УДК 533.72:532
DOI: 10.18413/2075-4639-2018-50-1-73-79

ОСОБЕННОСТИ МАССООБМЕНА В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ГАЗООБРАЗНЫХ СРЕДАХ

FEATURES OF MASS TRANSFER IN NON-ISOTHERMAL GASEOUS MEDIA

[1]Н.В. Малай, [2]Е.Р.Щукин, [1]П.В. Сохань, [3]А.А. Стукалов
N.V. Malay, E.R. Shchukin, P. V. Sohan, A. A. Stukalov

[1]Белгородский национальный исследовательский университет, Россия, 308015, г.Белгород, ул. Победы, 85
[2]Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412, Москва, ул. Ижорская, 13
[3]Белгородский университет кооперации, экономики и права

Belgorod National Research University, 85 Pobedy St, Belgorod, 308015, Russia
Joint Institute for High temperatures of Russian Academy of Sciences, 13 Izhorskaya St, Moscow, 125412, Russia
Belgorod University of Cooperation, Economics and Law, 116 A Sadovaya St., 116A, 308023, Russia

E-mail: malay@bsu.edu.ru; evgrom@yandex.ru, pochtovyk@gmail.com

Аннотация
В работе проведено теоретическое описание тепло-и массопереноса крупной нагретой испаряющейся капли в вязкой неизотермической газообразной среде. Получены аналитические выражения для локальных диффузионного и теплового потоков, а также тепловое и диффузионное числа Нуссельта.

Abstract
The article presents a theoretical description of heat and mass transfer of a large heated evaporating droplet in a viscous non-isothermal gaseous medium. Analytical expressions for local diffusion and heat flows as well as thermal and diffusion Nusselt numbers are obtained.

Ключевые слова: тепло-и массоперенос нагретых сферических частиц.
Keywords: heat transfer of heated spherical particles, mass transfer of heated spherical particles

Введение

Массообмен оказывает существенное влияние на процессы изменения состояния вещества, механические, тепловые, магнитные и другие свойства тел. Именно этим и объясняется такое интенсивное развитие теории массообмена и то исключительно важное значение, которое уделяется ей в энергетике, химической технологии, авиастроении, медицине, сельском хозяйстве и природе [1].

В связи с развитием лазерной технологии значимость процесса массообмена в производстве значительно возросло поскольку свойства тел существенным образом зависят от их агрегатного состояния, которые в свою очередь сами определяются условиями массообмена.

При описании процесса массообмена будем использовать термин «относительный перепад температуры». Под относительным перепадом температуры понимают отношение разности между средней температурой поверхности частицы T_{iS} и температурой окружающей частицу вязкой газообразной среды вдали от нее T_∞ к последней. Относительный перепад температуры считается значительным, если имеет место следующая оценка

$(T_{iS}-T_{\infty})/T_{\infty}\sim(1)$. В этом случае необходимо учитывать зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности газообразной среды от температуры, что существенно осложняет анализ системы газодинамических уравнений и сама вязкая газообразная среда называется неизотермической. Здесь и далее индексы «e» и «i» будем относить к газу и частице, индексом «s» – обозначены значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности частицы равной T_{iS}, а индексом «∞» – обозначены средние значения физических величин, характеризующие газовую среду в невозмущенном потоке.

Нагрев поверхности частицы до температуры T_{iS} осуществляется за счет внутренних источников тепла неоднородно распределенных в ее объеме, плотность этих тепловых источников будем обозначать через q_i. В задаче считается, что плотность тепловых источников задана. Нагрев капли вызывает, с одной стороны, усиление испарения (реактивный эффект), что сказывается на процессах тепло- и массообмена между каплей и окружающей средой; с другой стороны, влияет на величину теплового и диффузионного скольжений, а также на термокапиллярный эффект, связанный с возникновением касательных напряжений на поверхности капли за счет изменения коэффициента поверхностного натяжения σ с температурой (эффект Марангони).

Основными уравнениями в задаче являются уравнения диффузии и теплопроводности. Поле скоростей вязкого обтекания считается известным из решения соответствующей гидродинамической задачи [2-5]. В работе получено аналитическое выражение для локального диффузионного потока.

