

УДК 533.2, 51-72

DOI 10.18413/2075-4639-2019-51-4-565-576

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРАЖЕНИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ  
В ГАЗОВОЙ ВЗВЕСИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДИСПЕРСНОЙ  
КОМПОНЕНТЫ ЗАПЫЛЕННОЙ СРЕДЫ**

**NUMERICAL MODELING OF REFLECTION OF A SHOCK WAVE  
IN A GAS SUSPENSION FOR VARIOUS PARAMETERS OF A DISPERSED  
COMPONENT OF A DUSTED MEDIUM**

**Д.А. Тукмаков**

**D.A. Tukmakov**

ИММ – обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН,  
ул. Лобачевского, д. 2/31, Казань, 420111, Россия

IME – Department of FIC KazanSC of RAS,  
2/31 Lobachevsky St, Kazan, 420111, Russia

E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru

**Аннотация**

В данной работе численно моделируется процесс отражения прямого скачка уплотнения от твердой поверхности. Математическая модель учитывала вязкость, сжимаемость и теплопроводность несущей среды, межкомпонентное силовое взаимодействие, включавшее в себя силу Стокса, динамическую силу Архимеда, силу присоединенных масс; также математическая модель учитывала межкомпонентный теплообмен. Численное решение осуществлялось при помощи явного конечно-разностного метода с последующим применением схемы нелинейной коррекции численного решения. Результаты расчетов параметров отраженной ударной волны в запыленной среде сопоставляются с численным решением для однородного вязкого газа и аналитическим решением, известным из литературы. В работе выявлены закономерности влияния параметров дисперсной фазы на интенсивность отраженной ударной волны.

**Abstract**

In this paper, the process of reflection of a direct shock wave from a solid surface numerically modeled. The system of equations of dynamics of both the carrier medium and the dispersed component included the continuity equation, the momentum conservation equation, and the energy conservation equation. The mathematical model took into account the viscosity, compressibility and thermal conductivity of the carrier medium, the interaction force between component, which includes the Stokes force, the dynamic force of Archimedes, the strength of the attached masses; also the mathematical model took into account inter-component heat transfer. The numerical solution carried out using an explicit finite-difference method, followed by the application of a nonlinear correction scheme for the numerical solution. In the problem under study, a shock wave propagates from a pure gas and moves through a dusty medium with subsequent reflection from a solid surface. The calculation results of the parameters of the reflected shock wave in a dusty medium compared with a numerical solution for a homogeneous viscous gas and an analytical solution known from the literature. The regularities of the effect of the parameters of the dispersed phase on the intensity of a courageous shock wave revealed.

**Ключевые слова:** математическое моделирование физических процессов, многофазные среды, уравнение Навье-Стокса, ударные волны.



**Keywords:** mathematical modeling of physical processes, multi-phase media, Navier-Stokes equation, shock waves.

## 1. Введение

Многие процессы, протекающие в естественной природе и технике, связаны с течениями неоднородных сред [Нигматулин 1988, Кутушев 2003, Федоров и др. 2003]. Экспериментальное исследование течений неоднородных сред во многих случаях затруднено, поэтому важной задачей является создание математических моделей динамики таких сред [Губайдуллин, Тукмаков 2014; Садин 2016; Федоров и др. 2016; Арсланова и др. 2016; Нигматулин и др. 2016; Тукмаков, Тукмаков 2018; Кашапов и др. 2018; Kashapov et al. 2018, Нахомов, Терехов 2018; Azanov, Osiptsov 2017; Вараксин 2014]. Неоднородные среды могут быть как гомогенными смесями, компоненты которых имеют одинаковое агрегатное состояние, так и гетерогенными смесями, в которых присутствуют компоненты с различными агрегатными состояниями [Teklaya and all 2015; Saikat, Meheboob 2017; Zhuoqing, Jesse 2019; Imran and all 2018; Mehrabadi and all 2015; Zhengbiao and all 2017; Garcia-Trinanes and all 2018; Lopez and all 2016]. Моделирование течений неоднородных сред может быть осуществлено с помощью «равновесного» подхода – описание течения неоднородной среды как однородной жидкости или газа с введением коэффициентов учитывающих физическую неоднородность среды [Нигматулин 1987]. Или же с помощью «континуального» подхода, в котором для каждой из компонент смеси решается полная система уравнений динамики сплошной среды [Нигматулин 1987; Кутушев 2003; Федоров и др. 2015]. Также при исследовании динамики неоднородных сред основной задачей является наиболее полное описание взаимодействия компонент смеси, которое может включать в себя как обмен импульсом между компонентами смеси, так и межкомпонентное тепловое взаимодействие [Нигматулин 1987; Кутушев 2003]. В данной работе динамика газовой взвеси твердых частиц запыленной среды описывается на основе двухскоростной, двухтемпературной модели, учитывающей межкомпонентный теплообмен, а также межкомпонентное силовое взаимодействие, включающее в себя силу Стокса, динамическую силу Архимеда и силу присоединенных масс [Нигматулин 1987; Кутушев 2003].

