



УДК 621.397

ОБ ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

ON ESTIMATION OF EFFICIENCY OF PREDICTION METHOD BASED ON COSINE TRANSFORMATION

А.А. Черноморец, Е.В. Болгова, Д.А. Черноморец, А.В. Болгова
A.A. Chernomorets, E.V. Bolgova, D.A. Chernomorets, A.V. Bolgova

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
 Россия, 308015, Белгород, ул. Победы, 85*

Belgorod State National Research University, 85 Pobeda St, Belgorod, 308015, Russia

e-mail: chernomorets@bsu.edu.ru, bolgova_e@bsu.edu.ru

Аннотация. В статье рассматривается эффективность применения метода прогнозирования на основе косинусного преобразования, а также выполнено сравнение полученных результатов с известными методами. Показано преимущество разработанного метода в точности прогнозирования на длительный период времени.

Resume. The article discusses the effectiveness of the method for predicting based on the cosine transform, as well as a comparison received results to known methods. The advantage of this method in the prediction accuracy for a long period of time.

Ключевые слова: прогнозирование, косинусное преобразование, частотная подобласть, информационная частотная компонента, доли энергии

Keywords: prediction, cosine transformation, frequency sub-area, information frequency component, energy parts

В настоящее время наиболее распространенным из известных методов прогнозирования является метод линейного предсказания и прогнозирования на основании сплайнов [1]. Однако, данные, полученные в результате прогнозирования на основе указанных методов, зачастую, обладают неточностью при прогнозировании на длительные промежутки времени. Например, методы прогнозирования используются в интеллектуальных системах автоматического управления инерционными объектами, широко известна классическая задача упреждающего прицеливания зенитного орудия на маневрирующий самолет. Важное значение имеет правильное построение прогнозов при управлении процессом мониторинга и оповещения, например, о загрязненности малых рек и др. Исключительно широкое распространение получил алгоритм линейного предсказания, используемый в вокодерах современных систем цифровой связи, в системах сжатия аудио- и видеосигналов.

В данной работе для решения задачи прогнозирования предлагается использовать преобразование исходных зарегистрированных данных на основе частотных представлений (косинусное преобразование). Использование частотных представлений для задач прогнозирования основано на том, что они характеризуют отрезок зарегистрированных данных как в целом, так и в каждом его отсчете, при этом результаты преобразования содержат информацию о закономерностях динамики изменения данных на доступном наблюдению отрезке. Кроме того, в течение определенного промежутка времени существует относительная устойчивость выделенных закономерностей.

В работе процедура преобразования зарегистрированных данных на основе частотных представлений осуществляется с помощью косинусного преобразования Фурье, обеспечивающего высокую концентрацию энергии исследуемого отрезка данных в узкой частотной подобласти [2, 3]

Метод прогнозирования на основе косинусного преобразования предложен в работе [4]. Для вычисления прогнозируемых значений было использовано важное свойство реальных процессов – энергетические характеристики в последовательных отрезках зарегистрированных данных сохраняются в течение определенного периода времени.

Рассмотрим основные положения метода. Пусть в течение некоторого периода были зарегистрированы N значений, представленных в виде вектора $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{N-1}, x_N)^T$, и определена частотная подобласть $V = [u_1, u_2)$, $0 \leq u_2, u_1 < \pi$, соответствующая наиболее значимой частотной компоненте данного вектора, то есть такой компоненте, которая соответствует заданной (близкой к единице) доле m энергии исходного вектора.

Вычислим для заданной частотной подобласти V симметрическую квазисубполосную матрицу $G_V = (g_{i_1 i_2})$, $i_1, i_2 = 1, 2, \dots, N$, элементы которой определяются следующими соотношениями [5]:



$$g_{i_1 i_2} = a_{i_1 i_2} + h_{i_1 i_2}, \tag{1}$$

$$a_{i_1 i_2} = \begin{cases} \frac{\sin(u_2(i_1 - i_2)) - \sin(u_1(i_1 - i_2))}{\pi(i_1 - i_2)}, & i_1 - i_2 \neq 0, \\ \frac{u_2 - u_1}{\pi}, & i_1 - i_2 = 0, \end{cases} \tag{2}$$

$$h_{i_1 i_2} = \frac{\sin(u_2(i_1 + i_2 - 1)) - \sin(u_1(i_1 + i_2 - 1))}{\pi(i_1 + i_2 - 1)}. \tag{3}$$

Аналогичным образом для заданной частотной подобласти $V = [u_1, u_2)$ вычислим квазисубполосную матрицу $G_V^{N+1} = (g_{i_1 i_2})$, $i_1, i_2 = 1, 2, \dots, N + 1$.

