{1!},\ p!\} \cup \{p^o_2,\ l\tau_{2!},\ p!\} = p!.p^o_1 \cup p!.p^o_2}.$$

*Параллельная композиция*:

$$(p^o_1|p^o_2) = (\{p^o_1\}\cup\{p^o_2\}, \{p^o_1\}\cup\{p^o_2\}, \{p!_1, l\tau_{12}, p?_2\} \wedge \{p!_2, l\tau_{21}, p?_1\}) =$$
$$= (\{p^o_1, p^o_2\}, \{p!_1\equiv p?_1\equiv p^o_1, p?_2\equiv p!_2\equiv p^o_2\}, \{p^o_1, l\tau_{12}, p^o_2\} \wedge$$
$$\{p^o_2, l\tau_{21}, p^o_1\}) = \{p^o_1, l\tau_{12}, p^o_2\} \wedge \{p^o_2, l\tau_{21}, p^o_1\} = p?_1.p^o_2 \wedge p!_2.p^o_1.$$

Кроме того, для операций «Альтернативная композиция по входу» и «Альтернативная композиция по выходу» возможно объединение этих операций в одну следующим образом:

$$p?.p!.(p^o_1+p^o_2) = (\{p^o_1\}\cup\{p^o_2\}\cup\{p?\}\cup\{p!\}, \{p?\}\cup\{p!\}, \{p?, l\tau_{?1}, p^o_1\}\cup\{p?, l\tau_{?2},$$
$$p^o_2\}\cup\{p^o_1, l\tau_{1!}, p!\}\cup \{p^o_2, l\tau_{2!}, p!\}) = (\{p^o_1, p^o_2, p?, p!\}, \{p?, p!\}, \{l\tau_{?1}, l\tau_{?2}, l\tau_{1!}, l\tau_{2!}\}) =$$
$$p?.p^o_1\cup p?.p^o_2\cup p!.p^o_1\cup p!.p^o_2 =$$
$$= p?.p^o_1\cup p!.p^o_1\cup p?.p^o_2\cup p!.p^o_2 = p?.p!.p^o_1\cup p?.p!.p^o_2.$$

Свойства данных операций соответствуют свойствам аналогичных операций в CCS. В данной работе эти свойства подробно не обсуждаются, так как рассматриваются с целью решения не математической, а конкретной технической (информационной) задачи обеспечения формализации визуальных моделей бизнес-процессов.

## *Выводы*

В статье определены и описаны алгебраические операции на функциях элементов «Узел–Функция–Объект» по аналогии с операциями на процессах в исчислении процессов CCS. Рассмотрены и обоснованы их некоторые полезные для формализации визуальных моделей бизнес-процессов свойства. Применение операций исчисления функций позволяет формализовать процедуры декомпозиции и агрегации элементов (как с линейным порядком соединения, так и с порядком соединения «дерево») графоаналитических (визуальных) моделей, что показано в работе [8].

Сформулированные операции на функциях УФО-элементов задают алгебру или **исчисление функций**, которое может быть использовано для алгебраического описания процессов в рамках любой графической нотации, соответствующей процессному подходу.

## Список литературы

1. Кознов Д.В. Основы визуального моделирования. М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. 246 с.
2. Маклаков С.В. BPwin и ERwin. CASE-средства разработки информационных систем. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2000. 256 с.
3. Август-Вильгельм Шеер. ARIS-моделирование бизнес-процессов. М.: Вильямс, 2000. 175 с.
4. Буч Г., Якобсон А., Рамбо Дж. UML. Классика CS. 2-е изд. / Пер. с англ.; Под общей редакцией проф. С. Орлова. СПб.: Питер, 2006. 736 с.
5. BPMN 2.0 [Электронный ресурс] // URL: http://www.bpmb.de/images/BPMN2_0_Poster_RU.pdf.
6. Кулябов Д.С., Королькова А.В. Введение в формальные методы описания бизнес-процессов. М.: РУДН, 2008. 173 с.
7. Самуйлов К.Е., Серебренникова Н.В., Чукарин А.В., Яркина Н.В. Основы формальных методов описания бизнес-процессов. М.: РУДН, 2008. 130 с.
8. Зимовец О.А., Маторин С.И. Системное графоаналитическое моделирование административных процедур /Под ред.С.П. Белова. Белгород: Изд-во ООО ГиК, 2014. 134с.
9. Калянов Г.Н. Теория и практика реорганизации бизнес-процессов. М.: СИНТЕГ, 2000. 212 с.
10. Зимовец О.А., Маторин С.И. Моделирование административных процедур с использованием системного подхода «Узел-Функция-Объект» // Научные ведомости БелГУ. Сер. Информатика. – 2012. – №1(120). – Выпуск №21/1. – С. 166-172.
11. Жихарев А.Г., Маторин С.И. Метод формализации организационных знаний // Искус-

ственный интеллект и принятие решений. 2011. № 2. С. 12 – 18.
12. Зимовец О.А., Маторин С.И. Интеграция средств формализации графоаналитических моделей «Узел – Функция – Объект» // Искусственный интеллект и принятие решений. 2012. № 1. С. 95 – 102.
13. Milner R., Parrow J., Walker D.A. Calculus of Mobile Processes – Part I. LFCS Report 89 – 85. University of Edinburgh, 1989. 46 p.
14. Миронов А.М. Теория процессов [Электронный ресурс] // URL: http://intsys.msu.ru/staff/mironov/processes.pdf.
15. Жуков Д.Ю. Методы описания и анализа распределенных систем [Электронный ресурс] // URL: ftp://sp.cmc.msu.ru/courses/course.html.

## CALCULUS OF FUNCTIONS – ALGEBRAIC APPARATUS PROCESS APPROACH

**O.A. ZIMOVETS**
**S.I. MATORIN**
**N.V. TSOTSORINA**
**S.V. GUL'**

***Belgorod State National Research University***

***e-mail:***
***ozimovets@bsu.edu.ru***
***matorin@bsu.edu.ru***
***tsotsorina@bsu.edu.ru***

In the article the original algebraic apparatus describe the organizational and production processes, which is intended for the formalization of visual computer models of business processes developed within the process approach are describes.

Keywords: system-object approach, "Unit-Function-Object" process approach, business modeling, calculus of process, calculus of functions.