## 2. Методы исследования

Движение несущей среды описывается одномерной системой уравнений Навье-Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [Кутушев 2003, Нигматулин и др. 2016]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2 + p - \tau) = F + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}([e_1 + p - \tau]u_1 - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x}) = -Q - |F|(u_1 - u_2) + \alpha \left( \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} \right), \quad (8)$$

$$p = (\gamma - 1)(e_1 - \rho(u_1^2)/2),$$

$$e_1 = \rho_1(I + (u_1^2)/2), \quad \tau = \frac{4}{3}\mu \frac{\partial u_1}{\partial x}.$$

Динамика дисперсной фазы описывается уравнением сохранения «средней плотности» – произведения физической плотности материала частиц и объемного содержания дисперсной



фазы, изменяющегося на различных участках физической области вместе с движением твердых частиц; уравнениями сохранения импульса и уравнением сохранения энергии, записанными с учетом теплообмена, обмена импульсом с несущей фазой:

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial x} = 0, \tag{9}$$

$$\frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2^2) = -F - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_2 u_2) = Nu_{12} \frac{6\alpha}{(2r)^2} \lambda(T - T_2), \tag{11}$$

$$\rho_2 = \alpha \rho_{20}, e_1 = \rho_2 C_{p2} T_2.$$

Здесь  $p, \rho_1, u_1$  – давление, плотность, скорость несущей среды;  $T_1, e_1$  – температура и полная энергия газа;  $\rho_2, T_2, e_2, u_2$  – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, скорость дисперсной фазы. Температура несущей среды находится из уравнения  $(\gamma - 1)(e/\rho - 0.5u^2)/R$ , где  $R$  – газовая постоянная несущей фазы. Силовое взаимодействие несущей и дисперсной фазы учитывает силу Стокса, динамическую силу Архимеда и силу присоединенных масс. Математическая модель предполагает монодисперсный состав твердой фазы газозвеси – все частицы имеют одинаковый размер и одинаковые физические свойства – плотность и теплоемкость материала. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как  $e_1 = \rho_1 C_p T_2$ , где  $C_p$  – удельная теплоемкость единицы массы вещества из которого состоят частицы. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа, коэффициент теплообмена  $\alpha$  на поверхности частица- несущая среда и тепловой поток за счет теплообмена между газом и частицей  $Q = \alpha^T 4\pi r^2 (T_1 - T_2) n = 6\alpha N u_{12} \lambda (T_1 - T_2) / (2r)^2$ . В данной работе при описании межфазного силового взаимодействия  $-F$ , учитывалась сила аэродинамического сопротивления, динамическая сила Архимеда, а также сила присоединенных масс [Нигматулин 1987; Кутушев 2003]:

$$F = \frac{3\alpha}{8r} C_{d2} \rho_1 |u_1 - u_2| (u_1 - u_2) + \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + 0.5\alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \right).$$

Параметры межфазного взаимодействия описаны в работе [Кутушев 2003]:

$$C_{d2} = C_{d2}^0 \phi(M_{12}) \varphi(\alpha), \quad C_{d2}^0 = \frac{24}{Re_{12}} + \frac{4}{Re_{12}^{0.5}} + 0.4,$$

$$\phi(M_{12}) = 1 + \exp\left(-\frac{0.427}{M_{12}^{0.63}}\right), \quad \varphi(\alpha) = (1 - \alpha)^{-2.5},$$

$$Re = \rho_1 u_1 D(\mu)^{-1}, \quad Re_{12} = r \rho_1 |u_1 - u_2| (\mu)^{-1}, \quad M_{12} = |u_1 - u_2| (c)^{-1}, \quad Pr_1 = c_{p1} \mu (\lambda)^{-1},$$

$$Nu_{12} = 2 \exp\left(-M_{12}\right) + 0,459 Re_{12}^{0.55} Pr_1^{0.33}, \quad 0 < M_{12} < 2, \quad 0 < Re < 2 * 10^5.$$

Здесь  $D$  – характерный размер системы.

