

ГЕОЛОГИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

КИЇВ — 1984

Динамические неустойчивости в береговых системах

Показана возможность возникновения динамических неустойчивостей (бифуркаций) в береговых системах, возникающих в условиях периодического изъятия пляжеобразующего материала из береговой зоны. В основу анализа таких неустойчивостей положено уравнение баланса пляжеобразующего материала, в котором учтены осцилляционные факторы (волновая активность, изъятие (подсыпка) материала). Предложенный теоретический подход может быть полезен при оценке критического уровня изъятия материала из береговой зоны, приводящего к деградации пляжей и в дальнейшем к усилению абразии, а также при прогнозировании времени полного исчезновения пляжей.

В основу исследования динамических неустойчивостей (катастроф) [4] в береговых системах положено уравнение баланса пляжеобразующего материала [1—3], в котором дополнительно учтены осцилляционные факторы, связанные с периодичностью волновой активности, искусственной подсыпки (естественного поступления) или изъятия (уноса) материала из береговой зоны.

В наиболее общем случае, в предположении простейших гармонических осцилляций, это уравнение можно записать в виде

$$\frac{dW}{dt} = [aHf(W) - \varphi(W)] \left(1 + A_1 \sin \frac{2\pi}{T_1} t \right) + u_0 \left(1 + A_2 \sin \frac{2\pi}{T_2} t \right), \quad (1)$$

где $W_0 \geq 0$ — объем пляжеобразующего материала на единицу длины береговой линии, m^3/m ; a — доля пляжеобразующего материала в породах, слагающих берег; H — высота берегового уступа (клифа), m ; $f(W)$ — средняя скорость отступления клифа как функция от объема материала, $m/год$; $\varphi(W)$ — средняя интенсивность истирания пляжеобразующего материала при волновом воздействии, $m^2/год$; A_1, T_1 — соответственно амплитуда и период осцилляций интенсивностей поступления и истирания пляжеобразующего материала, связанных с волновой активностью; A_2, T_2 — соответственно амплитуда и период осцилляций интенсивностей подсыпки (поступления, $u_0 > 0$) или изъятия (уноса, $u_0 < 0$) материала; амплитуды — безразмерные, периоды имеют размерность год.

Последний член в уравнении (1) будем рассматривать как управляющий фактор. В качестве функций f и φ можно использовать наиболее универсальные полуэмпирические функции [1]

$$f(W) = \frac{B(W + \varepsilon)}{(W + r)^2}, \quad \varphi(W) = \frac{cW}{\gamma + W}, \quad (2)$$

где $B, \varepsilon, r, c, \gamma$ — положительные константы.

При наличии локального максимума функции $f(W)$ ($r > 2\varepsilon$) последняя описывает природную ситуацию абразии прочных пород с формированием галечных пляжей, когда при малых объемах пляжеобразующего материала скорость абразии увеличивается с возрастанием этого объема (галька оказывает абрадирующее воздействие на основание клифа), а в дальнейшем затухает вследствие усиления волногасящего эффекта пляжа (при увеличении объема материала). При $r < 2\varepsilon$ функция $f(W)$ является монотонно-убывающей при $W \geq 0$ и описывает абразию рыхлых пород с образованием песчаных пляжей.

В качестве функции $\varphi(W)$ обычно рассматривается линейный закон истирания [2], который предполагает истирание материала во всем объеме пляжа. В то же время для крупных пляжей истирание происходит в верхнем наиболее подвижном слое наносов, и при достижении

пляжем предельной ширины будет наблюдаться стабилизация процесса истирания материала на некотором максимальном уровне $\varphi = c$. В этом случае, в предположении линейного закона истирания материала при малых W , приходим к указанной зависимости (2).

Рассмотрим вопрос существования установившегося колебательно-го решения уравнения (1), которое соответствует существованию природных пляжей с периодическими колебаниями их объемов. Можно предположить, что такое решение (если оно существует) будет осциллировать вокруг одной из устойчивых стационарных (особых) точек, находящихся из решения стационарного уравнения (1) ($dW/dt = 0$) с осредненными по периодам колебаний коэффициентами. Причем установившиеся колебания будут иметь период, равный наименьшему общему кратному периодов T_1 и T_2 . В общем случае доказать это утверждение затруднительно. Для существования решения конкретного стационарного уравнения, очевидно, необходимо, чтобы выполнялось условие

$$-c \leq u_0 < F_{\max} = \max \{aHf(W) - \varphi(W)\} > 0. \quad (3)$$

Правая часть этого неравенства говорит о том, что осредненный уровень изъятия материала из береговой зоны ($u_0 < 0$) не должен превышать максимальный осредненный уровень суммарного поступления материала в эту зону, что также следует и из физических соображений.

