

УДК 62-523.2

DOI 10.18413/2411-3808-2019-46-1-99-107

**К ВОПРОСУ ПОСТРОЕНИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ
ВИБРАЦИОННОГО МИКРОГЕНЕРАТОРА****ON THE PROBLEM OF CONSTRUCTING A FINITE ELEMENT MODEL
OF A VIBRATION MICROGENERATOR****Каунг Мьят Хту, В.М. Довгаль
Kaung Myat Htoo, V.M. Dovgal**Курский государственный университет,
Россия, 305000, г. Курск, ул. Радищева, 33Kursk State University,
33 Radishchev St, Kursk, 305000, Russia

E-mail: kaungmhtoo16267@gmail.com, dovgalvm.prof@yandex.ru

Аннотация

В работе описаны подходы к расчету электромагнитных полей вибрационного микрогенератора. Представлена методика нахождения распределения постоянного магнитного поля в окрестности ферромагнитного объекта на основе метода конечных элементов. Расчет магнитного поля проводился в кусочно-неоднородных средах, когда внутри отдельных объемов свойства среды зависят от координат, а на границах раздела сред значения электромагнитных параметров разрывны. Для расчета электромагнитных полей в открытых областях применен метод одноосно хорошо согласованных слоев – UPML, позволяющий приблизить границы расчетной области к исследуемым объектам. При расчете магнитного поля в декартовой системе координат на границах расчетной области вводились слои материала, магнитные параметры которого описывались трехдиагональным тензором относительной магнитной проницаемости. Полученные результаты проведенных численных экспериментов показывают незначительную зависимость полученного решения от параметров UPML-метода.

Abstract

The paper describes approaches to the calculation of electromagnetic fields of a vibration microgenerator. The method of finding the distribution of a constant magnetic field in the vicinity of a ferromagnetic object based on the finite element method is presented. The calculation of the magnetic field was carried out in piecewise inhomogeneous media, when the properties of the medium within individual volumes depend on the coordinates, and at the interfaces of the media, the values of the electromagnetic parameters are discontinuous. To calculate the electromagnetic fields in open areas, the method of uniaxial well – coordinated layers-PML is used, which allows to approximate the boundaries of the computational domain to the objects under study. When calculating the magnetic field in the Cartesian coordinate system at the boundaries of the computational domain, layers of material were introduced, the magnetic parameters of which were described by the tridiagonal tensor of relative magnetic permeability. The results of the numerical experiments show a slight dependence of the obtained solution on the parameters of the UPML method.

Ключевые слова: магнитное поле, метод конечных элементов, ферромагнитный материал, расчетный элемент, неоднородная среда, граничные условия.

Keywords: magnetic field, finite element method, ferromagnetic material, computational element, inhomogeneous medium, boundary conditions.

Постановка проблемы

Существующее разнообразие различного рода маломощных потребителей, работающих без связи со стационарными энергосистемами, вызывает постоянный рост спроса на компактные мобильные системы электроэнергообеспечения. Развитие новых мобильных технологий и оборудования также требует необходимости разработки, создания и применения локальных малогабаритных генераторов электроэнергии [Демирчян, Чечурин, 1986]. В основе таких источников энергии используются так называемые линейные микрогенераторы, в которых механическая энергия различных типов движений (колебаний с широким спектром частот) конвертируется в электрическую [Sowmiya et al., 2013; Сумин, Смоленцева, 2015].

Вибрационные микрогенераторы (ВМГ) выполняют из конструкционных материалов, электромагнитные свойства которых различны и в некоторых случаях неодинаковы во всех точках объема. С этой точки зрения расчет полей можно классифицировать следующим образом [Демирчян, Чечурин, 1986]:

1. Расчет поля в неоднородных средах, когда электромагнитные свойства непрерывно зависят от координат.
2. Расчет поля в кусочно-однородных средах, когда внутри отдельных объемов свойства сред не зависят от координат, но отличны друг от друга.
3. Расчет поля в кусочно-неоднородных средах, когда внутри отдельных объемов свойства среды зависят от координат, а на границах раздела сред значения электромагнитных параметров разрывны.

Задачи третьей группы наиболее часто встречаются при расчете реальных конструкций.

Объекты и методы исследования

Численное исследование электрических и магнитных полей целесообразно выполнять, используя скалярный и векторный потенциалы [Гончаренко, Поляков, 2014].