Система уравнений математической модели решалась явным методом Мак-Кормака второго порядка [Fletcher 1988] с последующим применением схемы нелинейной коррекции решения [Музафаров, Утюжников 1993].

Система уравнений (1)–(6) может быть записана в матричном виде:



$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} = H; \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_1 u_1 \\ \rho_2 u_2 \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho_1 u_1 \\ \rho_2 u_2 \\ \rho_1 u_1^2 + p - \tau \\ \rho_2 u_2^2 \\ (e_1 + p - \tau)u_1 - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x} \\ e_2 u_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F + \alpha \frac{\partial p}{\partial x} \\ F - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} \\ -Q - |F|(u_1 - u_2) + \alpha \frac{\partial p u_1}{\partial x} \\ Q \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Алгоритм явного конечно-разностного метода Мак-Кормака для нелинейной системы (7) может быть записан в виде:

$$q_j^* = q_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_{j+1}^n - E_j^n) + \Delta t H_j^n,$$

$$q_j^{n+1} = 0.5(q_j^* + q_j^n) - 0.5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_j^* - E_{j-1}^*) + 0.5 \Delta t H_j^*.$$

Монотонность решения достигалась с помощью применения схемы нелинейной коррекции вдоль пространственных направлений  $x$  и  $y$  по индексам  $j, k$  соответственно к компонентам вектора независимых переменных  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{q} = (\rho_1, \rho_2, \rho_1 u_1, \rho_2 u_2, e_1, e_2)$ . Пусть  $Z_{j,k}^n$  – произвольная независимая функция на  $n$ -ом временном слое в узле  $j, k$ . Тогда алгоритм коррекции имел бы следующий вид:

$$(13) \quad Z_{j,k}^{n*} = Z_{j,k}^n + \kappa (\delta Z_{j+1/2,k}^n - \delta Z_{j-1/2,k}^n),$$

где  $Z_{j,k}^{n*}$  -скорректированная функция. Данный алгоритм выполняется в случае когда  $(\delta Z_{j-1/2,k}^n \delta Z_{j+1/2,k}^n) < 0$  или  $(\delta Z_{j+1/2,k}^n \delta Z_{j+3/2,k}^n) < 0$ . Здесь используются обозначения

$$\delta Z_{j-1/2,k}^n = Z_j^n - Z_{j-1,k}^n, \delta Z_{j+1/2,k}^n = Z_{j+1,k}^n - Z_{j,k}^n, \delta Z_{j+3/2,k}^n = Z_{j+2,k}^n - Z_{j+1,k}^n,$$

где  $\kappa$ -коэффициент коррекции.

На границах расчетной области задавались однородные граничные условия первого рода для скорости и однородные граничные условия второго рода для остальных динамических функций [Кутушев 2003]:

$$\begin{aligned} u_1(t, N) &= 0, & u_2(t, N) &= 0, \\ \rho_1(t, N) &= \rho_1(t, N - 1), & \rho_2(t, N) &= \rho_2(t, N - 1), \\ e_1(t, N) &= e_1(t, N - 1), & e_2(t, N) &= e_2(t, N - 1), \\ u_1(t, 1) &= 0, & u_2(t, 1) &= 0, \\ \rho_1(t, 1) &= \rho_1(t, 2), & \rho_2(t, 1) &= \rho_2(t, 2), \\ e_1(t, 1) &= e_1(t, 2), & e_2(t, 1) &= e_2(t, 2). \end{aligned}$$

Использованная в работе математическая модель тестировалась сопоставлением результатов моделирования с результатами известных из литературы численных расчетов [Губайдуллин, Тукмаков 2014], экспериментальными результатами [Нигматулин и др. 2016] и аналитическими решениями [Губайдуллин, Тукмаков 2014].

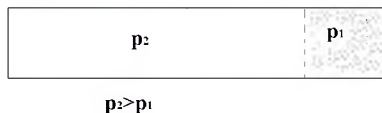


Рис. 1: Схематическое изображение ударной трубы с запыленной камерой низкого давления. Fig. 1 Schematic illustration of a shock tube with a dusty low-pressure chamber.

