



КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

COMPUTER SIMULATION HISTORY

УДК 303.732.4:536.71:519.25

О СПРАВЕДЛИВОСТИ ПРИНЦИПА СООТВЕТСТВЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ДЛЯ СИСТЕМ РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ

ON JUSTICE OF THE PRINCIPLE OF CORRESPONDING CONDITIONS FOR VARIOUS SYSTEMS

Г.В. Аверин, А.В. Звягинцева
G.V. Averin, A.V. Zviagintseva

Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
Россия, 308015, Белгород, ул. Победы, 85

Belgorod State National Research University, 85 Pobeda St, Belgorod, 308015, Russia

E-mail: averin@bsu.edu.ru; zviagintseva@bsu.edu.ru

Аннотация

Предложено использовать принцип соответственных состояний для построения уравнений состояний систем различной природы на основе опытной или статистической информации, представленной в форме темпоральных данных. Разработан метод комплексного измерения состояний объектов по отношению к опорному состоянию, использующий принцип инвариантности расстояний в многомерных пространствах состояний систем. Разработана методика получения уравнений состояний в виде феноменологических соотношений. На примере базы данных статистической информации о развитии городов России получены уравнения состояний для нескольких показателей. Предложенный подход является универсальным и позволяет развить теорию социально-экономического анализа городов и регионов, исходя из комплексной оценки объектов по множеству показателей.

Abstract

It is offered to use the principle of corresponding conditions for creation the equations of conditions for various systems on the basis of the skilled information provided in a temporal data form. The method of complex measurement of objects' conditions in relation to a basic condition and reference process is elaborated using the principle of distance invariance in multidimensional spaces. For relative comparison of objects the measure as a radius vector of geometrical points in the space of conditions of the studied objects is put into consideration. The technique of obtainment the equations of conditions in the form of phenomenological ratios is elaborated. The method of a complex objects' assessment in the general measurement scale is offered. The equations of conditions for several social and economic indexes are received on the example of the database of statistical information on a condition and development of the Russian cities. It is shown that there are general tendencies of the cities' development in multidimensional spaces of indicators. The offered approach allows to develop the theory of the social and economic analysis of the cities and regions, proceeding from a complex objects' assessment on a set of indicators. It is shown that the developed method is universal and allows to find and investigate phenomenological regularities for various systems on the basis of the general structure of temporal data representation.

Ключевые слова: принцип соответственных состояний, шкалы измерения социально-экономических показателей, статистические данные, уравнения состояний объектов, комплексная оценка развития городов и регионов.



Keywords: principle of corresponding conditions, scales of measurement of social and economic indexes, statistical data, equations of objects' conditions, complex assessment of development of the cities and regions.

Введение

Любая наука в своей предметной области изначально основывается на существующих опытных данных и результатах эмпирических наблюдений. Изначально путем обобщения эмпирического материала определяются феноменологические закономерности, позволяющие получить научный результат с необходимой точностью без объяснения истинных причин явления. На следующем этапе развития науки формулируются основания теории, которая дает возможность более глубоко раскрыть причинно-следственные закономерности изучаемых процессов.

Сегодня математизация биологических, экологических, общественных и гуманитарных наук практически не затрагивает их исходных положений, методологий и закономерностей, т.е. оснований данных наук. Если в экономике достаточно широко применяются математические и компьютерные модели, то, к примеру, в философии и истории применение формализованных моделей – достаточно редкое явление. Однако последнее время наблюдаются предпосылки к расширению области применения количественных моделей (в том числе имитационных и математических) в истории, палеонтологии, археологии, антропологии, психологии, социологии и лингвистике. Этому способствует накопление массивов эмпирических данных в этих науках.

Очевидно, что для создания развитых теорий в предметных областях нужны обширные базы данных структурированной информации о состоянии и функционировании сложных объектов и систем. Также важным является возможность применения по отношению к таким данным апробированных естественнонаучных методов, позволяющих находить и исследовать феноменологические закономерности. При этом особо следует отметить необходимость разработки методов обработки опытной информации, которые носили бы общесистемный характер и могли бы применяться в самых различных предметных областях.

