УДК 658.51.01
DOI 10.18413/2411-3808-2019-46-2-326-336

ДИСКРЕТНО-СОБЫТИЙНАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ЦИКЛА ИЗГОТОВЛЕНИЯ ПАРТИИ ИЗДЕЛИЙ

DISCRETE-EVENTING MODEL OF CALCULATION OF THE DURATION OF THE PRODUCTION CYCLE OF MANUFACTURING A PART OF PRODUCTS

О.М. Пигнастый, Г.К. Кожевников
O.M. Pihnastyi, G.K. Kozevnikov

Национальный Технический Университет «Харьковский Политехнический Институт»,
Украина, 61102, Харьков, Пушкинская, 79-2

National Technical University «Kharkov Polytechnic Institute»,
79-2 Pushkin St., Kharkov, 61102, Ukraine

E-mail: pihnastyi@gmail.com, kgk4711@gmail.com

Аннотация
В статье рассматривается метод расчета продолжительности производственного цикла изготовления партии деталей. Производственный цикл изготовления партии деталей является одной из основных характеристик производственной системы, используется для расчета важных показателей планирования производственной деятельности предприятия. В настоящее время задача расчета продолжительности производственного цикла для несинхронизированных поточных линий остается актуальной. Особую актуальность она принимает в случае, когда время обработки предмета труда на технологической операции является случайной величиной. Анализу данного случая и посвящена настоящая работа. Для вывода уравнения движения предметов труда по технологическим операциям использована дискретно-событийная модель производственного процесса. Рассмотрена структура времени обработки предмета труда на технологической операции. Показан источник изменения величины межоперационных заделов на каждой технологической операции. Проанализирована взаимосвязь траекторий движения предыдущего и последующего предметов труда. Записано уравнение движения предмета труда по технологическим операциям с учетом межоперационных заделов и предложены методы его решения. Рассмотрены условия применимости полученных результатов. Проведен анализ затрат машинного времени, необходимого для расчета продолжительности производственного цикла изготовления партии продукции для предприятий полупроводниковой промышленности.

Abstract
The method of calculating the duration of the production cycle for manufacturing a batch of parts is considered. The production cycle of manufacturing the batch of parts is one of the main characteristics of the production system. It is used to calculate the important indicators of planning the production activity of the factory. At present, the task of calculating the duration of the production cycle for unsynchronized production lines remains relevant. The task takes on a special relevance in the case when the processing time of a work item in a technological operation is a random quantity. The present work is devoted to the analysis of this case. To derive the equation of motion of labor objects for technological operations, a discrete-event model of the production process is used. The structure of the processing time of an object of labor on a technological operation is considered. The source of change in the value of inter-operational stocks at each technological operation is shown. The interrelation of the trajectories of the previous and after subjects of labor is analyzed. The equation of motion of an subject of labor on technological operations is recorded, taking into account the inter-operational stocks. Methods for its solution are proposed. Conditions for the applicability of the obtained results are considered. The analysis of the machine time spent for calculating the duration of the production cycle of manufacturing the batch of products for the factory of the semiconductor industry was carried out. Prospects for research have been determined.

Ключевые слова: массовое производство, незавершенное производство, производственный цикл, дискретно-событийная модель, стохастический процесс, системы управления производством.
Keywords: production, work in progress, production line, subject of the labor, production cycle, discrete event model, stochastic process, production management systems.

Постановка проблемы исследования

Производственный цикл изготовления партии деталей является важнейшей технико-экономической характеристикой производственной системы, выступает исходной величиной для расчета многих показателей производственно-хозяйственной деятельности предприятия [Шкурба, 1975; Летенко, Родионов, 1979; Савицкая, 2002; Синица, 2003]. На его основе устанавливают порядок и сроки запуска партий изделия в производство при заданных сроках выпуска, рассчитывают мощности производственных подразделений, определяют объем незавершенного производства, осуществляют множество планово-производственных расчетов. Производственный цикл изготовления партии изделий представляет собой промежуток времени, в течение которого изделия находятся в производственном процессе: от момента начала обработки на первой технологической операции первого изделия до момента окончания обработки на последней технологической операции последнего изделия из партии. Время обработки предмета труда на m-ой технологической операции (рис. 1) может быть разбито на некоторые характерные временные доли (рис. 2), формирующие структуру времени производственной операции, и в итоге структуру производственного цикла [ГОСТ 50779.10…, 2000; ГОСТ 15467.79…, 2001; ГОСТ 3.1109.82…, 2003].

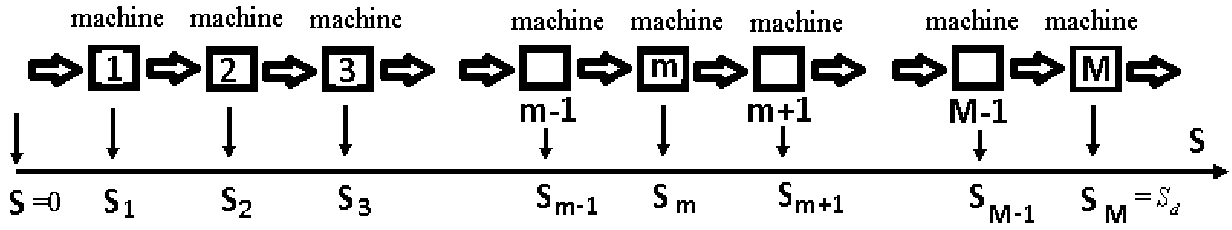

Рис. 1. Схема линейной поточной линии
Fig. 1. Diagram of a linear production line

Интенсивность переноса оборудованием стоимости технологических ресурсов

$$S_{m,\,\psi} = \Delta S_{m,\,СиМ} + \Delta S_{m,\,Э} + \Delta \Phi_{m,\,O} + \Delta \Phi_{m,\,C} + \Delta S_{m,\,\infty}, \qquad (m = 1..M) \qquad (1)$$