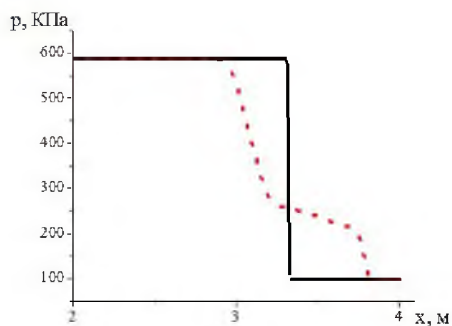


Рис. 2: Пространственное распределение давления в ударной трубе для различных моментов времени. Fig. 2 The spatial distribution of pressure in the shock tube for various points in time.

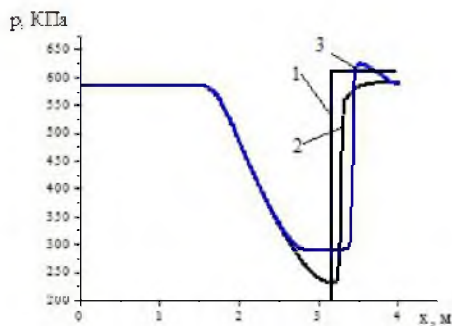


Рис. 3: Пространственное распределение давления в отраженной ударной волне кривая 1-аналитическое решение, кривая 2 - численное решение для вязкого однородного газа, кривая 3- численное решение для газозвеси с размером частиц  $d = 2 \text{ мкм}$ . Fig. 3 The spatial distribution of pressure in the reflected shock wave curve 1 is an analytical solution, curve 2 is a numerical solution for a viscous homogeneous gas, curve 3 is a numerical solution for a gas suspension with a particle size of  $d=2 \text{ }\mu\text{m}$ .

### 3. Результаты расчетов

В статье моделировалось распространение прямого скачка уплотнения из чистого газа в газозвесь, в ударной трубе. Рисунок 1 – схематическое изображение ударной трубы, камера высокого давления, которая заполнена чистым газом, а камера низкого давления содержит запыленную среду. Давление в левой и правой частях ударной трубы составляло соответственно  $p_2=588 \text{ КПа}$  и  $p_1=98 \text{ КПа}$ . После прохождения запыленной среды ударная волна взаимодействовала с жесткой поверхностью стенки и отражалась. На рис. 2 представлено распределение давления в начальный момент времени и в момент времени  $t=0.9 \text{ мс}$ , можно наблюдать, как

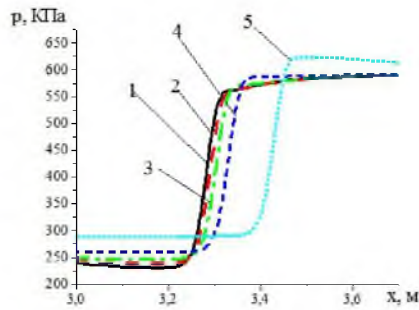


Рис. 4: Пространственное распределение давления- в момент времени  $t=2.2$  мс при отражении ударной волны для различных объемных содержаний дисперсной фазы. Fig. 4 Spatial distribution of pressure - at time  $t = 2.2$  ms with reflection of the shock wave for various volume contents of the dispersed phase

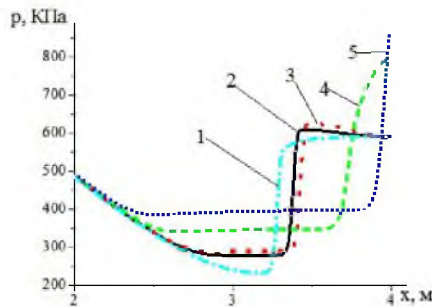


Рис. 5: Пространственное распределение давления- в отраженной ударной волне в момент времени  $t=2$  мс для различных плотностей вещества дисперсной фазы. Fig. 5 The spatial distribution of pressure is in the reflected shock wave at time  $t = 2$  ms for various densities of the dispersed phase material.

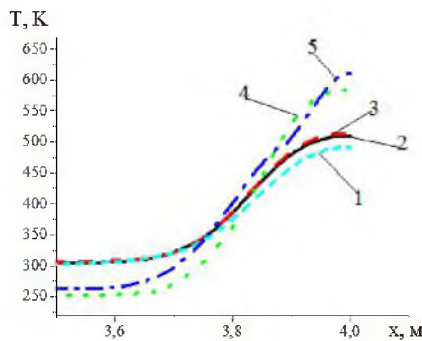


Рис. 6: Пространственное распределение температуры в отраженной ударной волне в момент времени  $t=2$  мс для различных плотностей вещества дисперсной фазы. Fig. 6 The spatial temperature distribution in the reflected shock wave at time  $t = 2$  ms for various densities of the dispersed phase substance.