Уравнение относительно скалярного электрического потенциала для неоднородных сред

$$\operatorname{div} \varepsilon_{\alpha} \operatorname{grad} u_{\dot{\gamma}} = -\rho_{\dot{\gamma} \ddot{\alpha} \delta}, \quad (1)$$

для обобщенного скалярного магнитного потенциала

$$\operatorname{div} \mu_{\alpha} \operatorname{grad} u_{M} = -\rho_{M \ddot{\alpha} \delta}, \quad (2)$$

для векторного магнитного потенциала

$$\operatorname{div} \mu_{\alpha}^{-1} \operatorname{grad} A = -J_{\ddot{\alpha} \delta}, \quad (3)$$

где $\rho_{M \ddot{\alpha} \delta} = -\operatorname{div} \mu_{\alpha} H_0$; $\operatorname{rot} H_0 = J$.

При расчете электрических и магнитных полей в кусочно-неоднородных средах заданным является либо закон распределения источников в пространстве, либо закон распределения потенциала (напряженности поля) на некоторых поверхностях, либо и то и другое. Источники электростатического поля – электрические заряды, распределенные в пространстве с плотностью ρ , σ , τ . Источники электромагнитного поля – электрические токи плотностью J , j , распределение которых в пространстве в большинстве случаев задано. Целесообразна такая постановка задачи расчета магнитного поля, когда источниками поля являются не токи, а эквивалентные им магнитные заряды плотностью ρ_M , σ_M , τ_M [Кузнецов-Сытинский, 2017; Чудинов, Томакова, Степанов и др., 2014].

При расчете полей в кусочно-неоднородной среде целесообразно использовать подход, связанный с возможностью сведения неоднородной среды к однородной [Уайт, Вудсон, 1964]. Если

$$\operatorname{div} \mu_{\alpha} \operatorname{grad} u_M = \mu_{\alpha} \operatorname{div} \operatorname{grad} u_M + \operatorname{grad} \mu_{\alpha} \operatorname{grad} u_M,$$

тогда вместо (1) можно записать:

$$\mu_{\alpha} \operatorname{div} \operatorname{grad} u_M = -\rho_{M\bar{n}\bar{o}} - \operatorname{grad} \mu_{\alpha} \operatorname{grad} u_M,$$

или

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} u_M = \frac{1}{\mu_{\alpha}} \rho_{M\bar{n}\bar{o}} - \frac{1}{\mu_{\alpha}} \operatorname{grad} \mu_{\alpha} \operatorname{grad} u_M. \tag{4}$$

Слагаемые правой части (4) характеризуют два типа источников: сторонние объемной плотностью ρ_{Mct} и источники, появляющиеся в точках, где $\operatorname{grad} \mu_{\alpha\bar{i}\bar{o}} = 0$, то есть внутри ферромагнитных тел и на их поверхностях.

Преобразование уравнения (1) к виду (4) означает, что расчет поля в кусочно-неоднородной среде сведен к расчету поля в однородной среде. Если проницаемость однородной среды принята $\mu_{\alpha e}$, то плотность вторичных источников:

$$\rho_{M\hat{a}\hat{o}} = \mu_{\alpha\hat{o}} \frac{\operatorname{grad} \mu_{\alpha\hat{i}} \operatorname{grad} u_M}{\mu_{\hat{i}}}. \tag{5}$$

Плотность сторонних, или первичных, источников, расположенных в точках, проницаемость среды в которых $\mu_{\alpha\hat{i}}$, равна $\rho'_{M\hat{a}\hat{o}} = \frac{\mu_{\alpha e}}{\mu_{\hat{i}}} \rho_{M\bar{n}\bar{o}}$, так как уравнение (4) принимает вид:

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} u_M = -\left(\frac{\mu_{\alpha e}}{\mu_{\hat{i}}} \rho_{M\bar{n}\bar{o}} \right) \frac{1}{\mu_{\mu e}} - \frac{1}{\mu_{\alpha e}} \left(\frac{\mu_{\alpha e} \operatorname{grad} \mu_{\alpha\hat{i}} \operatorname{grad} u_M}{\mu_{\hat{i}}} \right).$$

