УДК 519.2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕРОЯТНОСТНОГО КОНФЛИКТА ПРИ УПРАВЛЕНИИ РИСКАМИ

MATHEMATICAL MODEL PROBABILISTIC RISK MANAGEMENT WITH CONFLICT

Д.Б. Десятов [1], Л.А. Коробова [1], Т.В. Курченкова [2]
D.B. Desjatov [1], L.A. Korobova [1], T.V. Kurchenkova [2]

[1] *Воронежский государственный университет инженерных технологий, Россия, 394036, г. Воронеж, пр. Революции, 19*
Voronezh State University of Engineering Technologies, 19 Revolution avenue, Voronezh, 394036, Russia

[2] *Воронежский институт высоких технологий, Россия, 394043, г. Воронеж, ул. Ленина, 73 а*
Voronezh Institute of High Technologies, 73 a Lenin St, Voronezh, 394043, Russia

E-mail: lyudmila_korobova@mail.ru; E-mail: tatyana36136@mail.ru

Аннотация. Чтобы более точно и объективно определить параметры, которые необходимо использовать при управлении рисками, предлагается использовать модели вероятностного конфликта. Доказанные в работе теоремы позволяют решать задачи оптимизации и выбора на множестве Парето, которые возникают при исследовании функционирования стохастических экономических систем. В результате предложенного подхода появляется возможность моделировать порядок воздействия и взаимодействия различных систем, реагирующих на инициирующее событие.

Resume. To more accurately and objectively determine the parameters to be used in risk management, it is proposed to use a probabilistic model of the conflict. The proved theorems allow us to solve the problem of optimizing and selecting the set of Pareto, which arise in the study of stochastic functioning of economic systems. As a result of this approach it is possible to simulate the effects of the procedure and the interaction between different systems that respond to the triggering event.

Ключевые слова: управление рисками, конфликт, моделирование, ядро конфликта.
Key words: risk management, conflicts, modeling, core conflict.

В современной экономической науке под управлением рисками понимается процесс принятия и выполнения управленческих решений, направленных на снижение вероятности возникновения неблагоприятного результата и минимизацию возможных потерь проекта, вызванных его реализацией. При этом под риском понимается вероятное событие, в результате наступления которого могут произойти только нейтральные или отрицательные последствия.

В настоящее время вводится новый стандарт ГОСТ Р МЭК 62502-2014 Менеджмент риска. Анализ дерева событий[1], который утвержден Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 24 октября 2014 г. № 1429-ст (вводится в действие с 1 декабря 2015 г.). В стандарте приведены принципы моделирования последствий инициирующих событий, а также количественному и качественному анализу показателей надежности и риска.

Анализ дерева событий является индуктивной процедурой, предназначенной для моделирования возможных выходов, являющихся следствием реализации данного инициирующего события и состояний факторов защиты, а также определения оценок частоты или вероятности возможных выходов данного инициирующего события.

Начиная с инициирующего события, в процессе анализа ETA [2] исследователи постоянно ищут ответ на вопрос «Что произойдет, если...». Опираясь на полученные ответы, аналитик строит дерево возможных выходов. Поэтому крайне важно составить перечень всех возможных инициирующих событий. Такой анализ ЕТА сценария помогает идентифицировать все возможные варианты развития неблагоприятного события, конструкции разрабатываемого объекта и выявить слабые места процедуры. Ветвь успеха является моделью условий, в которых фактор защиты действует в соответствии с его назначением (срабатывает). Как и в случае других аналитических методов особое внимание следует уделять моделированию зависимости событий, учитывая, что вероятности, используемые в дереве событий, являются условными на последовательности событий, которые произошли до реализации рассматриваемого события.

Для того, чтобы более точно и объективно определить параметры, которые необходимо использовать при управлении рисками, предлагается использовать модели вероятностного конфликта. В соответствии с [3] будем считать, что некоторая система S1 конфликтует с системой S2, (S2К S1), если

$$q(S1,S2)<q(S1,\overline{S2}), \qquad (1)$$

где q - функция полезности надсистемы S = {S1,S2}. Для стохастическихэкономических систем в качестве функции полезности будем рассматривать вероятность достижения заданной цели. При этом можно говорить о конфликте случайных событий, заключающихся в достижении некоторых целевых состояний. Тогда, если А и В - совместные зависимые случайные события (например, заключающиеся в достижении целевых состояний стохастическими системами S1 и S2 соответственно), то вероятностный конфликт между событиями (А К В) можно определить двумя способами [4]:

Определение 1. Между А и В наблюдается вероятностный конфликт первого рода (А К1 В), если

$$P(A/B)<P(A/\overline{B}), \qquad (2)$$

где $P(A/B)$, $P(A/\overline{B})$ - условные вероятности.