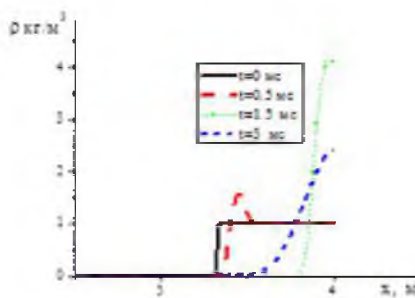


Рис. 7: Пространственное распределение «средней плотности» дисперсной фазы состоящей из кварца в различные моменты времени. Fig. 7 Spatial distribution of the "average density" of the dispersed phase consisting of quartz at various points in time.

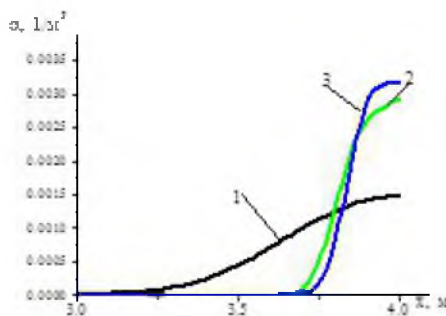


Рис. 8: Пространственное распределение объемного содержания дисперсной фазы монодисперсной газозвеси состоящей из различных веществ: кривая 1 -резина, кривая 2- кварц, кривая 3- железо. Fig. 8 Spatial distribution of the volume content of the dispersed phase of a mono-disperse gas suspension consisting of various substances: curve 1 is rubber, curve 2 is quartz, curve 3 is iron. .

в процессе продвижения ударной волны формируется волна сжатия, движущаяся в камеру низкого давления, и волна разряжения, распространяющаяся в камеру высокого давления. Из рисунка 3 следует, что в запыленной среде, давление в отраженной волне имеет большее значение, чем в численном решении для вязкого газа и в аналитическом решении для невязкого газа [Овсянников 2003]. Данная закономерность связана с тем, что в процессе движения ударной волны по запыленной среде за счет взаимодействия газа и дисперсной компоненты происходит замедление движения газа и переход кинетической энергии несущей среды в потенциальную, что приводит к росту давления газа [Кутушев 2003]. На рис.4 отображены результаты расчетов давления в отраженной ударной волне в вязком газе и в газозвезях с различными объемными содержаниями дисперсной фазы: 1 – численное решение для однородного газа, 2 – численное решение для газозвеси с объемным содержанием дисперсной фазы  $\alpha = 0.0001$ , 3 – численное решение для газозвеси с объемным содержанием дисперсной фазы  $\alpha = 0.0002$ , 4 – численное решение для газозвеси с объемным содержанием дисперсной фазы  $\alpha = 0.0004$ , 5 – численное решение для газозвеси с объемным содержанием дисперсной фазы  $\alpha = 0.001$ . Но мере уменьшения начального объемного содержания твердой компоненты, отличия в давлении и скорости распространения между отраженными ударными волнами в чистом газе и запыленной среде,

уменьшаются. Рассмотрим влияние плотности материала частиц на давление (см. рис. 5) и температуру газа (рис. 6) в отраженной ударной волне.