за эффективное время обработки на m-ой технологической операции $\Delta\tau_m = \Delta\tau_m(t)$

$$\Delta\tau_m = \Delta\tau_{m,\,O} + \Delta\tau_{m,\,B} + \Delta\tau_{m,\,ПЗ} + \Delta\tau_{m,\,E}, \qquad (m = 1..M) \qquad (2)$$

на j-й предмет труда, находящийся в межоперационном заделе m-ой операции, является случайным процессом $\mu_{m,\,\psi}(t)$ [Демуцкий и др., 2005; Пигнастый, 2014, Пигнастый; 2015], значение которого в момент времени $t = t_0$ определяется случайной величиной $\mu_{m,\,\psi} = \mu_{m,\,\psi}(t_0)$ [Пигнастый, 2016]:

$$\mu_{m,\,\psi} = \frac{\Delta S_{m,\,\psi}}{\Delta\tau_m} = \frac{\Delta S_{m,\,СиМ} + \Delta S_{m,\,Э} + \Delta \Phi_{m,\,O} + \Delta \Phi_{m,\,C} + \Delta S_{m,\,\infty}}{\Delta\tau_{m,\,O} + \Delta\tau_{m,\,B} + \Delta\tau_{m,\,ПЗ} + \Delta\tau_{m,\,E}}. \qquad (3)$$

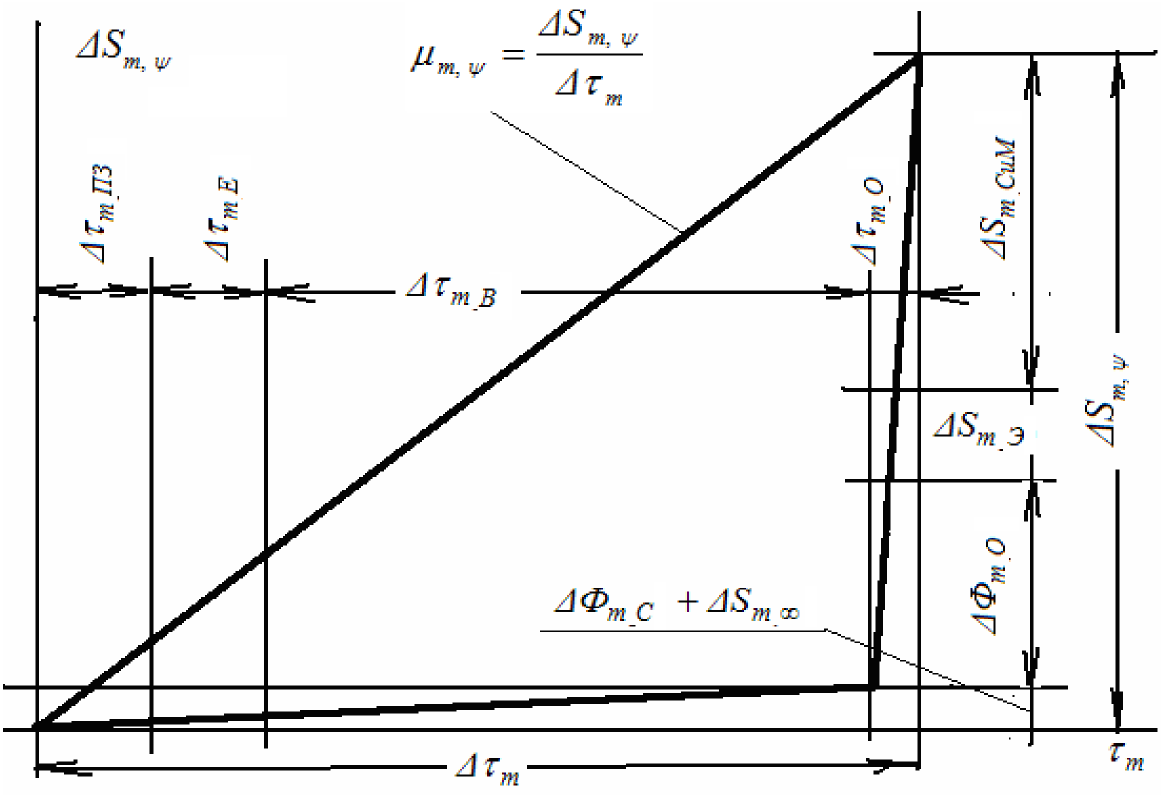

Рис. 2. Процесс переноса стоимости ресурсов на предмет труда в ходе выполнения технологической операции
Fig. 2. Process of transferring the cost of resources to the subject of labor during the execution of a technological operation

где $\Delta S_{m,\,СиМ}$ – стоимость затрат на основной и вспомогательный материалы, полуфабрикаты и комплектующие; $\Delta S_{m,\,Э}$ – стоимость затрат энергоресурсов; $\Delta\Phi_{m,\,O}$ – стоимость затрат фонда оплата труда основных рабочих; $\Delta\Phi_{m,\,C}$ – стоимость затрат фонда оплата труда неосновных и вспомогательных рабочих, связанных с обслуживанием технологического процесса на m-ой операции [Летенко, Родионов, 1979; ГОСТ 3.1109.82…, 2003]; $\Delta S_{m,\,\infty}$ – стоимость прочих затрат, связанных с выполнением m-ой операции. Стоимость технологических ресурсов $\Delta S_{m,\,\psi}$ (1) переносится на предмет труда за эффективное время обработки (EPT, Effective Processing Times) $\Delta\tau_m$ [Holt at al., 1960; Шкурба, 1975; Летенко, Родионов, 1979; ГОСТ 3.1109.82…, 2003; Jacobs at al., 2003; Lefeber at al., 2004], структура которого представлена на рис. 2, где $\Delta\tau_{m,\,O}$ – норма основного времени, необходимого для достижения цели операции по качественному и количественному изменению состояния предмета труда; $\Delta\tau_{m,\,B}$ – норма вспомогательного времени, требуемого для осуществления действий, создающих возможность выполнения; $\Delta\tau_{m,\,E}$ – норма времени на выполнение естественных процессов; $\Delta\tau_{m,\,ПЗ}$ – норма операции подготовительно-заключительного времени (подготовка средств производства к выполнению операции и приведение их в первоначальное состояние после ее окончания). Базовые составляющие стоимости перенесенных ресурсов (1) и эффективного времени обработки (2) являются условными и определяются особенностями конкретного технологического процесса. При переходе предмета труда с (m-1)-ой технологической операции на последующую обработку на m-ю технологическую операцию, в межоперационном заделе которой в очереди на обработку присутствуют предметы, предмет труда будет поставлен в очередь на обработку, а время обработки поступившего предмета труда, находящегося N_m-ым (последним) в очереди на обработку составит:

$$\Delta\tau_{q\,m} = \sum_{k=1}^{N_m} \Delta\tau_{k\,m} \tag{4}$$

и, соответственно, выражение для интенсивности переноса оборудованием стоимости технологических ресурсов (3) запишется в виде:

$$\mu_{m,\,\psi} = \frac{\Delta S_{m,\,\psi}}{\Delta\tau_{q\,m}} = \frac{\Delta S_{m,\,\psi}}{\sum_{k=1}^{N_m} \Delta\tau_{k\,m}}, \tag{5}$$

$\Delta\tau_{k\,m}$ – время обработки предмета труда, который находится k-м в очереди на обработку в межоперационном заделе m-й технологической операции. Предполагается, что первый элемент очереди находится непосредственно в обработке на m-й технологической операции. При этом следует сделать важное замечание: для несинхронизированной производственной линии, для которой [Летенко, Родионов, 1979]:

$$\Delta\tau_{0\,1} \ne \Delta\tau_{0\,2} \ne \Delta\tau_{0\,3} \ne \ldots \ne \Delta\tau_{0\,m-1} \ne \Delta\tau_{0\,m} \ne \Delta\tau_{0\,m+1} \ne \ldots \ne \Delta\tau_{0\,M-1} \ne \Delta\tau_{0\,M}, \tag{6}$$

размер очереди N_m – является переменной во времени величиной $N_m = N_m(t)$ [Jacobs at al., 2003; Lefeber at al., 2004; Пигнастый, 2015б], скорость изменения которой определяется отклонениями времен обработки $(\Delta\tau_{0\,m-1} - \Delta\tau_{0\,m})$ между соседними технологическими операциями, где $\Delta\tau_{0\,m}$ – среднее нормативное время обработки предмета труда на m-й технологической операции.

Если характерное время Δt_{ch} протекания производственного процесс гораздо больше времени выполнения технологической операции

$$\frac{\Delta\tau_{0\,m}}{\Delta t_{ch}} \to 0, \tag{7}$$

то с достаточной степенью точности можно полагать, что

$$\sum_{k=1}^{N_m} \Delta\tau_{k\,m} \approx N_m \Delta\tau_{0\,m}. \tag{8}$$

Это обстоятельство позволило использовать для описания функционирования поточных производственных линий PDE-модели производственных систем [Lefeber at al., 2004; Демуцкий и др., 2005; Пигнастый, 2014; Пигнастый, 2015а; Пигнастый, 2015б; Пигнастый, 2016], которые обеспечивают относительно высокую точность расчетов основных потоковых параметров производственной линии, позволяют получить связь во времени между величиной межоперационных заделов и производительностью работы технологического оборудования. При этом имеется возможность при заданном начальном распределении предметов труда по межоперационным заделам $N_m = N_m(t_0)$ в момент времени t_0 определить их состояние $N_m(t)$ в любой последующий момент времени t. Решение задачи упрощается для синхронизированной производственной линии [Летенко, Родионов, 1979]:

$$\Delta\tau_{0\,1} = \Delta\tau_{0\,2} = \Delta\tau_{0\,3} = \ldots = \Delta\tau_{0\,m-1} = \Delta\tau_{0\,m} = \Delta\tau_{0\,m+1} = \ldots = \Delta\tau_{0\,M-1} = \Delta\tau_{0\,M}. \tag{9}$$

Среднее время обработки $\Delta\tau_{0\,m}$ получено путем усреднения времен обработки большого количества предметов труда. Если за интервал рассмотрения производственного процесса обработано небольшое количество предметов труда, то среднее время обработки на разных технологических операциях за это время не будет одинаковым для разных технологических операцияй. Последнее будет приводить к колебаниям величины межоперационных заделов на технологических операциях.

Проблема расчета продолжительности производственного цикла обработки партии изделий для производственных систем с поточным методом организации производства, у которых значение межоперационных заделов $N_m = N_m(t)$ для m-ой технологической операции меняется во времени, является актуальной [Раскин, Пустовойтов, 2003; Kempf, 2004; Berg, 2004; Bartholdi at al., 2009; Пигнастый, 2009; Kempf at al., 2010; Пигнастый, 2015б], определила цель настоящей работы и задачи исследования:

1. Построить уравнения дискретно-событийной модели для описания движения предметов труда по технологическим маршрутам производственной поточной линии.
2. Получить зависимость продолжительности производственного цикла обработки партии деталей в зависимости от размеров межоперационных заделом перед каждой технологической операцией.