Очевидно, что квазисубполосная матрица G_V^{N+1} может быть представлена в следующем виде:

$$G_V^{N+1} = \begin{pmatrix} G_V & \bar{g}_N \\ \bar{g}_N^T & g_{N+1, N+1} \end{pmatrix},$$

\bar{g}_N – вектор-столбец, элементы которого совпадают с элементами $\{g_{N+1,1}, g_{N+1,2}, \dots, g_{N+1,N}\}$ матрицы G_V^{N+1} .

В работе [2] показано, что для вычисления прогнозируемого значения x_{N+1} вектора \bar{x} можно использовать следующее выражение

$$x_{N+1} = \frac{-\bar{g}_N^T \bar{x} \pm \sqrt{(\bar{g}_N^T \bar{x})^2 - (g_{N+1, N+1} - P_V)(\bar{x}^T G_V \bar{x} - P_V \sum_{i=1}^N x_i^2)}}{g_{N+1, N+1} - P_V}, \tag{4}$$

где

P_V – доля энергии вектора \bar{x} , соответствующая заданной частотной подобласти V [6, 7],

$$P_V = \frac{\bar{x}^T G_V \bar{x}}{\|\bar{x}\|^2} = \frac{\bar{x}^T G_V \bar{x}}{\sum_{i=1}^N x_i^2}. \tag{5}$$

Для проверки эффективности разработанного метода были проведены вычислительные эксперименты.

Целью вычислительных экспериментов является сравнение результатов применения метода прогнозирования на основе косинусного преобразования с результатами использования известных методов прогнозирования (на примере оценивания состояний загрязненности малых рек).

В качестве анализируемых отрезков данных в работе рассматриваются как модельные зависимости, так и значения отдельного показателя загрязненности малых рек в заданный период, например, для факторов загрязнения «сульфаты» и «хлориды» использованы зарегистрированные значения на Старгородском водозаборе № 4, скважина № 25 в период с 15.01.2007 по 30.07.2013

При проведении вычислительных экспериментов по оцениванию метода прогнозирования состояния загрязненности малых рек на основе косинусного преобразования предлагается сравнение результатов прогнозирования различными методами осуществить на основе сравнения относительных погрешностей прогнозирования состояния загрязненности малых рек различными методами. Для сравнения использованы одни из наиболее распространенных методов – линейное предсказание и прогнозирование на основе сплайнов.

Для проведения экспериментов использован фрагмент исходной последовательности показателей загрязненности с целью сравнения результатов прогнозирования с оставшейся частью данных.

Далее для выбранного фрагмента показателей загрязненности с помощью сравниваемых методов получены результаты прогнозирования оставшейся части значений показателей. Затем была определена относительная погрешность прогнозирования.

Для вычисления относительной погрешности δ_i прогнозирования i -того значения показателя использовано выражение следующего вида:

$$\delta_i = \frac{|x_{1,i} - x_{2,i}|}{|x_{2,i}|},$$

где $x_{1,i}$ – i -тое значение, полученное в результате прогнозирования, $x_{2,i}$ – реальное i -тое значение показателя загрязненности.



Среднее значение δ_{cp} относительной погрешности вычислено на основании следующего выражения:

$$\delta_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_i,$$

где N – количество прогнозируемых значений заданного показателя загрязненности.

В ходе вычислительных экспериментов в качестве исходных данных использованы:

- модельные данные значения логарифмической функции

$$x_i = \log i, i = 1, 2, \dots, 32 \quad (6)$$

- реальные значения различных показателей загрязненности рек Белгородской области (набор 1 и набор 2).