На рис. 5 и рис. 6 отображены результаты численных расчетов: кривая 1 – численное решение для однородного газа, кривая 2 – численное решение для газозвеси с дисперсной фазой состоящей из бериллия ( $\rho = 1850 \text{ кг/м}^3$ ), кривая 3 – численное решение для газозвеси с дисперсной фазой состоящей из кварца ( $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$ ), кривая 4 – численное решение для газозвеси с дисперсной фазой состоящей из железа ( $\rho = 7850 \text{ кг/м}^3$ ), кривая 5 – численное решение для газозвеси с дисперсной фазой состоящей из вольфрама ( $\rho = 19250 \text{ кг/м}^3$ ). В газозвезях, чья дисперсная фаза состоит из более плотных веществ, давление и температура газа в отраженной ударной волне выше, скорость движения отраженной ударной волны меньше. В процессе движения ударной волны из чистого газа в газозвесь происходит формирование области, повышенной концентрации частиц дисперсной фазы [Кутушев 2003; Федоров и др. 2015], при движении ударной волны к правой стенке канала, концентрация частиц достигает своего наибольшего значения непосредственно вблизи поверхности, от которой происходит отражение волны. После отражения ударной волны от поверхности, дисперсная фаза движется сонаправлено потоку газа – от стенки в направлении камеры низкого давления, вследствие чего по мере движения отраженной волны происходит уменьшение концентрации частиц вблизи поверхности, от которой происходит отражение ударной волны (рис. 7). Численные расчеты для одинакового объемного содержания дисперсной фазы, одинакового размера дисперсных частиц и различных физических плотностей материала показывают, что на момент формирования отраженной ударной волны, процесс массопереноса частиц дисперсной фазы в обратном направлении в меньшей степени влияет на область повышенной концентрации частиц для газозвесей с более плотными материалами дисперсной фазы -рис.8. Таким образом, в газозвезях с более плотным материалом дисперсных включений, наблюдается большее объемное содержание твердой фазы вблизи поверхности, от которой отражается ударная волна. Наличие большей концентрации частиц твердой фазы, приводит к большей интенсивности межфазного взаимодействия, замедлению движения несущей среды и переходу кинетической энергии газа в потенциальную энергию, то есть росту давления и температуры в отраженной ударной волне.

#### 4. Заключение

Анализ результатов численных расчетов показал, что в запыленной среде отраженная от твердой поверхности ударная волна имеет большую интенсивность давления и меньшую скорость распространения, одновременно с этим было выявлено, что увеличение плотности материала дисперсных включений приводит к увеличению давления и температуры в отраженной ударной волне. Использование математической модели гетерогенной смеси позволило определить, что закономерности, выявленные в динамике газозвеси, зависят от концентрации дисперсной фазы и связаны с межкомпонентным взаимодействием.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ Грант N 19-01-00442.

#### Список литературы

1. Арсланова С.Н., Тукмаков А.Л., Тонконог В.Г., 2016. Волновая коагуляция полидисперсной газозвеси в технологии газификации и криостатирования сжиженного природного газа. Акустический журнал. 62 (1): 125–131.
2. Вараксин А.Ю. 2014. Кластеризация частиц в турбулентных и вихревых двухфазных потоках. Теплофизика высоких температур. 52(5): 777–796.



3. Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. 2014. Исследование динамики двухкомпонентного газа с пространственно разделенными в начальный момент компонентами. Известия вузов. Проблемы энергетики, (3-4) : 38–43.
4. Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. 2014. Численное исследование эволюции ударной волны в газозвеси с учетом неравномерного распределения частиц. Математическое моделирование, 26(10): 109–119.
5. Кутушев А.Г. 2003. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 284.
6. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. 1993. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа. Математическое моделирование, 5(3):74–83.
7. Нигматулин Р.И. 1987. Динамика многофазных сред. Ч.1 М.:Наука, 464.
8. Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. 2016. Ударно-волновой разлет газозвесей. Доклады академии наук, 466(4): 418–421.
9. Овсянников Л. В. 2003. Лекции по основам газовой динамики. Москва: Издательство Института компьютерных исследований, 336.
10. Нахомов М.А., Терехов В.И. 2018. Влияние испарения капель на структуру течения и теплообмен в ограниченном закрученном газокapельном потоке за его внезапным расширением. Теплофизика и аэромеханика, 6:865–875.
11. Садин Д.В. 2016. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа. Журнал вычислительной математики и математической физики, 56(12): 2098–2109.
12. Тукмаков А.Л., Тукмаков Д.А. 2018. Генерация акустического возмущения движущейся заряженной газозвесью. Инженерно-физический журнал, 91 (5):1207–1203.
13. Тукмаков А.Л., Кашапов Н.Ф., Тукмаков Д.А., Фазльяхматов М.Г. 2018. Процесс осаждения заряженной полидисперсной газозвеси на поверхность пластины в электрическом поле. Теплофизика высоких температур, 56(4):498–502.
14. Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. 2015. Волновые процессы в газозвесах частиц металлов. Новосибирск, 301.
15. Федоров А.В., Михайлов А.Л., Финюшин С.А., Калашников Д.А., Чудаков Е.А., Бутусов Е.И., Гнутов И.С. 2016. Регистрация параметров множественного откола и внутренней структуры облака частиц при ударноволновом нагружении металлов. Журнал экспериментальной и теоретической физики, 149(4): 792–795.
16. Azanov G.M., Osiptsov A.N. 2017. The efficiency of one method of machineless gasdynamic temperature stratification in a gas flow. International Journal of Heat and Mass Transfer, 106:1125–1133.
17. Imran M., Khan H., Joardder M. , Kumar C., Karim M. 2018. Multiphase porous media modelling: A novel approach to predicting food processing performance. Critical Reviews in Food Science and Nutrition 58(4):528–546.