Возвращаясь к исходному нестационарному уравнению (1) априори, можно предположить, что при $u_0 < -F_{\max}$ в большинстве из моментов времени будет иметь место $dW/dt < 0$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} W(t) = -\infty$ (исчез-

новение пляжа при чрезмерном уровне изъятия материала). При выполнении неравенства (3) приходим к двум положительным стационарным точкам осредненного уравнения (1) ($W_{ст2} > W_{ст1} > 0$), большая из которых является устойчивой. Естественно предположить существование установившегося осцилляционного решения уравнения (1), колеблющегося вокруг точки $W_{ст2}$ при $W(0) > W_{ст1}$ ($W_{ст1}$ — неустойчивая стационарная точка), начиная с некоторого момента времени. При $u_0 \geq c$ (подсыпка материала превышает максимальный уровень его потерь) преимущественно по времени $dW/dt > 0$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} W(t) = \infty$ (неограниченный рост объема пляжа). Но условие (3) не является достаточным для существования установившихся колебаний, так как при достаточно больших амплитудах входных колебаний установившиеся колебания пляжеобразующего материала могут и не существовать.

В общем случае поиск математических критериев (ограничений на амплитуды входных колебаний A_1 и A_2) представляет собой очень трудную задачу. Но наличие мощных вычислительных средств позволяет решить ее в каждом конкретном случае с помощью численного эксперимента. При проведении таких экспериментов в качестве неизменных параметров системы (1, 2) задавались их значения, близкие к реальным: $a = 0,02$, $H = 10$ м, $B = 40$ $m^3/год$, $\varepsilon = 1$ m^2 , $r = 3$ m^2 , $c = 2$ $m^2/год$, $\gamma = 20$ m^2 . Условие (3) в этом случае переходит в следующее: $-2 < -u_0 < 0,93$.

Пример численного решения уравнения (1, 2) при $u_0 = 1$ $m^2/год$ (подсыпка материала) показан на рис. 1. Здесь $A_1 = A_2 = 1$, $W(0) = 0$, $T_1 = 2\pi$ лет, $T_2 = 4\pi$ лет (крупнопериодические входные колебания).

Функция $W(t)$, осциллируя, резко возрастает в начальные моменты времени, через 30 лет устанавливается постоянная амплитуда колебаний ($A_{уст} = 2,3$ m^2) с периодом 4π , в дальнейшем $W(t)$ имеет слабо-возрастающий тренд, который выходит на постоянный уровень $30 \leq W_{ст} \leq 32$, определяемый из решения соответствующего стационарного уравнения. При $t \geq 30$ лет возникают малые возмущения с амплитудой $0,3$ m^2 на фоне основных колебаний, что связано с тем, что $T_1 \neq T_2$ (при $T_1 = T_2$ таких возмущений не возникает).

Аналогичный характер поведения функции $W(t)$ наблюдается при $0 < u_0 < C = 2$ в случае $W(0) = W_0 < W_{ст}$. При $W_0 > W_{ст}$ функция $W(t)$ имеет затухающий тренд, выходящий на стационарный уровень.

Численные эксперименты в отсутствие управления $u_0 = 0$ показывают наличие слабовыраженных полностью затухающих колебаний. Наибольший интерес представляет случай изъятия материала $u_0 < 0$, когда возникают ситуации катастрофических срывов решений $W(t)$ в