1. Постановка задачи. Граничные условия. Рассматривается установившейся процесс диффузии в потоке вязкой бинарной газообразной среды, обтекающей крупную нагретую испаряющуюся каплю сферической формы радиуса R. На большом расстоянии от капли скорость потока равна $\vec{U}_{\infty}$ $(\vec{U}_{\infty}\,||Oz, U_{\infty}=|\vec{U}_{\infty}|)$, концентрация диффундирующей компоненты $-C_{1\infty}$.

Бинарная газовая смесь состоит из несущей (основной) компоненты C_2 и граничная поверхность для нее непроницаема и компоненты C_1, появление которой связано с фазовым переходом вещества капли в газообразную среду и граничная поверхность для нее непрерывна. Для бинарной газовой смеси мы можем записать: $C_2+C_1=1$, $C_2=\dfrac{n_2}{n_e}$, $C_1=\dfrac{n_1}{n_e}$, $n_e=n_2+n_1$, $\rho_e=\rho_2+\rho_1$, $\rho_2=n_2m_2$, $\rho_1=n_1m_1$, $m_e=m_2+m_1$, n_1, m_1 и n_2, m_2 – соответственно, концентрация и масса первого и второго компонента бинарной газовой смеси.

При рассмотрении массообмена испаряющейся капли сделаны следующие физические допущения:

1) характерные значения времен установления распределения полей концентрации, температуры и скорости течения в среде малы по сравнению с характерным временем испарения капли и времени нагрева ее до максимальной температуры. Это означает, что при теоретическом описании массообмена в силу малости времен тепловой и диффузионной релаксации процессы тепло-и массообмена в системе капля-газ протекают квазистационарно;

2) радиус капли будем считать неизменным. Это верно в случае, если время заметного изменения радиуса капли значительно больше времен релаксации диффузионных и тепловых неоднородностей вблизи капли;

3) предполагается, что примеси в капле отсутствуют, т.е. она образована однородным и изотропным по своим свойством веществом;

4) молекула конденсированной фазы испаряются или конденсируются при числах Маха много меньших единицы, т.е. испарение капли протекает в диффузионном режиме $(C_1\ll 1)$, основное влияние на процесс переноса в окрестности капли определяется молекулярной диффузией;

5) описание массообмена рассматривается при значительных (больших) относительных перепадах температуры. При описании свойств газообразной среды и частицы используется

степенной вид зависимости вязкости, теплопроводности и плотности от температуры [6}: $\mu_e = \mu_{e\infty} t_e^{\beta}$, $\lambda_e = \lambda_{e\infty} t_e^{\alpha}$, $D_{12} = D_{e\infty} t_e^{1+\omega}$, $\rho_e = \rho_{e\infty} / t_e$, $\lambda_i = \lambda_{i\infty} t_i^{\chi}$, где $\mu_\infty = \mu_e(T_{e\infty})$, $\lambda_\infty = \lambda_e(T_{e\infty})$, $D_{e\infty} = D_{12}(T_{e\infty})$, $\lambda_{i\infty} = \lambda_i(T_{e\infty})$, $\rho_{e\infty} = \rho_e(T_\infty)$, $t_e = T_e / T_{e\infty}$, $t_i = T_i / T_{e\infty}$, $0{,}5 \le \alpha, \beta, \omega \le 1$, $-1 \le \gamma \le 1$;

6) коэффициент теплопроводности частицы по величине много больше коэффициента теплопроводности газообразной среды, что имеет место для большинства газообразных сред. Это допущение приводит к тому, что в коэффициенте вязкости можно пренебречь зависимостью по углу θ в системе «частицы–газообразная среда» (предполагается слабая угловая асимметрия распределения температуры) и, следовательно, вязкость связана только с температурой $t_{e0}(r)$, т.е. $\mu_e(t_e(r,\theta)) \approx \mu_\infty t_{e0}^{\beta}$, При этом $t_e(r,\theta) = t_{e0}(r) + \delta t_e(r,\theta)$, $\delta t_e(r,\theta) << t_{e0}(r)$, $\delta t_e(r,\theta)$, $t_{e0}(r)$ определяются из решения тепловой задачи. При таком допущении можно рассматривать гидродинамическую часть отдельно от тепловой части, а связь между ними осуществляется с помощью граничных условий.

