



УДК 621.396.01

DOI:10.18413/2411-3808-2018-45-1-192-201

## О МЕТОДЕ СУБИНТЕРВАЛЬНОГО СКРЫТНОГО ВНЕДРЕНИЯ ДАННЫХ В ИЗОБРАЖЕНИЯ

### ON THE METHOD OF SUBINTERVAL DATA HIDDEN EMBEDDING IN IMAGES

**Е.В. Болгова, А.А. Черноморец**  
**E.V. Bolgova, A.A. Chernomorets**

Белгородский государственный национальный исследовательский университет,  
Россия, 308015, Белгород, ул. Победы, 85

Belgorod State National Research University, 85 Pobeda St, Belgorod, 308015, Russia

E-mail: [bolgova\\_e@bsu.edu.ru](mailto:bolgova_e@bsu.edu.ru), [chernomorets@bsu.edu.ru](mailto:chernomorets@bsu.edu.ru)

#### Аннотация

В статье рассмотрен метод скрытного внедрения данных на основе преобразований изображения-контейнера, использующих аппарат субинтервальных матриц косинусного преобразования. Разработанный метод основан на анализе подмножеств проекций изображения-контейнера на собственные векторы субинтервальных матриц. Результаты вычислительных экспериментов разбиения подмножеств проекций на информационные и неинформационные подмножества, показывают, что при выборе различных уровней их значимости можно получать различное количество информационных и неинформационных подмножеств проекций. В данном методе внедрение/извлечение информации в неинформационные подмножества проекций изображений на собственные векторы субинтервальных матриц предлагается осуществлять на основе относительного изменения значений заданных проекций. Внедряемая информация представляется последовательностью нулей и единиц. Для проверки работоспособности разработанного метода были проведены вычислительные эксперименты, которые показали, что разработанный метод внедрения позволяет восстанавливать данные без искажения, при незначительных искажениях изображения-контейнера, содержащего внедряемые данные.

#### Abstract

In this article we consider the method of secret data embedding based on transformations of the container image using the apparatus of subinterval matrices of the cosine transform. The developed method is based on the analysis of subsets of projections of the container image onto the eigenvectors of subinterval matrices. The results of computational experiments of projections subsets partitioning into informational and noninformation subsets show that when choosing different significance levels, it is possible to obtain a different numbers of information and non-informational subsets of projections. In this method the embedding/extracting of information into non-informational subsets of images projections onto eigenvectors of subinterval matrices is proposed to implement on the basis of a relative change in the values of given projections. The embedded information is represented by a sequence of zeros and ones. To test the workability of the developed method, computational experiments were carried out, which showed that the developed embedding method allows data recovery without distortion, and minor distortions of the container image containing the embedded data.

**Ключевые слова:** субинтервальная матрица, субинтервальное внедрение, интервал пространственных частот, собственные числа, проекции изображения, собственные векторы.

**Keywords:** subinterval matrices, subinterval embedding, spatial frequencies interval, eigenvalues, image projection, eigenvectors.



### Введение

В настоящее время одной из основных форм обмена информацией являются изображения и видео. Во многих случаях изображения являются объектом охраны авторских прав, что предполагает возможность осуществления контроля за их использованием, например, на основе скрытного внедрения контрольных данных в изображение. Данная задача может быть решена путем выделения различных компонент изображений и заменой их на скрытно внедряемую информацию [Грибунин, Оков, Туринцев, 2009; Грибунин, Оков, Туринцев, 2016; Конахович, Пузыренко, 2006; Жилияков, Черноморец, 2012; Жилияков и др., 2014; Черноморец, Болгова, 2012; Жилияков, Черноморец, 2013; Жилияков и др., 2015; Жилияков Е.Г. и др., 2014].

Методы скрытного внедрения данных в изображения предполагают изменение непосредственно значений пикселей изображений-контейнеров или результатов их различных преобразований. Известно, что наибольшей устойчивостью к внешним, разрушающим внедренные данные воздействиям обладают методы скрытного внедрения [Грибунин, Оков, Туринцев, 2009; Грибунин, Оков, Туринцев, 2016; Конахович, Пузыренко, 2006; Жилияков, Черноморец, 2012; Жилияков и др., 2014; Черноморец, Болгова, 2012; Жилияков, Черноморец, 2013; Жилияков и др., 2015; Жилияков Е.Г. и др., 2014], использующих результаты различных преобразований, таких как дискретное преобразование Фурье, метод относительной замены коэффициентов дискретного косинусного преобразования (метод Коха-Жао), метод Фридрих и др.

В данной работе предложен метод скрытного внедрения данных на основе преобразований изображения-контейнера, использующих аппарат субинтервальных матриц [Болгова Е.В., 2017г] косинусного преобразования [Черноморец, Болгова, 2015а; Черноморец, Болгова, 2015б; Черноморец, Болгова, Коваленко, 2015; Болгова, 2017б]. Разработанный метод основан на анализе и изменении отдельных подмножеств проекций изображения-контейнера на собственные векторы [Болгова, 2017а; Болгова, 2017в] субинтервальных матриц, основные положения которого изложены далее.

### Описание метода

Рассмотрим изображение в виде матрицы вещественных значений  $\Phi = (f_{ik})$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_1$ ,  $k = 1, 2, \dots, N_2$ , элементы которой соответствуют яркости отдельных пикселей изображения.