В первом случае речь идет об общем представлении информации в виде структурированных данных для целых классов объектов и явлений. Есть основания считать, что на этой основе могут быть выявлены закономерности, которые являются изоморфными для объектов различной природы. Во втором случае предполагается при анализе данных использовать естественнонаучные методы, такие как метод термодинамики, теория сплошных сред, способы обработки дискретных данных, вероятностные методы исследования событий и т.д. Это связано с тем, что данные научные области человеческого знания достаточно развиты и апробированы.

Отличие в основаниях различных областей знаний во многом связано со степенью формализации изучаемых процессов и явлений. При этом одна из самых актуальных задач современной науки связана с поиском ответа на вопрос: возможен ли общесистемный подход при прикладном моделировании объектов, процессов и явлений в различных научных областях? В данной работе делается попытка предложить общие методы создания феноменологических моделей на основе единой структуры представления опытных данных без явной привязки к той или иной предметной области. Поэтому целью статьи является поиск общесистемных принципов, открывающих возможности для установления феноменологических закономерностей систем различной природы, и иллюстрация реализации соответствующих методов на конкретном примере. Работы авторов указывают на то, что определенный изоморфизм для некоторых классов объектов следует искать в универсальной форме представления опытных данных, характеризующих процессы изменения состояний изучаемых объектов [Аверин, 2014; Zviagintseva, 2014; Аверин, 2015; Averin et al., 2015a, b; Аверин и др., 2016; Звягинцева, Аверин, 2016; Звягинцева, 2016a, б, в; Averin et al., 2016].



Типы данных, используемые принципы и методика моделирования

Результаты опытных данных или наблюдений очень часто представляются в виде массивов данных, характеризующих совокупность однотипных объектов [Костенко, Кузнецов, 2007]. Такие объекты объединяют по признаку принадлежности к определенному виду сложных систем, например, вещества, физические тела, экспериментальные образцы, установки и оборудование, биологические организмы и особи, популяции, граждане, населенные пункты и города, районы и регионы, экосистемы, страны и т.д. Все такие объекты представляют один класс и имеют определенное число характерных свойств, которые количественно определяются параметрами, изменяющимися с течением времени.

Подобная информация имеет дискретную форму и может быть представлена в виде темпоральных массивов данных, характеризующих процессы изменения и развития объектов и систем. Темпоральные данные имеют структуру таблиц в виде матриц «объекты – показатели», причем множество таблиц упорядочено по времени, например, годам, месяцам, часам и т.д. Многие опытные и статистические данные о наблюдениях состояний различных сложных систем относятся к темпоральным данным. В темпоральных массивах данных в качестве объектов выступают однотипные классы (сущности), в качестве показателей (атрибутов) – различные физико-химические, социальные, биологические или структурные величины, имеющие количественное измерение.

На основе имеющихся темпоральных данных может быть построена среда моделирования в виде пространства состояний объектов. Пусть для m объектов одного класса в темпоральных массивах данных содержится количественная информация об n показателях z_k ($k = 1, 2, \dots, n$), характеризующих различные свойства данных объектов. Любое множество n переменных для параметров свойств задает n -мерное пространство состояний Ω^n , где $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, $z \in \Omega^n$. Точки этого пространства соответствуют n -мерным наборам значений всех переменных z_1, z_2, \dots, z_n . Таким образом, любое состояние в n -мерном пространстве в каждый момент времени будет отображаться многомерной точкой $M = M(z_1, z_2, \dots, z_n)$, а процесс изменения состояния объекта во времени характеризоваться кривой, описываемой этой точкой в пространстве Ω^n .

Перед нами стоит цель сформулировать методические принципы обработки темпоральных данных для получения феноменологических закономерностей, которые бы имели общий характер и не были бы явно привязаны к объектам определенной природы. Для этого используем подход моделирования состояний объектов на основе представления массивов данных наблюдений в виде континуальной среды, который был предложен ранее [Аверин, 2014; Zviagintseva, 2014; Аверин, 2015; Averin et al., 2015a, b; Аверин и др., 2016; Звягинцева, Аверин, 2016; Звягинцева, 2016а, б, в; Averin et al., 2016]. В данном случае опытные дискретные точки представляются в виде ограниченной выборки из сплошной гипотетической среды бесконечного количества состояний для объектов одного класса, а континуальное пространство состояний содержит в своей сущности некоторые закономерности, свойственные изучаемому виду систем. Континуальный принцип позволяет применить методы математического анализа по отношению к функциям, характеризующим состояния и процессы изменения состояний объектов.

