

УДК 004.415.2

DOI 10.18413/2075-4639-2019-51-2-303-310

**РЕШЕНИЕ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ПРИМЕРЕ
КВАДРУПОЛЬНОЙ ЛИНЗЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА
ANSYS 18.2**

**THE DECISION MAGNETIC-STATIC TASKS ON THE EXAMPLE
OF THE QUADRUPOLE LENS IS TO APPLY ANSYS SOFTWARE**

**Н.Н. Чернышов, А.В. Белоусов, Д.Н. Старченко, А.С. Ханзаров
N.N. Chernyshov, A.V. Belousov, D.N. Starchenko, A.S. Hanzarov**

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова,
Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46

Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov,
46 Kostyukova St., Belgorod, 308012, Russia

E-mail: mykola.chernyshov@nure.ua, hanzarov@bk.ru

Аннотация

Наиболее современное программное обеспечение для исследования магнитных полей – комплекс программ ANSYS. Комплекс программ ANSYS – это ведущее программное обеспечение для моделирования электромагнитных полей, используемое для проектирования и исследования двумерных и трехмерных моделей, типов двигателей, датчиков, трансформаторов и других электрических и электромеханических устройств различного применения, базируется на методе конечных элементов и численно рассчитывает статические, гармонические электромагнитные и электрические поля, а также переходные процессы в полевых задачах. В научной статье построена математическая модель решения магнитоэстатической задачи на примере квадрупольной линзы для разработки магнитной системы фокусировки электронного пучка линейного ускорителя на базе программного комплекса Ansys 18.2. Результаты этой статьи получены на основании дифференциальных уравнений частных производных и метода конечных элементов. Конечным результатом данного расчета являются функция распределения магнитного поля и магнитной индукции в исследуемой системе.

Abstract

The most advanced software for the study of magnetic fields – a set of programs ANSYS. Complex programs ANSYS – is the leading software for simulation of electromagnetic fields used for the design and study of two-dimensional and three-dimensional models, engine types, sensors, transformers and other electrical and electromechanical devices for various applications, based on the finite element method and numerically calculates the static, harmonic electromagnetic and electric fields, as well as transients in field problems. In this article presents a mathematical model for solving the magnetostatic problem on the example of a quadrupole lens for the development of a magnetic focusing system for an electron beam of a linear accelerator based on The ANSYS 18.2 software package. The results of this article are derived from partial differential equations and the finite element method. The final result of this calculation is the distribution function of the magnetic field and magnetic induction in the system under study.

Ключевые слова: метод конечных элементов, магнитная индукция, магнитное поле, магнитный потенциал, квадрупольная линза.

Keywords: finite element method, magnetic induction, magnetic field, magnetic potential, quadrupole lens.

Введение

Наличие компьютеров с большой ресурсной емкостью и новых программных средств расширяют возможности вычислительных задач. Для расчета распределения магнитной индукции, вектора напряженности магнитного поля и магнитного векторного



потенциала, а также основных магнитных характеристик (индуктивности и электромагнитной силы) может использоваться пакет ANSYS [Андреева, 2002]. В БГТУ им. В.Г. Шухова для проведения лабораторных и практических работ разрабатывается методическое пособие «Расчет статических магнитных полей с помощью пакета ANSYS». В пособии будет приведено решение 3D магнитостатической задачи для элементов ускорительной техники. Рассмотрены все этапы решения задачи: постановка, построение модели, решение и анализ результатов. В приложениях приведены основные функции пакета для задания свойств магнитных материалов, разбиения модели конечными элементами (КЭ), описание типов КЭ для электромагнитного анализа, просмотра данных на этапах решения задачи и получения анимации. ANSYS представляет собой совокупность программных кодов, реализующих метод КЭ для решения большого круга инженерных задач. При помощи пакета ANSYS можно производить расчеты задач различной физической природы (прочность, распределение тепла, механика жидкостей и газов, электромагнетизм). Он поставляется в различных конфигурациях, которые могут иметь ограничения по характеру решаемых задач и по вычислительному потенциалу (ограничение на число КЭ). С помощью графического интерфейса пакета ANSYS осуществляется диалоговый (интерактивный) режим моделирования. Данный интерфейс представляет собой совокупность окон ввода/вывода и различных меню. Реализован и пакетный режим работы. В этом режиме все действия, начиная от построения модели до нахождения результатов решения и вывода их в текстовой или графической форме в файл, осуществляются автоматически по программе, написанной на языке APDL (ANSYS Parametric Design Language – язык параметрической разработки ANSYS). Этот режим не требует взаимодействия программы и человека. В любом режиме создаваемое описание задачи записывается программой в файл базы данных, который имеет расширение *.db. Работа в пакете ANSYS делится на три основных этапа: препроцессирование или подготовка модели, решение задачи моделирования и постпроцессирование или анализ результатов. В этап препроцессирования входит построение геометрии модели, разбиение области моделирования выбранным типом КЭ, задание свойств материалов. Перед решением электромагнитной задачи моделирования задаются области с токовыми нагрузками (определяется плотность тока) и граничные условия. Постпроцессирование заключается в получении результатов расчетов: линий векторного магнитного потенциала, вектора магнитной индукции, вектора напряженности магнитного поля и т. п., причем как для скалярных значений (модулей), так и для векторов [Андреева, 2013]. Все эти результаты можно вывести как в графическом виде, так и в виде таблицы распределения по узлам модели. Можно вычислить интегральные параметры, например, индуктивность обмотки с током, интегральную электромагнитную силу, рассчитать магнитодвижущую силу. Решение задач в пакете ANSYS производится на основе метода КЭ. Задачи магнитостатики решаются относительно Z -составляющей магнитного векторного потенциала. Полученная по методу КЭ система дифференциальных уравнений решается итерационным методом Ньютона-Рафсона.