Пусть заданному интервалу пространственных частот  $V_{r_2}$  [Болгова, 2017г] соответствуют субинтервальные матрицы  $G_{r_1}$  и  $H_{r_2}$  [Болгова, 2017г], размерности  $N_1 \times N_1$  и  $N_2 \times N_2$  соответственно.

Известно [Болгова, 2017г], что субинтервальные матрицы  $G_{r_1}$  и  $H_{r_2}$  являются вещественными, симметричными матрицами, следовательно, их можно представить в виде следующих разложений:

$$G_{r_1} = Q_{r_1} L_{r_1} Q_{r_1}^T, \quad H_{r_2} = U_{r_2} M_{r_2} U_{r_2}^T, \tag{1}$$

где столбцы матриц  $Q_{r_1}$  и  $U_{r_2}$  являются собственными векторами матриц  $G_{r_1}$  и  $H_{r_2}$ , на главной диагонали матриц  $L_{r_1}$  и  $M_{r_2}$  расположены собственные числа матриц  $G_{r_1}$  и  $H_{r_2}$ ,

$$Q_{r_1} = (\vec{q}_1^{r_1}, \vec{q}_2^{r_1}, \dots, \vec{q}_{N_1}^{r_1}), \quad U_{r_2} = (\vec{u}_1^{r_2}, \vec{u}_2^{r_2}, \dots, \vec{u}_{N_2}^{r_2}), \tag{2}$$

$$L_{r_1} = \text{diag}(\lambda_1^{r_1}, \lambda_2^{r_1}, \dots, \lambda_{N_1}^{r_1}), \quad M_{r_2} = \text{diag}(\mu_1^{r_2}, \mu_2^{r_2}, \dots, \mu_{N_2}^{r_2}).$$

Рассмотрим матрицу  $\Gamma^{r_1 r_2} = (\gamma_{ik}^{r_1 r_2})$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_1$ ,  $k = 1, 2, \dots, N_2$ ,

$$\Gamma^{r_1 r_2} = Q_{r_1}^T \Phi U_{r_2}, \tag{3}$$



элементы  $\gamma_{ik}^{r_2}$ ,  $i=1,2,\dots,N_1$ ,  $k=1,2,\dots,N_2$ , которой представлены в виде

$$\gamma_{ik}^{r_2} = (\vec{q}_i^{r_1})^T \Phi \vec{u}_k^{r_2}, \tag{4}$$

можно считать значениями проекций [Ахмед, Рао, 1980; Ярославский, 1979; Яне, 2007] изображения  $\Phi$  на ортогональные вектора  $\vec{q}_i^{r_1}$ ,  $i=1,2,\dots,N_1$ , и  $\vec{u}_k^{r_2}$ ,  $k=1,2,\dots,N_2$ , субинтервальных матриц  $G_{r_1}$  и  $H_{r_2}$ , соответствующих заданному ИПЧ  $V_{r_2}$ .

Разобьем матрицу  $\Gamma^{r_2}$  на  $S_1 \times S_2$  подматрицы (подмножества)  $\Psi_{s_1 s_2}$ ,  $s_1=1,2,\dots,S_1$ ,  $s_2=1,2,\dots,S_2$ , имеющие одинаковую размерность  $(N_1/S_1) \times (N_2/S_2)$  (где  $S_1, S_2$  – некоторые константы) следующим образом: в отдельную матрицу (подмножество)  $\Psi_{s_1 s_2}$  включаются проекции  $\gamma_{ik}^{r_2}$ ,  $i=1,2,\dots,N_1$ ,  $k=1,2,\dots,N_2$ , которые удовлетворяют условию (рисунок 1):

$$\Psi_{s_1 s_2} = \{ \gamma_{ik}^{r_2} \mid (s_1-1)N_1/S_1 + 1 \leq i \leq s_1 N_1/S_1, (s_2-1)N_2/S_2 + 1 \leq k \leq s_2 N_2/S_2 \}. \tag{5}$$

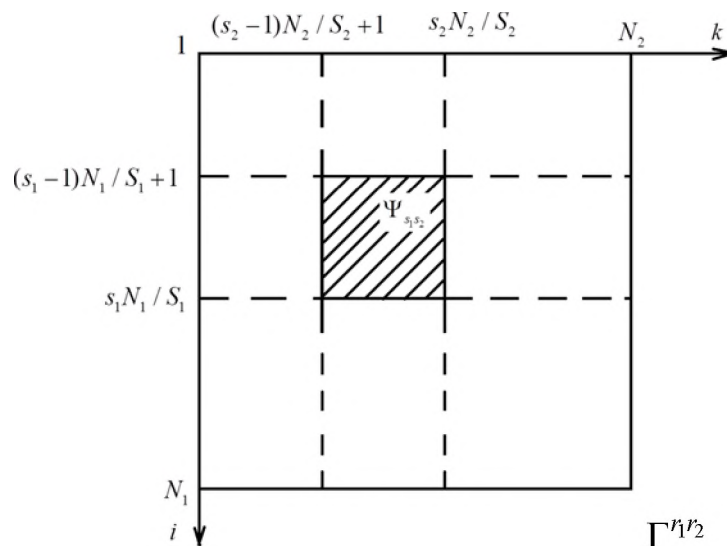


Рис. 1. Разбиение множества проекций  $\Gamma^{r_2}$  на подмножества  $\Psi_{s_1 s_2}$ ,  $s_1=1,2,\dots,S_1$ ,  $s_2=1,2,\dots,S_2$