Дискретно-событийная модель движения партии предметов труда по технологическим операциям

Рассмотрим обработку партии N-деталей на поточной линии, состоящей из M последовательных технологических модулей. Обозначим $t_{0,1}$ – время окончания технологической обработки нулевой детали партии (последней детали предыдущей партии) на первой технологической операции, $t_{1,1}$ – время окончания обработки первой детали партии на первой технологической операции, а $\Delta\tau_1(t_{0,1})$ – время обработки первой детали (поступившей на обработку в момент времени $t_{0,1}$) на первой операции. Соответственно, $t_{j,m}$ – время окончания обработки j-ой детали партии на m-ой технологической операции, $\Delta\tau_m(t_{j\text{-}1,m})$ – время обработки j-ой детали, поступившей в момент времени $t_{j\text{-}1,m}$, на m-ой технологической операции, $j=1,N$, $m=1,M$. Обработка j-ой детали на m-ой технологической операции может быть осуществлена, если закончилась обработка j-ой детали на $(m\text{-}1)$-ой операции и закончилась обработка $(j\text{-}1)$-ой детали на m-ой операции.

Последняя деталь предыдущей партии заканчивает обработку на m-ой технологической операции в момент времени $t_{0,m}$, образует траекторию $(t_{0,0}, t_{0,1}, t_{0,2}, t_{0,3}, t_{0,4}, \ldots, t_{0,M})$ движения по технологическому маршруту (рис. 3). Траектория предмета труда представлена зависимостью ее технологической позиции в обработке (номера операции обработки) от времени обработки $m = m(t)$. Будем полагать, что время обработки нулевой детали на m-ой технологической операции определено как:

$$\Delta\tau^*{}_m(t_{0,m}) = t_{0,m} - t_{0,m-1}. \quad (10)$$

Нас интересует состояние каждой детали партии, поступившей на обработку. Если на поточной линии находится предыдущая партия, то она является ограничением для обработки поступившей партии. Траектория последней детали предыдущей партии $(t_{0,0}, t_{0,1}, t_{0,2}, t_{0,3}, t_{0,4}, \ldots, t_{0,M})$ выступает указанным ограничением. Следует заметить, что обобщенное время обработки $\Delta\tau^*{}_m(t_{0,m})$ состоит непосредственно из времени обработки $\Delta\tau_m(t_{0,m-1})$ и времени пролеживания $P_{0,m}$:

$$\Delta\tau^*{}_m(t_{0,m}) = P_{0,m} + \Delta\tau_m(t_{0,m-1}). \quad (11)$$

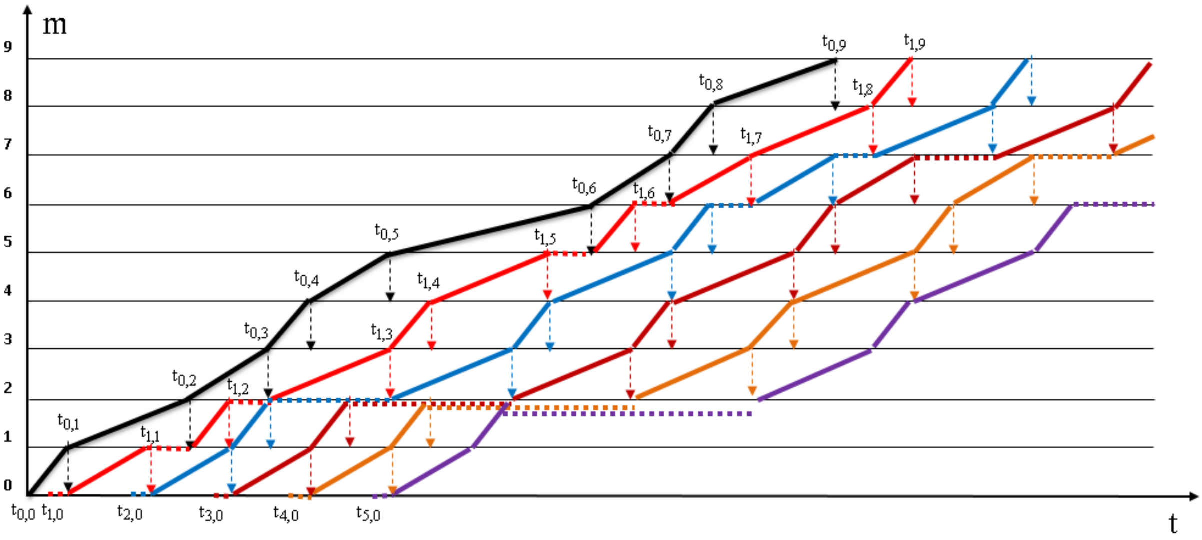

Рис. 3. Траектории движения предметов труда по технологическим операциям
Fig. 3. Trajectories of the movement of objects of labor on technological operations

Траектория нулевой детали является исходной точкой для моделирования состояния партии поступивших в обработку деталей при наличии на поточной линии предыдущей партии. Предполагаем, что детали приходят на обработку на первую технологическую операцию со случайным интервалом $\Delta\tau_0(t)$:

$$\{\Delta\tau_0(t_{1,0}),\Delta\tau_0(t_{2,0}),..,\Delta\tau_0(t_{j,0}),..,\Delta\tau_0(t_{N-1,0})\}.$$

Промежуток времени $\Delta\tau_0(t_{j,0})$ соответствует интервалу времени между событиями поступлений *(j-1)*-й и *j*-й детали в очередь на обработку на первой технологической операции:

$$t_{2,0}=t_{1,0}+\Delta\tau_0(t_{1,0}), \tag{12}$$

$$t_{3,0}=t_{2,0}+\Delta\tau_0(t_{2,0}), \tag{13}$$

$$t_{j,0}=t_{j\text{-}1,0}+\Delta\tau_0(t_{j\text{-}1,0}), \tag{14}$$

$$t_{N,0}=t_{N\text{-}1,0}+\Delta\tau_0(t_{N\text{-}1,0}). \tag{15}$$

$$t_{j,0}=t_{1,0}+\sum_{i=2}^{j}\Delta\tau_0(t_{i\text{-}1,0}), \qquad j=1..N, \tag{16}$$