1. Постановка задач расчета электромагнитного поля

Математическим описанием непрерывных в пространстве и во времени процессов распределения тепла, электромагнитного поля, механических напряжений являются дифференциальные уравнения в частных производных (уравнения математической физики). Статические процессы описываются эллиптическими уравнениями, а динамические – уравнениями параболического и гиперболического типов. Эти уравнения относительно векторов электрической \mathbf{D} и магнитной \mathbf{B} индукции, векторного магнитного потенциала \mathbf{A} и скалярного магнитного потенциала φ можно получить из системы уравнений Максвелла [Бруйка, 2010].

1.1. Статические задачи

Если речь идет о нелинейных средах при $\mu \neq \text{const}$, то из уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \text{div } \mathbf{D} = \rho; \\ \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \text{div } \mathbf{B} = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} + \text{grad} \left(\frac{1}{\mu} \right) \cdot \text{rot } \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{J}; \\ \text{rot } \frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{J}. \end{cases} \quad (1)$$

где ρ – плотность свободных зарядов.

Вектор-потенциал в декартовой системе координат имеет вид $\mathbf{A} = \mathbf{i}A_x + \mathbf{j}A_y + \mathbf{k}A_z$, вектор плотности тока $\mathbf{J} = \mathbf{i}J_x + \mathbf{j}J_y + \mathbf{k}J_z$. Тогда уравнение Пуассона разбивается на три уравнения относительно скалярных величин A_x, A_y, A_z . Если ток и векторный потенциал имеют только Z-составляющую, то для магнитного поля можно записать уравнение Пуассона [Верхотуркин, 2013]

$$\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial Y^2} \right) = -\mu_0 J_z. \quad (2)$$

Решив это уравнение с учетом распределения векторного магнитного потенциала \mathbf{A} по области моделирования, можно найти распределение составляющих магнитной индукции и результирующего значения (модуля) вектора магнитной индукции по уравнениям

$$\begin{cases} B_x = \frac{\partial A_z}{\partial Y}; \\ B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial X}; \end{cases} \Rightarrow B_r = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}. \quad (3)$$

Наиболее часто используемые эллиптические уравнения – это уравнения Лапласа и Пуассона, которыми описываются задачи электро- и магнитостатики. Для того чтобы решение этих задач было единственным, они дополняются граничными условиями. На замкнутой границе G компьютерной модели могут быть заданы следующие краевые условия [Вишняков, 2003]:

1. Граничные условия первого рода (Дирихле) – на границе G задается значение искомой функции – $\phi = f_1(X, Y, Z)$, где точки с декартовыми координатами X, Y, Z принадлежат границе G . Условие $\phi = 0$ является однородным;

2. Граничные условия второго рода (Неймана). Для них задается изменение искомой функции по нормали \mathbf{n} к границе G – $\frac{d\phi}{dn} = f_2(X, Y, Z)$, где точки с координатами X, Y, Z принадлежат границе G . Условие $\frac{d\phi}{dn} = 0$ является однородным;

3. Граничные условия третьего рода – $\frac{d\phi}{dn} + f_3(\phi) = f_4(X, Y, Z)$, где точки с координатами X, Y, Z принадлежат границе G .