При теоретическом исследовании массообмена будем предполагать, что обтекание испаряющейся капли происходит при числах Рейнольдса и Пекле много меньших единицы.

В работе решалась следующая система уравнений, описывающая распределение относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси и температур вне и внутри капли [7-8]

$$div\left(\frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e} D_{12} \nabla C_1\right) = 0, \quad div(\lambda_e \nabla T_e) = 0, \quad div(\lambda_i \nabla T_i) = -q_i. \tag{1}$$

Система уравнений (1) решалась со следующими граничными в сферической системе координат $(y = r/R, \theta, \varphi)$. На поверхности испаряющейся капли $(y = 1)$:

- непроницаемость поверхности капли для второго компонента бинарной газовой смеси

$$n_2 U_r^{(e)} + D_{12} \frac{n_e^2 m_1}{R \rho_e} \frac{\partial C_1}{\partial y} = 0, \tag{2}$$

- непрерывность радиального потока первого компонента бинарной газовой смеси, испытывающего фазовый переход

$$n_1 U_r^{(e)} - D_{12} \frac{n_e^2 m_2}{R \rho_e} \frac{\partial C_1}{\partial y} = n_{1i} U_r^{(i)}, \tag{3}$$

где n_{1i} – концентрация молекул вещества капли, $n_1 U_r^{(e)}$, $n_2 U_r^{(e)}$ – радиальные конвективные потоки соответствующих компонентов, а $D_{12} \frac{n_e^2 m_2}{R \rho_e} \frac{\partial C_1}{\partial y}$, $D_{12} \frac{n_e^2 m_1}{R \rho_e} \frac{\partial C_1}{\partial y}$ – радиальные диффузионные потоки;

- равенства температур и непрерывность радиального потока тепла с учетом тепла, идущего на фазовый переход и излучение

$$T_e = T_i, \qquad -\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial y} + \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} = L D_{12} \frac{n_e^2 m_2 m_2}{\rho_e} \frac{\partial C_1}{\partial y} - \sigma_0 \sigma_1 R \left(T_i^4 - T_{e\infty}^4\right), \tag{4}$$

где L – теплота фазового перехода, σ_0 – постоянная Стефана-Больцмана, σ – интегральная степень черноты вещества капли;

- концентрация компоненты, испытывающего фазовый переход с учетом зависимости насыщенной концентрации от температуры во внешней к капле газообразной среде, удовлетворяет соотношению

$$C_1 = C_1^{(H)}(T_S) + \delta T^*, \tag{5}$$

где $C_1^{(H)}(T_S)$ – насыщенная концентрация первого компонента бинарной газовой смеси, зависящая от средней температуры поверхности капли T_S. Наличие функции δT^* обусловлено неоднородным распределением насыщенной концентрации первого компонента в окрестности неравномерно нагретой испаряющейся капли.

Учтем конечность температуры, скорости и давления в центре испаряющейся капли, т.е. при $y \to 0$

$$T_i \neq \infty, \quad P_i \neq \infty, \vec{U} \neq \infty . \tag{6}$$

В качестве граничных условий вдали от капли $(y \to \infty)$ для радиальной $U_r^{(e)}$ и тангенциальной $U_\theta^{(e)}$ составляющих массовой скорости $\vec{U}$ и давления P_e равны соответственно

$$U_r^{(e)} = U_\infty \cos\theta , \; U_\theta^{(e)} = -U_\infty \sin\theta , \quad P_e = P_{e\infty} . \tag{7}$$

Заметим, что мы не приводим явный вид граничных условий для компонент массовой скорости. Это позволяет получить выражение для локального диффузионного потока в общем виде, который можно использовать, например, при рассмотрении диффузиофореза. В этом случае к граничным условиям (2)-(7) добавляются следующие условия

$$y = 1: \qquad U_\theta^{(e)} - U_\theta^{(i)} = K_{TS} \frac{\nu_e}{RT_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} + K_{DS} \frac{D_{12}}{R} \frac{\partial C_1}{\partial \theta} , \tag{8}$$

$$\mu_e \left(\frac{\partial U_\theta^{(e)}}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial U_r^{(e)}}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^{(e)}}{y} \right) + \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \frac{\partial T_i}{\partial \theta} = \mu_i \left(\frac{\partial U_\theta^{(i)}}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial U_r^{(i)}}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^{(i)}}{y} \right), \tag{9}$$

$$y \to \infty: \qquad C_1 = C_{1\infty} + |\nabla C_1| \, r \cos\theta , \tag{10}$$