Fig. 1. The partition of the projections set  $\Gamma^{r_2}$  into subsets  $\Psi_{s_1 s_2}$ ,  $s_1=1,2,\dots,S_1$ ,  $s_2=1,2,\dots,S_2$

Каждому подмножеству  $\Psi_{s_1 s_2}$ ,  $s_1=1,2,\dots,S_1$ ,  $s_2=1,2,\dots,S_2$ , поставим в соответствие величину  $\Delta_{s_1 s_2}$ , равную сумме квадратов проекций, которые принадлежат данному подмножеству,

$$\Delta_{s_1 s_2} = \sum_{i=(s_1-1)N_1/S_1+1}^{s_1 N_1/S_1} \sum_{k=(s_2-1)N_2/S_2+1}^{s_2 N_2/S_2} |\gamma_{ik}^{r_2}|^2, \tag{6}$$

а также нормированную величину  $\delta_{s_1 s_2}$ ,

$$\delta_{s_1 s_2} = \Delta_{s_1 s_2} / \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} |\gamma_{ik}^{r_2}|^2. \tag{7}$$

На основе распределения значений  $\delta_{s_1 s_2}$  (7) по подмножествам  $\Psi_{s_1 s_2}$ ,  $s_1=1,2,\dots,S_1$ ,  $s_2=1,2,\dots,S_2$ , сформулируем решающее правило определения информационных и неинформационных подмножеств проекций.



Рассмотрим упорядоченное множество  $W^\Psi = \{w_k^\Psi\}$ ,  $k=1,2,\dots,S_1S_2$ , элементами которого являются значения  $\delta_{s_1s_2}$  (7),  $s_1=1,2,\dots,S_1$ ,  $s_2=1,2,\dots,S_2$ , упорядоченные по убыванию.

Зададим некоторую величину  $m^\Psi$  – уровень значимости подмножеств проекций,

$$0 < m^\Psi \leq 1. \tag{8}$$

Вычислим значение величины  $l_{m^\Psi}$ ,

$$1 \leq l_{m^\Psi} \leq S_1S_2, \tag{9}$$

для которого выполняются следующие условия (решающее правило выбора информационных подмножеств проекций):

$$\sum_{k=1}^{l_{m^\Psi}} w_k^\Psi \leq m^\Psi, \sum_{k=1}^{l_{m^\Psi}+1} w_k^\Psi > m^\Psi. \tag{10}$$

Создадим множество  $Z_{m^\Psi} = \{(s_1, s_2)\}$  индексов подмножеств  $\Psi_{s_1s_2}$ , соответствующих первым  $l_{m^\Psi}$  элементам упорядоченного множества  $W^\Psi$ .

Тогда, информационными подмножествами проекций при уровне  $m^\Psi$  будем называть такие подмножества  $\Psi_{s_1s_2}$ , индексы которых принадлежат множеству  $Z_{m^\Psi}$ ,

$$(s_1, s_2) \in Z_{m^\Psi}. \tag{11}$$

Неинформационными подмножествами проекций при уровне  $m^\Psi$  назовем подмножества  $\Psi_{s_1s_2}$ , индексы которых не принадлежат множеству  $Z_{m^\Psi}$ ,

$$(s_1, s_2) \notin Z_{m^\Psi}. \tag{12}$$

На основании соотношений (11), (12) можно построить маску  $\Psi_{s_1s_2}^{Mask, m^\Psi}$  соответствующих информационных и неинформационных подмножеств проекций изображений, которая будет применяться при разработке методов скрытного внедрения:

$$\Psi_{s_1s_2}^{Mask, m^\Psi} = \begin{cases} 1, & (s_1, s_2) \in Z_{m^\Psi}; \\ 0, & (s_1, s_2) \notin Z_{m^\Psi}. \end{cases} \tag{13}$$

Примеры построения маски (13) информационных и неинформационных подмножеств проекций известного изображения Lena для различных значений  $m^\Psi = \{0.9999, 0.9995, 0.998, 0.995\}$  при разбиении множества проекций  $\Gamma^{n \times n}$  на  $8 \times 8$  подмножеств ( $S_1 = S_2 = 8$ ) приведены на рисунке 2.