Данные для набора 1 получены на Старогородском водозаборе № 4, скважина № 25, в период с 15.01.2007 по 30.07.2013 для фактора загрязнения – сульфаты:

$$\begin{aligned} & [99\ 118\ 109\ 104\ 87\ 103\ 100\ 115\ 100\ 98.9\ 98.9\ 101.4\ 100.9\ 110.9\ 92.8\ 90.7\ 102.7 \\ & 103.7\ 103.2\ 108\ 103.7\ 122.4\ 103.2\ 108\ 112.8\ 115.2\ 117.6\ 111.6\ 122.4\ 123.6] \end{aligned} \quad (7)$$

Данные для набора 2 получены на Старогородском водозаборе № 4, скважина № 25, в период с 15.01.2007 по 30.07.2013 для фактора загрязнения – хлориды:

$$\begin{aligned} & [13.48\ 13.92\ 13.92\ 12\ 15.52\ 14.95\ 12.5\ 10.64\ 12.5\ 14.8\ 12.99\ 13.25\ 14.03\ 12.75\ 13.75\ 13.1 \\ & 13.25\ 13.75\ 13.25\ 13.75\ 10.25\ 10.75\ 11.25\ 11.75\ 14.25\ 10.25\ 13.75\ 12.25\ 13.25\ 12.25] \end{aligned} \quad (8)$$

В таблице 1 приведены результаты вычислительных экспериментов по сравнению результатов прогнозирования, показаны 10 значений модельных значений логарифмической функции (5) на основе разработанного метода, метода линейного предсказания (коэффициенты линейного предсказания для определения очередного значения вычислены в среде Matlab на основе всего множества предшествующих значений) и метода прогнозирования на основе сплайнов и их относительные погрешности.

Таблица 1
Table 1

Результаты прогнозирования (эксперимент 1)
The prediction results (experiment 1)

№ точки прогнозирования	Вычисленные модельные значения	Результат прогнозирования (разработанный метод)	Относительная погрешность (разработанный метод)	Результат прогнозирования (метод линейного предсказания)	Относительная погрешность (метод линейного предсказания)	Результат прогнозирования (сплайн)	Относительная погрешность (сплайн)
1	3,497	3,536	0,011	3,193	0,087	3,497	1,429E-06
2	3,526	3,531	0,001	2,914	0,174	3,526	7,294E-06
3	3,555	3,530	0,007	2,626	0,262	3,555	2,193E-05
4	3,584	3,535	0,013	2,326	0,351	3,584	5,082E-05
5	3,611	3,545	0,018	2,014	0,442	3,611	1,004E-04
6	3,638	3,558	0,022	1,689	0,536	3,638	1,778E-04
7	3,664	3,573	0,025	1,355	0,630	3,664	2,911E-04
8	3,689	3,589	0,027	1,014	0,725	3,689	4,487E-04
9	3,714	3,605	0,029	0,676	0,818	3,714	6,597E-04
10	3,738	3,621	0,031	0,361	0,903	3,738	9,335E-04

Средняя погрешность прогнозирования δ_{cp} для данного вычислительного эксперимента:

- метод линейного предсказания – 0.4928;
- прогнозирование на основе сплайнов – 2.6925e-004;
- разработанный метод – 0.0185.

Во втором вычислительном эксперименте при прогнозировании значений использован набор данных 1 (2.32).

В таблице 2 приведены результаты вычислительных экспериментов по сравнению результатов прогнозирования 10 значений для набора данных 1 на основе разработанного метода, метода линейного предсказания и метода прогнозирования на основе сплайнов, 10 последовательно вычисленных значений прогнозируемых величин и их относительные погрешности для набора данных 1.

Средняя погрешность прогнозирования δ_{cp} для данного вычислительного эксперимента:



- метод линейного предсказания – 0.8002;
- прогнозирование на основе сплайнов – 3.2962;
- разработанный метод – 0.0929.