Для моделирования состояний и процессов будем использовать естественнонаучные принципы применительно к системному описанию данных. Среди таких принципов следует особо выделить принцип соответственных состояний, согласно которому состояния объектов могут подчиняться одному уравнению, если это уравнение выразить через некоторые приведённые переменные. Это позволяет установить определенный изоморфизм по отношению к сложным объектам одного класса.

В свою очередь, при моделировании необходим принцип, отражающий определенное сходство по отношению к процессам, которые совершают изучаемые объекты. В качестве такого закона можно принять принцип подобия, согласно которому



объекты являются подобными, если при их эволюционном развитии сохраняется отношение между некоторыми наблюдаемыми величинами.

Принцип соответственных состояний широко используется при построении моделей систем и объектов. Количественные знания о свойствах и закономерностях поведения различных систем обычно представляется в форме уравнений состояний, где одни параметры систем выражаются через другие. Уравнения состояния строятся на базе опытных данных и отражают эмпирический опыт человечества в области изучения систем самой разной природы. Обычно уравнение состояния представляется в виде:

$$F\left(\frac{z_1}{z_{1_0}}, \frac{z_2}{z_{2_0}}, \dots, \frac{z_n}{z_{n_0}}\right) = 0, \quad (1)$$

где z_{k_0} – значения показателей опорного состояния для объектов одного класса.

В данных уравнениях показатели z_k , характеризующие свойства, совокупностью которых определяется состояние системы или объекта, связаны друг с другом: с изменением одного из них изменяется, по крайней мере, еще одно. Для построения уравнений (1) выбирается опорный объект или опорное состояние, и все остальные состояния соотносятся с выбранной точкой в пространстве Ω^n . В общем случае принцип соответственных состояний можно сформулировать в виде: для сложных систем и объектов может наблюдаться закономерность, когда различные состояния связаны с их характерными состояниями одинаково. Справедливость принципа в каждом конкретном случае проверяется по имеющимся опытным данным.

Данный принцип позволяет построить шкалу [РМГ ..., 2008] для относительного сравнения состояний объектов между собой. Процедура построения таких шкал досконально проработана в термодинамике [Робертс, 1950; Pfanzagl, 1973; Кирилин и др., 1974; Гухман, 1986]. Воспользуемся соответствующей логикой построения шкал для сравнения объектов, исходя из представления пространств состояний сложных систем в виде геометрических евклидовых пространств [Мухелишвили, 1967]. Сущность метода заключается в выборе в пространстве Ω^n как опорного состояния, так и некоторого эталонного процесса. Это связано с тем, что при моделировании систем необходимо иметь возможность сравнивать между собой как состояния объектов, так и процессы, совершаемые этими объектами.

Известно, что расстояние между двумя состояниями, принадлежащими одной линии процесса, является инвариантом, так как геометрически его можно рассматривать как интервал между двумя точками. Поэтому, если задать в пространстве состояний Ω^n некоторый эталонный процесс, то можно сравнивать между собой различные процессы, совершаемые объектами, относительно этого эталонного процесса. Для их сравнения может быть использован критерий подобия в виде соотношения длин отрезков кривых процессов, описываемых точками состояний за заданную единицу времени. В случае, если этот критерий может быть определен по опытным данным и является приблизительно одинаковым для каждого объекта, то можно говорить о подобии изучаемых процессов в пространстве состояний Ω^n .

Исходя из этого, построим шкалу для относительного сравнения состояний объектов следующим образом. Выберем некоторый эталонный процесс, на котором отметим опорное состояние M_0 . Данный процесс может относиться непосредственно к наблюдаемому объекту или к некоторому виртуальному объекту, например, объекту с максимально или минимально наблюдаемыми показателями в группе изучаемых объектов. На эталонном процессе отмечаем второе опорное состояние M'_0 и два указанных состояния соединяем прямой линией. Полученный отрезок делим на заданное количество одинаковых интервалов, например, 100, и устанавливаем длину полученных отрезков σ . Далее из начала координат проводим луч OM_0 и находим длину отрезка



OM_0 . Шкалу измерений состояний объектов формируем в виде некоторого индекса θ применительно к лучу OM_0 с единицей измерения σ , при этом длина отрезка OM_0 в данной шкале измерений составит $\Delta\theta = \frac{l_{OM_0}}{\sigma}$. Для определенности и формирования отличий от термодинамики назовем данный индекс θ менсурой (от лат. *mensura* – мера) и зададим соответствующую единицу измерения в виде градуса $^\circ M$, который будет равен длине σ . Теперь, проводя радиус-вектор \vec{r} до каждой точки M_i и определяя его модуль $|\vec{r}|$, можно в полученной шкале измерить каждое состояние в градусах менсуры.