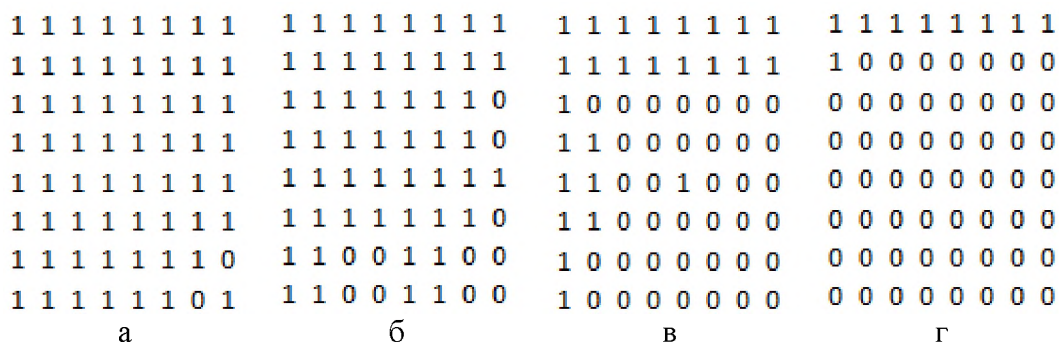


Рис. 2. Маска разбиения подмножеств проекций на информационные и неинформационные подмножества,  $S_1 = S_2 = 8$ :

а)  $m^\Psi = 0.9999$ , б)  $m^\Psi = 0.9995$ , в)  $m^\Psi = 0.998$ , г)  $m^\Psi = 0.995$

Fig. 2. Mask of projections subsets partitioning into informational and noninformational subsets,  $S_1 = S_2 = 8$ : а)  $m^\Psi = 0.9999$ , б)  $m^\Psi = 0.9995$ , в)  $m^\Psi = 0.998$ , д)  $m^\Psi = 0.995$



На рисунке 2 цифрой «1» отмечены информационные интервалы ПЧ при заданном значении порога, цифрой «0» – неинформационные интервалы ПЧ (рекомендуемые для внедрения информации).

Результаты вычислительных экспериментов разбиения подмножеств проекций на информационные и неинформационные подмножества, показывают, что при выборе различных значений  $m^\Psi$  можно получать различное количество информационных и неинформационных подмножеств проекций.

В предлагаемом методе внедрения/извлечения информации в неинформационные подмножества проекций изображений на собственные векторы субинтервальных матриц предлагается осуществлять на основе относительного изменения значений заданных проекций вида (4). Внедряемая информация представляется последовательностью нулей и единиц.

Для внедрения предлагается вносить относительные изменения в значения двух выбранных проекций  $\gamma_{ik}^{\eta_2}$  и  $\gamma_{i,k+1}^{\eta_2}$  (4) изображения-контейнера  $\Phi$  на собственные векторы субинтервальных матриц, соответствующих заданному интервалу ПЧ  $V_{\eta_2}$ , принадлежащих соответствующим неинформационным подмножествам проекций (12), таким образом, чтобы в результате изменения проекций добиться выполнения следующих неравенств:

- при внедрении нуля должно выполняться неравенство:

$$\left| \widetilde{\gamma}_{ik}^{\eta_2} \right| \geq \left| \widetilde{\gamma}_{i,k+1}^{\eta_2} \right| + T_\gamma^{s_1 s_2}, \quad (14)$$

- при внедрении единицы должно выполняться неравенство:

$$\left| \widetilde{\gamma}_{ik}^{\eta_2} \right| \leq \left| \widetilde{\gamma}_{i,k+1}^{\eta_2} \right| - T_\gamma^{s_1 s_2}, \quad (15)$$

где  $\gamma_{ik}^{\eta_2}$  и  $\gamma_{i,k+1}^{\eta_2}$  – измененные значения соответствующих проекций,  $T_\gamma^{s_1 s_2}$  – пороговое значение относительного отличия измененных проекций.

Очевидно, что значение порога  $T_\gamma^{s_1 s_2}$  влияет на величину искажений изображения-контейнера: при увеличении порогового значения увеличиваются искажения изображения-контейнера (снижается скрытность внедрения информации). Также следует отметить, что пороговое значение  $T_\gamma^{s_1 s_2}$  влияет на устойчивость восстановления (извлечения) внедренной информации: при наличии внешних разрушающих воздействий, например, аддитивный шум, уменьшение порогового значения приводит к увеличению искажений внедренной информации.

В данной работе для обеспечения устойчивости внедренной информации к внешним разрушающим воздействиям, а также скрытности информации, внедренной в изображение-контейнер, предлагается адаптивно определять пороговые значения  $T_\gamma^{s_1 s_2}$ .

При внедрении информации в подмножество проекций  $\Psi_{s_1 s_2}$  изображения-контейнера на собственные векторы субинтервальных матриц  $G_{\eta_1}$  и  $H_{\eta_2}$ , соответствующих заданному интервалу пространственных частот  $V_{\eta_2}$ , пороговое значение  $T_\gamma^{s_1 s_2}$  предлагается определять на основании среднего значения проекций, входящих в выбранное подмножество  $\Psi_{s_1 s_2}$ .