где граничное условие (8) учитывает, что разность касательных составляющих внешней и внутренней сред равна сумме теплового и диффузионного скольжения, пропорциональных коэффициентам K_{TS}, K_{DS} [9]; граничное условие (9) учитывает непрерывность касательных составляющих тензора напряжений с учетом зависимости коэффициента поверхностного натяжения σ от температуры и граничное условие (10) показывает, что с помощью внешних источников в бинарной газовой смеси поддерживается постоянный малый градиент относительных концентраций ее компонентов $(|\nabla C_1|, |\nabla C_2|)$. В случае термофореза к граничным условиям (2)-(9) добавляется граничное условие (11)

$$y \to \infty: \qquad T_e = T_{e\infty} + |\nabla T| \, r \cos\theta , \tag{11}$$

показывающее, что с помощью внешних источников в газовой смеси поддерживается постоянный малый градиент температуры $(|\nabla T|)$.

2. Поля температуры и концентрации в окрестности капли. Локальный диффузионный поток. Анализ полученных результатов. При малых числах Рейнольдса набегающий поток оказывает лишь возмущающее влияние и поэтому решение системы (1) будем искать в виде

$$t_e(y,\theta) = t_{e0}(y) + \delta t_e(y,\theta), \; t_i(y,\theta) = t_{i0}(y) + \delta t_i(y,\theta), \; C_1(y,\theta) = C_{10}(y) + \delta C_1(y,\theta), \tag{12}$$

где $\varepsilon << 1$ – малый параметр, $\varepsilon = \mathrm{Re}_\infty = (\rho_{e\infty} U_\infty R)/\mu_{e\infty}$ – число Рейнольдса; при этом $t_{e0}(y) << \delta t_e(y,\theta)$, $t_{i0}(y) << \delta t_i(y,\theta)$, $C_{10}(y) << \delta C_{11}(y,\theta)$, $\delta t_e(y,\theta) = \varepsilon t_{e1}(y,\theta)$, $\delta t_i(y,\theta) = \varepsilon t_{i1}(y,\theta)$, $\delta C_1(y,\theta) = \varepsilon C_{11}(y,\theta)$.

Решая систему уравнений (1) методом теории возмущений до первого порядка малости по ε имеем

$$t_{e0}(y) = \left(1 + \frac{\Gamma_0}{y} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad t_{e1}(y,\theta) = \frac{\cos\theta}{t_{e0}^{\alpha}} \left(D_1 y + \frac{\Gamma_1}{y^2} \right), \quad t_{i0}(y) = \left(B_0 + \frac{C_0}{y} + \int_1^y \frac{\psi_0(y)}{y} dy - \frac{1}{y} \int_1^y y \psi_0(y) dy \right)^{\frac{1}{1+\gamma}},$$

$$t_{i1}(y,\theta) = \frac{\cos\theta}{t_{i0}^{\gamma}} \left\{ B_1 y + \frac{C_1}{y^2} + \frac{1}{3} \left[y \int_1^y \frac{\psi_1(y)}{y^2} dy - \frac{1}{y^2} \int_1^y y \psi_1(y) dy \right] \right\}, \; \psi_0 = (1+\gamma) y^2 q_{i0}(y), \; \psi_1 = y^2 q_{i1}(y), \; x = \cos\theta ,$$

$$q_{i0}(y) = -\frac{R^2}{2\lambda_{i\infty} T_{e\infty}} \int_{-1}^{+1} q_i(r,\theta) dx , \; q_{i1}(y) = -\frac{3R^2}{2\lambda_{i\infty} T_{e\infty}} \int_{-1}^{+1} q_i(r,\theta) \, x \, dx , \; C_0 = \frac{1+\gamma}{4\pi R \lambda_{i\infty} T_{e\infty}} \int_V q_i(r,\theta) dV , \; z = r\cos\theta ,$$