Объемная плотность вторичных источников $\rho_{M\hat{e}t}$ неизвестна, так как она выражается через подлежащую определению функцию $\operatorname{grad} u_M$. На поверхностях ферромагнитных тел объемная плотность $\rho_{M\hat{e}t} = \infty$, поскольку $\operatorname{grad} \mu_{\alpha} = \infty$ вследствие скачка магнитной проницаемости. Потенциал u_M связан с плотностями ρ_{Mct} , $\rho_{M\hat{e}t}$ источников соотношением [Демирчян, Чечурин, 1986]:

$$u_M = \frac{1}{4\pi} \int_{V_{\bar{n}\bar{o}}} \frac{1}{\mu_{\hat{i}}} \rho_{\bar{i}\bar{n}\bar{o}} \frac{dV_{\hat{c}n}}{r} + \frac{1}{4\pi\mu_{\alpha e}} \int_{V_{\bar{n}\bar{o}}} \frac{\rho_{\hat{i}\bar{a}\hat{o}}}{r} dV.$$

Вычисляя $\operatorname{grad} u_M$ и подставляя его значение в (5), можно получить интегральное уравнение относительно искомых плотностей $\rho_{M\hat{e}t}$ вторичных источников:

$$\rho_{M\hat{a}\hat{o}} - \frac{1}{4\pi} \frac{\operatorname{grad} \mu_{\alpha\hat{i}}}{\mu_{\hat{i}}} \operatorname{grad} \int_{V_{\hat{a}\hat{o}}} \frac{\rho_{\hat{i}\bar{a}\hat{o}}}{r} dV_{\hat{a}\hat{o}} = \frac{\operatorname{grad} \mu_{\alpha\hat{i}}}{4\pi\mu_{\hat{i}}} \operatorname{grad} \int_{V_{\bar{n}\bar{o}}} \frac{\rho'_{\bar{i}\bar{n}\bar{o}}}{r} dV_{\bar{n}\bar{o}}.$$

Таким образом, применение данного подхода приводит к введению вторичных источников и формулировке задачи расчета поля в кусочно-неоднородных средах в виде интегральных уравнений относительно плотностей этих источников [Ковалев, 2016].

Данный подход имеет определенные особенности при реализации на ЭВМ. Эти особенности вытекают из специфики выполнения численных расчетов на ЭВМ, проблем прикладной математики, характера решаемых уравнений поля. С точки зрения численных

расчетов большое значение имеет степень и вид взаимной связи уравнений поля для отдельных составляющих искомым векторов, что накладывает определенные ограничения на выбор подхода [Румбешт, 2016]. Критерием для выбора данного метода получения исходных уравнений должны служить возможность повышения численной устойчивости расчета, простота задания исходных данных, геометрии границ, проверки получаемых результатов и т. д., то есть прикладные аспекты подхода.

Аппроксимация поверхностей тел, граничных и краевых условий, особенно при криволинейных поверхностях, представляет собой сложную задачу, решение которой становится проще, если расчетная область разбивается на элементы (ячейки) конечного размера – в общем случае элементы нерегулярной структуры. В пределах любого элемента искомая расчетная функция – потенциал – может быть выражена через полином степени n координат x, y, z :

$$u(x, y, z) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z + \alpha_4 xy + \dots + \alpha_p z^n, \quad (6)$$

причем для любого из элементов коэффициенты $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p$ полинома принимают отличные от полиномов других элементов значения. Кроме того, эти коэффициенты можно связать с потенциалами узлов u_0, u_1, \dots, u_p таким образом, чтобы обеспечить условие минимума энергии потенциала, что достаточно для соответствия искомого распределения потенциала уравнения Максвелла [Жилияков, Черноморец, Болгова, 2016].

Если предположить, что потенциал $u(x, y, z)$ в произвольной точке внутри конечного элемента связан с потенциалами u_0, u_1, \dots, u_p через некоторую совокупность функций φ_i :

$$u(x, y, z) = u_0 \varphi_0 + u_1 \varphi_1 + u_2 \varphi_2 + \dots + u_p \varphi_p = \sum_{i=0}^p u_i \varphi_i, \quad (7)$$

а вместо произвольных координат принять координаты узлов конечного элемента, то можно получить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} u_0 &= \alpha_0 + \alpha_1 x_0 + \alpha_2 y_0 + \alpha_3 z_0 + \dots + \alpha_p z_0^n; \\ u_1 &= \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 y_1 + \alpha_3 z_1 + \dots + \alpha_p z_1^n; \\ &\dots \\ &\dots \\ &\dots \\ u_p &= \alpha_0 + \alpha_1 x_p + \alpha_2 y_p + \alpha_3 z_p + \dots + \alpha_p z_p^n. \end{aligned}$$

В матричной форме она имеет вид:

$$X\alpha = u,$$

где $\alpha^T = [\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p]$; $u^T = [u_0, u_1, \dots, u_p]$.