Определение 2. Между А и В наблюдается вероятностный конфликт второго рода (А К2 В), если

$$P(A/B)<P(A). \qquad (3)$$

Теорема 1.Из неравенства (2) следует неравенство (3).

Доказательство. По известной теореме о полной вероятности:

$$P(A) = P(A/B)P(B) + P(A/\overline{B})P(\overline{B}). \qquad (4)$$

Тогдаиз (2) следует

$$P(A) > P(A/B)P(B) + P(A/B)P(\overline{B}) = P(A/B)[P(B) + P(\overline{B})]. \qquad (5)$$

Согласно одной из аксиом теории вероятностей

$$P(B) + P(\overline{B}) = 1. \qquad (6)$$

Из (4) и (5) следует $P(A) > P(A/B)$, что и требовалось доказать.

Теорема 2. Вероятностный конфликт второго рода является симметричным, то есть из АК2 В следует, что В К2 А.

Доказательство. Имеем неравенство (3). Из формулы умножения для зависимых событий следует

$$P(A \cap B) = P(A)P(B/A) = P(B)P(A/B). \quad (7)$$

Отсюда с учетом (3) получаем

$$P(B/A) = [P(B)P(A / B)] / P(A) < [P(B)P(A)] / P(A) = P(B). \quad (8)$$

Теорема 3. Вероятностный конфликт первого рода является симметричным, то есть из АК1 В следует, что В К1 А.

Доказательство. Имеем неравенство (2). По теореме о полной вероятности можно записать:

$$P(B) = P(B/A)P(A) + P(B/\overline{A})P(\overline{A}). \quad (9)$$

Тогда

$$P(B/\overline{A}) = [P(B) - P(B/A)P(A)]/P(\overline{A}) = [P(B) - P(B/A)+P(B/A) - P(B/A)P(A)]/P(\overline{A}) =$$

$$\{P(B) - P(B/A)+P(B/A)[1 - P(A)]\}/P(\overline{A}) \quad (10)$$

Согласно (6):

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A). \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует:

$$P(B/\overline{A}) = [P(B)-P(B/A)]/P(\overline{A}) + P(B/A). \quad (12)$$

Из Теоремы 1, неравенства (8) и неравенства $P(\overline{A}) > 0$ (если $P(\overline{A}) = 0$, то события А и В являются независимыми, что противоречит принятым предположениям) следует, что

$$[P(B)\ P(B/A)]/P(\overline{A}) > 0. \quad (13)$$

Из (12) и (13) имеем

$$P(B/\overline{A}) > P(B/A), \quad (14)$$

что и требовалось доказать.

Теоремы 1,2 и 3 свидетельствуют о симметричности вероятностного конфликта.

Теорема 4. А К1В тогда и только тогда, когда АК2 В.

Доказательство. Необходимость утверждения теоремы следует из Теоремы 1, то есть из (2) следует (3). Докажем достаточность. Имеем неравенство (3). Из (6) можно записать

$$P(A/\overline{B}) = [P(A) - P(A/B)P(B)]/P(\overline{B}). \quad (15)$$

Из (15), (3) и (11) следует:

$$P(A/\overline{B}) > [P(A/B) - P(A/B)P(B)]/P(\overline{B}) = \{P(A/B)[1 - P(B)]\}/P(\overline{B}) =$$

$= [P(A/B)P(\overline{B})]/P(\overline{B}) = P(A/B)$, что и требовалось доказать.

Теорема5. Если А и В конфликтуют, то выполняется следующее соотношение

$$P(A/B) < P(A) < P(A/\overline{B}). \quad (16)$$

Доказательство. По условию теоремы выполняются неравенства (2) и (3), откуда следует левое неравенство в (16). Докажем, что при этом $P(A) < P(A/\overline{B})$.

Из (5), (2) и (6) следует

$$P(A)=P(A/B)P(B)+P(A/\overline{B})P(\overline{B}) < P(A/\overline{B})P(B)+P(A/\overline{B})P(\overline{B}) =$$

$=P(A/\overline{B})[P(B) + P(\overline{B})] = P(A/\overline{B})$, что и требовалось доказать.

Кроме конфликта между случайными событиями A и B может наблюдается отношение вероятностного сотрудничества ($A\ \overline{K}\ B$), если выполняется условие

$$P(A/B) > P(A). \quad (17)$$

Следует отметить, что между вероятностями P(A) и P(A/B) кроме (3) и (17) может также наблюдаться соотношение

$$P(A/B) = P(A). \quad (18)$$

В этом случае события A и B являются независимыми.

Доказанные теоремы позволяют решать задачи оптимизации и выбора на множестве Парето, которые возникают при исследовании функционирования стохастических экономических систем.