Длины отрезков в евклидовом пространстве будем определять по известной формуле [Мусхелишвили, 1967]:

$$l_{ab} = \sqrt{(z_{1,b} - z_{1,a})^2 + (z_{2,b} - z_{2,a})^2 + \dots + (z_{n,b} - z_{n,a})^2}, \quad (2)$$

где a и b – начало и конец некоторого отрезка ab .

Для континуального пространства состояний Ω^n можно искать модель пространства в виде уравнения состояния объектов:

$$\theta = f\left(\frac{z_1}{z_{1_0}}, \frac{z_2}{z_{2_0}}, \dots, \frac{z_n}{z_{n_0}}\right). \quad (3)$$

Если на основе опытных данных для объектов одного класса будет установлено общее уравнение вида (3), то в этом случае можно говорить о справедливости принципа соответственных состояний.

Исходя из сказанного выше, методика получения уравнений состояний в виде феноменологических соотношений в каждом конкретном случае будет включает следующие этапы:

- составляется темпоральная база данных наблюдений для определенного класса объектов;
- формируется перечень показателей (переменных состояния), которые наиболее полно характеризуют состояния изучаемых объектов;
- строится или выбирается процесс, который может выступать в качестве эталонного процесса в пространстве состояний Ω^n . Задаются опорные точки для построения линейной шкалы для относительного сравнения состояний объектов между собой;
- производится измерение состояний объектов в созданной шкале и находятся значения величины θ ;
- устанавливаются регрессионные зависимости, отражающие связи величины θ с показателями объектов, в виде уравнения состояния (3);
- делается вывод о справедливости принципа соответственных состояний.

Использование предложенного метода проиллюстрируем на примере получения уравнений состояний, характеризующих социально-экономическое развитие городов.

Пример получения феноменологической модели

Будем использовать базу данных информации о состоянии и развитии городов России, которая имеется в открытом доступе на Web-ресурсе Федеральной службы государственной статистики [База..., 2017]. На основе этого источника сформирован темпоральный массив данных, характеризующих состояние экономики, социальной и жилищно-коммунальной сферы городов с населением свыше 100 тыс. чел. (всего 154 города, без Москвы и Санкт-Петербурга). Для каждого города имеется информация по 63 социально-экономическим показателям в период времени с 2003 по 2015 годы (шаг один год). Будем использовать при анализе четыре показателя [База..., 2017; Битюкова, 2012]:

- численность населения Z_1 , тыс. чел.;



- объем товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами по виду экономической деятельности «Обрабатывающие производства» Z_2 , млн. руб.;

- оборот розничной торговли Z_3 , млн. руб.;

- объем работ, выполненных по виду деятельности «Строительство» Z_4 , млн. руб.

Статистические характеристики данных показателей для городов России с населением более 100 тыс. человек приведены в таблице 1. В связи с тем, что темпы развития городов зависят от количества населения и региональных особенностей, при анализе будем пользоваться удельными показателями вида $z_k = Z_k / Z_1$ (млн. руб./тыс. чел.). В качестве опорной точки M_0 примем условное состояние с минимальными значениями показателей $z_{k_0} = z_{k \min}$ в группе городов, которые наблюдались в 2003 году. Соответствующий условный объект, для которого наблюдались данные показатели, будем считать городом с населением 100 тысяч человек. В качестве эталонного процесса выберем процесс развития условного города, при этом считаем, что соответствующие показатели, характеризующие его развитие в каждом году с 2003 по 2015 гг. изменялись линейно. В качестве второй опорной точки M'_0 примем состояние данного города в 2015 году с показателями, равными минимальным значениям этих величин. При анализе данных будем использовать пары показателей из последовательности z_2, z_3, z_4 .