Матрица координат узлов элемента

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_0 & y_0 & z_0 & \cdot & \cdot & \cdot & z_0^n \\ 1 & x_1 & y_1 & z_1 & \cdot & \cdot & \cdot & z_1^n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_p & y_p & z_p & \cdot & \cdot & \cdot & z_p^n \end{bmatrix}$$

является квадратной матрицей порядка $p+1$, так как число узлов элемента равно числу коэффициентов $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p$. Решение этой системы есть матрица $\alpha = X^{-1}u$. Полагая $x = [1, x, y, z, xy, \dots, z^n]$, можно получить:

$$u(x, y, z) = xX^{-1}u = \varphi u = \sum_i \varphi_i u_i, \tag{8}$$

где $\varphi = xX^{-1}$ - матрица функций $[\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p]$.

Элементы $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_p$ матрицы φ , как следует из (8), являются полиномами того же порядка, что и полином потенциала (6).

Поскольку потенциал внутри и на границах элемента зависит от потенциалов только тех $p+1$ узлов, которые принадлежат данному элементу, то потенциал $u(x, y, z)$ для всей расчетной области можно записать аналогично (6):

$$u(x, y, z) = \sum_{i=0}^N \varphi_i u_i.$$

В данном случае суммирование выполняется по всем узлам расчетной области. При этом $\varphi \neq 0$ для $i=0, 1, 2, \dots, p$ и $\varphi_i \equiv 0$ при $i > p$, если потенциал рассчитывают внутри элемента, имеющего узлы с номерами от 0 до p .

Равенство (8) позволяет уточнить вид функций $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_p$, являющихся полиномами порядка n координат. При $x=x_i, y=y_i, z=z_i$, когда $u=u_i, \varphi_i=1, \varphi_0=\varphi_1=\dots=\varphi_{i-1}=\varphi_{i+1}=\dots=\varphi_p=0$, то есть функция φ_i , являясь полиномом порядка n , имеет значение, равное единице в узле i , и значения, равные нулю, в других узлах элемента.

Задача нахождения потенциалов u_i узлов элементов решается при использовании метода конечных элементов (МКЭ) различными способами: в одном из них применяют метод Ритца, в другом – метод Галеркина [Петриченко, Петриченко, 2016; Буханцов, Дружкова, 2017]. В первом случае потенциалы узлов отыскивают из условия минимума энергетического функционала, а во втором – из условия ортогональности невязки решаемого уравнения и базисных функций МКЭ.

Для нахождения распределения постоянного магнитного поля в окрестности ферромагнитного объекта рассматриваемая область разбивается на ячейки, имеющие форму параллелепипеда (рис. 1). При этом узлы расчетной сетки (i, j, k) лежат на границах раздела сред. В пределах каждой из ячеек свойства среды предполагаются однородными.

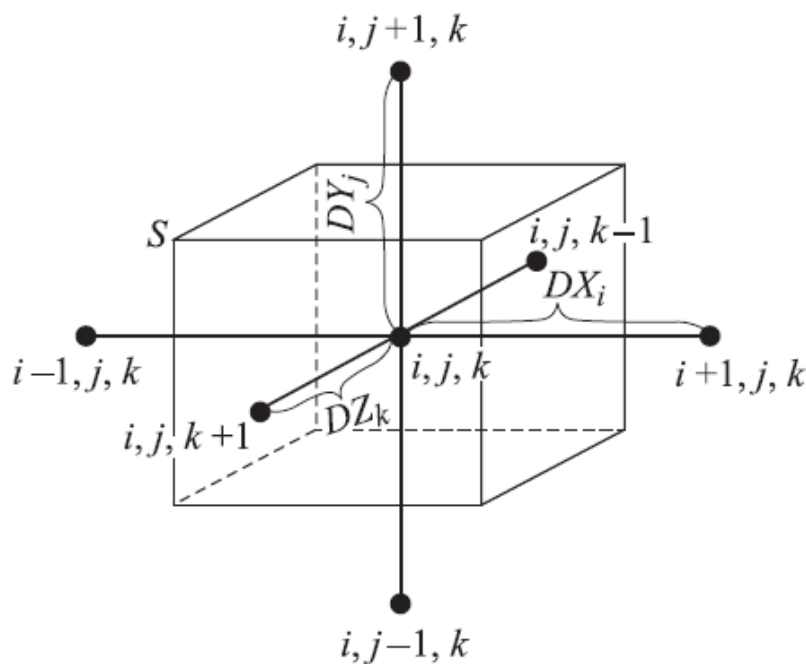


Рис. 1. Расчетный элемент (ячейка)