$$C_1 = \frac{3}{4\pi R^2 \lambda_{i\infty} T_{e\infty}} \int_V q_i(r,\theta) z \, dV , \; C_{10}(y) = C_{1\infty} + M_0 \left(t_{e0}^{1+\alpha-\omega} - 1 \right), \; C_{11}(y,\theta) = \cos\theta \left(N_1 f_1(y) + M_1 f_2(y) + f_3(y) \right),$$

$$f_1(y) = \frac{1}{y^2} \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n^{(1)} \ell^n , \; f_2(y) = y \sum_{n=0}^{\infty} \Delta_n^{(2)} \ell^n + \omega_0 \ln(y) f_1(y), \quad \ell = \frac{\Gamma_0}{y + \Gamma_0}, \quad f_3(y) = (1 + \alpha - \omega) \frac{M_0 \Gamma_1}{y^2 t_{e0}^{\omega}},$$

$$\Delta_n^{(1)} = \frac{1}{n(n+1)} \left[(n+1) \left(2n - 2 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right) \Delta_{n-1}^{(1)} - (n-2) \left(n - 1 - \frac{\omega}{1+\alpha} \right) \Delta_{n-2}^{(1)} \right] \qquad (n \geq 1),$$

$$\Delta_n^{(2)}=\frac{1}{n(n-3)}\left\{(n-2)\left(2n-2-\frac{\omega}{1+\alpha}\right)\Delta_{n-1}^{(2)}-(n-2)\left(n-1-\frac{\omega}{1+\alpha}\right)\Delta_{n-2}^{(2)}+\frac{\omega_0}{2\Gamma_0^3}\sum_{k=0}^{n-3}(n-k-2)(n-k-1)\times\right.$$
$$\left.\times\left[(2л+3)\Delta_л^{(1)}-\left(2л-2-\frac{\omega}{1+\alpha}\right)\Delta_{л-1}^{(1)}\right]\right\}\quad (n\ge4),\ \Delta_0^{(1)}=1,\ \Delta_0^{(2)}=1,\ \Delta_1^{(2)}=-\frac{\omega}{2(1+\alpha)},\ \Delta_3^{(2)}=1,$$
$$\frac{\omega_0}{2\Gamma_0^3}=\frac{\Delta_1^{(2)}}{6}\left(2-\frac{\omega}{1+\alpha}\right),$$

$$U_r^{[e]}(y,\theta)=U_\infty\cos\theta\left[A_1G_1(y)+A_2G_2(y)+G_3(y)\right].\qquad U_\theta^{(e)}(y,\theta)=-U_\infty\sin\theta\left[A_1G_4(y)+A_2G_5(y)+G_6(y)\right].\tag{13}$$
$$U_r^{(i)}(y,\theta)=U_\infty\cos\theta\left[A_3+A_4y^2\right],\ U_\theta^{(i)}(y,\theta)=-U_\infty\sin\theta\left[A_3+2A_4y^2\right],$$

$$G_1=\frac{1}{y^3}\sum_{n=0}^{\infty}C_n^{(1)}\ell^n,\qquad C_0^{(1)}=1,\quad G_2=\frac{1}{y}\sum_{n=0}^{\infty}C_n^{(2)}\ell^n+\frac{\omega_1}{y^3}\ln(y)\sum_{n=0}^{\infty}C_n^{(1)}\ell^n,$$

$$G_3=\sum_{n=0}^{\infty}C_n^{(3)}\ell^n+\frac{\omega_2}{y^3}\ln(y)\sum_{n=0}^{\infty}C_n^{(1)}\ell^n+\frac{\varsigma_0}{y}\ln(y)\sum_{n=0}^{\infty}C_n^{(2)}\ell^n,\ G_k(y)=\left(1+\frac{\ell}{2(1+\alpha)}\right)G_{k-3}+\frac{y}{2}G_{k-3}^{I}\quad(k=4,5,6),$$