Таблица 1
Table 1

Статистические характеристики некоторых показателей городов России в 2015 году
Statistical characteristics of some indicators of the Russian cities in 2015

№ п.п.	Показатель	Единица измерения	Среднее значение	Минимум	Максимум	Среднеквадр. отклонение
1	Численность населения	тыс. чел.	363.7	96.9	1584.0	310.1
2	Объем товаров, выполненных работ и услуг по виду деятельности «Обрабатывающие производства»	млн руб.	98081.8	266.0	632770.1	136745.9
3	Оборот розничной торговли	млн руб.	33326.3	753.4	211796.0	38527.7
4	Объем работ, выполненных по виду деятельности «Строительство»	млн руб.	7288.2	12.1	63568.0	9623.3

Построим прямую линию между состояниями M_0 и M'_0 , определим длину полученного отрезка согласно (2) и разобьем данный отрезок на 100 равных частей. В результате имеем эталон одного градуса ($1^\circ M$), равный длине σ элементарного отрезка.

После выполненных операций определено значение менсуры для опорной точки M_0 , которое, например, для состояния условного города, определяемого показателями z_2, z_3 , равно $61,18^\circ M$. Результаты сравнительной оценки городов России по созданной шкале относительных сравнений для показателей z_2, z_3 приведены в таблице 2.

Таблица 2
Table 2

Значения величины θ для показателей z_2, z_3 , характеризующих состояния городов России в 2003, 2013 и 2015 годах
Values of variable θ for the indicators z_2, z_3 characterizing conditions of the Russian cities in 2003, 2013 and 2015

Города Российской Федерации	Величина $\theta, ^\circ M$			Города Российской Федерации	Величина $\theta, ^\circ M$		
	2003	2013	2015		2003	2013	2015
1	2	3	4	5	6	7	8
Белгород	1559	4700	4981	Кемерово	1890	4325	4854



Окончание табл. 2

Владимир	1666	4755	5484	Оренбург	1962	3850	4908
Воронеж	1499	3792	4570	Пенза	1052	3669	4509
Калуга	1716	18239	15368	Самара	2346	4976	5745
Курск	1638	4104	4745	Саратов	1816	3722	4496
Липецк	5398	15870	20668	Ульяновск	1458	4211	6269
Орел	1339	3474	4417	Тольятти	6012	12684	13880
Рязань	2324	6942	8603	Екатеринбург	1936	6025	7061
Тула	1804	8415	11488	Тюмень	1863	5797	8329
Ярославль	2449	6046	6907	Челябинск	2424	7567	9231
Архангельск	1583	1573	2080	Чита	1566	743	947
Калининград	1574	14816	12285	Красноярск	1796	5958	7766
Мурманск	1989	4527	6138	Иркутск	1703	3726	4769
Псков	1385	3555	3903	Новосибирск	1536	3957	4344
Северодвинск	2751	4984	7844	Омск	1556	12928	14336
Краснодар	2296	6059	8116	Томск	1613	3625	4407
Астрахань	843	2412	2786	Новокузнецк	4511	9047	9594
Волгоград	1610	8259	10042	Якутск	1836	1755	2380
Новороссийск	774	3743	4250	Владивосток	1425	3759	3679
Ставрополь	2010	3121	3402	Хабаровск	1328	2658	3404

Некоторые из полученных уравнений состояний для различных комбинаций показателей приведены в таблице 3. Коэффициенты множественной корреляции регрессионных зависимостей имеют высокие значения, что позволяет сделать вывод о справедливости принципа соответственных состояний для изучаемого класса объектов.

Таблица 3
Table 3Уравнения состояния для городов России
The equations of conditions for the Russian cities