$t_{1,0}$ – момент времени поступления первой детали в очередь на обработку на первой технологической операции. Если интервалы между поступлениями детерминированы и равны между собой

$$\Delta\tau_0(t_{1,0})=\Delta\tau_0(t_{2,0})=...=\Delta\tau_0(t_{j,0})=...=\Delta\tau_0(t_{N-1,0})=\Delta\tau_0=const, \tag{17}$$

то момент времени поступления *j*-й детали в очередь на обработку на первой технологической операции может быть определен следующим образом:

$$t_{j,0}=t_{1,0}+(j-1)\Delta\tau_0. \tag{18}$$

Если детали поступают на обработку целиком одной партией, то момент времени $t_{j,0}$ (16) моделируется из условия

$$\Delta\tau_0(t_{j,0})=0. \tag{19}$$

Для случая, когда N деталей поступают на обработку Zp частями по Np_z деталей с интервалами ΔTp_z

$$N = \sum_{z}^{Zp} Np_z \,, \tag{20}$$

интервалы между поступлениями соседних деталей могут быть определены следующим образом:

$$\begin{cases} \Delta\tau_0(t_{j,0}) = \Delta Tp_z\,, & j = \sum\limits_{k}^{z} Np_k\,; \\ \Delta\tau_0(t_{j,0}) = 0, & j \neq \sum\limits_{k}^{z} Np_k\,. \end{cases} \tag{21}$$

Используя обозначения для времени окончания обработки первой детали на m-ой операции (рис. 3), запишем:

$$t_{1,1} = t_{1,0} + P_{1,1} + \Delta\tau_1(t_{1,0} + P_{1,1}), \tag{22}$$

$$t_{1,2} = t_{1,1} + P_{1,2} + \Delta\tau_2(t_{1,1} + P_{1,2}) = t_{1,0} + P_{1,1} + \Delta\tau_1(t_{1,0} + P_{1,1}) + P_{1,2} + \Delta\tau_2(t_{1,1} + P_{1,2}), \tag{23}$$

$$t_{1,m} = t_{1,0} + \sum_{k=1}^{m} P_{1,k} + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_k(t_{1,k-1} + P_{1,k}), \tag{24}$$

$$t_{1,M} = t_{1,0} + \sum_{k=1}^{M} P_{1,k} + \sum_{k=1}^{M} \Delta\tau_k(t_{1,k-1} + P_{1,k}), \tag{25}$$

где $P_{j,m}$ – продолжительность пролеживания j-ой детали перед выполнения m-ой технологической операции; $t_{j,m}$ – время окончания обработки j-ой детали на m-ой технологической операции. Продолжительность пролеживания определим из соотношений:

$$P_{1,1} = max\left\{ \left(t_{0,1} - t_{1,0}\right), 0 \right\}; \tag{26}$$

$$P_{1,2} = max\left\{ \left(t_{0,2} - t_{1,1}\right), 0 \right\} = max\left\{ \left(t_{0,2} - t_{1,0} - P_{1,1} - \Delta\tau_1(t_{1,0} + P_{1,1})\right), 0 \right\}; \tag{27}$$

$$P_{1,m} = max\left\{ \left(t_{0,m} - t_{1,m-1}\right), 0 \right\} = max\left\{ \left(t_{0,m} - t_{1,m-2} - P_{1,m-1} - \Delta\tau_{m-1}(t_{1,m-2} + P_{1,m-1})\right), 0 \right\}. \tag{28}$$

Рассмотрим теперь движение второй детали по операциям поточной линии. Ее состояние может быть определено выражениями:

$$t_{2,1} = t_{2,0} + P_{2,1} + \Delta\tau_1(t_{2,0} + P_{2,1}), \tag{29}$$

$$t_{2,2} = t_{2,1} + P_{2,2} + \Delta\tau_2(t_{2,1} + P_{2,2}) = t_{2,0} + P_{2,1} + \Delta\tau_1(t_{2,0} + P_{2,1}) + P_{2,2} + \Delta\tau_2(t_{2,1} + P_{2,2}), \tag{30}$$

$$t_{2,m} = t_{2,m-1} + P_{2,m} + \Delta\tau_m(t_{2,m-1} + P_{2,m}) = t_{2,0} + \sum_{k=1}^{m} P_{2,k} + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_k(t_{2,k-1} + P_{2,k}), \tag{31}$$

$$\mathrm{P}_{2,1} = \max\left\{ \left(\mathrm{t}_{1,1} - \mathrm{t}_{2,0}\right), 0 \right\} = \max\left\{ \mathrm{t}_{1,0} + \mathrm{P}_{1,1} + \Delta\tau_1(\mathrm{t}_{1,0} + \mathrm{P}_{1,1}) - \mathrm{t}_{2,0},\ 0 \right\}, \tag{32}$$

$$P_{2,2} = max\left\{ \left(t_{1,2} - t_{2,1}\right), 0 \right\} = max\left\{ t_{1,1} + P_{1,2} + \Delta\tau_2(t_{1,1} + P_{1,2}) - t_{2,1},\ 0 \right\} =$$

$$= max\left\{ t_{1,0} + P_{1,1} + \Delta\tau_1(t_{1,0} + P_{1,1}) + P_{1,2} + \Delta\tau_2(t_{1,1} + P_{1,2}) - t_{2,0} + P_{2,1} + \Delta\tau_2(t_{2,0} + P_{2,1}), 0 \right\}, \tag{33}$$

$$P_{2,m} = max\left\{ \left(t_{1,m} - t_{2,m-1}\right), 0 \right\} =$$

$$= max\left\{ t_{1,0} + \sum_{k=1}^{m} P_{1,k} + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_k(t_{1,k-1} + P_{1,k}) - t_{2,0} - \sum_{k=1}^{m-1} P_{2,k} - \sum_{k=1}^{m-1} \Delta\tau_k(t_{2,k-1} + P_{2,k}), 0 \right\}. \quad (34)$$