Fig. 1. Calculation element (cell)

Результаты и их обсуждение

Применение МКЭ наиболее эффективно при расчете электромагнитных полей в так называемых закрытых областях, поскольку на границах расчетной области существует необходимость задания условий для потенциалов или напряженностей поля [Сорокин, Чудинов, Сорокин, 2017]. При использовании МКЭ в открытых областях, чтобы электромагнитное поле было невозмущенным или затухшим, требуется значительно увеличивать расчетную область, отодвигая ее границы от исследуемого объекта. Количество неизвестных решаемой при этом системы уравнений становится чрезвычайно большим, вследствие чего задача может оказаться нереализуемой даже на самых современных ЭВМ. При этом наиболее полезной является информация об уровнях напряженности магнитного поля в непосредственной близости и внутри исследуемого объекта [Taflove, Hagness, 2000].

Учитывая, что ферромагнитные тела искажают распределение магнитного поля, применение «поглощающих граничных условий» позволяет в несколько раз уменьшить габариты расчетной области, и, как следствие, происходит снижение порядка решаемой системы уравнений, а также времени расчетов. Для обеспечения возможности использования МКЭ для расчета электромагнитных полей в открытых областях целесообразно использовать метод одноосно хорошо согласованных слоев – UPML (uniaxially perfectly matched layers) [Резинкина, 2009], позволяющий приблизить границы расчетной области практически вплотную к исследуемым объектам. Для решения уравнений Максвелла на границе расчетной области требуется вводить дополнительные среды, распределение поля в которых носит лишь вспомогательный характер и не учитывается в результате расчета. Электрические и магнитные параметры данных сред задаются анизотропными, что обеспечивает быстрое безотражательное затухание электромагнитного поля.

Для расчета магнитного поля в декартовой системе координат на границах расчетной области вводятся слои материала, магнитные параметры которого можно описать трехдиагональным тензором относительной магнитной проницаемости:

$$\mu = \begin{bmatrix} \hat{\mu}_x & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\mu}_y & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\mu}_z \end{bmatrix}.$$

В слое, параллельном плоскости x - y , $\mu_x = \mu_y$; в слое, параллельном плоскости y - z , $\hat{\mu}_y = \hat{\mu}_z$ и т. д. При этом соответствующий элемент тензора $\hat{\mu}$ имеет значение меньше единицы. Так, для слоя, параллельного плоскости x - y , тензор магнитной проницаемости:

$$\bar{\mu}_s = \begin{bmatrix} a_s & 0 & 0 \\ 0 & a_s & 0 \\ 0 & 0 & 1/a_s \end{bmatrix},$$

где $a_s > 1$.

Тензоры пересекающихся слоев в угловых зонах расчетной области перемножаются:

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu 1/k_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu k_x & 0 \\ 0 & 0 & \mu k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu k_y & 0 & 0 \\ 0 & \mu 1/k_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu k_z & 0 & 0 \\ 0 & \mu k_z & 0 \\ 0 & 0 & \mu 1/k_z \end{bmatrix}.$$

k_x, k_y, k_z – коэффициенты.

Безотражательное затухание электромагнитного поля обеспечивается выбором числа шагов в UPML-слоях и характера изменения величины a_s по глубине слоя. Для того чтобы избежать эффектов отражения [Кузнецов-Сытинский, 2017], следует задавать изменение магнитных свойств UPML толщиной d по глубине x в соответствии с полиномиальным законом:

$$k_x(x) = 1 + (k_{\max} - 1)(x/d)^m, \tag{9}$$

где k_{\max} – максимальная величина k_x на внешней границе UPML; m – показатель степени, причем $3 \leq m \leq 4$ [Булавин, 2015].

Значения $k_y(y)$ и $k_z(z)$ вычисляются аналогично (9).