Так, при размерности изображения-контейнера  $\Phi$ ,  $N_1 \times N_2$  пикселей и разбиении множества проекций (матрицы)  $\Gamma^{\eta_2}$  изображения-контейнера на собственные векторы субинтервальных матриц  $G_{\eta_1}$  и  $H_{\eta_2}$ , соответствующих заданному интервалу пространственных частот  $V_{\eta_2}$ , на  $S_1 \times S_2$  подмножеств  $\Psi_{s_1 s_2}$ ,  $s_1 = 1, 2, \dots, S_1$ ,  $s_2 = 1, 2, \dots, S_2$ ,



имеющие одинаковую размерность  $(N_1/S_1) \times (N_2/S_2)$ , пороговое значение  $T_\gamma^{s_1s_2}$  определяется следующим соотношением:

$$T_\gamma^{s_1s_2} = t_\gamma \gamma_{cp}^{s_1s_2}, \tag{16}$$

где  $t_\gamma$  – коэффициент внедрения, позволяющий интерактивно уточнять пороговое значение  $T_\gamma^{s_1s_2}$ ;  $\gamma_{cp}^{s_1s_2}$  – среднее значение проекций, входящих в выбранное подмножество  $\Psi_{s_1s_2}$ ,

$$\gamma_{cp}^{s_1s_2} = \sqrt{\frac{\Delta_{s_1s_2}}{N_1 N_2 / S_1 S_2}}, \tag{17}$$

где  $\Delta_{s_1s_2}$  – сумма квадратов проекций (6), которые принадлежат подмножеству  $\Psi_{s_1s_2}$ .

В таблице 1 в качестве примера приведены средние значения (17) проекций, входящих в подмножества  $\Psi_{s_1s_2}$ ,  $s_1 = 1, 2, \dots, S_1$ ,  $s_2 = 1, 2, \dots, S_2$ , изображения-контейнера Lena, в заданных частотных интервалах  $V_{11}$  и  $V_{13}$ , при  $R_1 = R_2 = 4$ ,  $N_1 = N_2 = 128$  и  $S_1 = S_2 = 4$ .

Таблица 1

Table 1

Средние значения проекций изображения-контейнера Lena в заданных частотных интервалах  $V_{11}$  и  $V_{13}$

Mean values of container image Lena projection into give frequency intervals  $V_{11}$  and  $V_{13}$

		$V_{11}$				$V_{13}$			
$s_1 \backslash s_2$		1	2	3	4	1	2	3	4
1	1	423,513	39,454	18,243	19,634	19,509	121,356	118,995	390,347
2	1	28,349	7,938	6,979	6,774	5,959	10,680	13,516	25,080
3	1	11,977	6,783	7,659	6,512	6,382	7,102	10,440	9,506
4	1	11,398	6,529	7,432	6,565	5,740	6,681	10,248	9,396

Данные, приведенные в таблице 1, показывают, что в различных подмножествах средние значения проекций  $\gamma_{cp}^{s_1s_2}$  (17) существенно отличаются. Следовательно, при внедрении в различные подмножества проекций соответствующие значения порога  $T_\gamma^{s_1s_2}$  (16) также будут существенно отличаться, что указывает на целесообразность адаптивного определения значения данного порога на основании (16).

Адаптивное определение порогового значения  $T_\gamma^{s_1s_2}$  на основании соотношения (16) позволяет осуществлять внедрение данных, вызывающее незначительные искажения изображения-контейнера.

Предлагаемый метод внедрения/извлечения заключается в следующем.

Пусть внедрение данных, заданных в бинарном виде, необходимо осуществить в заданный интервал пространственных частот  $V_{\eta_2}$  изображения-контейнера  $\Phi$  при заданном значении уровня  $m^\Psi$ .

На основании решающего правила (11)-(12) выделяются информационные и неинформационные подмножества проекций изображения-контейнера  $\Phi$  для заданного значения уровня  $m^\Psi$ . Пусть индексы  $(s_1, s_2)$  неинформационных подмножеств проекций  $\Psi_{s_1s_2}$  образуют множество  $Z_s$ . В множестве  $Z_s$  неинформационные подмножества



проекций упорядочены по убыванию значений соответствующих значений величины (7). Внедрение предлагается осуществлять в неинформационные подмножества проекций.

Рассмотрим внедрение дополнительной информации  $B = (b_m)$ ,  $m = 1, 2, \dots, N_B$ , в неинформационное подмножество проекций  $\Psi_{s_1 s_2}$  интервала ПЧ  $V_{r_1 r_2}$ ,

$$(s_1, s_2) \in Z_s. \quad (18)$$

Обозначим,  $Q_{s_1} = \{\vec{q}_i^{r_1}\}$  и  $U_{s_2} = \{\vec{u}_k^{r_2}\}$  – множества собственных векторов субинтервальных матриц  $G_{r_1}$  и  $H_{r_2}$ , соответствующих проекциям подмножества  $\Psi_{s_1 s_2}$ ,

$$(s_1 - 1)N_1 / S_1 + 1 \leq i \leq s_1 N_1 / S_1, \quad (19)$$

$$(s_2 - 1)N_2 / S_2 + 1 \leq k \leq s_2 N_2 / S_2. \quad (20)$$

Каждый бит последовательности  $B = (b_m)$ ,  $m = 1, 2, \dots, N_B$ , внедряется на основании относительного изменения значений двух проекций подмножества  $\Psi_{s_1 s_2}$  с индексами  $(i, k)$  и  $(i, k + 1)$ , удовлетворяющим неравенствам (19) и (20).