18. Fletcher C. 1988. *Computation Techniques for Fluid Dynamics*, Berlin: Springer-Verlag, 502.
19. García-Tri anes P., Seville J., Ansart R., Benoit H., Leadbeater T., Parker D. 2018. Particle motion and heat transfer in an upward-flowing dense particle suspension: Application in solar receivers *Chemical Engineering Science*, 177:313–322.
20. Lopez I., Benoit H., Gauthier D., Sans J., Guillot E., Mazza G., Flamanta G. 2016. On-sun operation of a 150 kWth pilot solar receiver using dense particle suspension as heat transfer fluid *Solar Energy*, 137:463–476.
21. Lopez I., Benoit H., Gauthier D., Sans J., Guillot E., Mazza G., Flamanta G. 2016. On-sun operation of a 150 kWth pilot solar receiver using dense particle suspension as heat transfer fluid *Solar Energy*, 137:463–476.
22. Mehrabadi M., Tenneti S., Garg R., Subramaniam S. 2015. Pseudo-turbulent gas-phase velocity fluctuations in homogeneous gas–solid flow: fixed particle assemblies and freely evolving suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 770:210–246.
23. Teklaya A., Chungen Y., Lasse R., Kohler L. 2015. Experimental and modeling study of flash calcination of kaolinite rich clay particles in a gas suspension calciner. *Applied Clay Science*, 103: 10–1.
24. Tukmakov A.L., Kashapov N.F., Tukmakov D.A., Fazlyyakhmatov M.G. 2018. Numerical modeling of the powder materials spraying. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/412/1/012076>.  
Tukmakov A.L., Kashapov N.F., Tukmakov D.A., Fazlyyakhmatov M.G. 2018. Numerical modeling of the powder materials spraying. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/412/1/012076>.
25. Saikat S., Meheboob A. 2017. Revisiting ignited–quenched transition and the non-Newtonian rheology of a sheared dilute gas–solid suspension. *Journal of Fluid Mechanics*, 833:206–246.
26. Zhengbiao P., Behdad M., Elham D. 2017. Suspension stability of slurry Taylor flow: A theoretical analysis. *Chemical Engineering Science*, 174: 459–471.
27. Zhuoqing A., Jesse Z. 2019. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines. *Powder Technology*, 345: 346–351.

### References

1. Arslanova S.N., Tonkonog V.G., Tukmakov A.L. 2016. Wave coagulation of a polydisperse gas suspension in the technology of gasification and Cryostatting of liquefied natural gas. *Acoustical Physics*. 62(1): 125–131.
2. Varaksin A.Y. 2014 Clusterization of particles in turbulent and vortex two-phase flows. *High Temperature*, 52(5):752–769.
3. Gubaidullin D.A., Tukmakov D.A. 2014. A study of the dynamics of a two-component gas with components spatially separated at the initial moment. *News of higher educational institutions. energy issues*, (3-4): 38–43. (in Russian)
4. Gubajdulli D.A., Tukmakov D.A. 2015. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 7(3): 246–253.