Поскольку ферромагнитное тело искажает распределение однородного внешнего магнитного поля, то граничные условия $\partial\varphi/\partial n = -H_0 n$ могут быть заданы лишь на достаточном от него удалении. Для приближения границ расчетной области к объекту необходимо использовать UPML-метод и на границе задавать условия [Кузнецов-Сытинский, 2017]:

$$\partial\varphi/\partial x = -k_{\max} H_{0x}; \quad \partial\varphi/\partial y = -k_{\max} H_{0y}; \quad \partial\varphi/\partial z = -k_{\max} H_{0z}.$$

Проведенные численные эксперименты показывают незначительную зависимость полученного решения от параметров метода одноосно хорошо согласованных слоев (UPML) [Шимановский, Каплюк, 2017; Маторин, Жихарев, Егоров, 2017; Аверин, Звягинцева, Швецова, 2018.].

На рис. 2 представлены результаты расчета распределения магнитного поля в окрестности параллелепипеда, имеющего относительную магнитную проницаемость $\mu=200$, при приложении внешнего поля параллельно оси X , то есть $H_0=H_x$. На рисунке представлена вся область, в которой производился расчет, включая одноосно хорошо поглощающие слои 1. Данный расчет произведен с помощью МКЭ при использовании одноосно хорошо согласованных граничных слоев [Дмитриевский, Прахт и др., 2012]. Объект 2, в окрестности которого рассчитывалось искажение магнитного поля, – ферромагнитный параллелепипед.

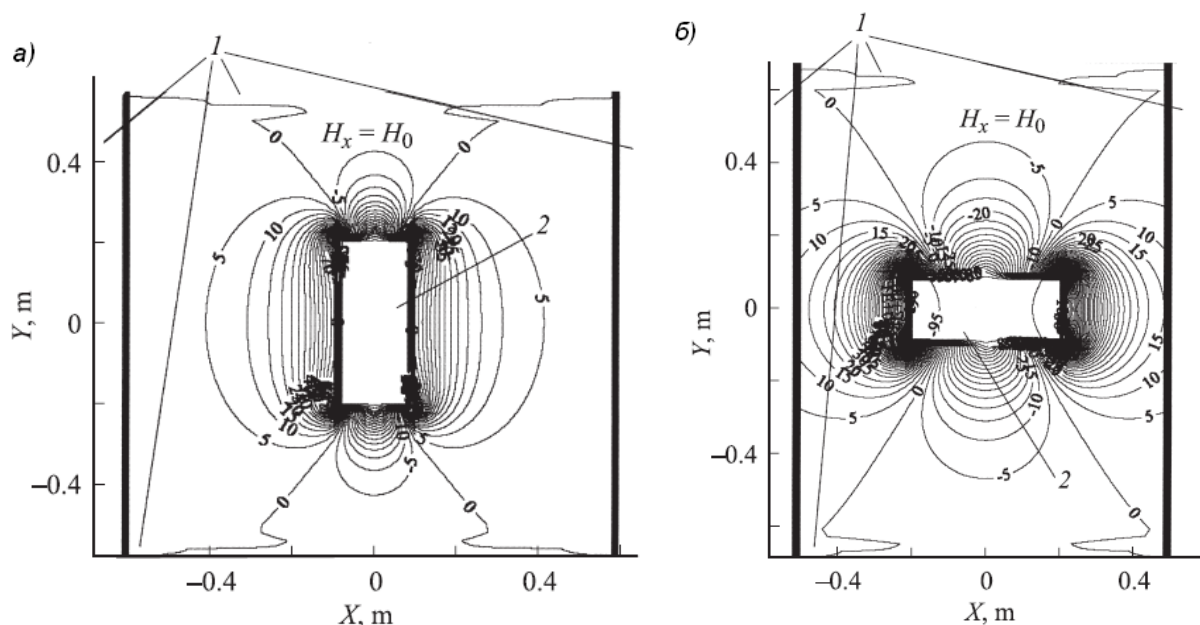


Рис. 2. Распределение напряженности магнитного поля ферромагнитного параллелепипеда с размерами $(X \times Y \times Z)$:

a) $0.16 \times 0.3 \times 0.08$ м, б) $0.4 \times 0.16 \times 0.08$ м

Fig. 2. Distribution of magnetic field strength of ferromagnetic parallelepiped with dimensions $(X \times Y \times Z)$:
a) $0.16 \times 0.3 \times 0.08$ m, b) $0.4 \times 0.16 \times 0.08$ m

Заключение

Полученные результаты численного расчета распределения магнитного поля для объемных ферромагнитных тел при использовании МКЭ и введении поглощающих граничных слоев показали их совпадение с аналитическими решениями с расхождениями в

пределах 3%. Данная методика может быть использована для описания нелинейной магнитной проницаемости ферромагнитных тел и изменения при этом распределения их магнитного поля.