Рассмотрим внедрение отдельного бита  $b_m$  с применением пар собственных векторов  $\vec{q}_i^{r_1}$ ,  $\vec{u}_k^{r_2}$  и  $\vec{q}_i^{r_1}$ ,  $\vec{u}_{k+1}^{r_2}$ , соответствующих выбранным проекциям с индексами  $(i, k)$  и  $(i, k + 1)$ ,

$$\vec{q}_i^{r_1} \in Q_{s_1},$$

$$\vec{u}_k^{r_2}, \vec{u}_{k+1}^{r_2} \in U_{s_2}.$$

Значения проекций  $\gamma_{ik}^{r_1 r_2}$  и  $\gamma_{i,k+1}^{r_1 r_2}$  изображения-контейнера  $\Phi$  на выбранные пары собственных векторов  $\vec{q}_i^{r_1}$ ,  $\vec{u}_k^{r_2}$  и  $\vec{q}_i^{r_1}$ ,  $\vec{u}_{k+1}^{r_2}$ , определяются на основании следующих соотношений:

$$\gamma_{ik}^{r_1 r_2} = (\vec{q}_i^{r_1})^T \Phi \vec{u}_k^{r_2}, \quad (21)$$

$$\gamma_{i,k+1}^{r_1 r_2} = (\vec{q}_i^{r_1})^T \Phi \vec{u}_{k+1}^{r_2}. \quad (22)$$

Если внедряемый бит  $b_m$  равен 0, то соответствующие значения проекций  $\gamma_{ik}^{r_1 r_2}$  и  $\gamma_{i,k+1}^{r_1 r_2}$  следует изменить таким образом, чтобы для измененных значений  $\tilde{\gamma}_{ik}^{r_1 r_2}$  и  $\tilde{\gamma}_{i,k+1}^{r_1 r_2}$  выполнилось неравенство (14).

Если внедряемый бит  $b_m$  равен 1, то соответствующие значения проекций  $\gamma_{ik}^{r_1 r_2}$  и  $\gamma_{i,k+1}^{r_1 r_2}$  следует изменить таким образом, чтобы для измененных значений  $\tilde{\gamma}_{ik}^{r_1 r_2}$  и  $\tilde{\gamma}_{i,k+1}^{r_1 r_2}$  выполнилось неравенство (15).

Внедрение данных в изображение-контейнер  $\Phi$  осуществляется в матричном виде при внедрении всех возможных бит в подмножество проекций  $\Psi_{s_1 s_2}$ :

$$\tilde{\Phi} = \Phi - Q_{s_1} Q_{s_1}^T \Phi U_{s_2} U_{s_2}^T + Q_{s_1} \tilde{\Psi}_{s_1 s_2} U_{s_2}^T. \quad (23)$$

где  $\tilde{\Psi}_{s_1 s_2}$  – матрица измененных на основании соотношений (14) и (15) проекций подмножества  $\Psi_{s_1 s_2}$ ;  $\tilde{\Phi}$  – изображение-контейнер, содержащее внедренную информацию.

Извлечение из изображения-контейнера  $\tilde{\Phi}$  значения отдельного бита данных, внедренного с применением пар собственных векторов  $\vec{q}_i^{r_1}$ ,  $\vec{u}_k^{r_2}$  и  $\vec{q}_i^{r_1}$ ,  $\vec{u}_{k+1}^{r_2}$ , выполняется на основании проверки выполнения соответствующих неравенств (14) или (15).

Для одновременного внедрения информации в другие неинформационные ИПЧ выполняются действия, аналогичные приведенным выше.

Метод внедрения информации одновременно в несколько подмножеств проекций  $\Psi_{s_1 s_2}$ ,  $(s_1, s_2) \in Z_s$ , можно сформулировать в следующем виде:

$$\tilde{\Phi} = \Phi - \sum_{(s_1, s_2) \in Z_s} Q_{s_1} Q_{s_1}^T \Phi U_{s_2} U_{s_2}^T + \sum_{(s_1, s_2) \in Z_s} Q_{s_1} \tilde{\Psi}_{s_1 s_2} U_{s_2}^T. \quad (24)$$

где  $\tilde{\Gamma}_1^{s_1 s_2}$  – матрица измененных на основании соотношений (14) и (15) проекций подмножества  $\Psi_{s_1 s_2}$ .

При внедрении в неинформационные подмножества проекций  $\Psi_{s_1 s_2}, (s_1, s_2) \in Z_s$ , имеет место точное восстановление информации, так как множество матриц  $\{Q_{s_1}\}$ , а также множество матриц  $\{U_{s_2}\}, (s_1, s_2) \in Z_s$ , применяемых в соотношении (24), образованы взаимно ортогональными собственными векторами субинтервальных матриц  $G_{r_1}$  и  $H_{r_2}$  соответственно.

### Вычислительные эксперименты

Для проверки работоспособности разработанного метода были проведены вычислительные эксперименты.

В качестве изображения-контейнера выбрано изображение Lena,  $N_1 = N_2 = 512$ ,  $R_1 = R_2 = 4$ , в которое было внедрено изображение размерностью 32x16 пикселей, приведенное на рисунке 3а. Бинарное представление внедренного изображения приведено на рисунке 3б. Значение уровня  $m^\Psi$  было выбрано равным  $m^\Psi = 0,99$ , в соответствии с которым для внедрения был выбран интервал ПЧ  $V_{11}$ . Коэффициент внедрения  $t_\gamma$  (в соотношении (16)) был выбран равным  $t_\gamma = 0,1$ . При проведении вычислительного эксперимента внедряемый фрагмент содержит 4096 бит.