Рассмотрим теперь систему S, элементами которой являются случайные величины xi. Возможны следующие варианты объединения элементов вгруппы: 1) корреляционные плеяды, в которых связи характеризуются отрицательными коэффициентами корреляции; 2)корреляционные плеяды, в которых связи характеризуются положительными коэффициентами корреляции; 5) корреляционные плеяды, в которых связи характеризуются и отрицательными и положительными коэффициентами корреляции; 4)группы независимых случайных величин.

В[4] было показано, что отрицательное значение коэффициента корреляции между двумя случайными величинами свидетельствует о конфликте между ими. Исходя из этого, можнов системе случайных величин S выделить подсистему k, характеризующую конфликт и содержащую все корреляционныеплеяды с отрицательными значениями коэффициентов корреляции между элементами. Подядром системы будем понимать ее подсистему, удаление которой изсистемы «кардинально» меняет свойства самой системы.

Тогда корреляционная плеяда, включающаяконфликтующие случайные величины, будем называть ядром конфликта.

Корреляционная плеяда, в которой значения коэффициентов корреляции имеют положительные значения, называется ядром согласия.

Ядром безразличия называется группунезависимых случайных величин.

Ядро конфликта представляется неориентированным графом, в котором вершинами являются параметры функционирования системы, ребрами значимые корреляционные зависимости, каждое ребро помечается значением коэффициента корреляции.

Формально ядро конфликта может быть описано с помощью матрицы E = [eij], подобной матрице инцидентности, которая определяется следующимобразом:

eij = 0, если между вершинами xi и yj нет ребра;

eij = 1, если между xi и yij есть ребро с положительной корреляционной связью;

eij = -1, если между xij и yij есть ребро с отрицательной корреляционной связью.

Поскольку в ядре конфликта ребрам графа сопоставленызнаки («+» или «-»), то можно определить понятия поляризациии сбалансированности. Понятие поляризации характеризуетстепень сосредоточения положительных связей внутри подгрупп и отрицательных - между подгруппами (степень конфликта между группами параметров).

Сбалансированный граф можно определить как граф, в котором все циклы имеют четное число отрицательных дуг. Тогда по теореме Харари и Картрайта [5] граф является сбалансированным тогда и только тогда, когда его можно разбить на дватаких подграфа, что все отрицательные дуги соединяют этиподграфы, а все положительные находятся внутри них. Теоремасформулирована для орграфов, но она верна и в случае неориентированности графов, поэтому понятие сбалансированностиможет быть применено и к ядрам конфликта.

Степень сбалансированности измеряется тогда числом ребер, знак которых нужно заменить противоположным, чтобыграф стал сбалансированным.Используя введенные показатели, а также различные интегральные характеристики по значениям коэффициентов корреляции («силе» ребер графа) можно оценивать и сравнивать ядраконфликта, соответствующие различным сечениям и реализациям.

В результате предложенного подхода появляется возможность моделировать порядок воздействия и взаимодействия различных систем, реагирующих на инициирующее событие. Таким образом, воздействия различных систем могут быть смоделированы «одно за другим». Появляется возможность:

- определить логическое развитие инициирующего события через различные факторы защиты и возможным выходам и сценариям опасного событии;
- идентифицировать зависимости факторов защиты;
- рассчитать условные вероятности успеха/отказа одной системы с учетом действия или состояния других систем;
- построить дерево событий.

Предложенное развитие метода ETA, на наш взгляд, позволяет более эффективно моделировать риски с учетом конфликта их взаимодействий.

Список литературы
References

1. ГОСТ Р МЭК 62502-2014 Менеджмент риска. Анализ дерева событий. IEC 62502:2010 Analysis techniques for dependability - Event tree analysis (ETA) (IDT), 35.

GOST R MJEK 62502-2014 Menedzhment riska. Analizderevasobytij. IEC 62502:2010 Analysis techniques for dependability - Event tree analysis (ETA) (IDT), 35.

2. Andrews J.D., Dunnett S.J. 2000. Event Tree Analysis using Binary Decision Diagrams, IEEE Trans. Reliability, 49: 230-238.

3. Сысоев В.В. 1999. Конфликт. Сотрудничество. Независимость. Системное взаимодействие в структурно-параметрическом представлении. М., Изд-во Московской академии экономики и права, 151.

Sysoev V.V. Konflikt. 1999. Sotrudnichestvo. Nezavisimost'. Sistemnoe vzaimodejstvie v strukturno-parametricheskom predstavlenii. M., Izd-vo Moskovskoj akademii jekonomiki i prava, 151.

4. Десятов Д.Б. 2008. Теория конфликта. Воронеж, Научная книга, 2008, 346.

Desjatov D.B. 2008. Teorija konflikta. Voronezh, Nauchnaja kniga, 346.

5. Харари Ф. 1973. Теория графов. М., Мир, 301.

Harari F. 1973. Teorija grafov. M., Mir, 301.