Обобщая результаты на произвольную деталь из партии, получим:

$$t_{j,1} = t_{j,0} + P_{j,1} + \Delta\tau_1(t_{j,0} + P_{j,1}), \quad (35)$$

$$t_{j,2} = t_{j,1} + P_{j,2} + \Delta\tau_2(t_{j,1} + P_{j,2}) = t_{j,0} + P_{j,1} + \Delta\tau_1(t_{j,0} + P_{j,1}) + P_{j,2} + \Delta\tau_2(t_{j,1} + P_{j,2}), \quad (36)$$

$$t_{j,m} = t_{j,m-1} + P_{j,m} + \Delta\tau_m(t_{j,m-1} + P_{j,m}) = t_{j,0} + \sum_{k=1}^{m} P_{j,k} + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_k(t_{j,k-1} + P_{j,k}) =$$

$$= t_{1,0} + \sum_{i=2}^{j} \Delta\tau_0(t_{i-1,0}) + \sum_{k=1}^{m} P_{j,k} + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_k(t_{j,k-1} + P_{j,k}), \quad (37)$$

$$P_{j,1} = max\left\{ \left(t_{j-1,1} - t_{j,0}\right), 0 \right\} = max\left\{ t_{j-1,0} + P_{j-1,1} + \Delta\tau_1(t_{j-1,0} + P_{j-1,1}) - t_{j,0}, 0 \right\}, \quad (38)$$

$$P_{j,2} = max\left\{ \left(t_{j-1,2} - t_{j,1}\right), 0 \right\} =$$

$$= max\left\{ t_{j-1,0} + P_{j-1,1} + \Delta\tau_1(t_{j-1,0} + P_{j-1,1}) + P_{j-1,2} + \Delta\tau_2(t_{j-1,1} + P_{j-1,2}) - t_{j,0} - P_{j,1} - \Delta\tau_1(t_{j,0} + P_{j,1}), 0 \right\}, \quad (39)$$

$$P_{j,m} = max\left\{ \left(t_{j-1,m} - t_{j,m-1}\right), 0 \right\} = max\left\{ t_{1,0} + \sum_{i=2}^{j-1} \Delta\tau_0(t_{i-1,0}) + \sum_{k=1}^{m} P_{j-1,k} + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_k(t_{j-1,k-1} + P_{j-1,k}) - \right.$$

$$\left. - t_{1,0} - \sum_{i=2}^{j} \Delta\tau_0(t_{i-1,0}) - \sum_{k=1}^{m-1} P_{j,k} - \sum_{k=1}^{m-1} \Delta\tau_k(t_{j,k-1} + P_{j,k}), 0 \right\} =$$

$$= max\left\{ \sum_{k=1}^{m} P_{j-1,k} + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_k(t_{j-1,k-1} + P_{j-1,k}) - \Delta\tau_0(t_{j-1,0}) - \sum_{k=1}^{m-1} P_{j,k} - \sum_{k=1}^{m-1} \Delta\tau_k(t_{j,k-1} + P_{j,k}), 0 \right\}. \quad (40)$$

Уравнения (37), (40) определяют характер движения предметов труда по технологическим операциям в случае стохастической модели работы технологического оборудования.

Расчет длительности производственного цикла изготовления партии изделий для стационарного случая

Под стационарным случаем понимается процесс, для которого математическое ожидание случайной величины $\Delta\tau_m(t)$ не зависит от времени. Продолжительность производственного цикла определяется разностью между временем окончания обработки последней детали и временем начала обработки первой детали из партии, поступившей на обработку:

$$T_d = t_{N,M} - t_{1,0} = \sum_{i=2}^{N} \Delta\tau_0(t_{i-1,0}) + \sum_{k=1}^{M} P_{N,k} + \sum_{k=1}^{M} \Delta\tau_k(t_{N,k-1} + P_{N,k}), \quad (41)$$

где

$$t_{N,M} = t_{1,0} + \sum_{i=2}^{N} \Delta\tau_0(t_{i-1,0}) + \sum_{k=1}^{M} P_{N,k} + \sum_{k=1}^{M} \Delta\tau_k(t_{N,k-1} + P_{N,k}), \quad (42)$$

$$P_{N,m}=max\left\{\sum_{k=1}^{m}P_{N-1,k}+\sum_{k=1}^{m}\Delta\tau_k(t_{N-1,k-1}+P_{N-1,k})-\Delta\tau_0(t_{N-1,0})-\sum_{k=1}^{m-1}P_{N,k}-\sum_{k=1}^{m-1}\Delta\tau_k(t_{N,k-1}+P_{N,k}),\ 0\right\}. \quad (43)$$

Для оценки продолжительности производственного цикла используем усредненное значение величины времени окончания обработки N-ой детали. Тогда усредненное значение продолжительности производственного цикла изготовления партии деталей примет вид:

$$\langle T_d\rangle=\langle t_{N,M}\rangle-t_{1,0}=\left\langle\sum_{i=2}^{N}\Delta\tau_0(t_{i-1,0})+\sum_{k=1}^{M}P_{N,k}+\sum_{k=1}^{M}\Delta\tau_k(t_{N,k-1}+P_{N,k})\right\rangle=$$

$$=\sum_{i=2}^{N}\langle\Delta\tau_0(t_{i-1,0})\rangle+\sum_{k=1}^{M}\langle P_{N,k}\rangle+\sum_{k=1}^{M}\langle\Delta\tau_k(t_{N,k-1}+P_{N,k})\rangle. \quad (44)$$