На рисунке 3 приведен результат внедрения информации в изображение-контейнер Lena (искажения изображения-контейнера визуальны незаметны).

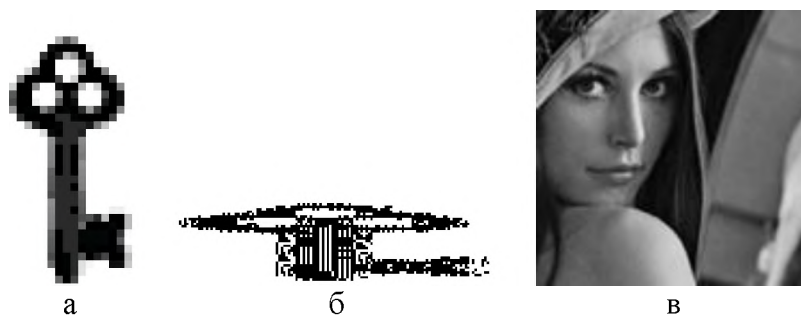


Рис. 3. Результаты внедрения информации в изображение-контейнер:  
 а) изображение, на основе которого формируется внедряемый фрагмент; б) бинарное представление внедряемого фрагмента; в) изображение-контейнер с внедренными данными (искажения визуальны незаметны)

Fig. 3. Results of information embedding into the container image:  
 a) the image used the embedded fragment forming b) binary representation of the embedded fragment; c) the image containing the embedded data (distortions are invisible)

Для внедрения было использовано неинформационное подмножество проекций с индексами (3, 1).

Соответствующее искажение изображения-контейнера имеет следующие значения:

- среднеквадратическое отклонение [Ахмед, Рао, 1980]: 0,0184;
- коэффициент структурного сходства [Сёмкин, Двойченков, 1973]: 0,9966.

Искажение восстановленных данных отсутствует (СКО=0).





### Заключение

Проведенный вычислительный эксперимент показал, что разработанный метод внедрения позволяет восстанавливать данные без искажения, при незначительных искажениях изображения-контейнера, содержащего внедряемые данные.

Таким образом, в статье разработан метод внедрения/извлечения информации в неинформационные подмножества проекций изображений на собственные векторы субинтервальных матриц на основе относительного изменения значений заданных проекций, который позволяет внедрять информацию с незначительными искажениями изображения-контейнера и восстановленных данных.

*Работа выполнена при поддержке государственного контракта 8.2201.2017/ПЧ от 01.02.2017 г.*

### Список литературы

#### References

1. Ахмед Н., Рао К.Р., 1980. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. М., Связь, 248.  
Ahmed N., Rao K., 1980. The orthogonal transform in digital signal processing. Moscow, Svyaz', 248.
2. Болгова Е.В., 2017а. О собственных числах субинтервальных матриц косинусного преобразования. Научные ведомости БелГУ. Сер.: Экономика. Информатика. 2(251): 92-101.  
Bolgova E.V., 2017a. About the eigenvalues of cosine transform subinterval matrices. Nauchnye vedomosti BelGU. Ekonomika. Informatika. [Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics Information technologies]. 2(251): 92-101.
3. Болгова Е.В., 2017б. О сосредоточенности энергии косинусного преобразования. Научные ведомости БелГУ. Серия: Экономика. Информатика. 9(258): 111-121.  
Bolgova E.V., 2017b. About cosine transform energy concentration. Nauchnye vedomosti BelGU. Ekonomika. Informatika. [Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics Information technologies]. 9(258): 111-121.
4. Болгова Е.В., 2017в. Об оценке собственных чисел субинтервальных матриц косинусного преобразования. Интеграция современных научных исследований в развитие общества: Сборник материалов III Международной научно-практической конференции: 289-292.  
Bolgova E.V., 2017c. On the estimation of the eigenvalues of subinterval matrices of the cosine transformation. Integration of modern scientific research into the development of society: Proceedings of the III International Scientific and Practical Conference: 289-292.
5. Болгова Е.В., 2017г. Свойства субинтервальных матриц двумерного косинусного преобразования. Информационные системы и технологии. 6(104): 19-28.  
Bolgova E.V., 2017d. The properties of subinterval matrices for a two-dimensional cosine transform. Informacionnyye sistemy i tehnologii [Information Systems and Technologies]. 6(104): 19-28.
6. Грибунин В.Г., Оков И.Н., Туринцев И.В., 2009. Цифровая стеганография. М., Солон-пресс, 265.  
Gribunin V.G., Okov I.N., Turintsev I.V., 2009. Digital steganography. M., Solon-press, 265.
7. Грибунин В.Г., Оков И.Н., Туринцев И.В., 2016. Цифровая стеганография. М., Солон-пресс, 262.  
Gribunin V.G., Okov I.N., Turintsev I.V., 2016. Digital steganography. M., Solon-press, 262.
8. Жилияков Е.Г., Черноморец А.А., 2012. Субполосный метод скрытного внедрения информации в изображение. Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. 13(132): 216-221.  
Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A., 2012. Subband method of information secretive embedding into images. Nauchnye vedomosti BelGU. Istoriya. Politologiya. Ekonomika. Informatika. [Belgorod State University Scientific Bulletin. History Political science Economics Information technologies]. 13(132): 216-221.
9. Жилияков Е.Г., Черноморец А.А., 2013. Об устойчивости субполосного стеговнедрения изображений к сжатию данных на основе алгоритма JPEG. Вопросы радиоэлектроники, Сер. ЭВТ. 1: 115-126.  
Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A., 2013. Stability of images sub-band stego embedding to data compression of the JPEG algorithm. Voprosy radioelektroniki [Problems of Radio Electronics]. 1: 115-126.