5. Kutushev A.G. 2003. Matematicheskoe modelirovanie volnovykh processov v aerodispersnyh i poroshkoobraznyh sredah.SPb.: Nedra, 284.
6. Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V. 1993. Application of compact difference schemes to the study of unsteady flows of a compressible gas. *Mathematical Modeling*, 5 (3): 74-83. (in Russian)
7. Nigmatulin R.I. 1987. *Dinamika mnogofaznyh sred Ch.1* M.:Nauka, 464.
8. Nigmatulin R.I., Gubaidullin D.A., Tukmakov D.A. 2016. Shock Wave Dispersion of Gas-Particle Mixtures. *Doklady Physics*, 61(2): 70–73.
9. Ovsyannikov L. V. 2003. *Lekcii po osnovam gazovoj dinamiki* Moskva: Izdatel'stvo Instituta komp'yuternyh issledovanij, 336.
10. Pakhomov M.A., Terekhov V.I. 2018. Effect of droplet evaporation on the flow structure and heat and mass transfer in a confined swirling gas-droplet flow downstream of a tube sudden expansion. *Thermophysics and Aeromechanics*:25( 6): 833–843.
11. Sadin D.V. 2016. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 56(12):2068–2078.
12. Tukmakov A.L., Tukmakov D.A. 2018. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 91(5):1141–1147
13. Tukmakov A.L., Kashapov N.F., Tukmakov D.A., Fazlyyyakhmatov M.G. 2018. Process of the Deposition of Charged Polydisperse Gas Suspension on the Plate Surface in an Electrical Field. *High Temperature*, 56 (4):481–485.
14. Fedorov A.V., Fomin V.M., Hmel T.A. 2015. *Volnovye processy v gazovzvesyah chastic metallov*. Novosibirsk, 301.
15. Fedorov A.V., Mikhailov A.L., Finyushin S.A., Kalashnikov D.A., Chudakov E.A., Butusov E.I., Gnutov I.S. 2016. Detection of the multiple spallation parameters and the internal structure of a particle cloud during shock-wave loading of a metal. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 122(4):685–688.
16. Azanov G.M., Osiptsov A.N. 2017. The efficiency of one method of machineless gasdynamic temperature stratification in a gas flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 106:1125–1133.
17. Imran M., Khan H., Joardder M. , Kumar C., Karim M. 2018. Multiphase porous media modelling: A novel approach to predicting food processing performance. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition* 58(4):528–546.
18. Fletcher C. 1988. *Computation Techniques for Fluid Dynamics*, Berlin: Springer-Verlang, 502.
19. Garc?a-Tri?anes P., Seville J., Ansart R., Benoit H., Leadbeater T., Parker D. 2018. Particle motion and heat transfer in an upward-flowing dense particle suspension: Application in solar receivers *Chemical Engineering Science*, 177:313–322.



20. Lopez I., Benoit H., Gauthier D., Sans J., Guillot E., Mazza G., Flamanta G. 2016. On-sun operation of a 150 kWth pilot solar receiver using dense particle suspension as heat transfer fluid *Solar Energy*, 137:463–476.
21. Lopez I., Benoit H., Gauthier D., Sans J., Guillot E., Mazza G., Flamanta G. 2016. On-sun operation of a 150 kWth pilot solar receiver using dense particle suspension as heat transfer fluid *Solar Energy*, 137:463–476.
22. Mehrabadi M., Tenneti S., Garg R., Subramaniam S. 2015. Pseudo-turbulent gas-phase velocity fluctuations in homogeneous gas–solid flow: fixed particle assemblies and freely evolving suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 770:210–246.
23. Teklaya A., Chungun Y., Lasse R., Kohler L. 2015. Experimental and modeling study of flash calcination of kaolinite rich clay particles in a gas suspension calciner. *Applied Clay Science*, 103: 10–1.
24. Tukmakov A.L., Kashapov N.F., Tukmakov D.A., Fazlyyakhmatov M.G. 2018. Numerical modeling of the powder materials spraying. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/412/1/012076>.  
Tukmakov A.L., Kashapov N.F., Tukmakov D.A., Fazlyyakhmatov M.G. 2018. Numerical modeling of the powder materials spraying. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/412/1/012076>.
25. Saikat S., Meheboob A. 2017. Revisiting ignited–quenched transition and the non-Newtonian rheology of a sheared dilute gas–solid suspension. *Journal of Fluid Mechanics*, 833:206–246.
26. Zhengbiao P., Behdad M., Elham D. 2017. Suspension stability of slurry Taylor flow: A theoretical analysis. *Chemical Engineering Science*, 174: 459–471.
27. Zhuoqing A. Jesse Z. 2019. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines. *Powder Technology*, 345: 346–351.

**Ссылка для цитирования статьи  
For citation**

Тукмаков Д.А. 2019. Численное моделирование отражения ударной волны в газовой взвеси для различных параметров дисперсной компоненты запыленной среды. *Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Математика. Физика*. 51 (4): 565–576. DOI 10.18413/2075-4639-2019-51-4-565-576.

Tukmakov D.A. 2019. Numerical modeling of reflection of a shock wave in a gas suspension for various parameters of a dispersed component of a dusted medium. *Belgorod State University Scientific Bulletin. Mathematics. Physics*. 51 (4): 565–576 (in Russian). DOI 10.18413/2075-4639-2019-51-4-565-576.