Таблица 2
Table 2

Результаты прогнозирования (эксперимент 2)
The prediction results (experiment 2)

№ точки прогнозирования	Вычисленные модельные значения	Результат прогнозирования (разработанный метод)	Относительная погрешность (разработанный метод)	Результат прогнозирования (метод линейного предсказания)	Относительная погрешность (метод линейного предсказания)	Результат прогнозирования (сплайн)	Относительная погрешность (сплайн)
1	103,7	102,355	0,013	89,154	0,140	121,619	0,173
2	122,4	109,810	0,103	57,115	0,533	147,576	0,206
3	103,2	102,355	0,008	39,239	0,620	189,390	0,835
4	108	96,407	0,107	18,913	0,825	250,580	1,320
5	112,8	86,675	0,232	16,166	0,857	334,666	1,967
6	115,2	121,970	0,059	5,990	0,948	445,165	2,864
7	117,6	100,272	0,147	7,616	0,935	585,598	3,980
8	111,6	115,296	0,033	-7,377	1,066	759,482	5,805
9	122,4	99,922	0,184	-4,964	1,041	970,338	6,928
10	123,6	118,278	0,043	-4,615	1,037	1221,684	8,884

В третьем вычислительном эксперименте при прогнозировании значений использован набор данных (2.33).

В таблице 3 приведены 10 последовательно вычисленных значений прогнозируемых величин и их относительные погрешности для набора данных 2.

Таблица 3
Table 3

Результаты прогнозирования (эксперимент 3)
The prediction results (experiment 3)

№ точки прогнозирования	Вычисленные модельные значения	Результат прогнозирования (разработанный метод)	Относительная погрешность (разработанный метод)	Результат прогнозирования (метод линейного предсказания)	Относительная погрешность (метод линейного предсказания)	Результат прогнозирования (сплайн)	Относительная погрешность (сплайн)
1	10,25	13,405	0,308	11,316	0,104	18,110	0,767
2	10,75	13,543	0,260	8,907	0,171	29,189	1,715
3	11,25	13,207	0,174	6,102	0,458	49,848	3,431
4	11,75	11,935	0,016	5,302	0,549	82,945	6,059
5	14,25	13,405	0,059	2,652	0,814	131,342	8,217
6	10,25	13,788	0,345	1,438	0,860	197,897	18,307
7	13,75	15,286	0,112	1,225	0,911	285,470	19,761
8	12,25	13,257	0,082	0,723	0,941	396,922	31,402
9	13,25	11,790	0,110	0,879	0,934	535,111	39,386
10	12,25	13,743	0,122	-0,113	1,009	702,898	56,379

Средняя погрешность прогнозирования δ_{cp} для данного вычислительного эксперимента:

- метод линейного предсказания – 0.6750;
- прогнозирование на основе сплайнов – 18.5425;
- разработанный метод – 0.1588.

Результаты, приведенные в таблицах 2–3 демонстрируют преимущество разработанного метода по сравнению с широко используемыми методами линейного предсказания и прогнозирования на основе сплайнов.

Однако, данные, приведенные в таблице 1, показывают, что в отдельных случаях метод прогнозирования на основе сплайнов позволяет получить лучшие результаты по сравнению с разработанным методом.

Вычислительные эксперименты показали, что применение предлагаемого метода прогнозирования состояния загрязненности малых рек на основе косинусного преобразования в большинстве случаев позволяет получить более точные прогнозные значения на длительном промежутке



времени. Погрешность вычисления первой точки прогнозирования в большинстве случаев меньше у методов линейного и сплайн-прогнозирования, чем у частотного метода прогнозирования. Погрешность вычисления последующих точек прогнозирования обычно меньше у субполосного метода, чем у методов линейного и сплайн-прогнозирования.

Метод линейного предсказания вызвал нежелательные эффекты значительного уменьшения прогнозных значений.

На основе данных, приведенных в таблицах 1–3, средняя относительная погрешность прогнозирования на основе разработанного метода равна 0.0185, 0.0929 и 0.1588 соответственно, на основе метода линейного предсказания – 0.4928, 0.8002 и 0.6750, а на основе сплайн-прогнозирования – 2.6925e-004, 3.2962 и 18.5425, что также указывает на преимущество в большинстве случаев разработанного метода.