На границе модели могут быть смешанные краевые условия [Бруйка, 2010]. Простейшим эллиптическим уравнением является уравнение Лапласа $\Delta U = 0$, где лапласиан (оператор Лапласа) $\Delta = \nabla^2$. Этот оператор применяется к скалярным и



векторным функциям. В декартовой системе координат уравнение Лапласа имеет вид [Chernyshov, 2003]

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} = 0, \quad (4)$$

где $\phi(X, Y, Z)$ – скалярная функция [Chernyshov, 2009].

К уравнениям эллиптического типа также относится уравнение Пуассона, которое для линейных изотропных сред с характеристиками $\mu = \mu_x = \mu_y = \mu_z = \text{const}$ имеет вид

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}, \quad (5)$$

где \mathbf{A} – векторный магнитный потенциал, \mathbf{J} – вектор плотности тока, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ – абсолютная магнитная проницаемость среды моделирования.

1.2. Использование метода конечных элементов

В настоящее время расчет электромагнитных устройств с различными магнитными и электропроводящими свойствами решается численными проекционно-сеточными методами, к которым относится метод КЭ как модификация методов Рунге и Галеркина. При использовании этих методов необходимо найти приближенное решение в конечномерном пространстве для непрерывного решения в бесконечномерном функциональном пространстве. Вид базисной функции и критерий вычисления коэффициентов линейной комбинации определяют метод. Дискретная модель непрерывной области строится следующим образом [Kuz'michev, 1989]:

1. В области моделирования фиксируется конечное число точек, которые называются узлами расчетной сетки. Значение непрерывной величины в каждой точке переменное;

2. Область моделирования непрерывной величины разбивается на конечное число подобластей, называемых элементами. Эти элементы имеют общие узлы, аппроксимируют форму области и представляют собой расчетную или триангуляционную сетку;

3. Непрерывная величина аппроксимируется на каждом элементе полиномом, который определяется с помощью ее узловых значений. Для каждого элемента определяется свой полином. Вдоль границ элемента величина была непрерывна.

Метод КЭ основан на аппроксимации непрерывной функции потенциала дискретной моделью, которая строится на множестве кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей. В качестве функции элемента чаще всего используется полином. Классификацию КЭ можно провести в соответствии с порядком этих полиномов. Рассматриваются три группы элементов: симплекс-, комплекс- и мультиплекс элементы.

2. Расчет квадрупольной линзы

Квадрупольная линза используется в ускорителях для фокусировки пучков электронов (рис. 1). Она представляет собой сердечник из магнитомягкого материала, на полюсах которого расположены катушки индуктивности. Решены следующие магнитостатические задачи [Sudarikov, 2011]:

1. Расчет 3D поля для линейной изотропной области при $\mu = \text{const}$
2. Расчет 3D поля для нелинейной области при $\mu(H)$.

Наилучшее приближение численного решения к параметрам реального устройства можно получить при помощи 3D моделирования. В пакете ANSYS реализованы



алгоритмы для двух формулировок электромагнитных задач: векторный (Magnetic Vector Potential – MVP) и скалярный (Magnetic Scalar Potential – MSP). Как отмечается в документации по пакету, метод MVP по сравнению с MSP более труден для реализации и дает меньшую точность в моделях, содержащих области с различной магнитной проницаемостью. Он реализуется при помощи КЭ SOLID 97.

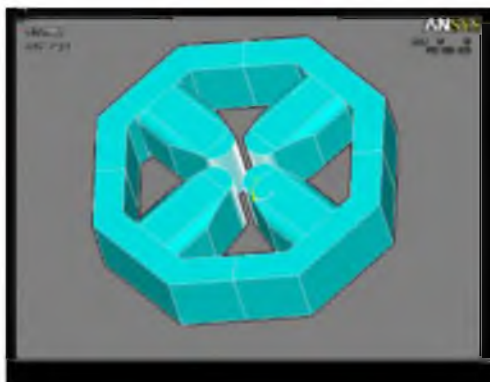


Рис. 1. Сердечник квадрупольной линзы
Fig. 1. Core of quadrupole lens

При этом области тока являются частью КЭ модели, и их параметры задаются как константы (Real Constants). Уравнение области тока [Semina, 2014]

$$I = \int_S j_n dS \tag{6}$$

где S – площадь поверхности, j_n – объемная плотность тока, n – количество витков.