$$\begin{aligned}C_n^{(1)}=\frac{1}{n(n+2)(n+3)(n+5)}&\{(n+2)[4(n-1)(n^2+4n+1)+\alpha_1(n+3)(n+4)+\alpha_4-\\&-\alpha_2(n+3)]\,C_{n-1}^{(1)}-[2(n-1)(n-2)(3n^2+9n+4)+3\alpha_1(n-2)(n+2)(n+3)-\\&-2\alpha_2(n+2)(n-2)+\alpha_3(n+1)(n+2)+\alpha_4(n-2)-\alpha_5(n+1)+\alpha_7]\,C_{n-2}^{(1)}+\qquad(n\ge1),\\&+[4(n+1)(n-1)(n-2)(n-3)+3\alpha_1(n-2)(n+2)(n-3)-\alpha_2(n-3)(n-2)+\\&+2\alpha_3(n+1)(n-3)-\alpha_5(n-3)+\alpha_6n-\alpha_8]\,C_{n-3}^{(1)}-(n-3)[(n-1)(n-2)(n-4)+\\&+\alpha_1(n-2)(n-4)+\alpha_3(n-4)+\alpha_6]\,C_{n-4}^{(1)}\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_n^{(2)}=\frac{1}{n(n-2)(n+3)(n+1)}&\{n[4(n-1)(n^2-3)+\alpha_1(n+1)(n+2)+\alpha_4-\\&-\alpha_2(n+1)]\,C_{n-1}^{(2)}-[2(n-1)(n-2)(3n^2-3n-2)+3\alpha_1n(n-2)(n+1)-2\alpha_2n(n-2)+\\&+\alpha_3n(n-1)+\alpha_4(n-2)-\alpha_5(n-1)+\alpha_7]\,C_{n-2}^{(2)}+[4(n-1)^2(n-2)(n-3)+\qquad(n\ge3)\\&+3\alpha_1n(n-2)(n-3)-\alpha_2(n-3)(n-2)+2\alpha_3(n-1)(n-3)-\alpha_5(n-3)-\alpha_8+\\&+\alpha_6(n-2)]\,C_{n-3}^{(2)}-(n-3)[(n-1)(n-2)(n-4)+\alpha_1(n-2)(n-4)+\alpha_3(n-4)+\\&+\alpha_6]\,C_{n-4}^{(2)}+\frac{\omega_1}{\Gamma_0^2}\sum_{k=0}^{n-2}(n-k-1)\Delta_k\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_n^{(3)}=\frac{1}{n(n+2)(n-3)(n-1)}&\{(n-1)[4(n-1)(n^2-2n-2)+\alpha_1n(n+1)+\alpha_4-\\&-\alpha_2n]\,C_{n-1}^{(3)}-[2(n-1)(n-2)(3n^2-9n+4)+3\alpha_1n(n-2)(n-1)+(n-1)(n-2)\times\\&\times(\alpha_3-2\alpha_2)+(n-2)(\alpha_4-\alpha_5)+\alpha_7]\,C_{n-2}^{(3)}+[4(n-1)(n-2)^2(n-3)+\qquad(n\ge4)\\&+3\alpha_1(n-1)(n-2)(n-3)+(n-3)(n-2)(2\alpha_3-\alpha_2)+(n-3)(\alpha_6-\alpha_5)+\alpha_7]\,C_{n-3}^{(3)}-\\&-(n-3)[(n-1)(n-2)(n-4)+\alpha_1(n-2)(n-4)+\alpha_3(n-4)+\alpha_6]\,C_{n-4}^{(3)}+\\&+\frac{\omega_2}{2\Gamma_0^3}\sum_{k=0}^{n-3}(n-k-2)(n-k-1)\Delta_k\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_k=&(4k^3+30k^2+62k+30)\,C_k^{(1)}-[12(k^2-1)(k+3)+\alpha_4+\alpha_1(3k^2+18k+26)-\\&-\alpha_2(2k+5)]\,C_{k-1}^{(1)}+[6(k-1)(k-2)(2k+3)-2\alpha_2(k-2)-\alpha_5+\alpha_3(2k+3)+\\&+3\alpha_1(k-2)(2k+5)]\,C_{k-2}^{(1)}-[4(k-1)(k-2)(k-3)+3\alpha_1(k-2)(k-3)+\alpha_6+\\&+2\alpha_3(k-3)]\,C_{k-3}^{(1)}\end{aligned}$$