Показатели городов	Год	Уравнение состояния	Коэффициент корреляции
z_2, z_3, z_4	2003	$\theta = 78.93 (z_2/z_{20})^{0.670} (z_3/z_{30})^{0.246} (z_4/z_{40})^{0.058}$	0.97
z_2, z_3, z_4	2015	$\theta = 78.65 (z_2/z_{20})^{0.778} (z_3/z_{30})^{0.151} (z_4/z_{40})^{0.051}$	0.98
z_2, z_3	2003	$\theta = 61.77 (z_2/z_{20})^{0.716} (z_3/z_{30})^{0.307}$	0.98
z_2, z_3	2015	$\theta = 61.06 (z_2/z_{20})^{0.849} (z_3/z_{30})^{0.168}$	0.99
z_2, z_4	2003	$\theta = 588.6 (z_2/z_{20})^{0.899} (z_4/z_{40})^{0.080}$	0.98
z_2, z_4	2015	$\theta = 726.4 (z_2/z_{20})^{0.858} (z_4/z_{40})^{0.098}$	0.98
z_3, z_4	2003	$\theta = 40.86 (z_3/z_{30})^{0.836} (z_4/z_{40})^{0.099}$	0.98
z_3, z_4	2015	$\theta = 31.96 (z_3/z_{30})^{0.936} (z_4/z_{40})^{0.064}$	0.99

Заключение

Таким образом, использование естественнонаучных принципов при моделировании пространств состояний сложных систем позволяет получить уравнения состояний социально-экономических объектов на основе представления статистической информации в форме темпоральных данных. Для таких данных предложен метод комплексного измерения состояний объектов по отношению к опорному состоянию и эталонному процессу, использующий принцип инвариантности расстояний в многомерных пространствах состояний систем.



На примере обработки социально-экономических показателей городов реализована процедура разработки шкалы измерений для относительного сравнения состояний объектов в многомерных пространствах показателей. Это позволяет сформулировать общие методические принципы обработки темпоральных данных для получения феноменологических закономерностей.

Список литературы

References

1. Аверин Г.В. 2014. Системодинамика. Донецк, Донбасс, 405.
Averin G.V. 2014. Sistemodinamika [Systemdynamics]. Doneck, Donbass, 405. (in Russian)
2. Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. 2016. О континуальном подходе к модельному представлению данных. Вестник компьютерных и информационных технологий, 10: 47–52.
Averin G.V., Konstantinov I.S., Zvjaginceva A.V. 2016. O kontinual'nom podhode k model'nomu predstavleniju dannyh [About continual approach to model data presentation]. Vestnik komp'yuternyh i informacionnyh tehnologij, 10: 47–52. (in Russian)
3. Аверин Г.В. 2015. О принципе существования и законе возрастания энтропии в свете общесистемных представлений системодинамики. Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, 1(8)–2(9): 12–42.
Averin G.V. 2015. O principe sushhestvovaniya i zakone vozrastaniya jentropii v svete obshhesistemnyh predstavlenij sistemodinamiki [On the principle of existence and the law of increase of entropy in the context of general-system representations of a systemdynamics]. Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshhestve, 1(8)–2(9): 12–42. (in Russian)
4. База данных Федеральной службы государственной статистики. 2017. URL: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138631758656 (дата обращения: 31 мая 2017).
Baza dannykh Federalnoy sluzhby gosudarstvennoy statistiki [Database of the Federal state statistics service]. 2017. Available at: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138631758656 (accessed 31 May, 2017). (in Russian)
5. Битюкова В.Р. 2012. Социально-экологические проблемы развития городов России. М., Книжный дом «Либроком», 448.
Bitjukova V.R. 2012. Social'no-jekologicheskie problemy razvitija gorodov Rossii [Social and ecological problems of Russian cities' development]. Moscow, Knizhnyj dom "Librokom", 448. (in Russian)
6. Гухман А.А. 1986. Об основаниях термодинамики. М., Энергоатомиздат, 383.
Gukhman, A. A. 1986. On the grounds of thermodynamics [About thermodynamics bases]. Moscow, Energoatomizdat, 383.
7. Звягинцева А.В., Аверин Г.В. 2016. Интегрирование отдельных многомерных уравнений Пфаффа, имеющих важное прикладное значение. Научные ведомости БелГУ. Сер. Математика. Физика, 27(248):102–114.
Zviagintseva A.V., Averin G.V. 2016. Integrirovanie otdel'nyh mnogomernyh uravnenij Pfaffa, imejushih vazhnoe prikladnoe znachenie [Integration of separate multidimensional peaff equation having importan applied value]. Nauchnye vedomosti BelGU. Matematika. Fizika, 27(248): 102–114. (in Russian)
8. Звягинцева А.В. 2016. Вероятностные методы комплексной оценки природно-антропогенных систем. Под науч. ред. д.т.н., проф. Г.В. Аверина. М., Спектр, 257.
Zviagintseva A.V. 2016. Verojatnostnye metody kompleksnoj ocenki prirodno-antropogennyh sistem [Probabilistic methods of a complex assessment of natural and anthropogenic systems] Pod nauch. red. d.t.n., prof. G.V. Averina. Moscow, Spekr, 257. (in Russian)
9. Звягинцева А.В. 2016. Модели состояния и развития стран мира на основе оценки статистических вероятностей индикативных событий. Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. 16(237): 123–131.
Zviagintseva A.V. 2016. Modeli sostojaniya i razvitija stran mira na osnove ocenki statisticheskikh verojatnostej indikativnyh sobytij [The world countries state and development models on the indicative events statistical probabilities assessment basis]. Nauchnye vedomosti BelGU. Ekonomika. Informatika. 16(237): 123–131. (in Russian).