А прямоугольная катушка на полюсе квадрупольной линзы создает поле с индукцией [Kovalev, 2013]

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \times \frac{8I\sqrt{a^2 + b^2}}{ab}, \tag{7}$$

a, b – стороны поперечного сечения полюса квадрупольной линзы.

Метод MSP реализуется при помощи КЭ типа SOLID 96 и SOLID 98. При этом области тока не являются частью модели, а задаются специальными КЭ типа SOURS 36. Для этого существует макрос, при помощи которого задается катушка. Для решения задач на основе скалярного магнитного потенциала используются: Reduced Scalar Potential (RSP) Strategy – стратегия упрощенного скалярного потенциала; Difference Scalar Potential (DSP) Strategy – стратегия разностного скалярного потенциала; General Scalar Potential (GSP) Strategy – стратегия обобщенного скалярного потенциала. Исследуется 3D модель в декартовой системе координат. Дифференциальные уравнения для вектора магнитного поля \mathbf{H} записываются относительно скалярного магнитного потенциала ϕ . Для сокращения времени вычислительного процесса сделан расчет четверти модели. Полученные результаты при соответствующих граничных условиях на плоскостях симметрии позволяют интерпретировать их для полной модели. Для расчета векторов магнитной индукции \mathbf{B} и напряженности магнитного поля \mathbf{H} при токе 5 кА используется раздел Flux & gradient (рис. 2). Алгоритм расчета реализуется следующими командами: Preferences > Magnetic > Nodal; Preprocessor > Element Type > Scalar Tet 98 > Material Props; Material Models > Electromagnetic > Relative Permeability or BH; Modeling > Create > Volumes > By Dimension; Meshing > Mesh Attributes > Mesh Tool > Smart Size; Size Control > Manual Size > Global > Mesh Tool; Modeling > Create > Racetrack Coil; Solution > Solve > Current LS. Подобные



алгоритмы расчёта с описанием используемого инструментария для других исследуемых объектов приведены и описаны в материалах группы компаний “ПЛМ Урал” и работах Фисенко [Fisenko, 2002] и Клявина [Klyavin, 2011]. Внешний вид и эскиз магнитной системы представлены на рис. 2. При моделировании магнитных систем открытого типа приняты основные допущения: относительная магнитная проницаемость является величиной постоянной; с учетом геометрии магнитной системы поле считается 3D; плотность тока в сечении обмотки распределяется равномерно.

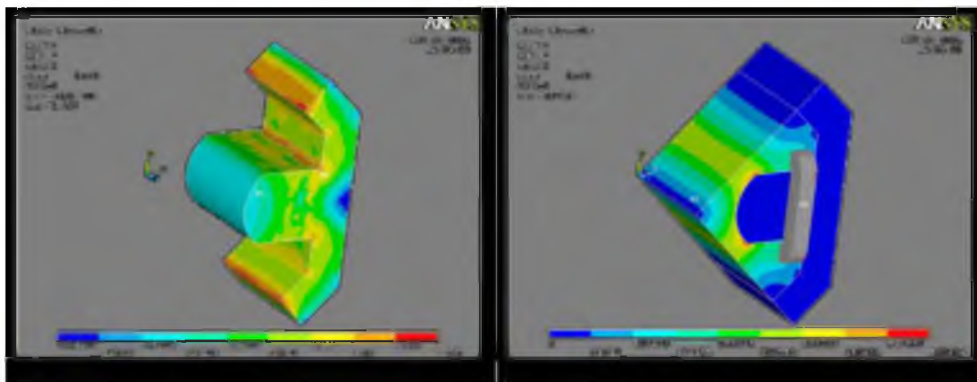


Рис. 2. Расчет распределения вектора магнитной индукции \mathbf{B} и магнитного поля \mathbf{H}
Fig. 2. Calculation of the magnetic induction vector distribution \mathbf{B} and magnetic field \mathbf{H}

Заключение

В статье дана характеристика компьютерной программы ANSYS, которая представляет собой совокупность программных кодов, построенных по методу КЭ. Пакет ANSYS позволяет производить расчеты задач различной физической природы, в частности, моделировать и получать решения трехмерных задач для магнитных систем различной сложности, что не всегда возможно с помощью других программных комплексов. Практическое значение статьи заключается в том, что в ней рассмотрены этапы решения задачи расчета квадрупольной линзы для фокусировки пучка заряженных частиц в ускорителях: постановка, построение модели, решение и анализ результатов. Полученные результаты представляют собой функции распределения магнитного поля и магнитной индукции в квадрупольной линзе, а разработанная имитационная модель позволяет производить исследования без использования макетных образцов. В статье показаны основные функции пакета для задания свойств магнитных материалов.