По приведенным выше рекуррентным формулам для коэффициентов $C_n^{(1)}$ $(n\ge1)$, $C_n^{(2)}$ $(n\ge3)$ и $C_n^{(3)}$ $(n\ge4)$ необходимо учитывать, что $C_0^{(1)}=1$, $C_0^{(2)}=1$, $C_2^{(2)}=1$, $C_1^{(2)}=-\frac{1}{8}(6\alpha_1-2\alpha_2+\alpha_4)$,

$$C_0^{(3)}=1,\quad C_3^{(3)}=1,\quad \varsigma_0=0,\quad C_1^{(3)}=0,\quad \frac{\omega_1}{\Gamma_0^2}=\frac{1}{30}\left[2\alpha_3-\alpha_5+\alpha_7-2(4+12\alpha_1-3\alpha_2+\alpha_4)C_1^{(2)}\right],\quad \alpha_1=\frac{1-2\beta}{1+\alpha},$$

$$\alpha_2=-\frac{8\beta}{1+\alpha},\quad C_2^{(3)}=\frac{\alpha_7}{8},\ \frac{\omega_2}{2\Gamma_0^3}=\frac{1}{60}\left[\alpha_8-\frac{\alpha_7}{4}(8+12\alpha_1-3\alpha_2+\alpha_4)\right],\quad \ell=\frac{\Gamma_0}{y+\Gamma_0},\quad \alpha_3=\frac{\beta^2-3\beta-\alpha\beta+3+3\alpha}{(1+\alpha)^2},$$

$$\alpha_8=-2\alpha_6,\ \alpha_4=2\frac{\beta-1}{\alpha+1},\ \alpha_5=2\frac{\beta^2+\beta-\alpha\beta-3\alpha-3}{(1+\alpha)^2},\ \alpha_6=\frac{6+12\alpha+6\alpha^2+\beta^2-5\beta-5\alpha\beta}{(1+\alpha)^3},\ \alpha_7=2\frac{2+2\alpha-\beta}{(1+\alpha)^2}.$$

Заметим, что если в уравнениях для диффузии и теплопроводности учитывать конвективный перенос пепла и массы, то для функций $t_{e1}(y,\theta)$ и $C_{11}(y,\theta)$ добавляется выражение

$$\left(\tau_3+A_2\frac{\tau_2}{y}-A_1\frac{\tau_1}{y^3}\right),\ \text{где}\quad \tau_1(y)=(1-\ell)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Delta_n^{(3)}}{1+n}\ell^n-\frac{(1-\ell)^4}{6}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Delta_n^{(4)}}{4+n}\ell^n,\ \Delta_n^{(3)}=\sum_{k=0}^{n}C_k^{(1)},\quad \Omega_n^{(1)}=\sum_{k=0}^{n}\frac{\Delta_k^{(3)}}{k+1},$$

$$\tau_2(y)=\frac{1}{1-\ell}\left[1+\ell\ln\ell+\ell C_1^{(2)}(\ell-\ln\ell)-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{C_{m+2}^{(2)}}{1+n}\ell^{n+2}\left(1-\frac{n+1}{n+2}\ell\right)\right]+$$

$$+(1-\ell)^2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Delta_n^{(3)}}{2+n}\ell^n-\frac{\omega_2(1-\ell)}{y^2}f(\lambda),\quad \Omega_n^{(2)}=\sum_{k=0}^{n}\frac{\Delta_k^{(4)}}{k+4},\ \Delta_n^{(6)}=\sum_{k=0}^{n}C_k^{(3)},\quad \Delta_n^{(5)}=\sum_{k=0}^{n}(n-k+1)C_k^{(2)},$$

$$f(\lambda)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\ell^n}{n+1}\left(\Delta_n^{(3)}\ln y+\Omega_n^{(1)}\right)-\frac{(1-\ell)^3}{6}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\ell^n}{n+4}\left(\Delta_n^{(4)}\ln y+\Omega_n^{(2)}\right),\ \Delta_n^{(4)}=\sum_{k=0}^{n}(n-k+1)(n-k+2)(n-k+3)C_k^{(1)},\tag{14}$$