Сопоставив результаты из таблиц 1–3, можно сделать вывод, что разработанный метод прогнозирования значений показателей загрязненности малых рек на основе косинусного преобразования обладает меньшей относительной погрешностью по сравнению с методом линейного предсказания.

Таким образом, сравнительные вычислительные эксперименты по прогнозированию на основании предлагаемого метода при использовании различных зарегистрированных данных о состоянии загрязненности водных объектов показали его высокую эффективность.

Кроме того, вычислительные эксперименты показали, что при построении прогнозов на длительный период, применение разработанного метода прогнозирования позволяет на основании учета выявленных закономерностей вычислять результаты прогнозирования в течение определенного промежутка времени с точностью, превышающей точность прогнозирования на основе известных методов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-47-08052.

Список литературы References

1. Шурыгин А. Математические методы прогнозирования. – М.: Горячая линия -Телеком, 2009. – 180 с. Shurygin A. Matematicheskie metody prognozirovaniya. – M.: Gorjachaja linija -Telekom, 2009. – 180 s.
2. Черноморец А.А., Болгова Е.В. Об анализе данных на основе косинусного преобразования // Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. – 2015. – № 1 (198). – Вып. 33/1. – С. 68–73. Chernomorets A.A., Bolgova E.V. Ob analize dannyh na osnove kosinusnogo preobrazovaniya // Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Istorija. Politologija. Jekonomika. Informatika. – 2015. – № 1 (198). – Вып. 33/1. – С. 68–73.
3. Черноморец А.А., Болгова Е.В., Черноморец Д.А. Обобщенный субполосный анализ на основе унитарных преобразований // Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика. – 2015. – № 7 (204). – Вып. 34/1. – С. 146–151. Chernomorets A.A., Bolgova E.V., Chernomorets D.A. Obobshhennyj subpolosnyj analiz na osnove unitarnyh preobrazovanij // Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Jekonomika. Informatika. – 2015. – № 7 (204). – Вып. 34/1. – С. 146–151.
4. Черноморец А.А., Болгова Е.В., Черноморец Д.А., Коваленко А.Н. Метод прогнозирования на основе частотных представлений // Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика. – 2015. – № 13 (210). – Вып. 35/1. – С. 164–169. Chernomorets A.A., Bolgova E.V., Chernomorets D.A., Kovalenko A.N. Metod prognozirovaniya na osnove chastotnyh predstavlenij // Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Jekonomika. Informatika. – 2015. – № 13 (210). – Вып. 35/1. – С. 164–169.
5. Черноморец А.А., Волчков В.П. О свойствах квазисубполосных и G-субполосных матриц // Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. – 2012. – № 1 (120). – Вып. 21/1. – С. 127–134. Chernomorets A.A., Volchkov V.P. O svojstvah kvazisubpolosnyh i G-subpolosnyh matric // Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Istorija. Politologija. Jekonomika. Informatika. – 2012. – № 1 (120). – Вып. 21/1. – С. 127–134.
6. Черноморец А.А., Иванов О.Н. Метод анализа распределения энергий изображений по заданным частотным интервалам // Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. – 2010. – № 19 (90). – Вып. 16/1. – С. 161–166. Chernomorets A.A., Ivanov O.N. Metod analiza raspredelenija jenergij izobrazhenij po zadannym chastotnym intervalam // Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Istorija. Politologija. Jekonomika. Informatika. – 2010. – № 19 (90). – Вып. 16/1. – С. 161–166.
7. Черноморец А.А., Голощапова В.А., Лысенко И.В., Болгова Е.В. О частотной концентрации энергии изображений // Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. – 2011. – № 1 (96). – Вып. 17/1. – С. 146–151. Chernomorets A.A., Goloshhapova V.A., Lysenko I.V., Bolgova E.V. O chastotnoj koncentracii jenergii izobrazhenij // Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Istorija. Politologija. Jekonomika. Informatika. – 2011. – № 1 (96). – Вып. 17/1. – С. 146–151.