10. Жилияков Е.Г., Черноморец А.А., Болгова Е.В., Гахова Н.Н., 2014. О субполосном внедрении информации в подобласти пространственных частот изображения-контейнера. Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 9: 85-87.

Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A., Bolgova E.V., Gahova N.N., 2014. About information subband embedding into space frequencies subareas of image-container. Journal Neurocomputers. 9: 85-87.

11. Жилияков Е.Г., Черноморец А.А., Болгова Е.В., Голощапова В.А., 2015. О субполосном внедрении в цветные изображения. Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. 1(198): 158-162.

Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A., Bolgova E.V., Goloshchapova V.A., 2015. About subband embedding in colored images. Nauchnye vedomosti BelGU. Istoriya. Politologiya. Ekonomika. Informatika. [Belgorod State University Scientific Bulletin. History Political science Economics Information technologies]. 1(198): 158-162.

12. Жилияков Е.Г., Черноморец А.А., Болгова Е.В., Голощапова В.А., 2014. Оценка эффективности субполосного внедрения данных в изображение. Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. 8(179): 200-206.

Zhilyakov E.G., Chernomorets A.A., Bolgova E.V., Goloshchapova V.A., 2014. Assessment of efficiency of subband embedding of data in the image. Nauchnye vedomosti BelGU. Istoriya. Politologiya. Ekonomika. Informatika. [Belgorod State University Scientific Bulletin. History Political science Economics Information technologies]. 8(179): 200-206.

13. Конахович Г.Ф., Пузыренко А.Ю., 2006. Компьютерная стеганография. Теория и практика. К., МК-Пресс, 288.

Konakhovich G.F., Puzurenko A.Yu., 2006. Computer Steganography. Theory and practice. K., MK-Press, 288.

14. Сёмкин Б.И., Двойченков В.И., 1973. Об эквивалентности мер сходства и различия. Исследование систем. Т. 1. Анализ сложных систем. Владивосток, ДВНЦ АН СССР: 95-104.

Syomkin B.I., Dvoychenkov V.I., 1973. On the equivalence of measures of similarity and difference. Research of systems. T.1. Analysis of complex systems. Vladivostok, DVNTS AN SSSRS: 95-104.

15. Черноморец А.А., Болгова Е.В., 2012. О погрешности стеговнедрений в изображение на основе метода относительной замены коэффициентов ДКП. Информационные системы и технологии. 6(74): 125-131.

Chernomorets A.A., Bolgova E.V., 2012. About the accuracy of steganographic embedding in the image using method of relative replacement of dct coefficients. Informacionnye sistemy i tehnologii [Information Systems and Technologies]. 6(74): 125-131.

16. Черноморец А.А., Болгова Е.В., 2015а. Об анализе данных на основе косинусного преобразования. Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика. 1(198): 68-73.

Chernomorets A.A., Bolgova E.V., 2015a. On the analysis of data based on the cosine transformation. Nauchnye vedomosti BelGU. Ekonomika. Informatika. [Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics Information technologies]. 1(198): 68-73.

17. Черноморец А.А., Болгова Е.В., 2015б. Об интегральных оценках косинусного преобразования Фурье. Общество, наука и инновации: сборник статей Международной научно-практической конференция (04 апреля 2015 г., г. Стерлитамак). Стерлитамак, РИЦ АМИ: 45-48.

Chernomorets A.A., Bolgova E.V., 2015b. About integral estimates of cosine transform Fourier. Obshhestvo, nauka i innovacii: sbornik statej Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencija [Society, science and innovation: a collection of articles of the International Scientific and Practical Conference (Sterlitamak, 4 April, 2015)] Sterlitamak, RIC AMI: 45-48.

18. Черноморец А.А., Болгова Е.В., Коваленко А.Н., 2015. Об оценках косинусного преобразования. Теоретические и практические вопросы науки XXI века: сборник статей Международной научно-практической конференции (18 июня 2015 г., г. Уфа). Уфа, РИО МЦИИ ОМЕГА САЙНС: 38-42.

Chernomorets A.A., Bolgova E.V., Kovalenko A.N., 2015. About estimates cosine transform. Teoreticheskie i prakticheskie voprosy nauki XXI veka: sbornik statej Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii [Theoretical and practical questions of science of the XXI century: a collection of articles of the International scientific-practical conference (Ufa, 18 June, 2015)] Ufa, OMEGA RIO MTSII Sayns: 38-42.

19. Яне Б., 2007. Цифровая обработка изображений. М., Техносфера, 584.

Yane B., 2007. Digital image processing. M., Technosphere, 584.

20. Ярославский Л.П., 1979. Введение в цифровую обработку изображений. М., Сов. Радио, 312.

Jaroslavskij L.P., 1979. Introduction to digital image processing. Moscow, Sov. Radio, 312.