Список литературы References

1. ANSYS advantage. 2015. Мультидисциплинарный анализ. М., Русская редакция, № 21, 48.
ANSYS advantage. 2015. Multidisciplinary analiz [Multidisciplinary analysis]. М., Russian edition, № 21, 48.
2. Андреева Е.Г., Колмогоров Д.В. 2002. Конечно-элементный анализ магнитных полей с помощью программного пакета ANSYS. Омск: Изд. ОмГТУ, 92.
Andreeva E.G., Kolmogorov D.V. 2002. Konechno-ehlementnyj analiz magnitnyh polej s pomoshch'yu programmnoho paketa ANSYS [Finite-element analysis of magnetic fields using the ANSYS software package]. Omsk. OmSTU, 92.
3. Андреева Е.Г., Татевосян А.А., Семина И.А. 2013. Исследование моделей магнитных систем открытого типа в комплексах программ ANSYS. ОНВ, № 2 (120), 231–235.
Andreeva E.G., Tatevosyan A.A., Semina I.A. 2013. Issledovanie modelej magnitnyh sistem otkrytogo tipa v kompleksah programm ANSYS [Investigation of models of open-type magnetic systems in ANSYS software packages]. ONV, № 2 (120), 231–235.



4. Бруяка В.А., В.Г. Фокин, Е.А. Солдусова, Н.А. Глазунова. 2010. Инженерный анализ в ANSYS Workbench, Часть 2. Самара, СГТУ, 149.
Bryuyaka V.A., V.G. Fokin, E.A. Soldusova, N.A. Glazunova. 2010. Inzhenernyj analiz v ANSYS Workbench, Chast' 2 [Engineering Analysis at ANSYS Workbench]. Samara, SGTU, 149.
5. Верхотуркин Е.Ю., Пашченко В.Н., Пясецкий В.Б. 2013. Интерфейс и генерирование сетки в ANSYS Workbench. М., Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 63.
Verhoturkin E.Yu., Pashchenko V.N., Pyaseckij V.B.. 2013. Interfejs i generirovanie setki v ANSYS Workbench [Mesh Interface and Generation in ANSYS Workbench]. M., Izd. BMSTU, 63.
6. Вишняков С.В., Гордюхина Н.М., Федорова Е.М. 2003. Расчет электромагнитных полей с помощью программного комплекса ANSYS. Под ред. проф. Казанцева Ю.А. М., Изд. МЭИ, 62.
Vishnyakov S.V., Gordyuhina N.M., Fedorova E.M. 2003. Raschet ehlektromagnitnyh polej s pomoshch'yu programmnoho kompleksa ANSYS [Calculation of electromagnetic fields using the software package ANSYS]. Pod red. prof. Kazanceva YU. A. M., Izd. MPEI, 62.
7. Chernyshov N.N., Peev F.A., Sheiko S.V. 2003. Method selection for determination of the material properties for the N-100m magnet system. Societies East Ukraine Joint Chapter. VIII международный семинар по ускорителям. НИЦ "ХФТИ". 134.
Chernyshov N.N., Peev F.A., Sheiko S.V. 2003. Method selection for determination of the material properties for the N-100m magnet system. Societies East Ukraine Joint Chapter. VIII mezhdunarodnyj seminar po uskoritelyam. NNC "HFTI". 134.
8. Чернышов Н.Н. Слипченко Н.И., Панченко А.Ю., Лю Чан. 2009. Компьютерное моделирование влияния магнитного поля на физические процессы в фотоэлектрических преобразователях. Международная научная конференция "Физико-химические основы формирования и модификации микро и наноструктур". Сборник ФММН, № 2, НФТЦ, 510–512.
Chernyshov N.N., Slipchenko S.I., Panchenko A.Yu., Lu Chan. 2009. Komp'yuternoe modelirovanie vliyaniya magnitnogo polya na fizicheskie processy v fotoehlektricheskikh preobrazovatelyah [Computer simulation of the influence of the magnetic field on the physical processes in photoelectric converters]. Mezhdunarodnaya nauchnaya konferenciya "Fiziko-himicheskie osnovy formirovaniya i modifikacii mikro i nanostruktur". Sbornik FMMN, № 2, NFTC, 510–512.
9. Кузьмичев В.Е. 1989. Законы и формулы физики. К., Наукова думка, 310–315.