Так как

$$\langle\Delta\tau_m(t_{j,m})\rangle=\Delta\tau_m,$$

$$\langle P_{j,m}\rangle=max\left\{\sum_{k=1}^{m}\langle P_{j-1,k}\rangle+\sum_{k=1}^{m}\langle\Delta\tau_k(t_{j-1,k-1}+P_{j-1,k})\rangle-\langle\Delta\tau_0(t_{j-1,0})\rangle-\sum_{k=1}^{m-1}\langle P_{j,k}\rangle-\sum_{k=1}^{m-1}\langle\Delta\tau_k(t_{j,k-1}+P_{j,k})\rangle,\ 0\right\}=$$

$$=max\left\{\sum_{k=1}^{m}\langle P_{j-1,k}\rangle+\sum_{k=1}^{m}\Delta\tau_k-\Delta\tau_0-\sum_{k=1}^{m-1}\langle P_{j,k}\rangle-\sum_{k=1}^{m-1}\Delta\tau_k,\ 0\right\}=max\left\{\sum_{k=1}^{m}\langle P_{j-1,k}\rangle+\Delta\tau_m-\Delta\tau_0-\sum_{k=1}^{m-1}\langle P_{j,k}\rangle,\ 0\right\}, \quad (45)$$

то выражение (44) принимает вид:

$$\langle T_d\rangle=(N-1)\Delta\tau_0+\sum_{k=1}^{M}\langle P_{N,k}\rangle+\sum_{k=1}^{M}\Delta\tau_k. \quad (46)$$

Следует заметить, что результат (45) справедлив в предположении $P_{j,m}>0$.

Выводы

Уравнения (41)–(46) показывают, что в общем случае нестационарного производственного процесса, когда время выполнения m-й технологической операции не является детерминированным, расчет продолжительного цикла является трудоемкой задачей. Полученные уравнения являются исходными для численного интегрирования уравнений состояния предметов труда. Для определения продолжительности производственного цикла для партии N-предметов труда, обрабатываемой на производственной линии, состоящей из M-технологических операций требуется решить $(N\cdot M)$ уравнений $(j=1..N, m=1..M)$. Для производственных систем по изготовлению полупроводниковой продукции ($N\approx 10^5$ шт. [Scholz-Reiter, 2002], $N\approx 10^4$ шт. [Lefeber at al., 2004]), ($M\approx 10^2$ [Lefeber at al., 2004], $M\approx 300$ [Tian at al., 2011]) количество уравнений составляет $N\cdot M\approx(10^7\div 10^8)$. Если же задача носит стохастический характер, то для получения требуемой точности необходимо осуществить достаточное количество реализаций производственного процесса, в каждой из которых продолжительность производственного процесса будет случайной величиной. Функция распределения данной случайной величины позволит определить значение вероятности, с которой продолжительность производственного цикла будет в окрестности математического ожидания с заданным отклонением. Для количества реализаций $R\approx 10^6$ необходимо решить $R\cdot N\cdot M\approx(10^{13}\div 10^{14})$ уравнений (37), (40), что требует значительных затрат процессорного времени, которое в большинстве случаев намного превышает заданный обобщенный интервал планирования. Это обстоятельство не позволяет использовать все преимущества DES-модели описания производственного процесса при проектировании высокоэффективных систем управления производством, что определяет перспективы дальнейших исследований: а) анализ частных случаев применения полученной в работе системы уравнений в детерминированном представлении для расчета производственного цикла изготовления партии деталей; б) построение методики расчетов величины межоперационных заделов на каждой технологической операции. Одним из подходов к решению поставленных задач является переход к непрерывному описанию движения предметов труда по технологическим операциям [Заруба и др., 2016; Pihnastyi, 2017] и использование PDE-моделей производственных систем [Lefeber at al., 2004; Berg, 2004; Демуцкий и др., 2005; Pihnastyi, 2018] для расчета агрегированных показателей поточных линий.

Список литературы
References

1. ГОСТ 15467.79. Управление качеством продукции. Основные понятия. Термины и определения. М., Госстандарт России. 25, 2001.

GOST 15467.79. Product quality management. Basic concepts. Terms and Definition. M., Gosstandart Rossii. 25, 2001 (in Russian).

2. ГОСТ 3.1109.82. Термины и определения основных понятий. М., Госстандарт России. 15, 2003.

GOST 3.1109.82. Terms and definitions of basic concepts. M., Gosstandart Rossii. 15, 2003 (in Russian).

3. ГОСТ 50779.10. Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения. М., Госстандарт России. 38, 2000.

GOST 50779.10. Statistical methods. Probability and basic statistics. Terms and Definitions. M., Gosstandart Rossii. 38, 2000 (in Russian).

4. Демуцкий В.П., Пигнастый О.М., Азаренкова М.Н. 2005. Использование методов статистической физики для исследования экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции. Вестник ХГУ им. Каразина, 710: 128–134.

Demuckij V.P., Pihnastyi O.M., Azarenkova M.N. 2005. Using methods of statistical physics for the study of economic-production systems with mass production. Bulletin of KSU named after Karazin, 710: 128–134 (in Russian).

5. Заруба В.Я., Пигнастый О.М, Ходусов В.Д. 2016. Моделирование движения предмета труда в пространстве состояний на примере технологии токарной обработки. Технический прогресс и эффективность производства. 27(1199): 33-37. https://doi.org/10.13140/rg.2.2.25865.49764

Zaruba V.Ja., Pihnastyi O.M, Khodusov V.D. 2016. Modeling the movement of the object of labor in the state space on the example of turning technology. Technical progress and production efficiency. 27(1199): 33-37. https://doi.org/10.13140/rg.2.2.25865.49764 (in Russian).

6. Летенко В.А., Родионов Б.Н. 1979. Организация, планирование и управление машиностроительным предприятием. Внутризаводское планирование. М., Высшая школа, 232.