Список литературы

References

1. Демирчян К.С., Чечурин В.Л. 1986. Машинные расчеты электромагнитных полей. Учеб. пособие для электротехн. и энерг. спец. вузов. М., Высшая школа, 240.
Demirchyan K.S., Chechurin V.L. 1986. Mashinnye raschety ehlektromagnitnyh polej. Ucheb. posobie dlya ehlektrotekhn. i ehnerg. spec. vuzov. M., Vysshaya shkola, 240 (in Russian).
2. Sowmiya, M., Renukadevi, G., et al. 2013. IFOC of a Nine Phase Induction Motor Drive. International Journal of Engineering Science and Innovative Technology (IJESIT). 2(3): 72–78.
3. Сумин В.И., Смоленцева Т.Е. 2015. Методика группирования базовой информации для информационных процессов сложных систем. Научные ведомости Белгородского государственного университета, Серия: Экономика. Информатика, 13(210): 104–108.
Sumin V.I., Smolenceva T.E. 2015. Metodika gruppировaniya bazovoj informacii dlya informacionnyh processov slozhnyh sistem. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta, Seriya: Ekonomika Informatika, 13(210): 104–108 (in Russian).
4. Гончаренко Е.В., Поляков Г.А. 2014. Системно-объектное моделирование технологических процессов. Научные ведомости Белгородского государственного университета, Серия: Экономика. Информатика, 21(192): 131–136.
Goncharenko E.V., Polyakov G.A. 2014. Sistemno-ob'ektnoe modelirovanie tekhnologicheskikh processov. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta, Seriya: Ekonomika. Informatika, 21(192): 131–136. (in Russian).
5. Кузнецов-Сытинский А.В. 2017. Оценка нагрева линейного генератора возвратно-поступательного движения. В кн: Радиоэлектроника, электротехника и энергетика. Тезисы докладов 23 Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов: в 3-х томах. 18.
Kuznesov-Sytinskij A.V. 2017. Ocenka nagreva linejnogo generatora vozvratno-postupatel'nogo dvizheniya. V kn: Radioehlektronika, ehlektrotekhnika i ehnergetika. Tezisy dokladov 23 Mezhdunarodnoj nauchno-tekhnichekoj konferencii studentov i aspirantov: v 3-h tomah, 18 (in Russian).
6. Чудинов С.М., Томакова Р.А., Степанов В.А. и др. 2014. Обобщенная модель назначения задач для МРР систем. Научные ведомости Белгородского государственного университета, Серия: История Политология. Экономика Информатика, 1(172): 70–74.
Chudinov S.M., Tomakova R.A., Stepanov V.A. i dr. 2014. Obobshchennaya model' naznacheniya zadach dlya MRR sistem. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta, Seriya: Istoriya. Politologiya. Ekonomika. Informatika, 1(172): 70–74 (in Russian).
7. Уайт Д., Вудсон Г. 1964. Электромеханическое преобразование энергии. пер. с англ., М.-Л., Издательство «Энергия», 528.
White D., Woodson H. 1959. Elektromechanical Energy Conversion. New York, Jonh Wiley and son, Inc (in English).
8. Ковалев О.Ф. 2016. Применение модифицированного метода конечных элементов к решению задач расчета магнитного поля при вариации расчетной сетки. Известия вузов. Электромеханика. 1: 19–26.
Kovalev O.F. 2016. Primenenie modifitsirovannogo metoda konechnyh ehlementov k resheniyu zadach rascheta magnitnogo polya pri variacii raschetnoj setki. Izvestiya vuzov. Elektromekhanika. 1: 19–26 (in Russian).
9. Румбешт В. 2016. Анализ и синтез процедуры порождения кумулятивных последовательностей. Научные ведомости Белгородского государственного университета, Серия: Экономика. Информатика, 2(223): 71–80.
Rumbesht V. 2016. Analiz i sintez procedury porozhdeniya kumulyativnyh posledovatel'nostej. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta, Seriya: Ekonomika Informatika, 2(223): 71–80 (in Russian).
10. Жиликов Е.Г., Черноморец А.А., Болгова Е.В. 2016. О разработке алгоритма оптимальной субполосной двумерной интерполяции. Научные ведомости Белгородского государственного университета, Серия: Экономика. Информатика, 9(230): 113–122.