V.E. Kuz'michev. 1989. Zakony i formuly fiziki [The laws and formulas of physics]. K., Naukova dumka, 310–315.
10. Судариков А.В., Ромашченко М.А. 2011. Моделирование электромагнитных полей радиоэлементов в среде ANSYS. Труды международного симпозиума "Надежность и качество". Пенза: Изд. ПГУ, 331–333.
Sudarikov A.V., Romashchenko M.A. 2011. Modelirovanie ehlektromagnitnyh polej radioehlementov v srede ANSYS [Modeling of electromagnetic fields of radioelements in the ANSYS environment]. Trudy mezhdunarodnogo simpoziuma "Nadezhnost' i kachestvo". Penza: Izd. PGU, 331–333.
11. Семина И.А. 2014. Имитационное моделирование трехмерной модели магнитной системы открытого типа в комплексе программ ANSYS. Сборник "Электротехнические и информационные комплексы и системы", т. 10, № 1, 32–36.
Semina I.A. 2014. Imitacionnoe modelirovanie trekhmernoj modeli magnitnoj sistemy otkrytogo tipa v komplekse programm ANSYS [Simulation modeling of a three-dimensional model of an open magnetic system in the ANSYS software package]. Sbornik "Elektrotekhnicheskie i informacionnye komplekсы i sistemy", t. 10, № 1, 32–36.
12. Ковалев Ю.З., Андреева Е.Г., Татевосян А.А., Колмогоров Д.В., Семина И.А. 2013. Расчет электротехнических устройств с использованием программного пакета ANSYS. Омск, Изд. ОмГТУ, 84.
Kovalev Yu.Z., Andreeva E.G., Tatevosyan A.A., Kolmogorov D.V., Semina I.A. 2013. Raschet ehlektrotekhnicheskikh ustrojstv s ispol'zovaniem programmnoho paketa ANSYS [Calculation of electrical devices using the software package ANSYS]. Omsk, Izd. OmGTU, 84.
13. Группа компаний "ПЛМ Урал" – "Делкам-Урал" – Единый центр поддержки продуктов ANSYS в России и странах СНГ [Электронный ресурс].
Gruppa kompanij "PLM Ural" – "Delkam-Ural" – Edinyj centr podderzhki produktov ANSYS v Rossii i stranah SNG [Elektronnyj resurs].
14. Фисенко В.Г. 2002. Численные расчеты электромагнитных полей в электрических машинах на основе метода конечных элементов. Учебное пособие по курсу "Электромагнитные расчеты". М., Изд. МЭИ, 44.



Fisenko V.G. 2002. Chislennye raschety ehlektromagnitnyh polej v ehlektricheskikh mashinah na osnove metoda konechnyh ehlementov [Numerical calculations of electromagnetic fields in electrical machines based on the finite element method]. Uchebnoe posobie po kursu "Elektromagnitnye raschety". M., Izd. MEI. 44.

15. Клявин А. 2011. ANSYS, INC.: Современные методы моделирования электромагнитного поля. Журнал "САПР и Графика", № 6 (176), 52–54.

Klyavin A. 2011. ANSYS, INC.: Sovremennye metody modelirovaniya ehlektromagnitnogo polya [Modern methods of modeling the electromagnetic field]. Zhurnal "SAPR i Grafika", № 6 (176), 52–54.

Ссылка для цитирования статьи

Reference to article

Чернышов Н.Н., Белоусов А.В., Старченко Д.Н., Ханзаров А.С. 2019. Решение магнитностатических задач на примере квадрупольной линзы с применением программного комплекса ANSYS 18.2. Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Математика. Физика. 51 (2): 303–310. Doi: 10.18413/2075-4639-2019-51-2-303-310.

Chernyshov N.N., Belousov A.V., Starchenko D.N., Hanzarov A.S. 2019. The decision magnetic-static tasks on the example of the quadrupole lens is to apply ANSYS 18.02 software. Belgorod State University Scientific Bulletin. Mathematics. Physics. 51 (2): 303–310 (in Russian). Doi: 10.18413/2075-4639-2019-51-2-303-310.