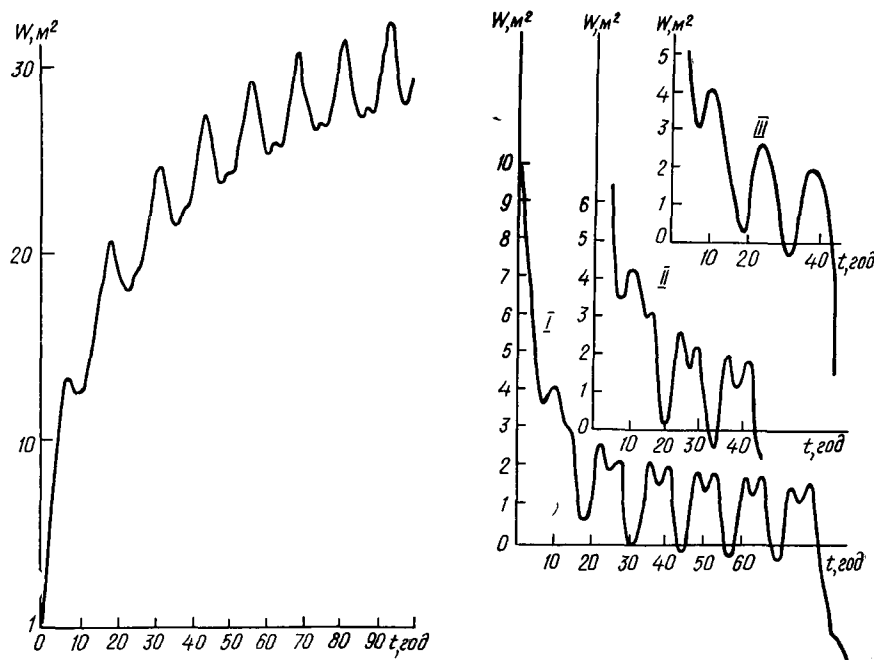


Рис. 1. Поведение функции $W(t)$ при $u_0 > 0$

Рис. 2. Катастрофические ситуации при $u_0 = -0,85$, $W(0) = 10$

Кривая I — $A_1 = 0,75$, $A_2 = 0,5$; кривая II — $A_1 = 1$, $A_2 = 0,5$; кривая III — $A_1 = 0,5$, $A_2 = 0,75$

отрицательную (нефизическую) область, соответствующие реальным ситуациям исчезновения пляжа. Здесь мы имеем так называемые динамические неустойчивости (бифуркации, катастрофы), хорошо описанные в работе [4]. Чтобы уловить эти катастрофические ситуации, проделана большая серия численных экспериментов (ЭВМ ЕМ-1060) при $0 \leq A_1, A_2 \leq 1$, $T_1 = 2\pi$, $T_2 = 4\pi$, в результате которых удалось получить критерильное множество $M(A_1, A_2, u_0)$, для которого имеет место установившийся колебательный режим. Множество M представляет собой параллелепипед: $0 \leq A_1, A_2 \leq 1$, $-0,7 \leq u_0 \leq 2$, который при $u_0 < -0,7$ переходит в пирамидальную фигуру неправильной формы. При $u_0 = -0,93$ точка с координатами $A_1 = A_2 = 0$ соответствует вершине этой фигуры.

В целом результаты численных экспериментов показали, что при уменьшении уровня изъятия материала срыва временных траекторий возникают при больших амплитудах A_1 и A_2 , причем эти ситуации более чувствительны к изменению амплитуды A_2 , чем к изменению A_1 . Можно отметить подавление малых возмущений при возрастании амплитуды A_2 (при $A_1 = \text{const}$). Наблюдается уменьшение амплитуды решений $W(t)$ при уменьшении амплитуд A_1 и A_2 .

Во всех случаях установившиеся колебания возникли вокруг устойчивой особой точки стационарного уравнения (1, 2) с осредненными коэффициентами. Примеры численных экспериментов при $u_0 \leq 0$ показаны на рис. 2. Их результаты подтверждают ранее высказанную гипотезу о поведении решений нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения с периодическими коэффициентами.

Предложенный в работе теоретический подход к анализу устойчивости уравнения баланса пляжеобразующего материала может быть полезен при оценке критических уровней изъятия материала из береговой зоны, приводящих к деградации пляжей и в дальнейшем к усиленной абразии берега, а также при прогнозировании времени полного исчезновения пляжей.

1. Есин Н. В., Московкин В. М., Дмитриев В. А. К теории управления абразивным процессом // Природные основы берегозащиты.— М.: Наука, 1987.— С. 5—17.
2. Есин Н. В., Савин М. Т., Жилыев А. П. Абразивный процесс на морском берегу.— Л.: Гидрометеоиздат, 1980.— 220 с.
3. Московкин В. М., Есин Н. В. Оптимальное управление абразивным процессом // Докл. АН СССР.— 1985.— Т. 284, № 3.— С. 731—735.
4. Томпсон Дж. М. Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике.— М.: Мир, 1985.— 254 с.

ВНИИВО, Харьков

Статья поступила
06.08.90

Резюме

Показано можливість виникнення динамічних нестійкостей (біфуркацій) у берегових системах, що утворилися в умовах періодичного вилучення пляжеутворюючого матеріалу з берегової зони. В основу аналізу таких нестійкостей покладено рівняння балансу пляжеутворюючого матеріалу, в якому враховуються осциляційні фактори — хвильова активність, вилучення (підсіпка) матеріалу. Запропонований теоретичний підхід може бути корисним при оцінці критичного рівня вилучення матеріалу з берегової зони, що призводить до деградації пляжів і в подальшому до посилення абразії, а також при прогнозуванні часу повного зникнення пляжів.

Summary

It is shown that dynamic instabilities (bifurcations) can appear in the shore systems arising under conditions of periodic withdrawal of the beach-forming material from the littoral zone. Analysis of such instabilities is underlain by the beach-forming material balance equation where oscillation factors: wave activity, withdrawal (addition) of the material are allowed for. The suggested theoretical approach can be useful to estimate the critical level of material withdrawal from the littoral zone causing degradation of beaches and subsequently intensification of abrasion as well as to predict the time of complete disappearance of beaches.