Letenko V.A., Rodionov B.N. 1979. Organizacija, planirovanie i upravlenie mashinostroitel'nym predprijatiem. Vnutrizavodskoe planirovanie [Organization, planning and management of a machine-building enterprise. Plant Planning]. M., Vysshaja shkola, 232 (in Russian).

7. Пигнастый О.М. 2009. Расчет производственного цикла с применением статистической теории производственно-технических систем. Доклады Национальной академии наук Украины. 12: 38-44. doi.org/10.13140/RG.2.2.36267.54562

Pihnastyi O.M. 2009. Raschet proizvodstvennogo cikla s primeneniem statisticheskoj teorii proizvodstvenno-tehnicheskih system [Calculation of the production cycle using the statistical theory of production and technical systems]. Doklady Nacional'noj akademii nauk Ukrainy [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 12: 38-44. doi.org/10.13140/RG.2.2.36267.54562 (in Russian).

8. Пигнастый О.М. 2014. О новом классе динамических моделей поточных линий производственных систем. Научные ведомости БелГУ. История. Политология. Экономика. Информатика. 15(186): 147–157. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.30384.05120

Pihnastyi O.M. 2014. A new class of dynamic models flow lines of production systems. Belgorod State University Scientific Bulletin. History. Political science. Economics. Information technologies. 15(186): 147–157. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.30384.05120 (in Russian).

9. Пигнастый О.М. 2015a. Обзор моделей управляемых производственных процессов поточных линий производственных систем. Научные ведомости БелГУ. Экономика. Информатика. 7(204): 137-152. http://doi.org/10.5281/zenodo.2647598

Pihnastyi O.M. 2015a. Review of governance models production lines manufacturing systems. Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics. Information technologies. 7(204): 137–152. http://doi.org/10.5281/zenodo.2647598 (in Russian).

10. Пигнастый О.М. 2015б. Анализ моделей переходных управляемых производственных процессов. Научные ведомости Белгородского государственного университета. 13(210): 133–144. https://doi.org/10.5281/zenodo.2595561

Pihnastyi O.M. 2015b. Analysis of the models of transition processes controlled manufacturing. Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics. Information technologies. 13(210): 133–144. https://doi.org/10.5281/zenodo.2595561 (in Russian).

11. Пигнастый О.М. 2016. Стохастическая модель переноса технологических ресурсов на предмет труда в результате воздействия технологического оборудования. Научные ведомости Белгородского государственного университета. 9(230): 146–155. https://doi.org/10.5281/zenodo.1495233

Pihnastyi O.M. 2016. Stochastic model of transport technological resources on the subject of labor for technological processing. Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics. Information technologies. 9(230): 146–155. https://doi.org/10.5281/zenodo.1495233 (in Russian).

12. Раскин Л.Г., Пустовойтов П.Е. 2003. Решение многономенклатурной задачи управления запасами по вероятностному. Системный анализ, управление, информационные технологии. 13: 49–53.

Raskin L.G., Pustovojtov P.E. 2003. The solution of the multi-nomenclature problem of inventory management on a probabilistic one. System analysis, management, information technology. 13: 49–53 (in Russian).

13. Савицкая Г.В. 2002. Анализ хозяйственной деятельности предприятия. Мн., Новое знание, 704.

Savickaja G.V. 2002. Analiz hozjajstvennoj dejatel'nosti predprijatija [Analysis of the economic activity of the enterprise]. Mn., Novoe znanie, 704 (in Russian).

14. Синица Л.М. 2003. Организация производства. Минск. УП ИВЦ Минфин, 512.

Sinica L.M. 2003. Organizacija proizvodstva [Organization of production]. Minsk. UP IVC Minfin, 512 (in Russian).

15. Шкурба В.В. 1975. Планирование дискретного производства в условиях АСУ. К., Техника, 296.

Shkurba V.V. 1975. Planirovanie diskretnogo proizvodstva v uslovijah ASU [Discrete production planning under ACS conditions]. K., Tehnika, 296 (in Russian).

16. Bartholdi J.J., Eisenstein D.D., Lim Y.F. 2009 Deterministic chaos in a model of discrete manufacturing. Naval Research Logistics. 56(4): 293–299.

17. Berg R.2004. Partial differential equations in modelling and control of manufacturing systems. Netherlands, Eindhoven Univ. Technol., 157.

18. Holt C.C., Modigliani F., Muth J.F. 1960. Planning Production: Inventories and Work Force. Prentice-Hall, 419.

19. Jacobs J.H., Campen E.J., Rooda J.E. 2003 Characterization of the operational time variability using effective processing times. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing. 16(3). 511–520.

20. Kempf K. 2004. Control-oriented approaches to supply chain management in semiconductor manufacturing. In Proceedings of IEEE American Control Conference. Boston, MA, USA. 4563–4576.

21. Kempf K., Keskinocak P, Uzsoy R. 2010. Optimization models for production planning. Planning Production and Inventories in the Extended Enterprise: A State of the Art Handbook. New York: Springer-Verlag, 587.

22. Lefeber E., Berg R.A., Rooda J.E. 2004. Modeling, Validation and Control of Manufacturing. Proceeding of the 2004 American Control Conference. 4583–4588.

23. Pihnastyi O.M. 2017. The model of production process of the party of the subjects of labour. Scientific Result. Information technologies. 2: 3-13. https://doi.org/10.18413/2518-1092-2017-2-1-3-13

24. Pihnastyi O.M. 2018. Statistical theory of control systems of the flow production. LAP LAMBERT Academic Publishing. 436. ISBN: 978-613-9-95512-1

25. Scholz-Reiter B., 2002. Modelling and Control of Production Systems Based on Nonlinear Dynamics Theory. Annals of the CIRP. 51(1): 375–378.

26. Tian F., Willems S.P., Kempf K.G. 2011. An iterative approach to item-level tactical production and inventory planning. International Journal of Production Economics. 133: 439–450.