10. Звягинцева А.В. 2016. О вероятностном анализе данных наблюдений о состоянии природно-антропогенных систем в многомерных пространствах. Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика, 2(223): 93–100.
- Zviagintseva A.V. 2016. O verojatnostnom analize dannyh nabljudenij o sostojanii prirodno-antropogennyh sistem v mnogomernyh prostranstvah [About probabilistic analysis of observational data about the natural and anthropogenic systems state in multidimensional spaces]. Nauchnye vedomosti BelGU. Ekonomika. Informatika, 2(223): 93–100. (in Russian)
11. Кирилин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. 1974. Техническая термодинамика. М., Энергия, 448.
- Kirilin V.A., Sychev V.V., Shejndlin A.E. 1974. Tehnicheskaja termodinamika [Technical thermodynamics]. Moscow, Jenergija, 448.
12. Костенко Б.Б., Кузнецов С.Д. 2007. История и актуальные проблемы темпоральных баз данных. URL: <http://citforum.ru/database/articles/temporal/> (дата обращения: 31 мая 2017).
- Kostenko B.B., Kuznecov S.D. 2007. Istorija i aktual'nye problemy temporal'nyh baz dannyh [History and urgent problems of temporal databases]. Available at: <http://citforum.ru/database/articles/temporal/> (accessed 31 May, 2017). (in Russian)
13. Мухелишвили Н.И. 1967. Курс аналитической геометрии. М., Вс. shk., 655.
- Mushelishvili N.I. 1967. Kurs analiticheskoj geometrii [Analytical geometry course]. Moscow, Vs. shk., 655.
14. РМГ 83–2007. 2008. Государственная система обеспечения единства измерений. Шкалы измерений. Термины и определения. Рекомендации по межгосударственной стандартизации. М., Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 24.
- RIS 83-2007. State system of ensuring of measurement unity. Measurement scales. Terms and definitions. Recommendations on interstate standardization. Moscow, Mezhhgosudarstvennyj sovet po standartizacii, metrologii i sertifikacii, 24.
15. Робертс Д. 1950. Теплота и термодинамика. Пер. с англ. под. ред. Вукаловича М.П. М., Изд. технико-теор. литературы, 592.
- Roberts D. 1950. Teplota i termodinamika [Heat and thermodynamics] Per. s angl. pod. red. Vukalovicha M.P. Moscow, Izd. tehniko-teor. literatury, 592.
16. Averin G.V., Konstantinov I.S., Zviagintseva A.V. and Tarasova O.A. 2015. The Development of Multi-Dimensional Data Models Based on the Presentation of an Information Space as a Continuum. International Journal of Soft Computing, 10 (6): 458–461.
17. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Konstantinov I.S. and Ivashchuk O.A. 2015. Data Intellectual Analysis Means Use for Condition Indicators Assessment of the Territorial and State Formations. Research Journal of Applied Sciences, 10(8): 411–414.
18. Averin G.V., Zviagintseva A.V., Shevtsova M.V. and Kurtova L.N. 2016. Probabilistic methods of a complex assessment of quantitative information. Research Journal of Applied Sciences, 11 (7): 415–418.
19. Pfanzagl J. 1973. Theory of measurement. 2nd revised edition. Physica-Verlag. Wurzburg – Wien. 1971, 235.
20. Zviagintseva A.V. 2014. Multiparameter ranking of areas based on the analysis of data about the condition of natural and anthropogenic systems. System analysis and information technology in environmental and social sciences, 1(6)–2(7): 76–83.