Zhilyakov E.G., Chernomorec A.A., Bolgova E.V. 2016. O razrabotke algoritma optimal'noj subpolosnoj dvumernoj interpolyacii. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta, Seriya: Ekonomika. Informatika, 9(230): 113–122 (in Russian).

11. Петриченко Г.С., Петриченко В.Г. 2016. Оценка эффективности программного обеспечения. Научные ведомости Белгородского государственного университета, Серия: Экономика. Информатика, 9(230): 108–112.

Petrichenko G.S., Petrichenko V.G. 2016. Ocenka ehffektivnosti programmnoho obespecheniya. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta, Seriya: Seriya: Ekonomika. Informatika, 9(230): 108–112 (in Russian).

12. Буханцов А.Д., Дружкова И.В. 2017. О моделировании процесса обнаружения периодически излучающих устройств. Научные ведомости Белгородского государственного университета, Серия: Экономика. Информатика, 2(251): 141–146.

Buhancov A.D., Druzhkova I.V. 2017. O modelirovanii processa obnaruzheniya periodicheski izluchayushchih ustrojstv. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta, Seriya: Ekonomika. Informatika, 2(251): 141–146 (in Russian).

13. Сорокин С.А., Чудинов С.М., Сорокин Е.В. и др. 2017. Методы оценки производительности вычислительных комплексов. Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. 9(258): 89–96.

Sorokin S.A., Chudinov S.M., Sorokin E.V. i dr. 2017. Metody ocenki proizvoditel'nosti vychislitel'nyh kompleksov. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: EНkonomika. Informatika. 9(258): 89–96 (in Russian).

14. Taflove A., Hagness S. 2000. Computational electrodynamics: the finite difference time domain method. Boston – London: Artech House. 852.

15. Резинкина М.М. 2009. Численный расчет магнитного поля и магнитного момента ферромагнитных тел сложной пространственной конфигурации. Журнал технической физики, 79(8): 8–17.

Rezinkina M.M. 2009 Chislennyj raschet magnitnogo polya i magnitnogo momenta ferromagnitnyh tel slozhnoj prostranstvennoj konfiguracii. Zhurnal tekhnicheskoy fiziki, 79(8): 8–17 (in Russian).

16. Булавин В.Ф. 2015. Континуальные схемотехнические модели в методе конечных элементов. Электричество, 1: 39а-50.

Bulavin V.F. 2015. Kontinual'nye skhemotekhnicheskie modeli v metode konechnyh ehlementov. Elektrichestvo, 1: 39а-50 (in Russian).

17. Шимановский А.О., Каплюк И.И. 2017. Моделирование взаимодействия токоприемника с контактным проводом. Механика. Исследования и инновации, 10(10): 213–218.

Shimanovskij A.O., Kaplyuk I.I. 2017. Modelirovanie vzaimodejstviya tokopriemnika s kontaktnym provodom. Mekhanika. Issledovaniya i innovacii, 10(10): 213–218 (in Russian).

18. Маторин С.И., Жихарев А.Г., Егоров И.А. и др. 2017. Об одном методе системно-объектного имитационного моделирования технических систем. Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. 16(265): 138–147.

Matorin S.I., Zhiharev A.G., Egorov I.A. i dr. 2017. Ob odnom metode sistemno-ob'ektnogo imitacionnogo modelirovaniya tekhnicheskikh sistem. Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ehkonomika. Informatika. 16(265): 138–147 (in Russian).

19. Аверин Г.В., Звягинцева А.В., Швецова А.А. 2018. О подходах к предсказательному моделированию сложных систем. Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. 45(1): 140–148.

Averin G.V., Zvyaginцева A.V., Shvecova A.A. 2018. O podhodah k predskazatel'nomu modelirovaniyu slozhnyh sistem. Vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika. Informatika. 45(1): 140–148 (in Russian).

20. Дмитриевский В.А., Прахт В.А., и др. 2012. Конечно-элементная модель электрической машины с переключением потока для исследования динамических режимов работы. Электротехника, 3: 7–13.

Dmitrievskij V.A., Praht V.A., i dr. 2012. Konechno-ehlementnaya model' ehlektricheskoy mashiny s pereklyucheniem potoka dlya issledovaniya dinamicheskikh rezhimov raboty. Elektrotehnika, 3: 7–13 (in Russian).