$$\tau_3(y)=\frac{1}{(1-\ell)^2}\left[\frac{1}{2}-2\ell-\ell^2\ln\ell+\ell^2C_2^{(3)}\left(2\ell-\ln\ell-\frac{\ell^2}{2}\right)-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{C_{m+3}^{(5)}}{n+1}\ell^{n+3}\times\right.$$

$$\left.\times\left(1-2\frac{n+1}{n+2}\ell+\frac{n+1}{n+3}\ell^2\right)\right]+(1-\ell)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Delta_n^{(6)}}{n+1}\ell^n-\omega_3\frac{(1-\ell)}{y^3}f(\lambda)$$

Постоянные интегрирования, входящие в выражения (13)-(14) определяются из соответствующих граничных условий. Поскольку поле температуры и концентрации нами получены, то можно найти тепло-и массообмен испаряющейся капли с бинарной газовой средой: локальный тепловой и диффузионный потоки, и пепловое, диффузионное числа Нусcельта. Проведенные в работе численные оценки показали нелинейный характер зависимости полного потока тепла на поверхность частицы. Такой характер поведения обусловлен степенным видом зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности от температуры и вкладом движения среды, т.е. учет конвективного члена в уравнении конвективной теплопроводности и диффузии.

Список литературы
References

1. Брюханов О.Н., Шевченко С.Н. 2005. Тепломассообмен. М.: АСВ, 460.

Bryukhanov O. N., Shevchenko S. N. 2005. Heat and mass transfer. Moscow: ASV, 460

2. Малай Н.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А., Рязанов К.С. 2008. Гравитационное движение равномерно нагретой твердой частицы в газообразной среде. ПМТФ, 49, № 1(287): 74-80.

Malai N.V., Shchukin E. R., Stukalov A. A., Ryazanov K. S. 2008. Gravitational motion of a uniformly heated solid particle in a gaseous medium. J. Appl. Mechanics and Technical Physics, 49. № 1(287): 74-80.

3. Малай Н.В., Рязанов К.С., Щукин Е.Р., Стукалов А.А. 2011. О силе, действующей на нагретую сферическую каплю, движущейся в газообразной среде. ПМТФ, 52, № 4(308): 63-71.

Malai N.V., Ryazanov K.S., Shchukin E.R., Stukalov A.A. 2011. About the force acting on a heated spherical drop moving in a gaseous medium. J. Appl. Mechanics and Technical Physics, 52. № 4(308): 63-71.

4. Малай Н.В., Лиманская А.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А. 2012. Фотофорез нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы. ЖТФ, 82, № 10: 42-49.

Malai N.V., Limansky A.V., Shchukin E. R., Stukalov A. A. 2012. Photophoresis of heated large spherical aerosol particles form. Technical physics, 82, № 10: 42-49.

5. Малай Н.В., Лиманская А.В., Щукин Е.Р. 2016. Термофоретическое движение нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы. ПМТФ, 57, № 2(336): 164-174.

Malai N.V., Limansky A.V., Shchukin E. R. 2016. Thermophoretic motion of a heated large spherical aerosol particles form. J. Appl. Mechanics and Technical Physics, 57, № 2(336): 164-174.

6. Бретшнайдер Ст. 1966. Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. М.: Химия, 535.

Bretschneider St. 1966. The properties of gases and liquids. Engineering methods of calculation. M.: Chemistry, 535.

7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. 1988. Теоретическая физика: Учебное пособие. Т.6. Гидродинамика, М.: Наука. 1988, 736.

Landau L. D., Lifshits E. M. 1988. Hydrodynamics, M.: Nauka, 733

8. Хаппель Дж., Бреннер Г. 1976. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 630.

Happel J., Brenner G. 1976. Hydrodynamics under small Reynolds numbers, M.: Mir. 1976, 630.

9. Поддоскин А.Б., ЮшкановА.А., Яламов Ю.И. 1982. Теория термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц. ЖТФ, 52(11): 2253-2661.

Poddoskin A. B., Yushkanov.A., Yalamov Yu.I. 1982. Theory of thermophoresis of moderately large aerosol particles. Technical physics, 52(11): 2253-2661